UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Escola de Engenharia de Lorena – EEL

"LOB1021 - FÍSICA IV"

Prof. Dr. Durval Rodrigues Junior

Departamento de Engenharia de Materiais (DEMAR)
Escola de Engenharia de Lorena (EEL)
Universidade de São Paulo (USP)
Polo Urbo-Industrial, Gleba AI-6 - Lorena, SP 12600-970
durval@demar.eel.usp.br
www.demar.eel.usp.br/docentes ou www.eel.usp.br (Página dos professores)

UNIDADE 7 (Parte a) -

Teoria da Relatividade Restrita I

As transformações de Lorentz

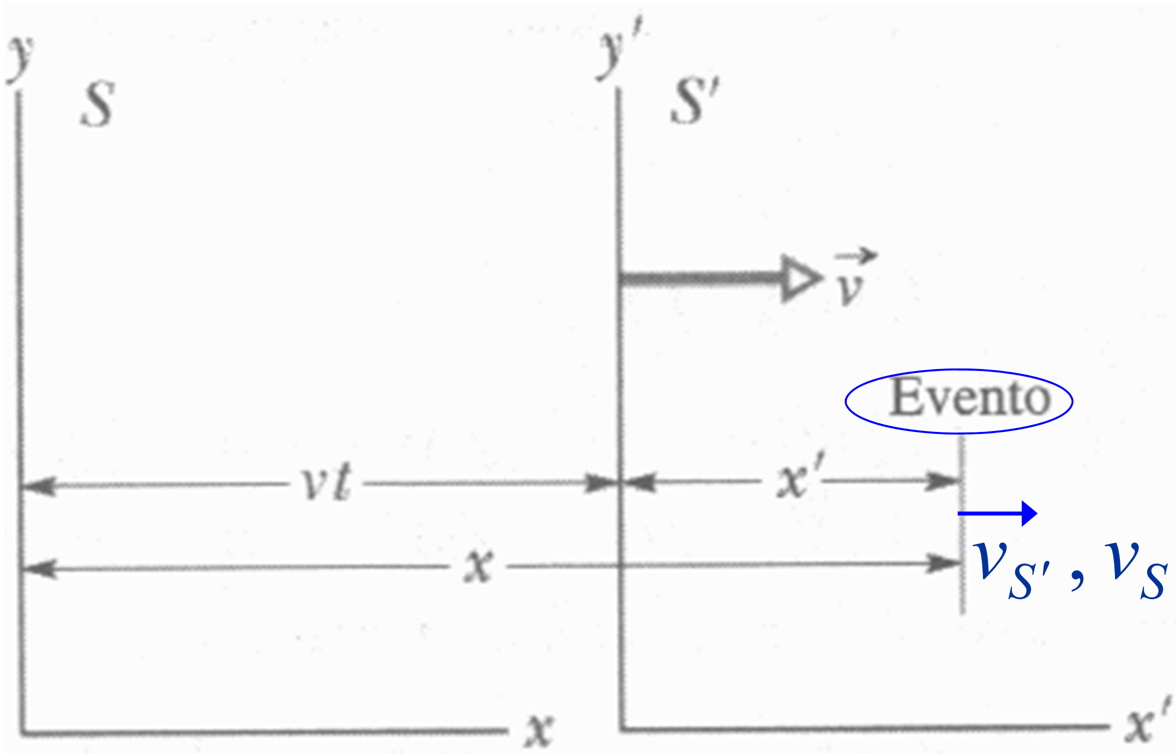
•Antes de *Einstein* os físicos supunham que as coordenadas espaciais e temporais estivessem relacionadas segundo a *transformação de Galileu*:

$$x' = x - vt$$

$$t' = t$$

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v$$

$$v_{S'} = v_S - v$$



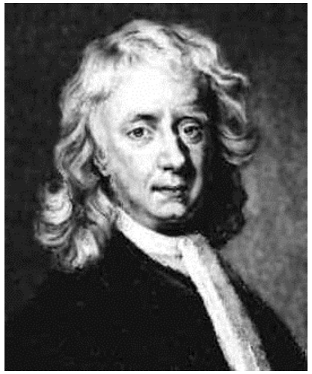
Os postulados

No final do século XIX duas questões foram de fundamental importância no desenvolvimento da Teoria da Relatividade Restrita:

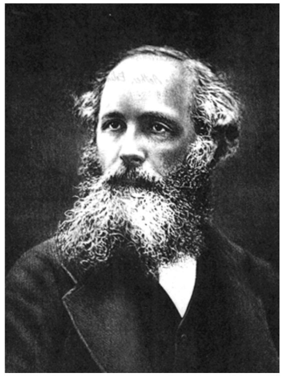
i) Ao contrário das leis de Newton da mecânica, as equações de Maxwell do eletromagnetismo não são invariantes segundo as transformações de Galileu

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}=0$$

$$\Downarrow \quad \begin{cases} x' = x - vt \\ t' = t \end{cases}$$



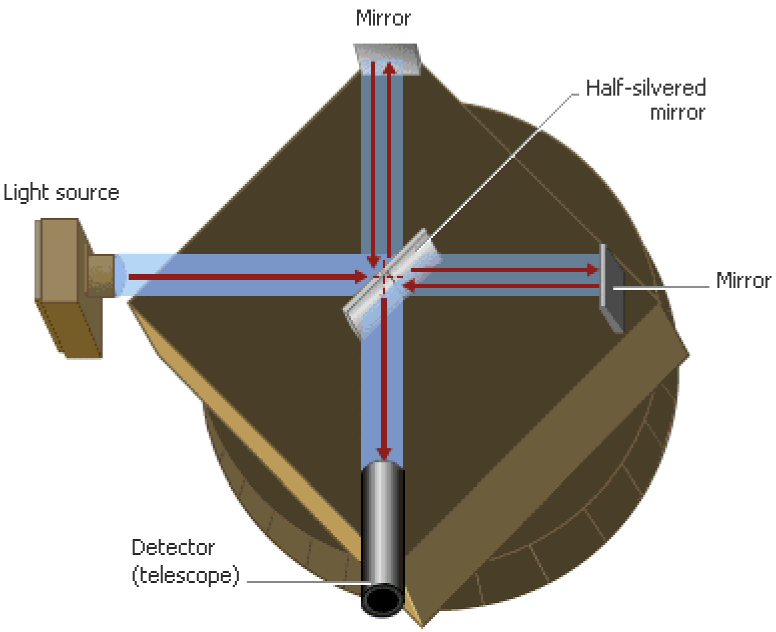
X



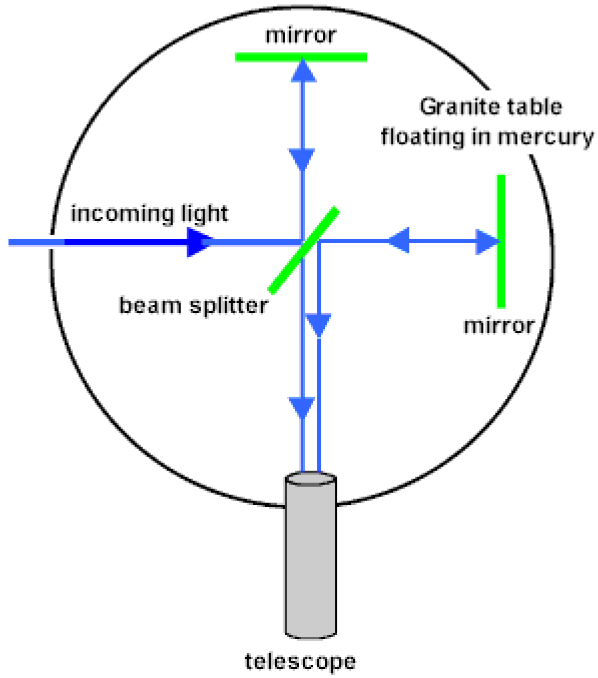
$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \tilde{u}(x',t')}{\partial t'^2}-\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\frac{\partial^2 \tilde{u}(x',t')}{\partial x'^2}-\frac{2v}{c^2}\frac{\partial^2 \tilde{u}(x',t')}{\partial x'\partial t'}=0$$

Os postulados

ii) A hipótese da existência do "*éter*" – meio cujas vibrações estariam ligadas à propagação das ondas eletromagnéticas – não foi comprovada pela famosa experiência de Michelson – Morley



Girando o aparato de 90° não se observa a mudança na posição dos máximos e mínimos dos dois padrões de interferência



Os postulados

Verificada a discrepância entre o eletromagnetismo e a hipótese da existência do *éter* a maioria dos físicos resolveu “atacar” o eletromagnetismo, ou as propriedades físicas do elétron, recém descoberto (*Lorentz*).

Entre os envolvidos com a hipótese do éter, *Poincaré* (1904), aparentemente, foi o único que observou que se esta hipótese fosse realmente confirmada, teríamos um “mal maior”, que seria a violação do *Princípio da Relatividade*.

