



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Escola de Engenharia de Lorena – EEL

“PPE6408 – Tópicos Especiais de Física”

Prof. Dr. Durval Rodrigues Junior

Departamento de Engenharia de Materiais (DEMAR)

Escola de Engenharia de Lorena (EEL)

Universidade de São Paulo (USP)

Polo Urbo-Industrial, Gleba AI-6 - Lorena, SP 12600-970

durval@demar.eel.usp.br

www.eel.usp.br – Comunidade – Alunos (Página dos professores)

Área I
Rodovia Itajubá-Lorena, Km 74,5
CEP 12600-970 - Lorena - SP
Tel. (12) 3159-5007/3153-3209

USP Lorena
www.eel.usp.br

Área II
Polo Urbo-Industrial Gleba AI-6
CEP 12600-970 - Lorena - SP
Tel. (12) 3159-9900

UNIDADE 1 -

Ondas Eletromagnéticas e Equações de Maxwell

Ondas Eletromagnéticas

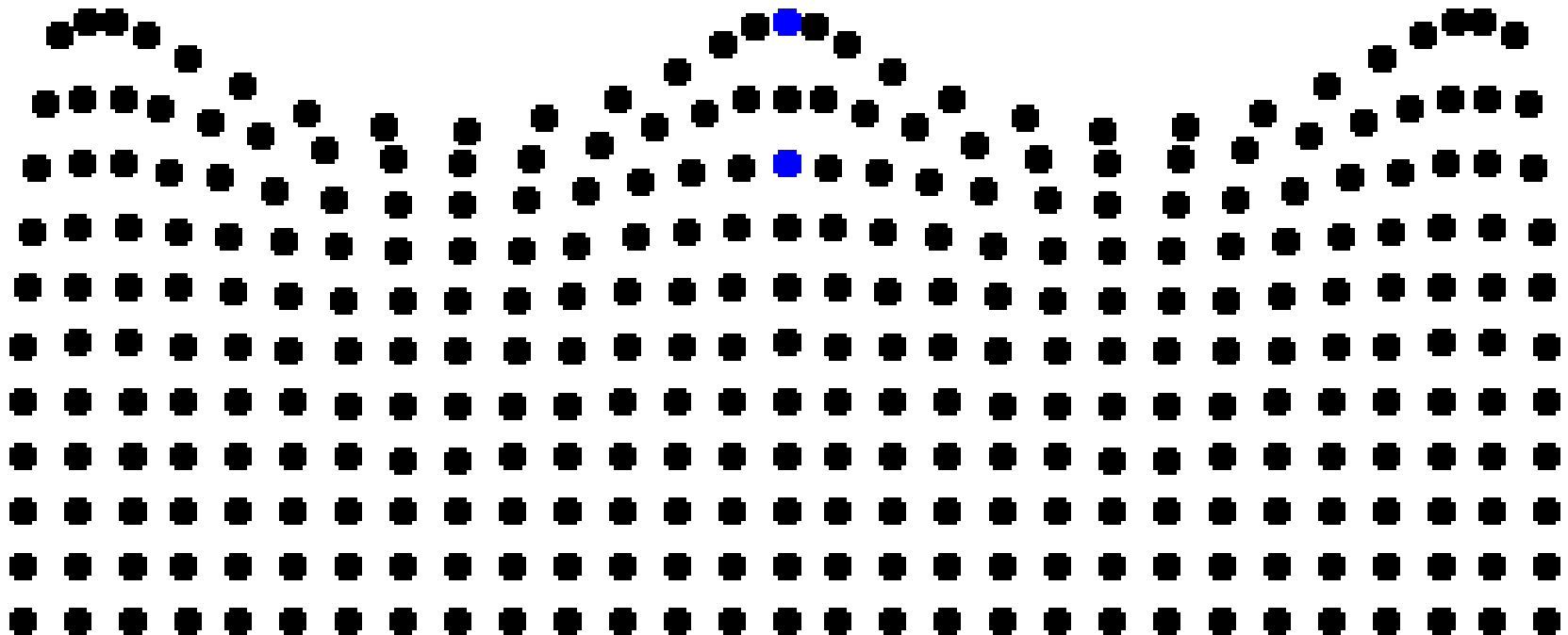


Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

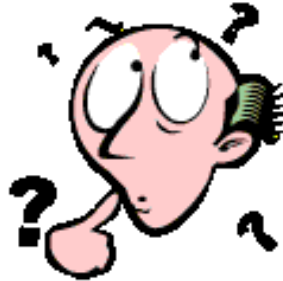


O que é uma onda?

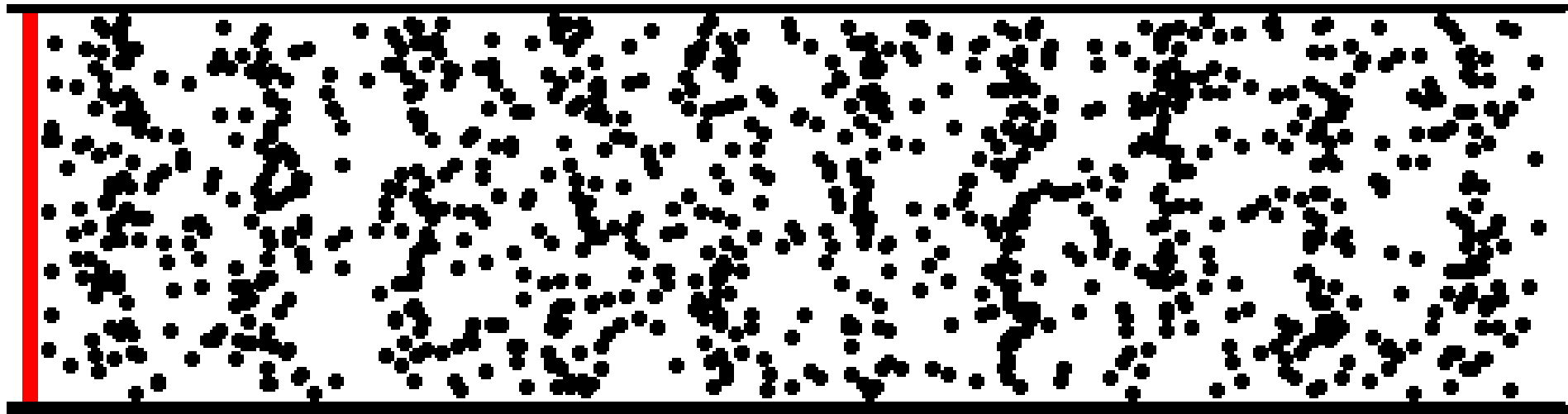


Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética



O que é uma onda?

