UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Escola de Engenharia de Lorena – EEL

"LOM3055 - FÍSICA PARA ENGENHARIA DE MATERIAIS II"

Prof. Dr. Durval Rodrigues Junior

Departamento de Engenharia de Materiais (DEMAR)
Escola de Engenharia de Lorena (EEL)
Universidade de São Paulo (USP)
Polo Urbo-Industrial, Gleba AI-6 - Lorena, SP 12600-970
durval@demar.eel.usp.br

LOM3055 - Física para Engenharia de Materiais II

Programa Resumido

1) Ondas eletromagnéticas e Equações de Maxwell
2) Interação de ondas eletromagnéticas com a matéria (Lei de Lambert)
3) Reflexão, refração, interferência e difração da luz
4) O fenômeno da polarização e polarização por reflexão
5) Teoria da Relatividade restrita
6) A radiação de corpo negro e a hipótese de Planck
7) O efeito fotoelétrico e o efeito de Compton
8) Raias espectrais e o modelo quântico de Bohr
9) Propriedade ondulatória das partículas e o princípio de *de Broglie*
10) O princípio de incerteza de Heisenberg, tratamento probabilístico.
11) Introdução à Mecânica Quântica.
12) Tunelamento através de uma barreira de potencial e introdução ao oscilador harmônico simples
13) Aplicação da equação de Schrödinger para o átomo de hidrogênio e o número quântico de spin
14) Princípio de exclusão de Pauli e a tabela periódica.

LOM3055 - Física para Engenharia de Materiais II

Bibliografia

1) Raymond A. Serway, Física 3 e Física 4 para Cientistas e Engenheiros, 3ª edição, LTC, 1996.

2) Paul A. Tipler, Física - Eletricidade e Magnetismo, ótica, 4ª edição, LTC, 2001.

3) David Halliday, Robert Resnick e Jearl Walker, Fundamentos de Física 3 - Eletromagnetismo, 6ª edição, LTC, 2003.

4) Raymond A. Serway and Robert J. Beichner, Physics for Scientists and Engineers, Fifth edition, Saunders College Publishing, 2000.

5) Sites na Internet, programas de simulação, manuais de equipamentos, artigos científicos e notas de aulas.

6) Agradecimentos especiais ao Prof. Dr. José Antonio Roversi, IFGW-UNICAMP, pela disponibilização de notas de aula.

LOM3055 - Física para Engenharia de Materiais II

Avaliação

Duas provas (P1 e P2)

Média Final (MF): $$MF = \frac{(P1 + 2 * P2)}{3}$$

$$\begin{cases} MF \geq 5{,}0 & Aprovado \\ 3{,}0 \leq MF < 5{,}0 & Recuperação \\ MF < 3{,}0 & Re\ provado \end{cases}$$

Nota Final (NF) após Recuperação (NR): $$NF = \frac{MF + NR}{2}$$

$$\begin{cases} NF \geq 5{,}0 & Aprovado \\ NF < 5{,}0 & Re\ provado \end{cases}$$