Einstein, por outro lado, preocupava-se com o Eletromagnetismo (sem duvidar da sua validade) e disse não saber do experimento de Michelson e Morley.

Os postulados

i) Postulado da relatividade: As leis da física devem ser exatamente as mesmas se descritas por observadores em diferentes referenciais inerciais. Não existe um referencial inercial privilegiado (referencial absoluto).

ii) Postulado da velocidade da luz: A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor em todas as direções e em todos os referenciais inerciais (a velocidade da luz é independente da velocidade da fonte). Esta é a velocidade máxima com que qualquer tipo de informação pode ser transmitida.

Os postulados

•Para compatibilizar estes dois postulados Einstein tinha de modificar a transformação de Galileu e a noção de *tempo* e *espaço*. Ele percebeu que essas noções podiam ser alteradas sem prejuízo de qualquer princípio físico.

•A noção de *tempo* e *espaço* está ligada ao conceito de evento. Um *evento* é algo que ocorre e ao qual se atribui uma *posição (espaço)* e um *instante (tempo)*.

•Diferentes observadores atribuem diferentes posições e instantes a um mesmo evento. Espaço e tempo são interligados:

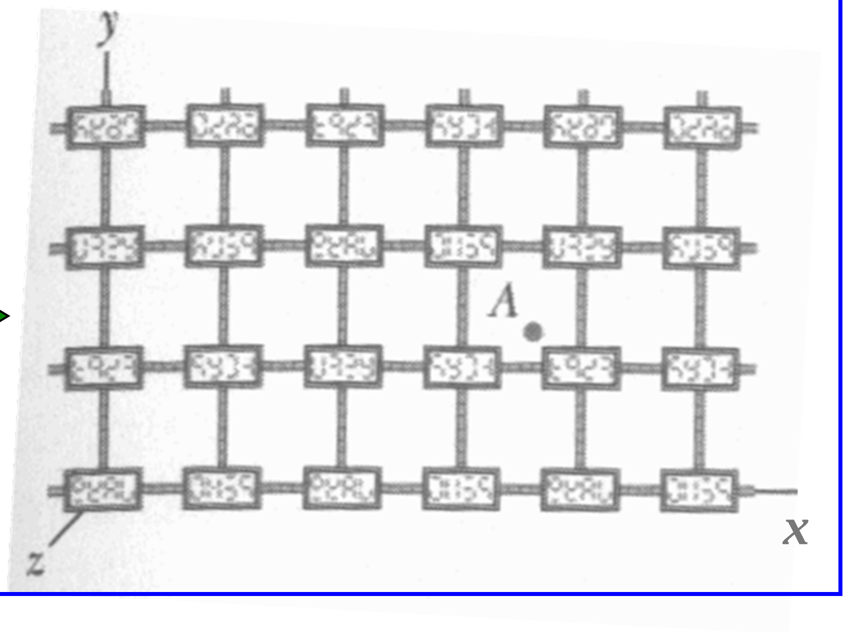
Espaço – tempo

O espaço – tempo

O que é o *tempo* ?

- Até *Galileu,* tudo o que se sabia de concreto é que os eventos ocorreriam de modo sucessivo. Alguns deles pareciam ser periódicos ou ter sempre a mesma "duração" (ampulhetas). Estes, eram então utilizados como relógios.

Rede tridimensional com réguas (paralelas aos eixos coordenados) e relógios em cada vértice



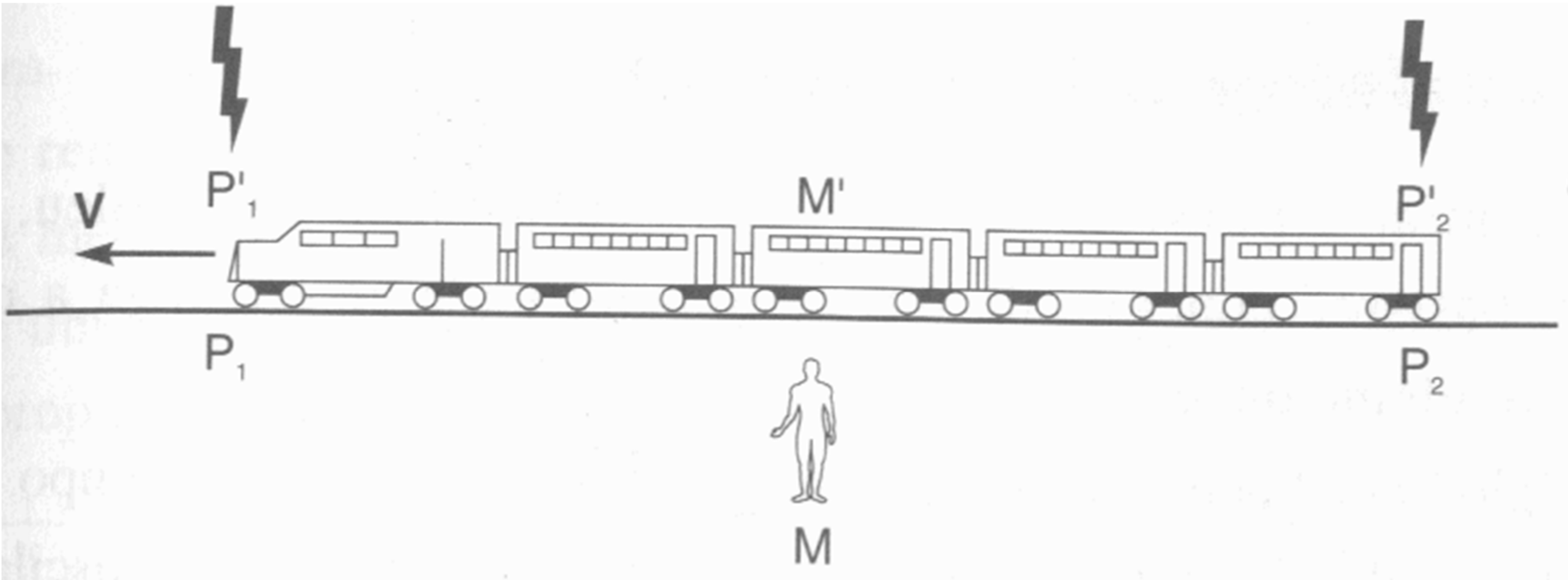
Simultaneidade

• *Einstein* observou que o único conceito físico real envolvido na nossa noção intuitiva de *tempo* era o de *simultaneidade*:

" Todos os nossos julgamentos com respeito ao *tempo* são sempre julgamentos de *eventos simultâneos*. Se eu digo: 'Este trem chega aqui às 7 horas', estou querendo dizer algo como: 'O ponteiro pequeno do meu relógio indicar 7 horas e o trem chegar aqui são *eventos simultâneos*".

Mas como podemos saber se dois eventos que ocorrem em lugares diferentes , tais como P_1 e P_2, são simultâneos?

Simultaneidade



• Se tivermos dois relógios sincronizados em P_1 e P_{2}, poderemos dizer que temos eventos simultâneos se a posição dos seus ponteiros for a mesma: $t_1 = t_2$.

• Mas como colocar dois relógios nos pontos distantes P_1 e P_2, e ter certeza de que eles estão sincronizados?

Simultaneidade

Método 1:

Os dois relógios podem ser sincronizados em P_1 e um deles, posteriormente, transportado até P_2.

Mas um relógio é um sistema físico (pêndulo, relógio atômico…).

Logo, não podemos garantir que a marcha do relógio não seja afetada pelo transporte de P_1 até P_2.

Simultaneidade

Método 2:

Enviando um sinal de P_1 a P_2. Se a velocidade do sinal é v e l é a distância entre P_1 e P_2, então no momento que o sinal chega a P_2 ajustamos:

$$\boxed{t_2 = t_1 + \frac{l}{v}}$$

Mas como sabemos que a velocidade do sinal é v ?

Precisaríamos saber o intervalo de tempo que o sinal leva para propagar-se entre dois pontos distantes; e essa medida pressupõe a existência de relógios sincronizados em pontos distantes.