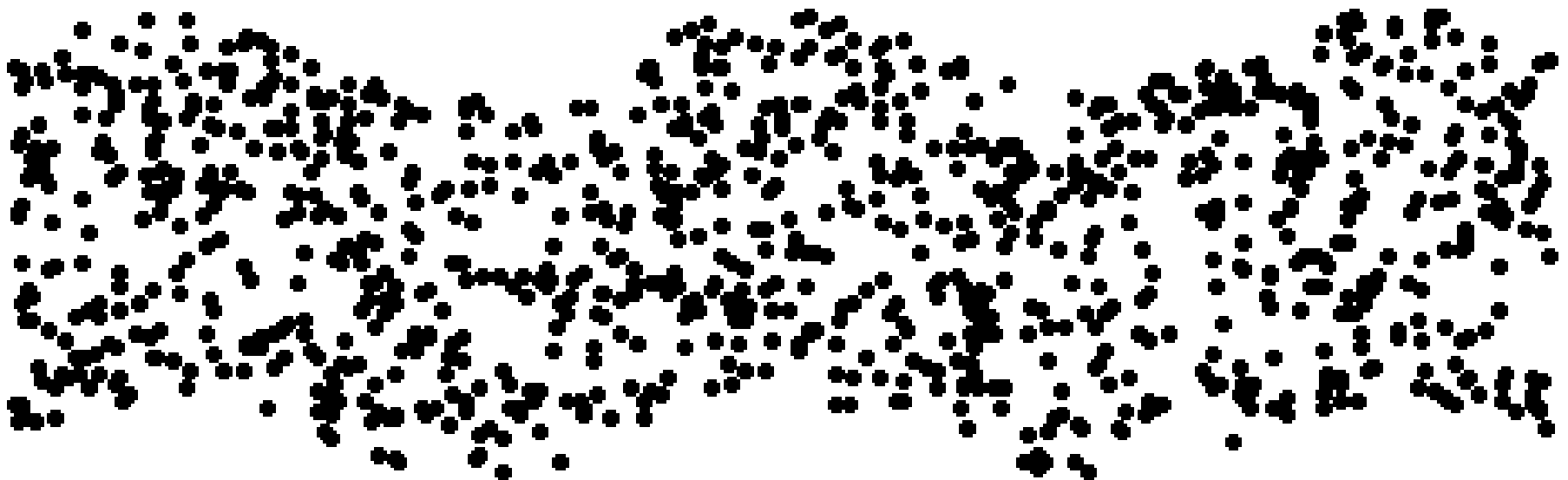


Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

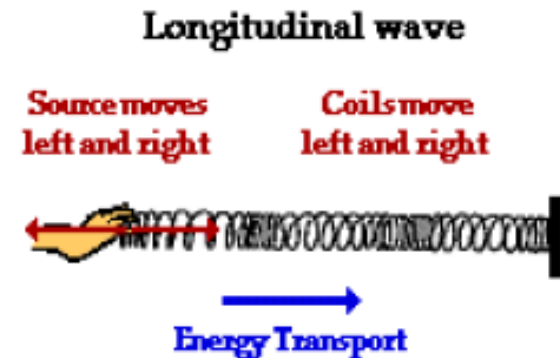


O que é uma onda?



33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

Ondas



- Ondas são oscilações que se deslocam em um meio, mas que não carregam matéria.
- Qualquer sinal transmitido com velocidade constante
- As ondas podem percorrer grandes distâncias, mas o meio tem um movimento apenas limitado.

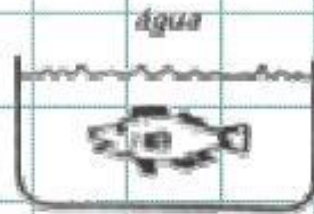
Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

Ondas

Mecânicas

Eletromagnéticas



Som



luz artificial



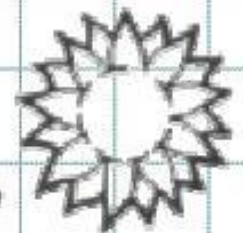
televisão



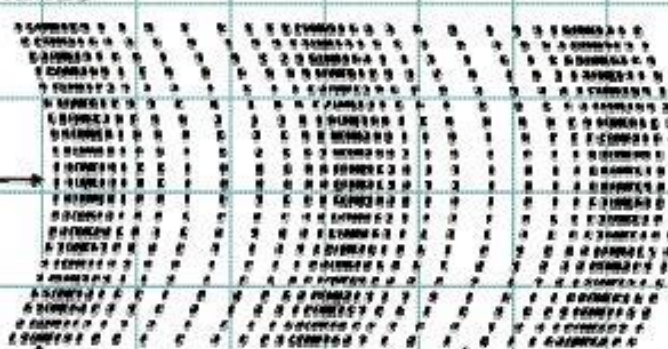
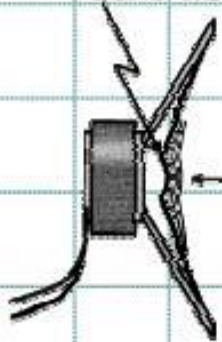
rádio de pilha