UNIDADE 1 -

Ondas Eletromagnéticas e Equações de Maxwell

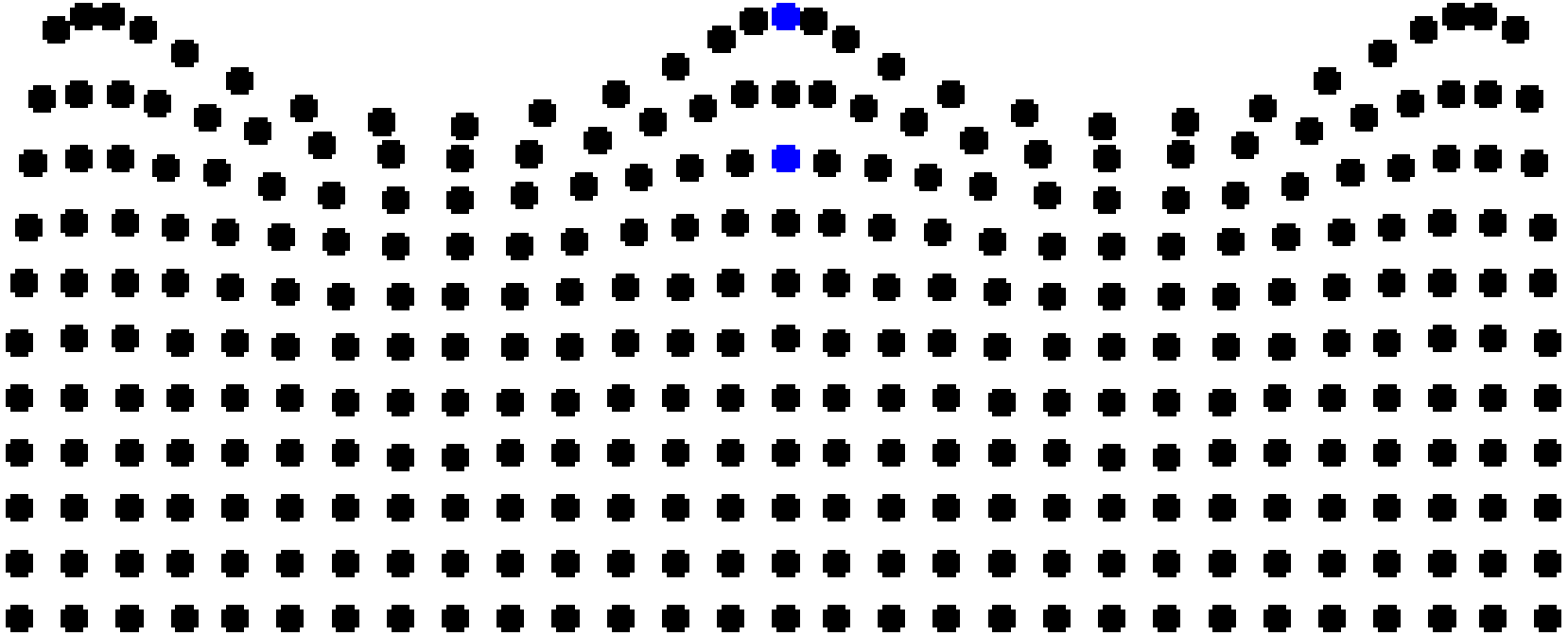
Ondas Eletromagnéticas

Física para Engenharia de Materiais II – LOM3055

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

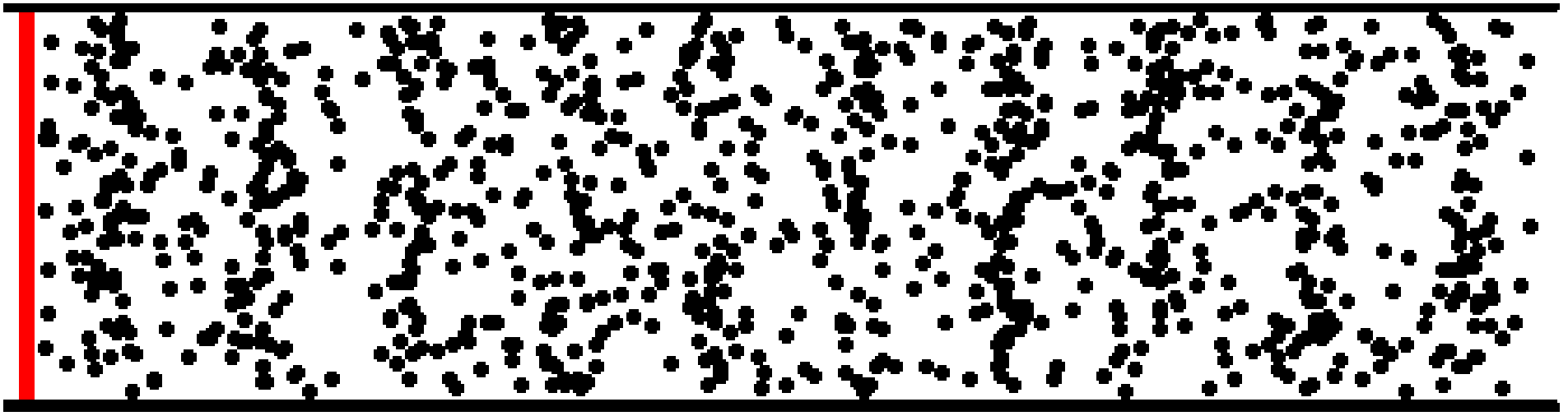
O que é uma onda?



Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

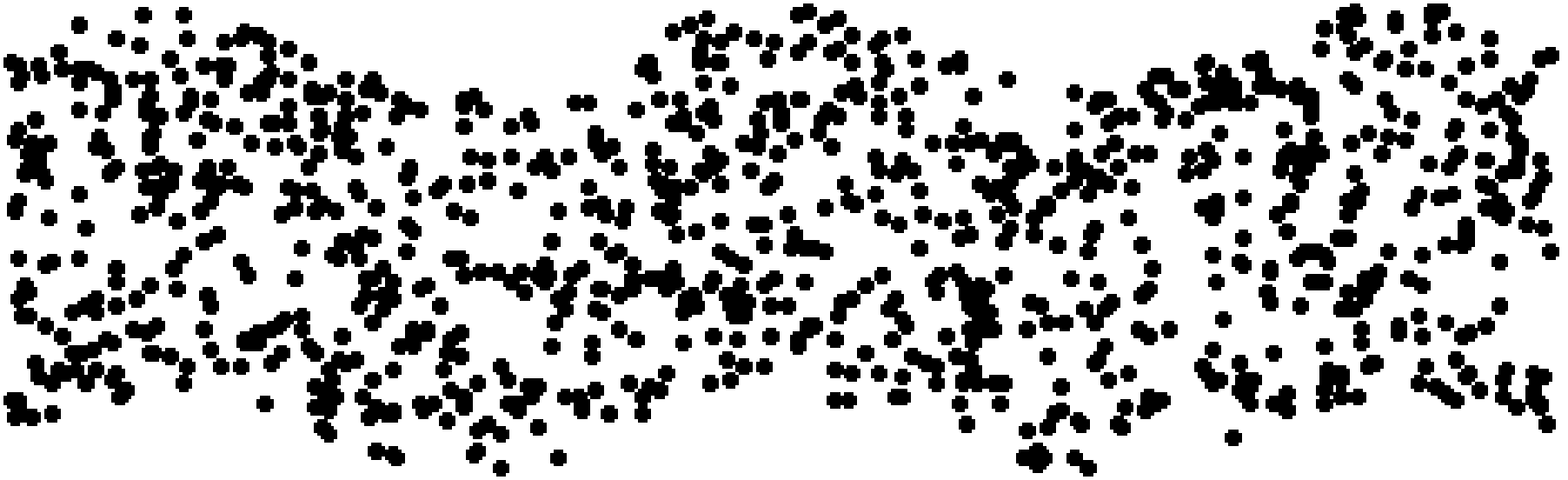
O que é uma onda?



Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

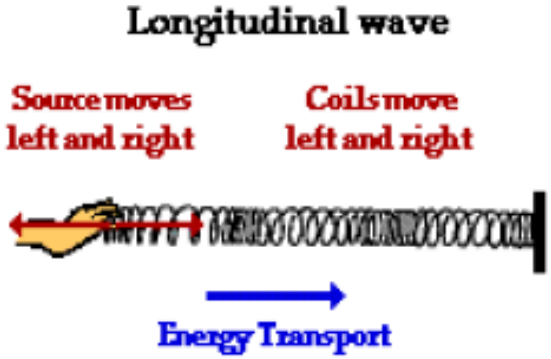
33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

O que é uma onda?