Simultaneidade

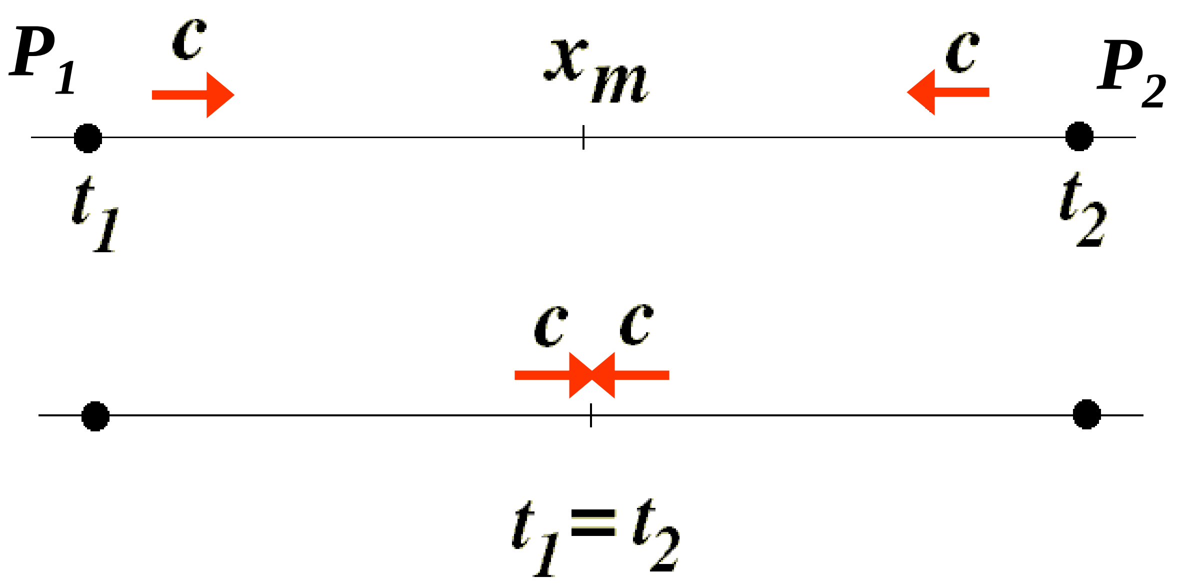
Conclusão:

Ao contrário da simultaneidade de eventos que ocorrem no mesmo ponto, *a simultaneidade de eventos em pontos distantes não tem nenhum significado a priori*: ela tem de ser *definida* por uma convenção apropriada.

Simultaneidade

Definição *apropriada* da simultaneidade (*Einstein*) :

"Um evento ocorrendo na posição P_1 e no tempo t_1 é simultâneo a um evento na posição $P_{2,}$ no tempo $t_{2,}$ se *sinais luminosos* emitidos em P_1 e $t_{1,}$ e em P_2 e $t_{2,}$ encontram-se no ponto médio entre P_1 e P_2".



Simultaneidade

Considerando-se também a constância da velocidade da luz , chegamos ao critério para determinarmos o tempo:

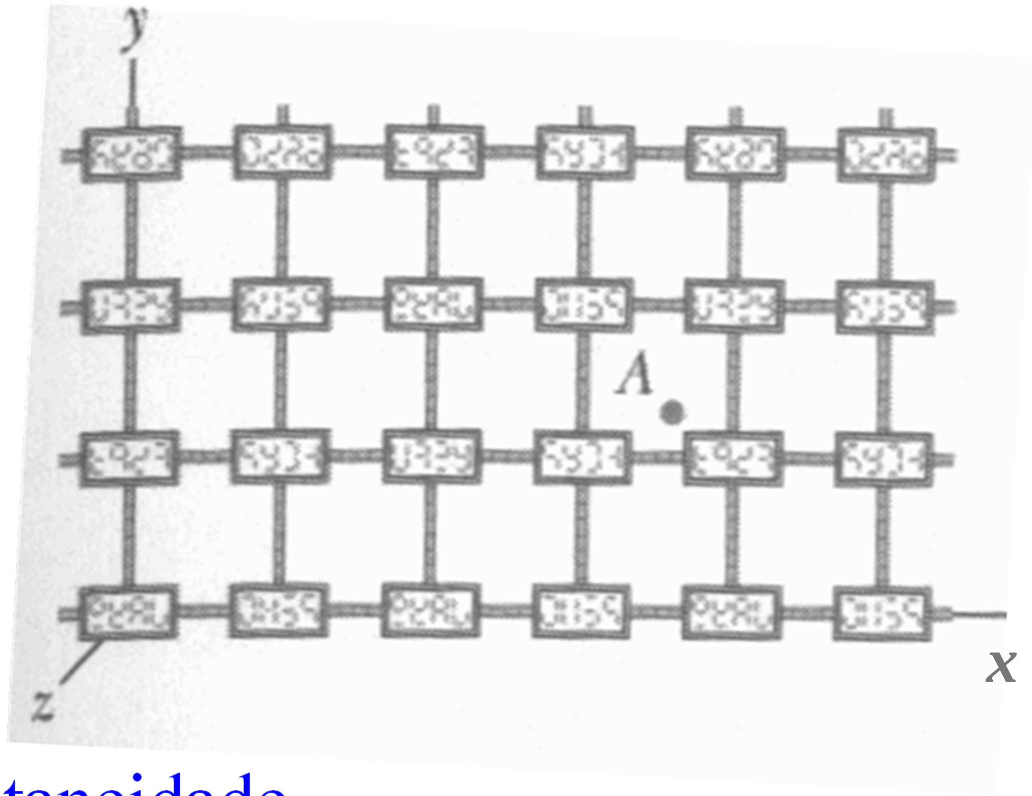
Se um sinal luminoso é emitido em P_1, no instante t_1, todos os eventos que ocorrem em pontos P_2, no instante t_2, a uma distância l de P_1, ocorrem num instante:

$$\boxed{t_2 = t_1 + \frac{l}{c}}$$

- Observe que este é o *Método 2* de sincronização de relógios, mas agora utilizando a velocidade da luz (c) , que postula-se ser a mesma em todos os referenciais.

Simultaneidade

Sincronização de
relógios através
de um pulso de luz



A relatividade da simultaneidade

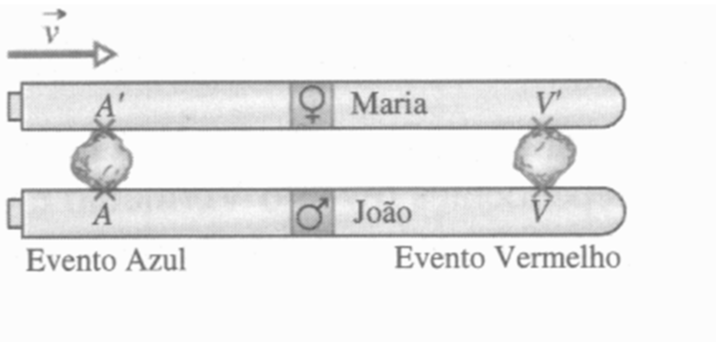
•A *simultaneidade* não é um conceito absoluto mas sim relativo, que depende do movimento do observador.

•Dois observadores em movimento relativo, em geral, não concordam quanto a simultaneidade de dois eventos.

A relatividade da simultaneidade

• No momento em que a nave de Maria passa pela de João, dois meteoritos chocam-se com ambas. Vamos supor que a luz proveniente dos dois eventos (Azul e Vermelha) tenha como ponto de encontro justamente a posição de João (centro da nave)

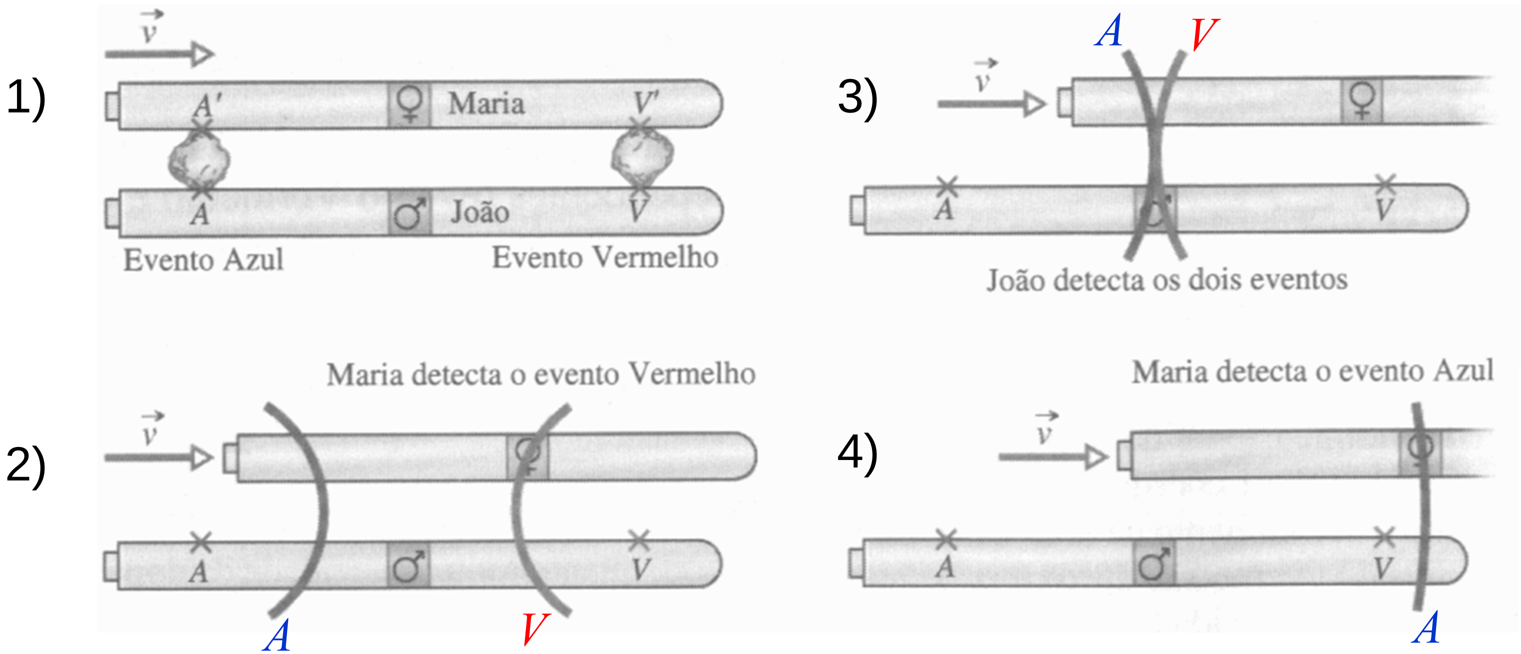
Logo, para João, os dois eventos são simultâneos