calor e luz natural



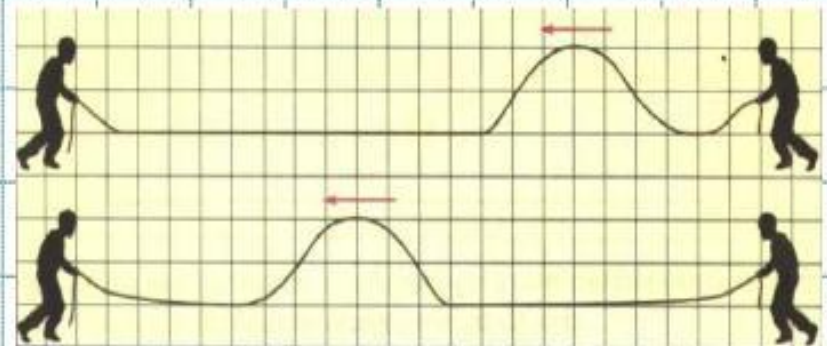
Cone vibrando



AR

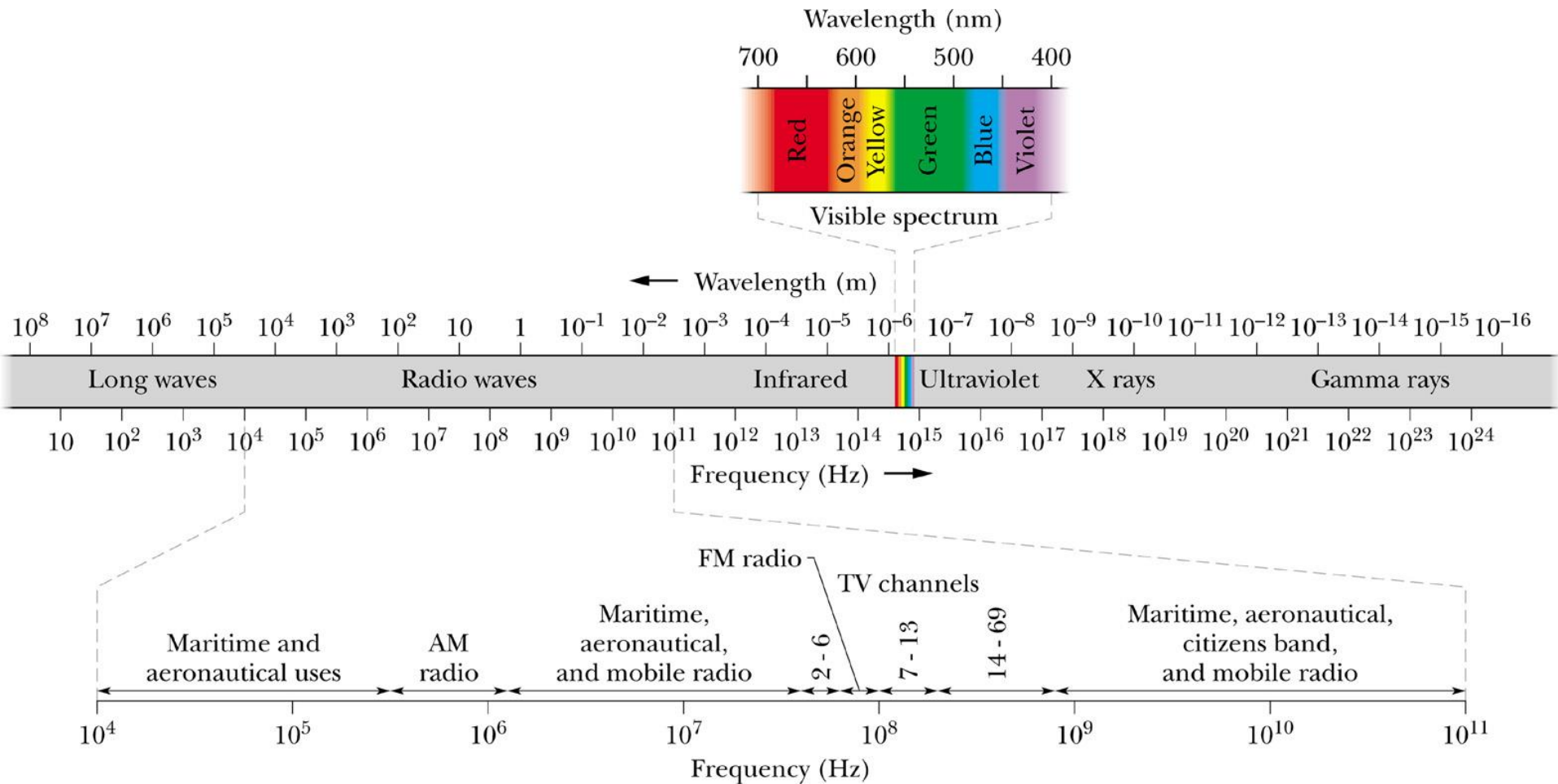
Compressão

Rarefação



Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

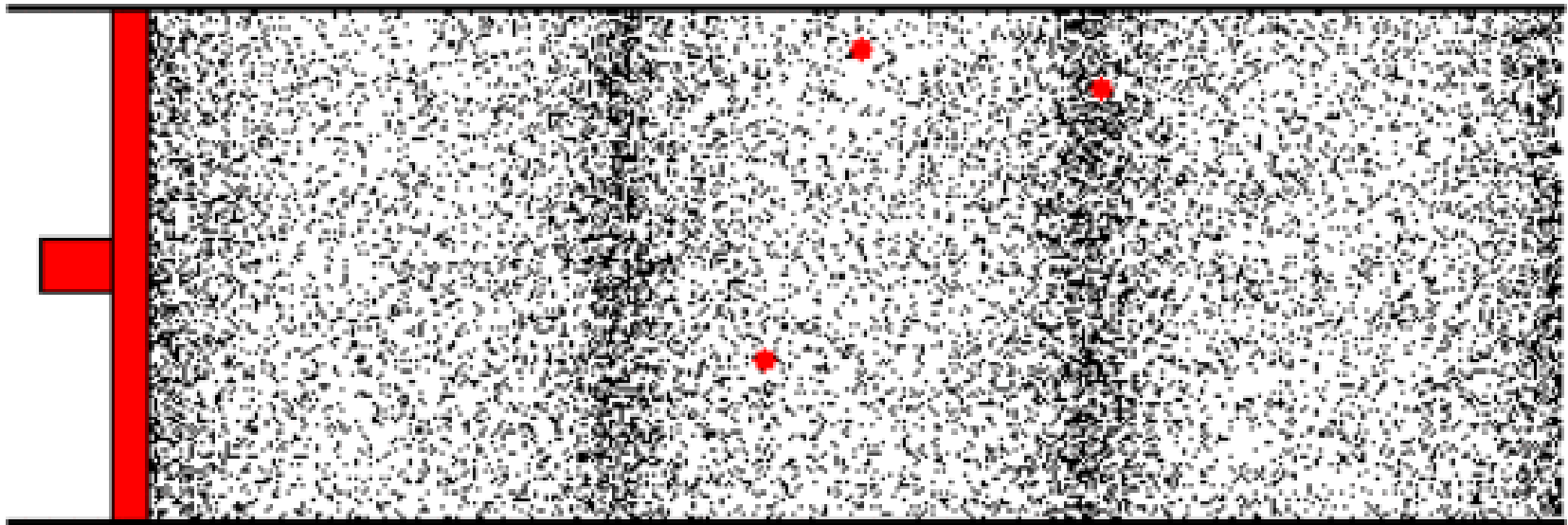


Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

Ondas Longitudinais:

Longitudinal Wave



Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

Ondas Transversais:

Transverse Wave



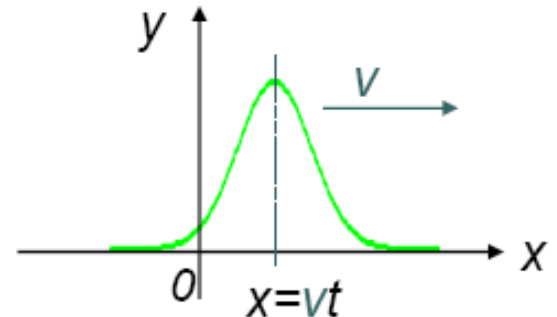
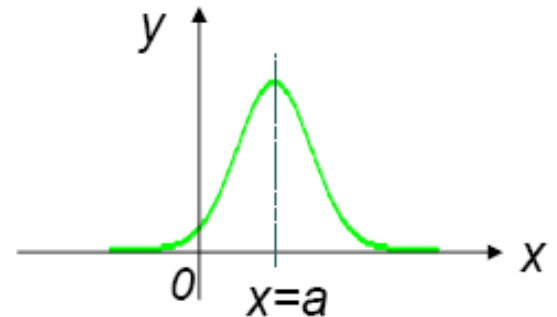
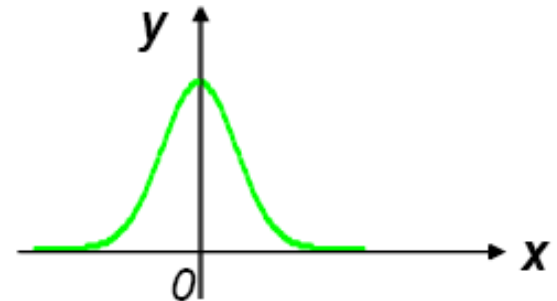
33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

Descrição Matemática

- Supor que temos alguma função $y = f(x)$:

$f(x-a)$ tem a mesma forma, só que deslocada uma distância a à direita:

Seja $a=vt$ então $f(x-vt)$ será descrita pela mesma forma, se movendo à direita com velocidade v .



Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

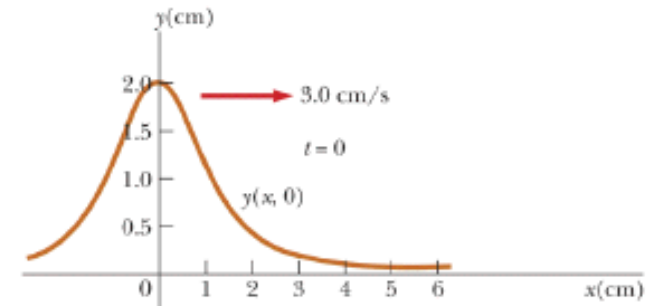


Pulso para a direita

$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3t)^2 + 1}$$

$t = 0 \text{ s}$

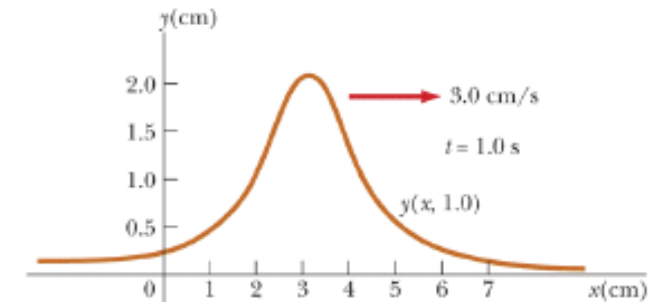
$$y(x, t) = \frac{2}{x^2 + 1}$$



(a)

$t = 1 \text{ s}$

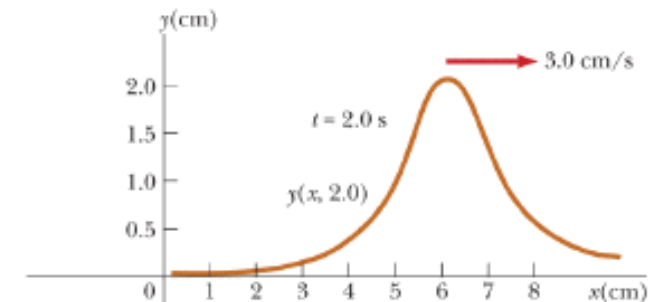
$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3)^2 + 1}$$



(b)

$t = 2 \text{ s}$

$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 6)^2 + 1}$$



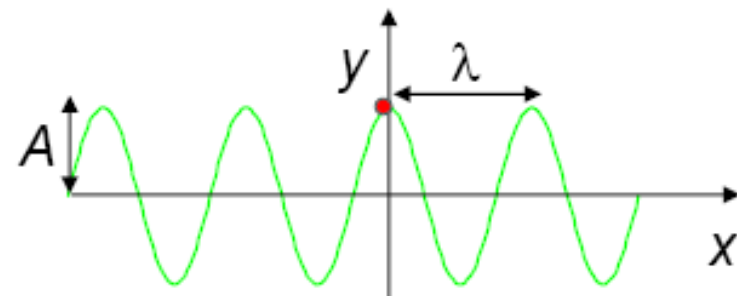
(c)

Onda harmônica

- Considere uma onda harmônica em x com comprimento de onda λ .

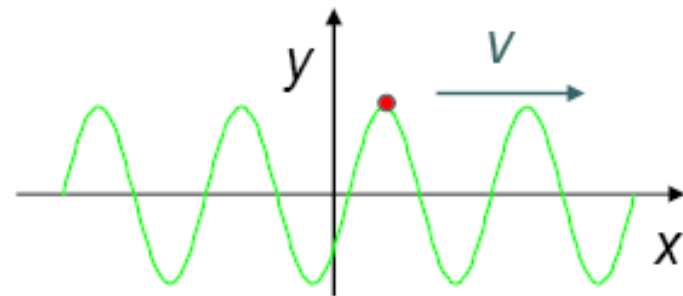
Se a amplitude for máxima em $x=0$ essa onda tem a forma:

$$y(x) = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$



Mas, se ela está se movendo para a direita com velocidade v ela será descrita por:

$$y(x, t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right)$$



Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

- **Sabemos que:**

$$y(x, t) = y_m \text{sen}[k(x - vt)]$$

- **Para $x = x_1$ e $t = 0$, tem-se:**

$$y(x_1, 0) = y_m \text{sen}(kx_1)$$

- **Para $x = x_1 + \lambda$ e $t = 0$, tem-se:**

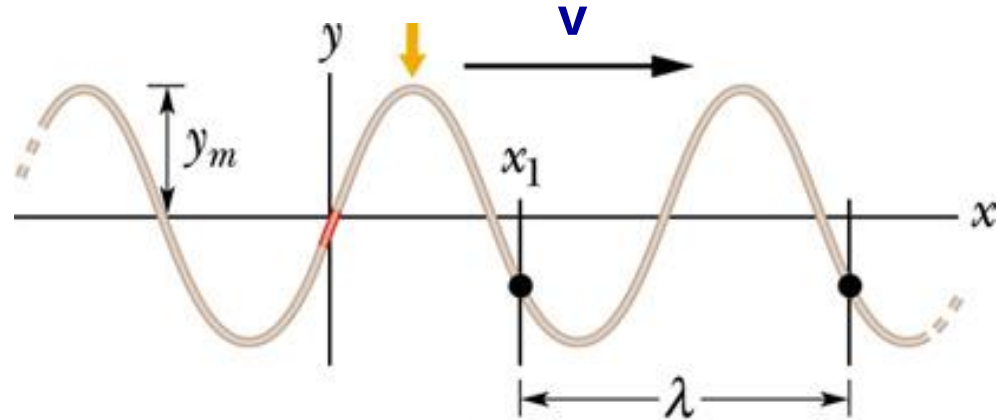
$$y(x_1 + \lambda, 0) = y_m \text{sen}[k(x_1 + \lambda)]$$

- **No entanto:**

$$y(x_1, 0) = y(x_1 + \lambda, 0) \therefore y_m \text{sen}(kx_1) = y_m \text{sen}[k(x_1 + \lambda)] \therefore$$

$$y_m \text{sen}(kx_1) = y_m \text{sen}(kx_1 + k\lambda) \therefore \text{A função seno se repete primeiramente quando o ângulo é acrescido de } 2\pi \text{ radianos.}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ (número de onda)}$$



Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

- Então:

$$y(x, t) = y_m \text{sen}[k(x - vt)]$$

- Pode ser escrita, como:

$$y(x, t) = y_m \text{sen}(kx - kv t)$$

- Mas:

$$kv = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{T} \quad \therefore kv = \frac{2\pi}{T} \quad \therefore kv = \omega$$

- Desse modo, tem-se:

(função de onda senoidal)