A relatividade da simultaneidade

• No momento em que a nave de Maria passa pela de João, dois meteoritos chocam-se com ambas. Vamos supor que a luz proveniente dos dois eventos (Azul e Vermelha) tenha como ponto de encontro justamente a posição de João (centro da nave)

Logo, para João, os dois eventos são simultâneos

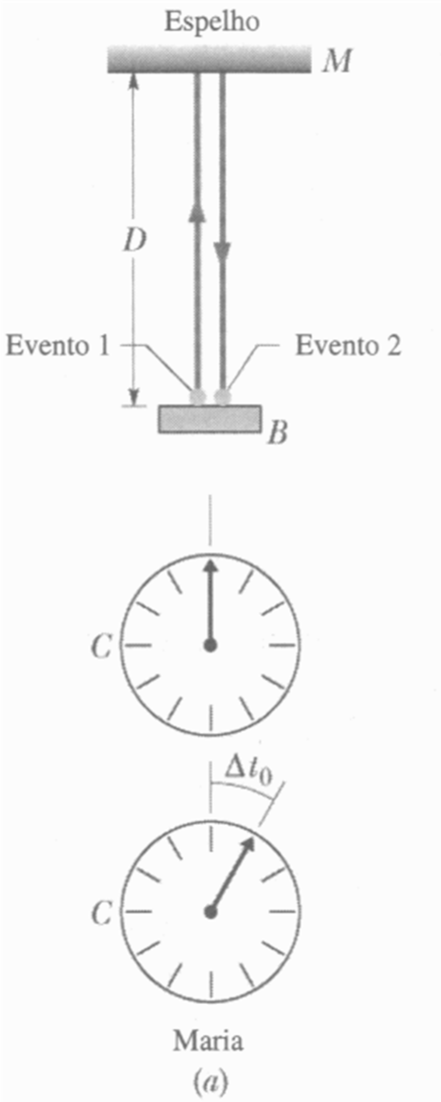


Para Maria, o evento da direita ocorre antes que o da esquerda

A relatividade do tempo

O relógio de luz :

$$\boxed{\Delta t_0 = \frac{2D}{c}}$$



$$D = \frac{1}{2} c \Delta t_0$$

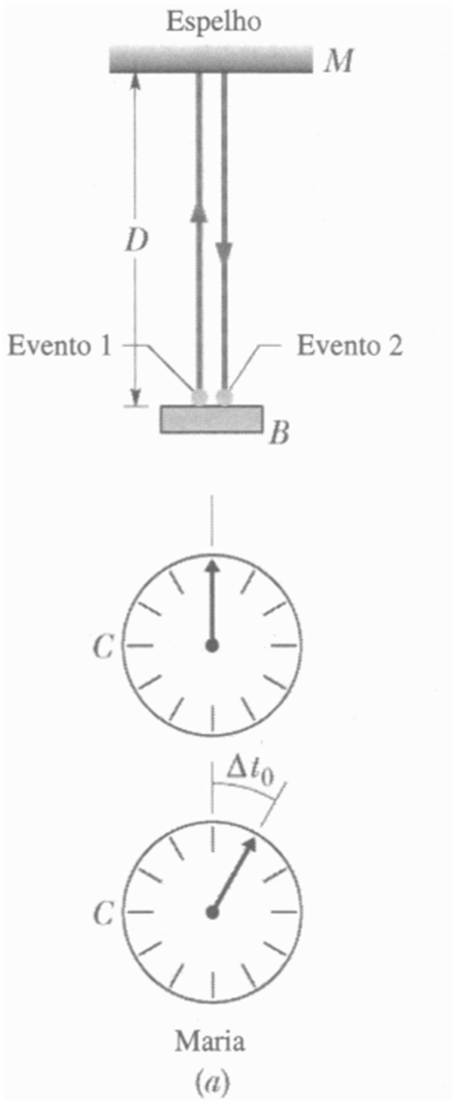
relógios

A relatividade do tempo

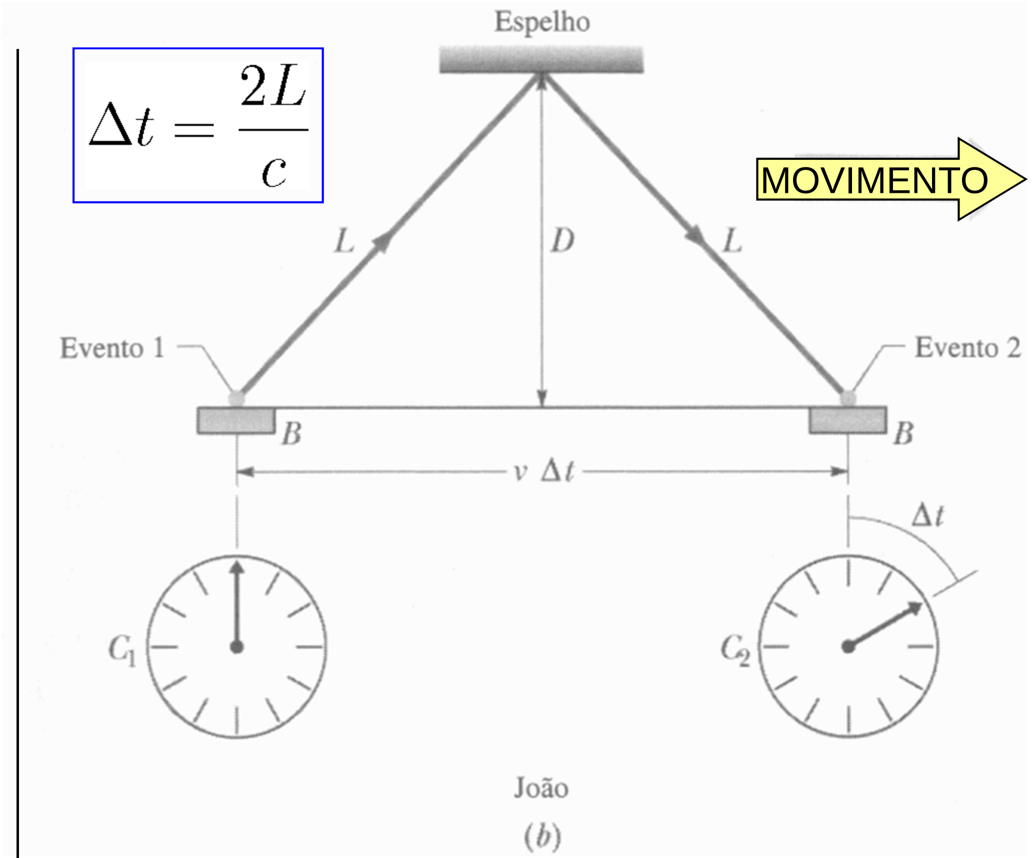
O relógio de luz :

$$\boxed{\Delta t_0 = \frac{2D}{c}}$$

$$D = \frac{1}{2} c\,\Delta t_0$$



$$\boxed{\Delta t = \frac{2L}{c}}$$



$$\boxed{L^2 = \left(\frac{c\,\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} v\,\Delta t\right)^2 + D^2}$$

relógios

A relatividade do tempo

$$\boxed{L^2 = \left(\frac{c\,\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}v\,\Delta t\right)^2 + D^2}$$

$$\Rightarrow \Delta t^2 = \frac{4}{c^2}\left[\left(\frac{1}{2}v\Delta t\right)^2 + \left(\frac{1}{2}c\Delta t_0\right)^2\right] \Rightarrow \Delta t^2 - \frac{v^2}{c^2}\Delta t^2 = \Delta t_0^2$$

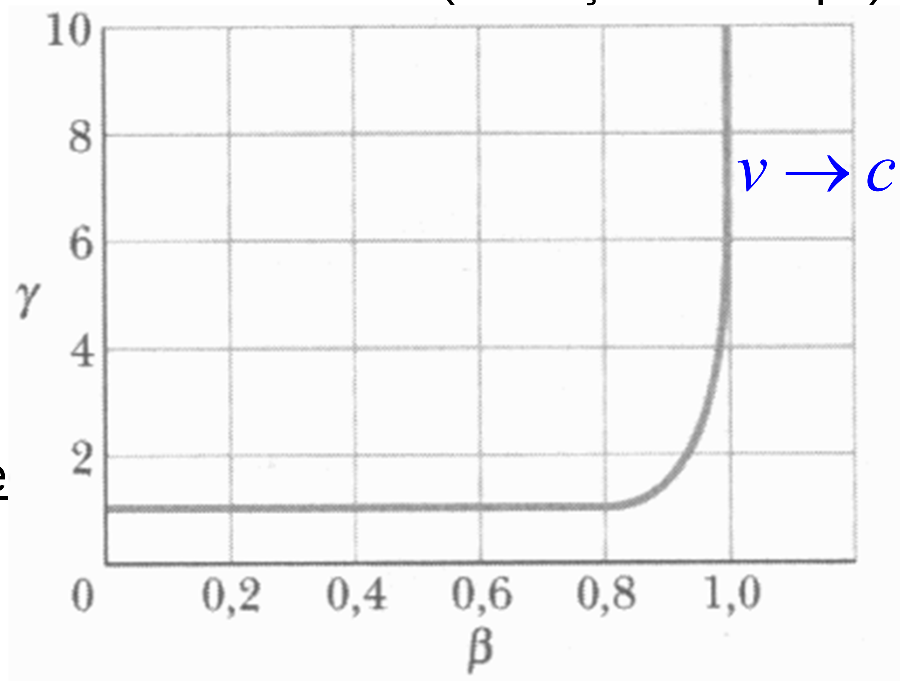
$$\Rightarrow \Delta t^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \Delta t_0^2 \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma\,\Delta t_0}$$

(Dilatação do tempo)

onde o *fator de Lorentz* é dado por:

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \boxed{\gamma \geq 1}$$

$\beta \equiv v/c$ é o parâmetro de velocidade



$v \to c$

dilatação temporal

A relatividade do tempo

• Observe que consideramos uma situação particular: de que para um dos observadores os dois eventos ocorrem no mesmo local.

• De um modo geral o intervalo de tempo entre dois eventos depende da distância entre os eventos, tanto no espaço quanto no tempo, ou seja, as separações temporais e espaciais estão interligadas (o que temos é o *espaço-tempo*).

• Quando dois eventos ocorrem no mesmo ponto, em um referencial inercial, o intervalo de tempo entre os eventos, medido neste referencial, é chamado ***intervalo de tempo próprio*** Δt_0 ou ***tempo próprio***. **O intervalo de tempo em qualquer outro referencial é sempre maior que o tempo próprio**.

Exemplo: O relógio que você carrega em seu pulso, mede o seu tempo próprio.

A relatividade do tempo (Exemplos)

a) Decaimento dos Múons

•Tempo de vida dos múons em laboratório (estacionários) :

$$\boxed{\Delta t_0 = 2,200\mu s}$$

•Estes múons também são criados na alta atmosfera, pelo bombardeio de raios cósmicos. Sem a relatividade diríamos que eles seriam capazes de percorrer *apenas :*

$$\boxed{\Delta L \simeq \Delta t_0 v_\mu = 2,200\mu s * 3.10^8 m/s = 0,66km.}$$

•Entretanto, considerando a relatividade, temos:

$$\boxed{\Delta L = \gamma \Delta t_0 v_\mu \approx \frac{2,200\mu s}{\sqrt{1-(0,998)^2}} * 3.10^8 m/s = 10,4km}$$

➢ Isto é explicado pelo fato destes múons chegarem à superfície da Terra com uma velocidade $v_\mu =$ 0,998 ***c*** *!*

A relatividade do tempo (Exemplos)

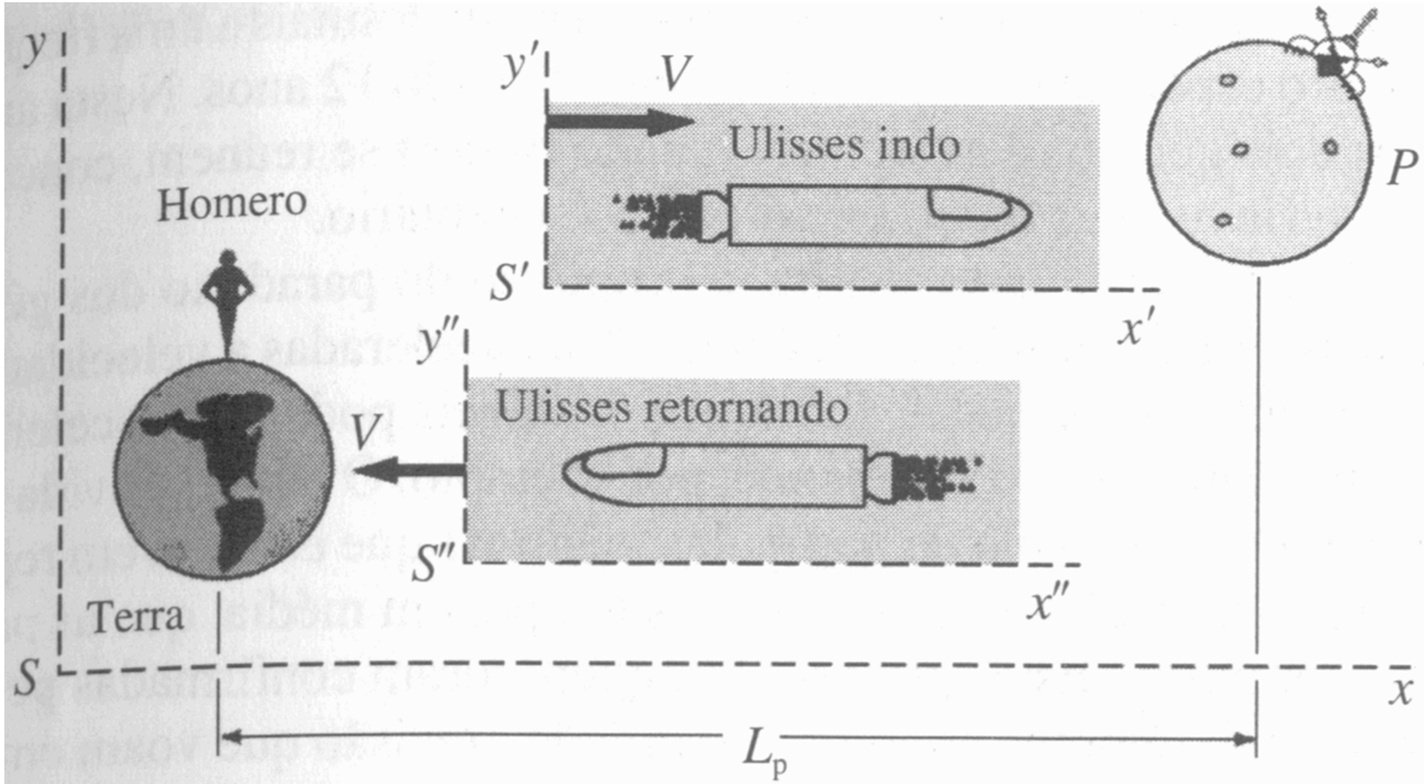
b) Relógios Macroscópicos

•Em 1977 J. Hafele e R. Keating transportaram quatro relógios atômicos, portáteis, duas vezes em volta da terra, em aeronaves convencionais.

Confirmaram a dilatação do tempo, conforme as previsões das teorias da Relatividade (Restrita e Geral), dentro de uma margem de erro de 10% .

Alguns anos mais tarde, um experimento mais preciso foi realizado e a confirmação ocorreu dentro de uma margem de erro de 1% .

O paradoxo dos gêmeos



Mas, se invertermos os referenciais, não seria o Homero que "ficaria" mais jovem?

•Observe que há uma assimetria, pelo fato de que Ulisses sofre uma aceleração (que pode ser medida no seu referencial); portanto, ele não se encontra todo o tempo em um referencial inercial. Logo, os dois referenciais não são equivalentes.

A relatividade do comprimento

•Definimos como *comprimento próprio* (ou *comprimento de repouso*), L_0 , o comprimento no referencial em que o corpo encontra-se em repouso.