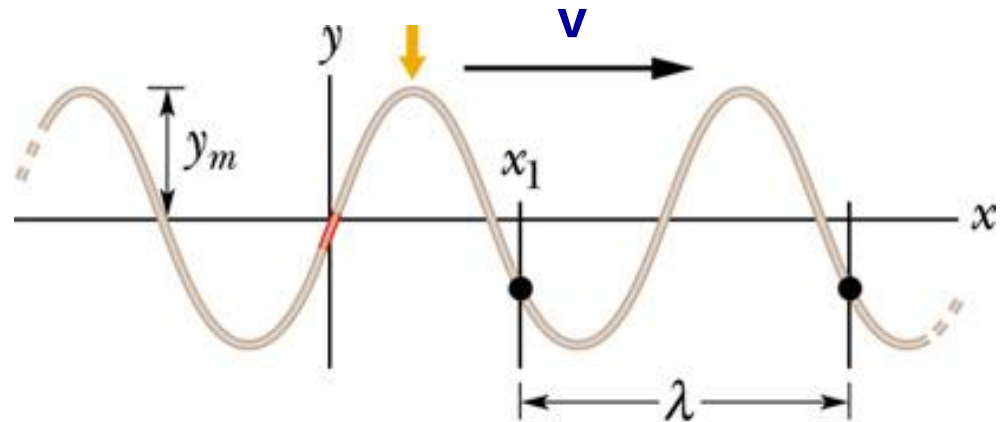


Diagrama de identificação dos termos na equação da onda:

$$y(x, t) = y_m \text{sen}(kx - \omega t)$$

Identificação dos termos:

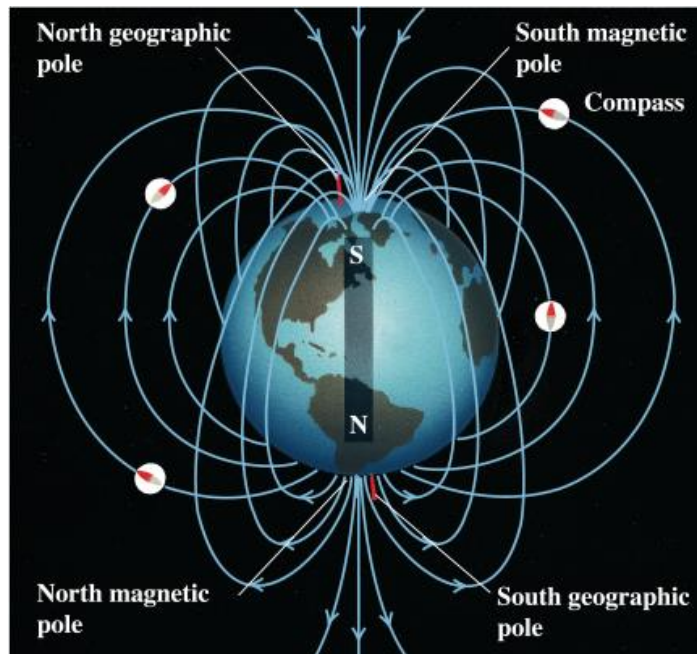
- Amplitude**: y_m
- Deslocamento**: y
- Fator oscilatório**: $\text{sen}(kx - \omega t)$
- Fase**: $kx - \omega t$
- Número de onda**: k
- Posição**: x
- Tempo**: t
- Frequência angular**: ω

O magnetismo da Terra

Em 1600, William Gilbert descobriu que a **Terra era um ímã natural permanente** com **pólos magnéticos próximos aos pólos norte e sul geográficos**: seu campo magnético pode ser aproximado pelo de uma enorme barra imantada (um dipolo magnético) que atravessa o centro do planeta. Uma vez que o pólo norte da agulha imantada de uma bússola aponta na direção do pólo sul de um ímã, o que é denominado **pólo norte da Terra**, é na realidade, **um pólo sul do dipolo magnético terrestre**.



O magnetismo da Terra



A direção do campo magnético sobre a superfície da Terra pode ser especificada em termos de dois ângulos: a *declinação* e a *inclinação* do campo.

O campo observado em qualquer local da superfície varia com o tempo. Por exemplo, entre 1580 e 1820 a direção indicada pelas agulhas de uma bússola variou de 35° em Londres.

As Equações de Maxwell

As **equações de Maxwell** são **equações básicas do eletromagnetismo**, capazes de explicar uma grande variedade de fenômenos e são a base do funcionamento de muitos dispositivos eletromagnéticos. São elas:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

- As duas últimas equações mostram que variações espaciais ou temporais do campo elétrico (magnético) implicam em variações espaciais ou temporais do campo magnético (elétrico)

A Equação de uma Onda Eletromagnética

Vamos deduzir uma equação diferencial cujas soluções descrevem uma onda eletromagnética e descobrir a sua velocidade de propagação no vácuo. Consideremos as equações de Maxwell com $\rho = J = 0$.
Tomando-se o rotacional de (3) e utilizando (1):

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Mas: $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$

E como $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$:

$$\nabla^2 \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (5)$$

Analogamente, tomando-se o rotacional de (4) e utilizando (2):

$$\nabla^2 \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (6)$$

As equações (5) e (6) equivalem a **seis equações escalares** (uma para cada componente de $\vec{E}$ e $\vec{B}$) formalmente idênticas.

A Equação de uma Onda Eletromagnética

Para simplificar, consideremos que $\vec{E}$ e $\vec{B}$ estejam nas direções y e z , respectivamente e ainda que $E_y = E_y(x, t)$ e $B_z = B_z(x, t)$. Então, as equações (5) e (6) se simplificam para:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} \quad (7)$$

Cada uma destas equações é formalmente idêntica à equação:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2},$$

que representa uma onda oscilando na direção y e propagando-se na direção x com velocidade v . Então, as equações (7) acima representam uma onda que se propaga na direção x com velocidade

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cong 3,0 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = c$$

A Equação de uma Onda Eletromagnética

Ou seja, uma onda **EM** se propaga no vácuo **com velocidade da luz**.
A equação de onda para um escalar **ψ** qualquer (representando qualquer componente de **$\vec{E}$** ou **$\vec{B}$**) é:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0,$$

cuja solução é do tipo:

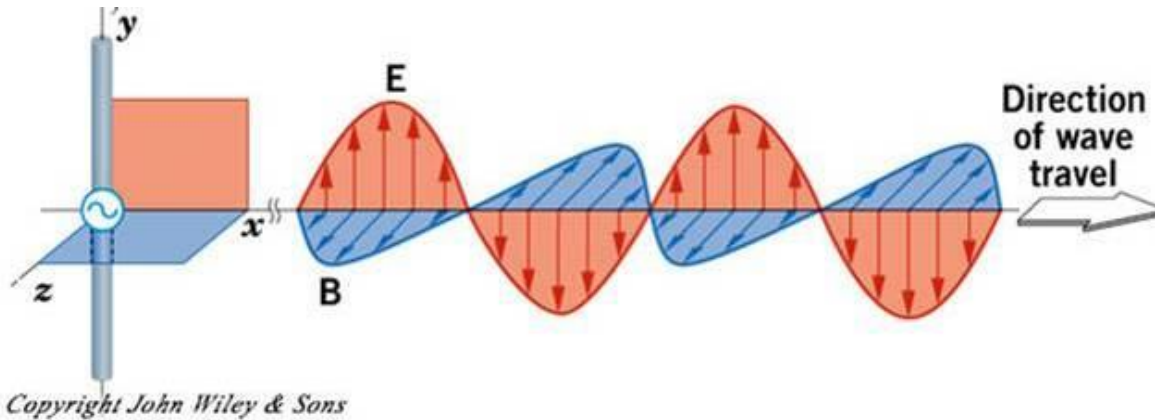
$$\psi = \psi_m \sin(kx \pm \omega t) \quad , \quad \text{com} \quad k = \frac{\omega}{c}.$$