•Num referencial em que o corpo está movendo-se com uma velocidade $v=\beta c$, na direção do seu comprimento, a medida do seu comprimento resultará num valor:

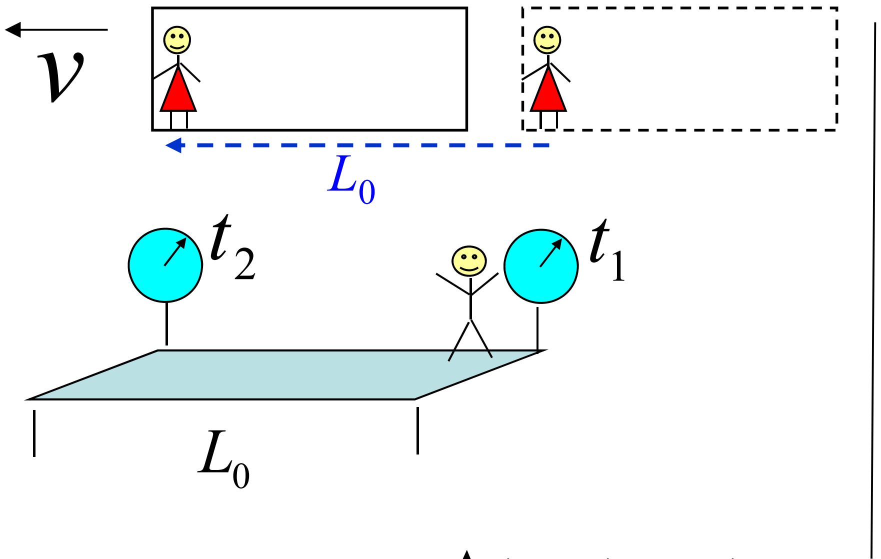
$$L = \sqrt{1-\beta^2}\,L_0 = \frac{1}{\gamma} L_0$$

(Contração de Lorentz-Fitzgerald)

Logo, o comprimento medido em um referencial em relação ao qual o corpo esteja se movendo (na direção da dimensão que está sendo medida), é *sempre menor* que o comprimento próprio, L_0.

A relatividade do comprimento

Medindo o comprimento de uma plataforma



$$\Delta t = t_2 - t_1$$

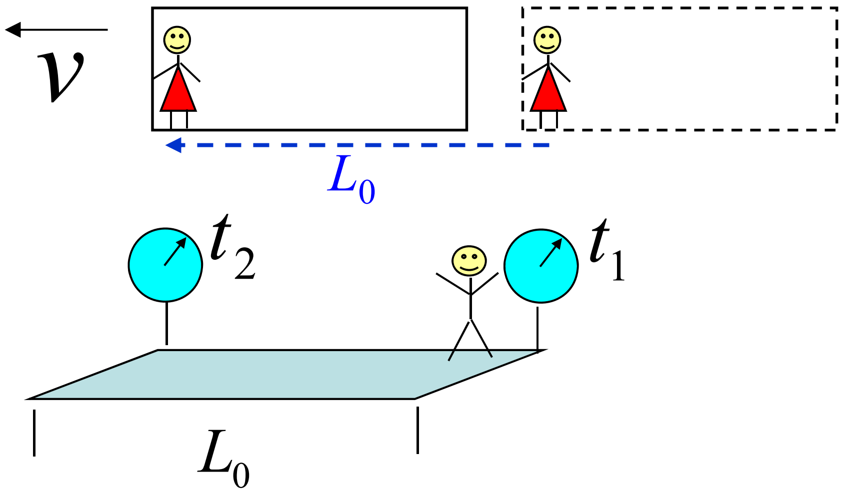
João:

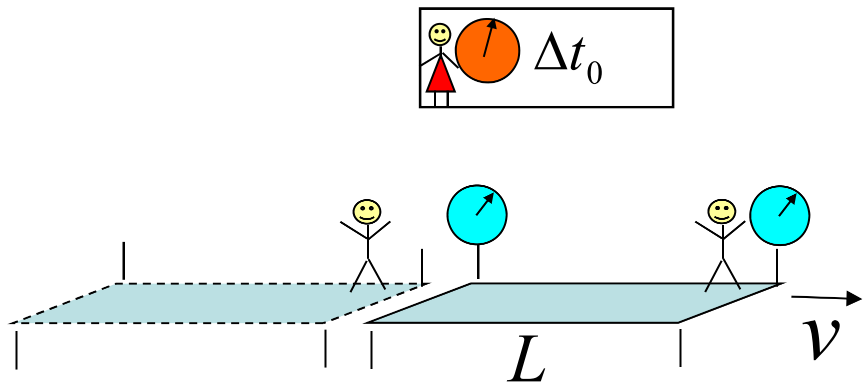
$$L_0 = v\,\Delta t$$

vários

A relatividade do comprimento

Medindo o comprimento de uma plataforma





$$\Delta t = t_2 - t_1$$

João:

$$L_0 = v\,\Delta t$$

$$\Delta t = \gamma\,\Delta t_0$$

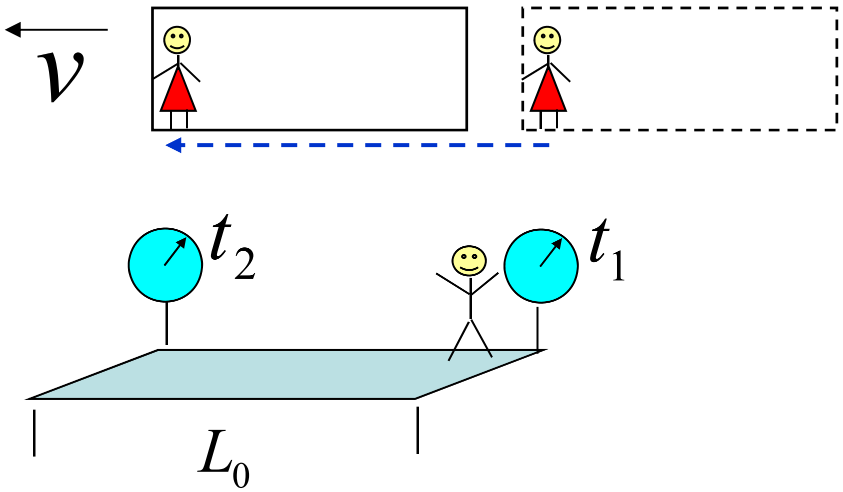
Maria:

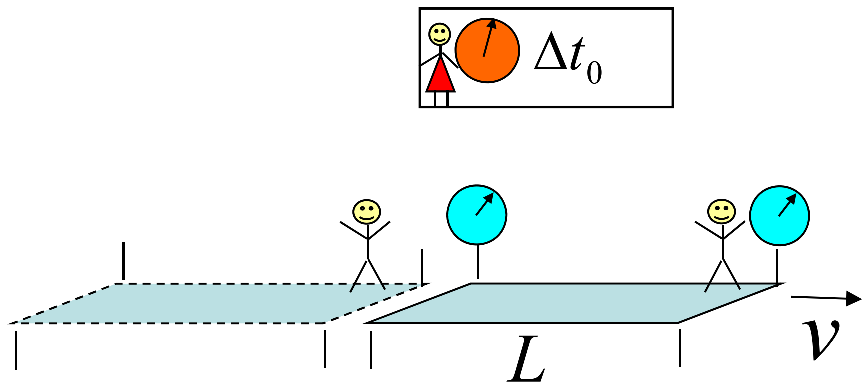
$$L = v\,\Delta t_0$$

vários

A relatividade do comprimento

Medindo o comprimento de uma plataforma





$$\Delta t = t_2 - t_1$$

João:

$$L_0 = v\,\Delta t$$

$$\Delta t = \gamma\,\Delta t_0$$

Maria:

$$L = v\,\Delta t_0$$

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v\,\Delta t_0}{v\,\Delta t}$$

$$\boxed{L = \frac{L_0}{\gamma} = \sqrt{1-\beta^2}\,L_0}$$

vários

As transformações de Lorentz

- Vimos, no exemplo dos múons, que estes chegam a Terra com $v \approx 0{,}998c$. Logo, no seu referencial, os *10,4 km* percorridos na atmosfera (no referencial da Terra) são vistos como:

$$\boxed{L = \frac{1}{\gamma} L_0 = \sqrt{1 - (0,998)^2}\, 10,4km = 0,66km.}$$

Esta é justamente a distância que o múon é capaz de percorrer, em seu referencial, antes de decair:

$$L = (0,998c)\, \Delta t_0 = (0,998c)\, 2,200\mu s = 0,66km.$$

Dinâmica relativística

Na mecânica Newtoniana temos $\boxed{\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, onde o momento linear é definido por: $\vec{p} = m\vec{v} = m\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$

$$\boxed{\vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = \text{const.}}$$

Procuramos um análogo relativístico desta expressão que tenha as seguintes propriedades:

a) O momento relativístico deve ser conservado em sistemas isolados, assim como na mecânica Newtoniana.

b) A expressão obtida deve se reduzir à forma newtoniana no limite $v/c \rightarrow 0$.