A solução mais geral para propagação numa direção genérica do espaço é:

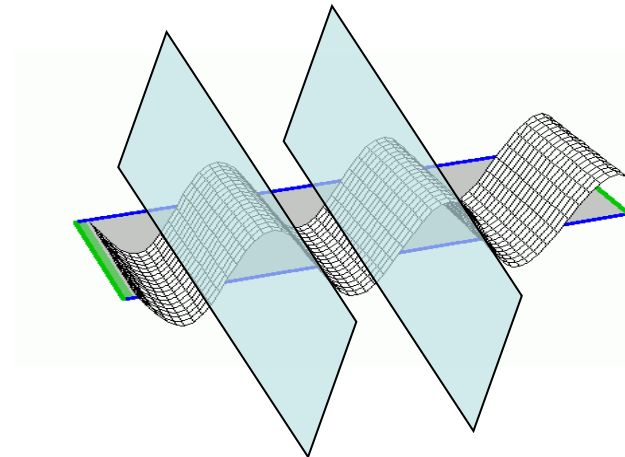
$$\psi = \psi_m e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} \pm \omega t)}$$

Ondas eletromagnéticas planas

$$E_y(x,t) = E_0 \sin k(x - ct) = E_0 \sin(kx - \omega t); \quad \omega = ck$$



- E e B propagam-se em fase.
- E e B são mutuamente perpendiculares.
- $E \times B$ aponta na direção de propagação



Ondas eletromagnéticas

Período:

$$T$$

Comprimento
de onda:

$$\lambda$$

Frequência:

$$f = \frac{1}{T}$$

Frequência
angular:

$$\omega = 2\pi f$$

Número de
onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Velocidade de
uma onda:

$$v = \frac{\omega}{k} = \lambda f$$

<http://www.walter-fendt.de/ph11e/emwave.htm>

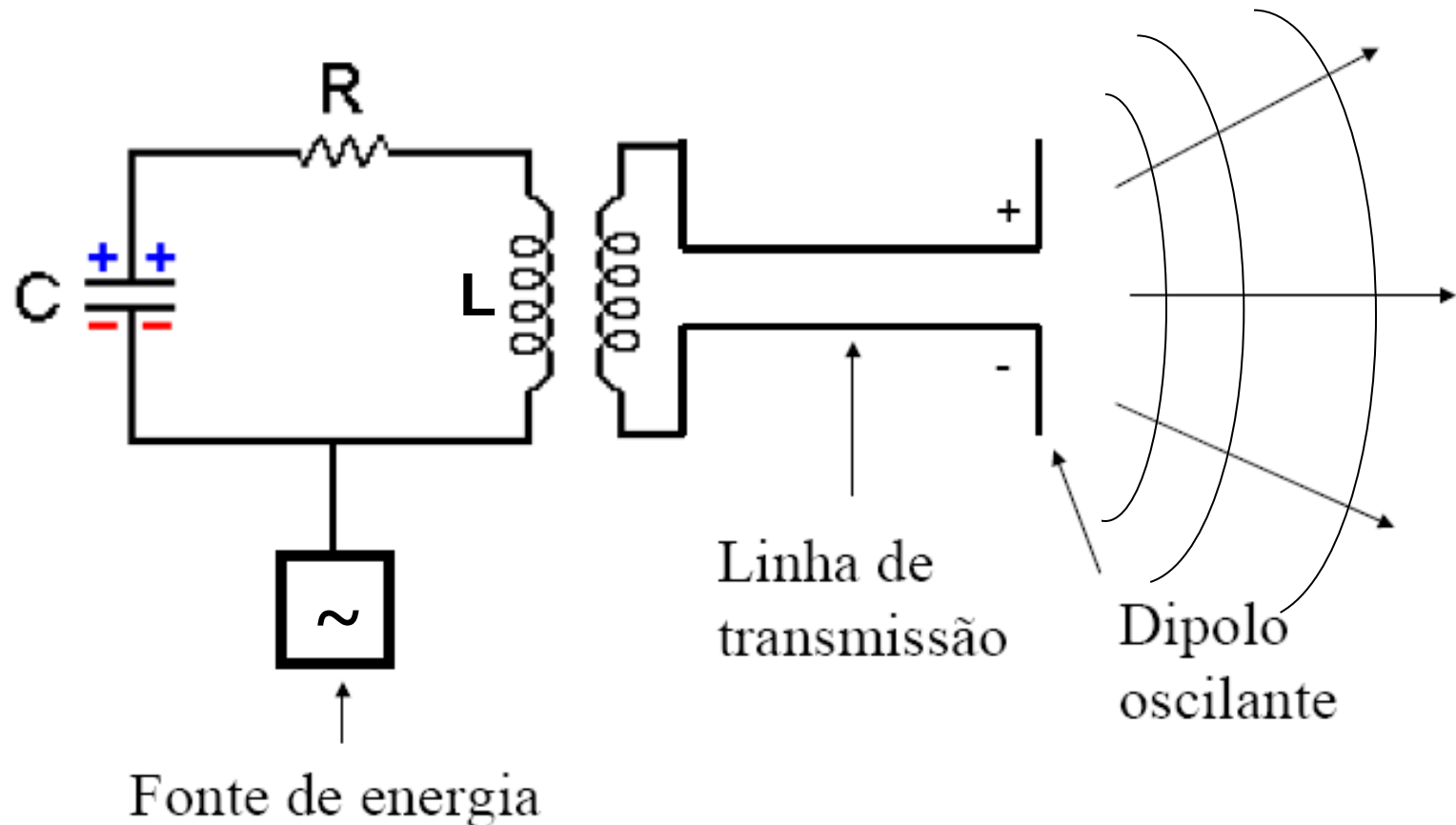
(uma onda eletromagnética)

<http://people.seas.harvard.edu/~jones/ap216/applets/emWave/emWave.html>

(a propagação de uma onda eletromagnética)