Momento linear relativístico

Entretanto, pode-se mostrar que teremos uma quantidade conservada definindo:

$$\boxed{\vec{p} = m(v)\ \vec{v}}$$

Para um observador em repouso em relação ao evento, com Δt_0:

$$p = m(v)\ v = m_0 \frac{\Delta x}{\Delta t_0} = m_0 \frac{\Delta x}{\Delta t}\frac{\Delta t}{\Delta t_0} = m_0 \frac{\Delta x}{\Delta t}\gamma = m_0 \gamma\, v$$

O que equivale a dizer que:

$$\boxed{m(v) = \gamma\, m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$$

onde m_0 é a massa de repouso do corpo no referencial em que ele se encontra em repouso. A força é, então, dada por

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m_0 \gamma\, \vec{v})}$$

Onde $\vec{p} = m_0 \gamma\, \vec{v}$ é o momento linear relativístico.

Energia relativística (Supondo $E_{potencial} = 0$)

• A taxa de variação temporal da energia cinética K de uma partícula continua sendo dada por:

$$\frac{dK}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$x = \frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$K = \int_0^{\vec{r}} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_0^{\vec{r}} \frac{d(m_0\gamma\,\vec{v})}{dt}\cdot d\vec{r} = \int_0^{\vec{r}} \frac{d(m_0\gamma\,\vec{v})}{dt}\cdot\vec{v}\,dt$$

$$K = m_0c^2\int_0^{\vec{v}} d\left(\frac{\vec{v}/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)\cdot(\vec{v}/c) = m_0c^2\int_0^{x}\frac{x\,dx}{(1+x^2)^{1/2}} = m_0c^2\left[\left(x^2+1\right)^{1/2}\right]_0^x$$

$$\Longrightarrow \boxed{K = (\gamma-1)m_0c^2 = (m-m_0)c^2 \qquad onde: \qquad m = \gamma\, m_0}$$

então: $K + m_0c^2 = mc^2 = E \quad \Rightarrow \quad \boxed{E = mc^2 = \gamma\, m_0c^2}$ Energia Total

Onde $E_0 = m_0c^2$ é chamada de <u>energia de repouso</u> da partícula m_0.

Energia relativística

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Relação energia-momento linear

Usando que $\vec{p} = m\vec{v}$ temos $\vec{p} = \dfrac{mc^2\vec{v}}{c^2} \Rightarrow \vec{v} = \dfrac{c^2\vec{p}}{E}$

Como $E^2 = m^2c^4 = \gamma^2 m_0^2 c^4$ obtemos:

$$E^2 = \frac{m_0^2 c^4}{\left(1 - \dfrac{c^4 p^2}{c^2 E^2}\right)} \rightarrow \boxed{E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 = E_0^2 + (pc)^2}$$

Se $m_0 = 0 \Rightarrow E = pc$

• Lembrando que a radiação eletromagnética transporta momento linear $\Delta p = \Delta U / c$, podemos imaginá-la como composta por corpúsculos de massa zero (*fótons*), como veremos mais adiante.

Energia relativística

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Relação energia-momento linear

Usando $\boxed{\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}}$ e $\boxed{K = m_0 c^2(\gamma - 1)}$

mostrar que:

$$\boxed{(pc)^2 = K^2 + 2K\, m_0 c^2}$$

Onde $m_0 c^2$ é chamada de energia de repouso da partícula com massa de repouso m_0.

Energia relativística

• Limite clássico da energia

Expandindo E para $v/c << 1$ temos:

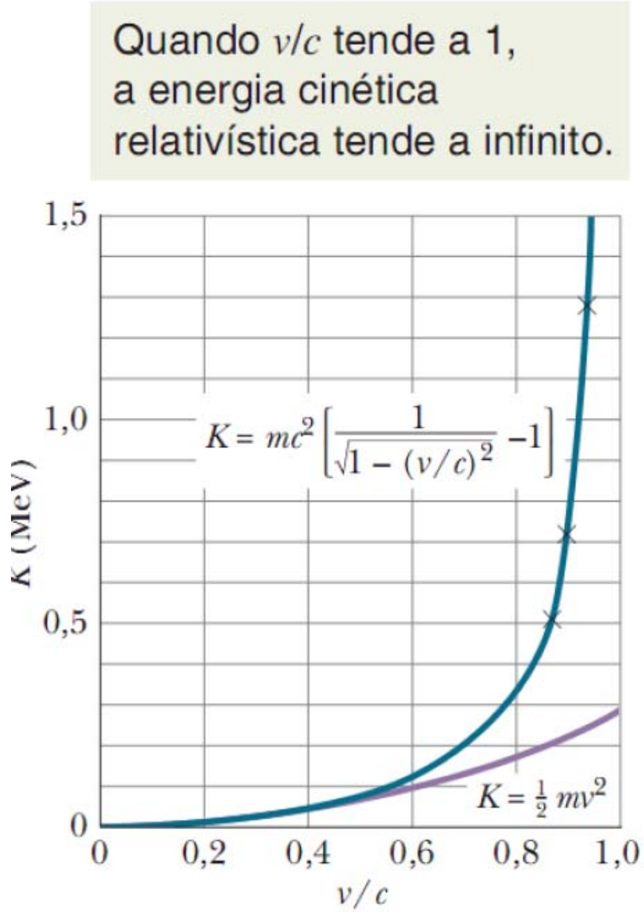
$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = m_0 c^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} + \frac{3v^4}{8c^4} + \dots \right)$$

$$\Downarrow$$

$$E = m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2} + \frac{3 m_0 v^2}{8} \left(\frac{v^2}{c^2} \right) + \dots$$

Energia de repouso: $E = m_0 c^2$

Energia cinética para $v/c << 1$: $\boxed{\Delta K \approx \frac{m_0 v^2}{2}}$



37.11 Uma Nova Interpretação da Energia: Energia de Repouso

A massa de um objeto e a energia equivalente, conhecida como **energia de repouso**, estão relacionadas através da equação

$$E_0 = mc^2$$

Tabela 37-3

Energia Equivalente de Alguns Objetos

Objeto	Massa (kg)	Energia Equivalente	
Elétron	$\approx 9{,}11 \times 10^{-31}$	$\approx 8{,}19 \times 10^{-14}$ J	($\approx$ 511 keV)
Próton	$\approx 1{,}67 \times 10^{-27}$	$\approx 1{,}50 \times 10^{-10}$ J	($\approx$ 938 MeV)
Átomo de urânio	$\approx 3{,}95 \times 10^{-25}$	$\approx 3{,}55 \times 10^{-8}$ J	($\approx$ 225 GeV)
Partícula de poeira	$\approx 1 \times 10^{-13}$	$\approx 1 \times 10^{4}$ J	($\approx$ 2 kcal)
Moeda pequena	$\approx 3{,}1 \times 10^{-3}$	$\approx 2{,}8 \times 10^{14}$ J	($\approx$ 78 GW $\cdot$ h)

As massas das partículas em geral são medidas em unidades de massa atômica (u):

$$1 \text{ u} = 1{,}660\ 538\ 86 \times 10^{-27} \text{ kg}.$$

As energias das partículas em geral são medidas em elétrons-volts (eV):

$$1 \text{ eV} = 1{,}602\ 176\ 462 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

37.11 Uma Nova Interpretação da Energia: Energia Total

$$E = E_0 + K = mc^2 + K = \gamma mc^2$$

A energia total de um *sistema isolado* é constante.

Nas reações químicas e nucleares, a variação da energia de repouso do sistema é muitas vezes expressa através do chamado valor de Q. O valor de Q de uma reação é dado por

$$\begin{pmatrix}\text{energia de repouso}\\ \text{inicial do sistema}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{energia de repouso}\\ \text{final do sistema}\end{pmatrix} + Q$$

$$E_{0i} = E_{0f} + Q$$

$$M_i c^2 = M_f c^2 + Q$$

$$Q = M_i c^2 - M_f c^2 = -\Delta M\, c^2$$

Energia relativística

• A energia de um sistema isolado se mantém constante

- Portanto, se um sistema libera uma quantidade de energia $\Delta E = E_f - E_i = -Q$, deve apresentar uma redução de massa:

$$\boxed{\Delta m = m_f - m_i = -\frac{Q}{c^2}}$$

Isto vale tanto para reações químicas quanto para reações nucleares, embora a variação de massa no primeiro caso seja imperceptível.