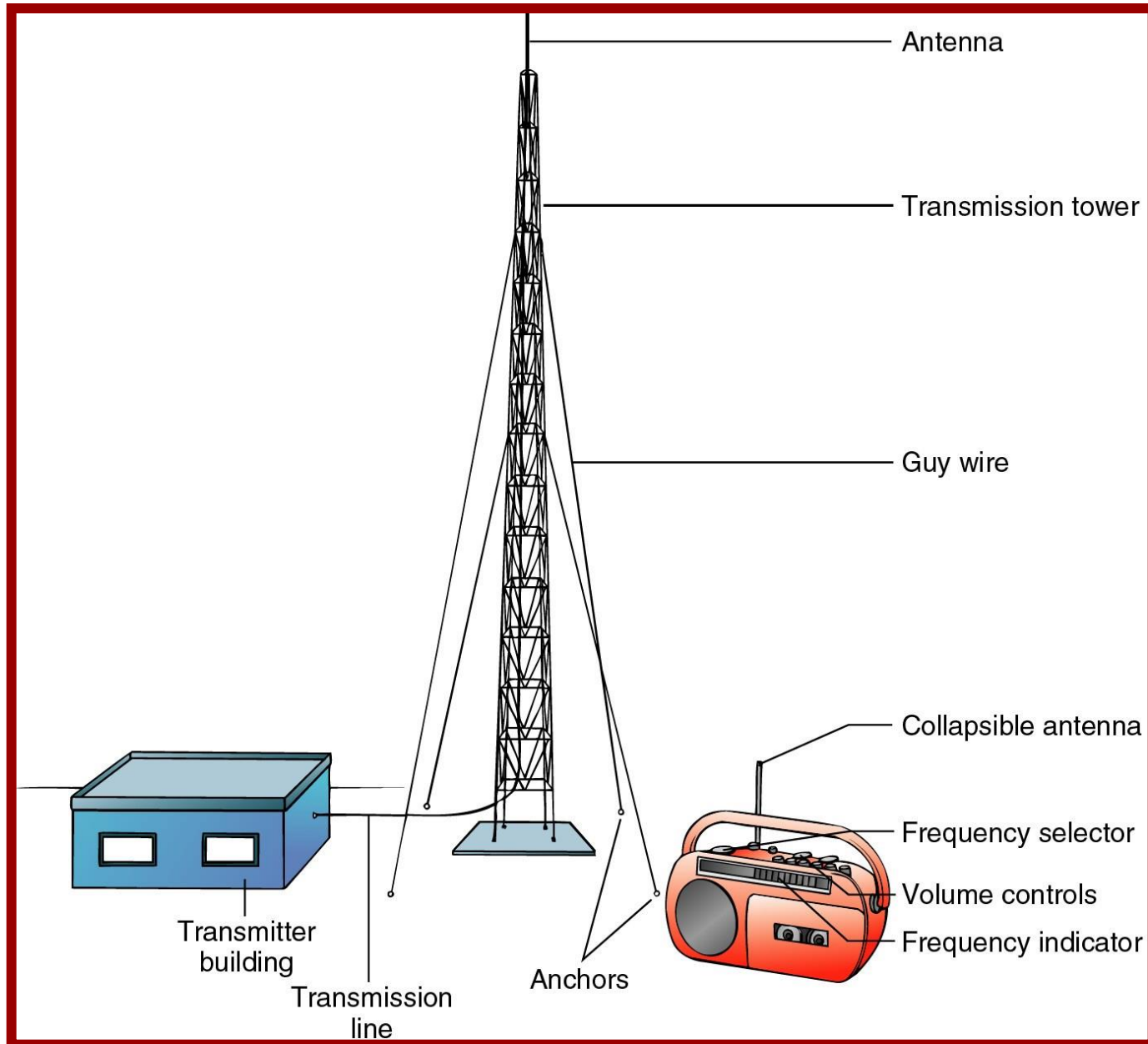
Ondas eletromagnéticas

Transmissor : Gerador de corrente alternada ligado a uma antena

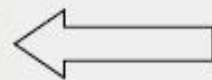
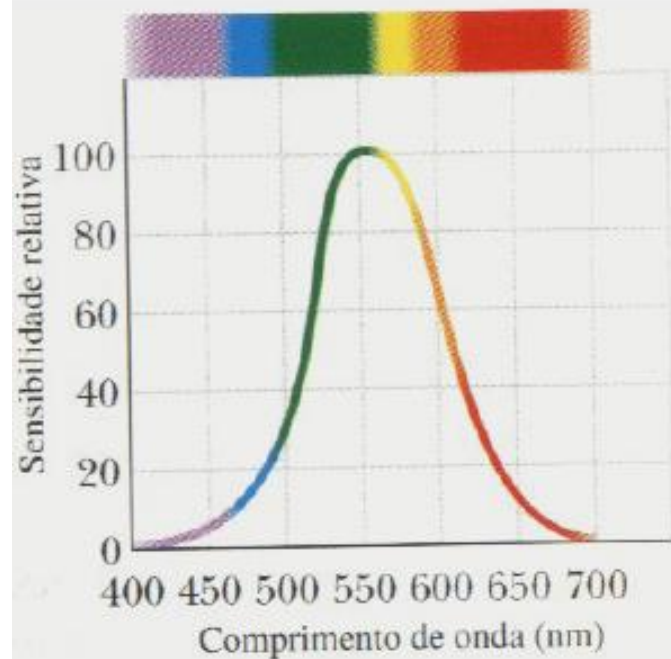


$$\text{Oscilação da corrente} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

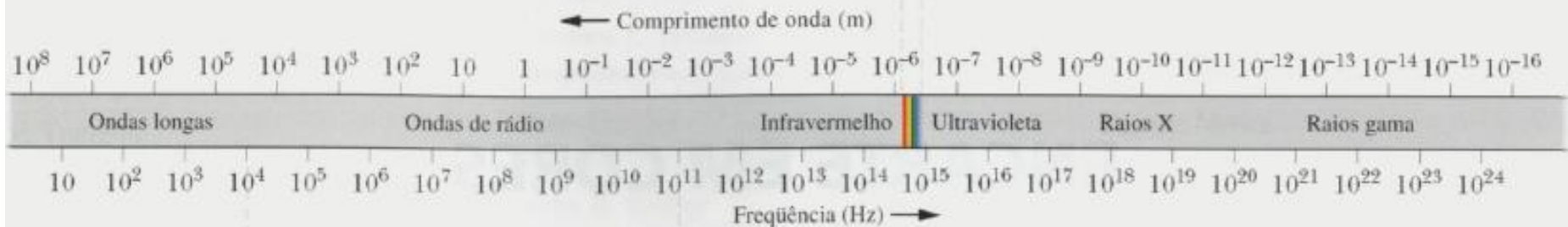
Ondas Eletromagnéticas



Ondas eletromagnéticas



Sensibilidade do olho humano



Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

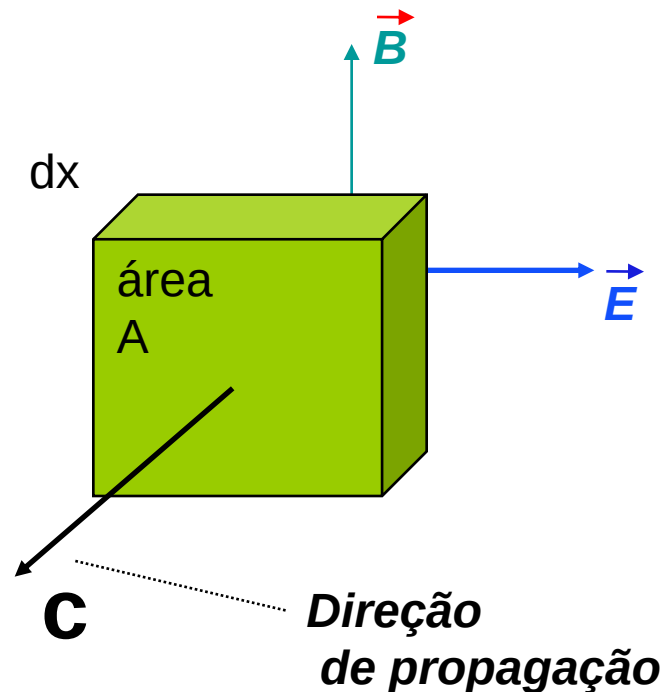
33-5 | Transporte de Energia e o Vetor de Poynting

- A taxa de transporte de energia por unidade de área por parte de uma onda eletromagnética é descrita por um vetor $\vec{S}$, denominado **Vetor de Poynting**.