- Se a energia de um sistema aumenta, (ex.: aumentando a sua velocidade), sua massa também aumenta:

$$\boxed{\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}}$$

Exercícios sugeridos

Prob. 1: Qual deve ser o momento linear de uma partícula, de massa *m*, para que a energia total da partícula seja 3 vezes maior que a sua energia de repouso ?

$$\boxed{E = mc^2 = 3(m_0 c^2)}$$

mas:

$$\boxed{E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2} \Rightarrow \boxed{9 m_0^2 c^4 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{8 m_0^2 c^2 = p^2} \Rightarrow \boxed{p = 2\sqrt{2}\, m_0 c}$$

Prob. 2: Uma certa partícula de massa de repouso m_0 tem um momento linear cujo módulo vale m_0c. Determine o valor: **(a)** de β; **(b)** de γ; **(c)** da razão entre sua energia cinética e sua energia de repouso.

$$\boxed{p = m(v)\,v = m_0 c} \rightarrow \frac{m_0 v}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}} = m_0 c \quad \rightarrow \quad \frac{v^2}{c^2} = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)$$

a) $$2\frac{v^2}{c^2} = 1 \quad \rightarrow \quad \beta = \frac{v}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707$$

b) $$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-1/2)}} = \frac{1}{1/\sqrt{2}} = \sqrt{2} \approx 1{,}414$$

c) $$\frac{K}{E_0} = \frac{(\gamma-1)\,m_0c^2}{m_0c^2} \approx 1{,}414 - 1 = 0{,}414$$

Prob. 3:

Dois eventos ocorrem no mesmo ponto em um certo referencial inercial e são separados por um intervalo de tempo de 4 s. Qual é a separação espacial entre estes dois eventos em um referencial inercial no qual os eventos são separados por um intervalo de tempo de 6 s ?

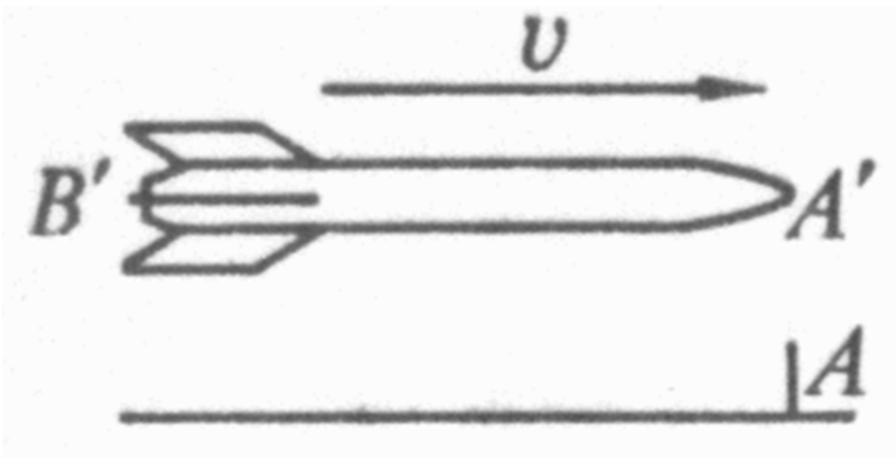
Prob. 4:

Uma nave espacial de comprimento l_0 viaja a uma velocidade constante v, relativa ao sistema S, ver figura. O nariz da nave (A') passa pelo ponto A em S no instante $t_0 = t_0' = 0$ e neste instante envia um sinal de luz de A' para B'.

(a) Quando, no referencial S' do foguete, o sinal chega à cauda B' da nave?

(b) Em que instante t_B, medido em S, o sinal chega à cauda (B') da nave?

(c) Em que instante t, medido em S, a cauda da nave (B') passa através do ponto A?



Prob. 5:

Uma partícula com massa de repouso de 2 MeV/c^2 e energia cinética de 3 MeV colide com uma partícula estacionária com massa de repouso de 4 MeV/c^2. Depois da colisão, as duas partículas ficam unidas.

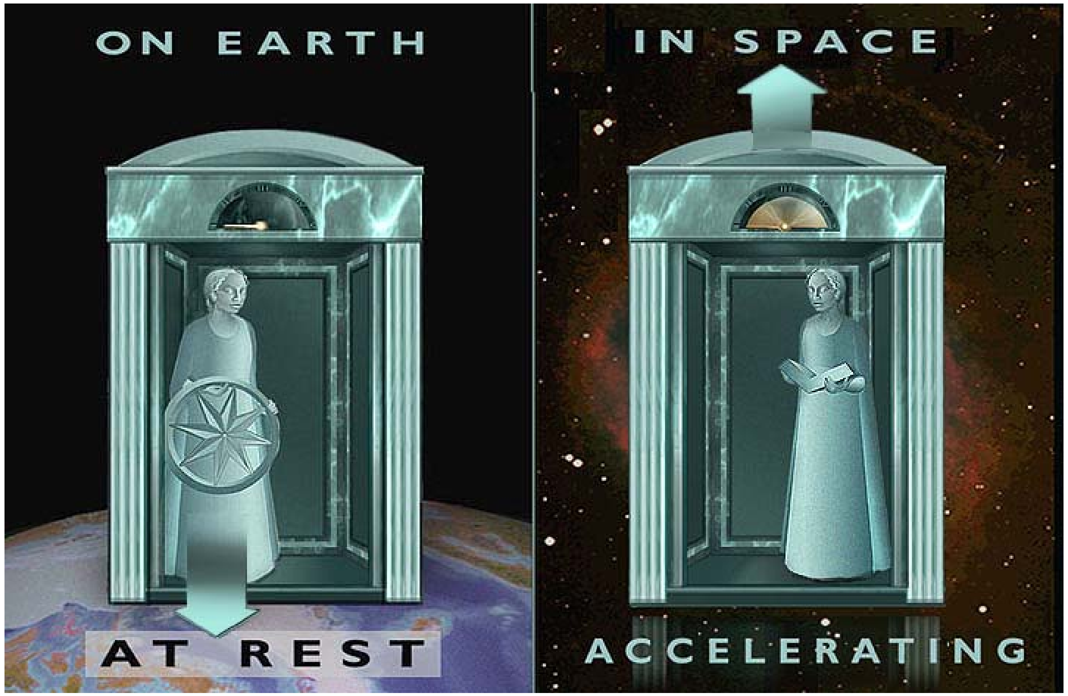
a) Determine o momento inicial do sistema.
b) A velocidade final do sistema de duas partículas.
c) A massa em repouso do sistema de duas partículas.

Relatividade Geral

• Movimento retilíneo uniforme em um referencial inercial parece acelerado, se visto de um referencial não-inercial.

• Einstein encarou a força gravitacional como uma força de inércia: *É impossível distinguir a física num campo gravitacional constante daquela num referencial uniformemente acelerado!*

O elevador de Einstein

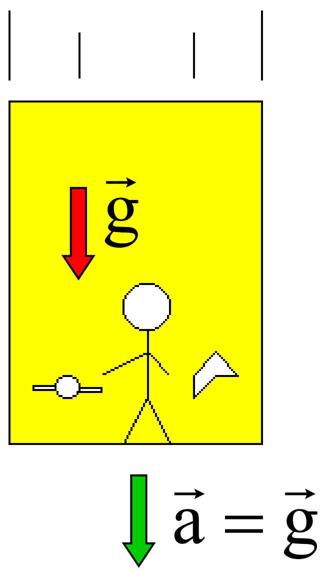


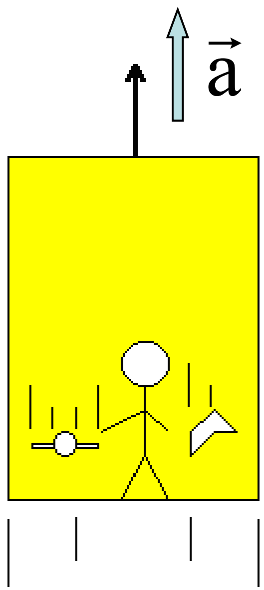
Relatividade Geral

• <u>Princípio da equivalência de Einstein</u>

Num recinto suficientemente pequeno (para que o campo gravitacional dentro dele possa ser considerado uniforme), em queda livre dentro deste campo, todas as leis da física são as mesmas que num referencial inercial, na ausência do campo gravitacional.

(a)

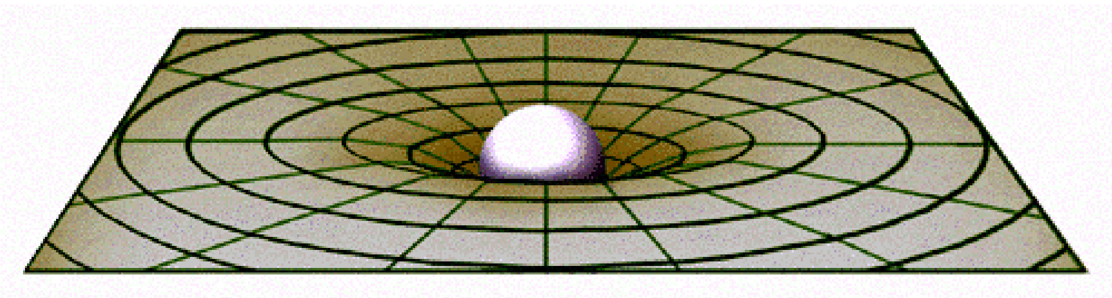




Relatividade Geral

• Só precisamos de geometria para descrever trajetórias retilíneas, vistas de referenciais não-inerciais.

• Einstein encarou a força gravitacional como uma força de inércia → curvatura do espaço-tempo!



"A massa diz ao espaço-tempo como se curvar; e o espaço-tempo diz à massa como se mover"!