- O vetor de Poynting é dado por:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$S = \left(\frac{\text{energia / tempo}}{\text{área}} \right)_{\text{inst}} = \left(\frac{\text{potência}}{\text{área}} \right)_{\text{inst}}$$



- Definimos a intensidade S como a taxa de transferência de energia por unidade de área (**W/m²**):

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

- Como $\mathbf{E}$ e $\mathbf{B}$ são mutuamente perpendiculares em uma onda eletromagnética, o módulo de $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ é $E \cdot B$. Assim, o módulo de $\mathbf{S}$ é:

$$S = \frac{1}{\mu_0} EB$$

- Onde S , E e B são valores instantâneos.

- Como existe uma relação entre E e B ($E/B=c$), podemos trabalhar com apenas uma dessas grandezas. Escolhemos trabalhar com E , já que a maior parte dos instrumentos usados para detectar ondas eletromagnéticas é sensível à componente elétrica da onda e não à componente magnética. Usando a relação $B=E/c$, reescrevemos a equação acima.

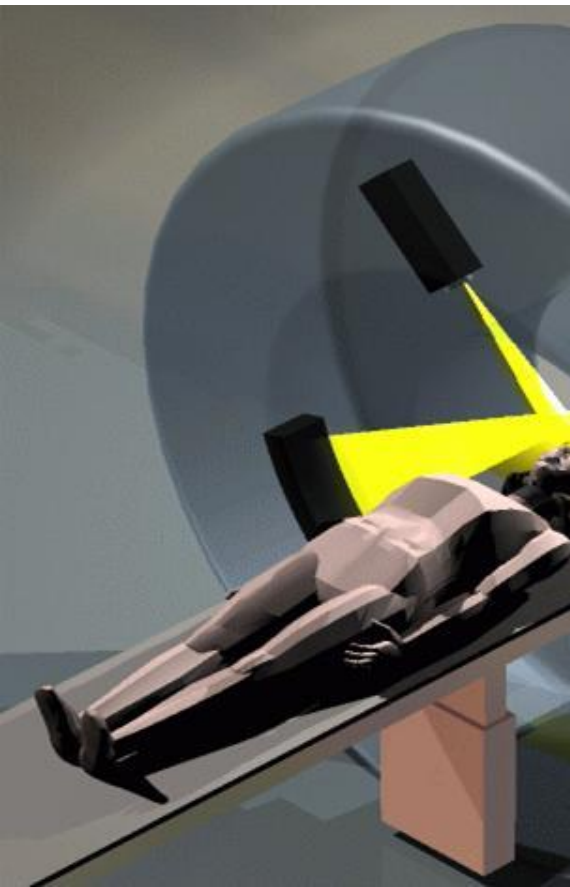
$$S = \frac{1}{c\mu_0} E^2$$

Fluxo Instantâneo de Energia

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-5 | Transporte de Energia e o Vetor de Poynting

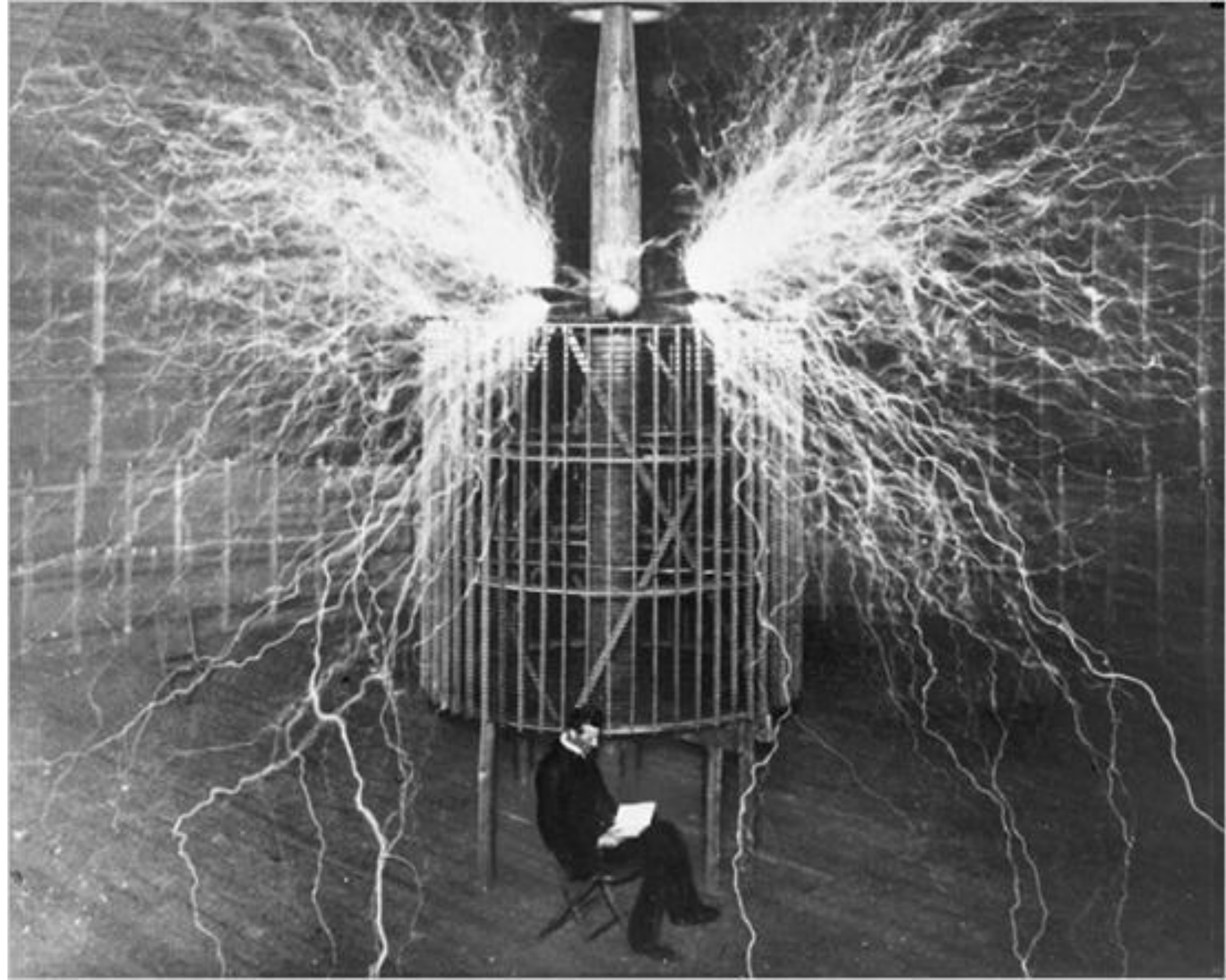
- Ondas Eletromagnéticas transportam energia.
- Elas podem transferir essa energia para os objetos que se encontram em seu caminho.



Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-5 | Transporte de Energia e o Vetor de Poynting





Japão lança sonda que viaja impulsionada pela luz do Sol

<http://g1.globo.com/ciencia-e-saude/noticia/2010/05/japao-lanca-sonda-que-viaja-impulsionada-pela-luz-do-sol.html>

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