33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

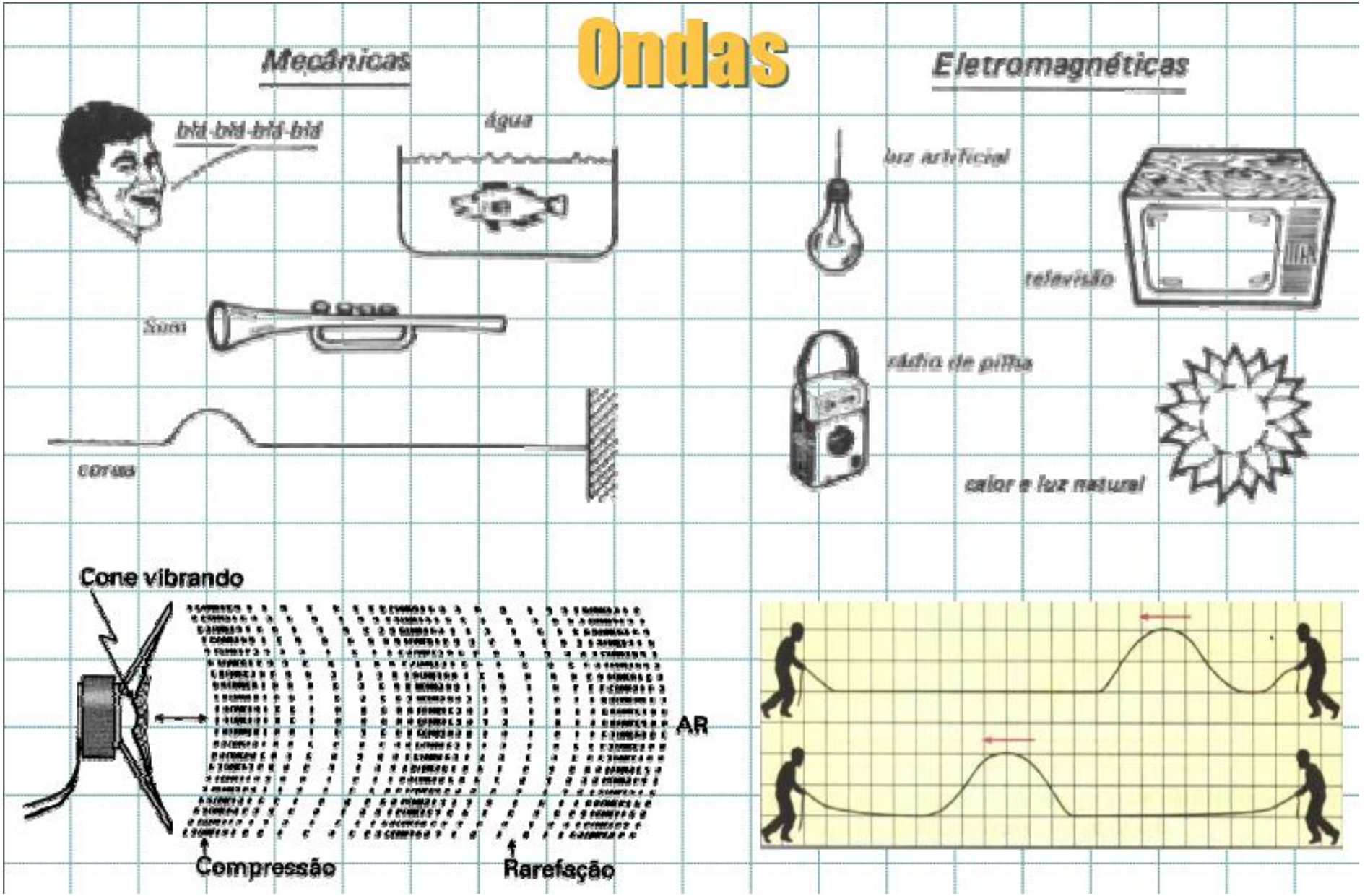
Ondas



- Ondas são oscilações que se deslocam em um meio, mas que não carregam matéria.
- Qualquer sinal transmitido com velocidade constante
- As ondas podem percorrer grandes distâncias, mas o meio tem um movimento apenas limitado.

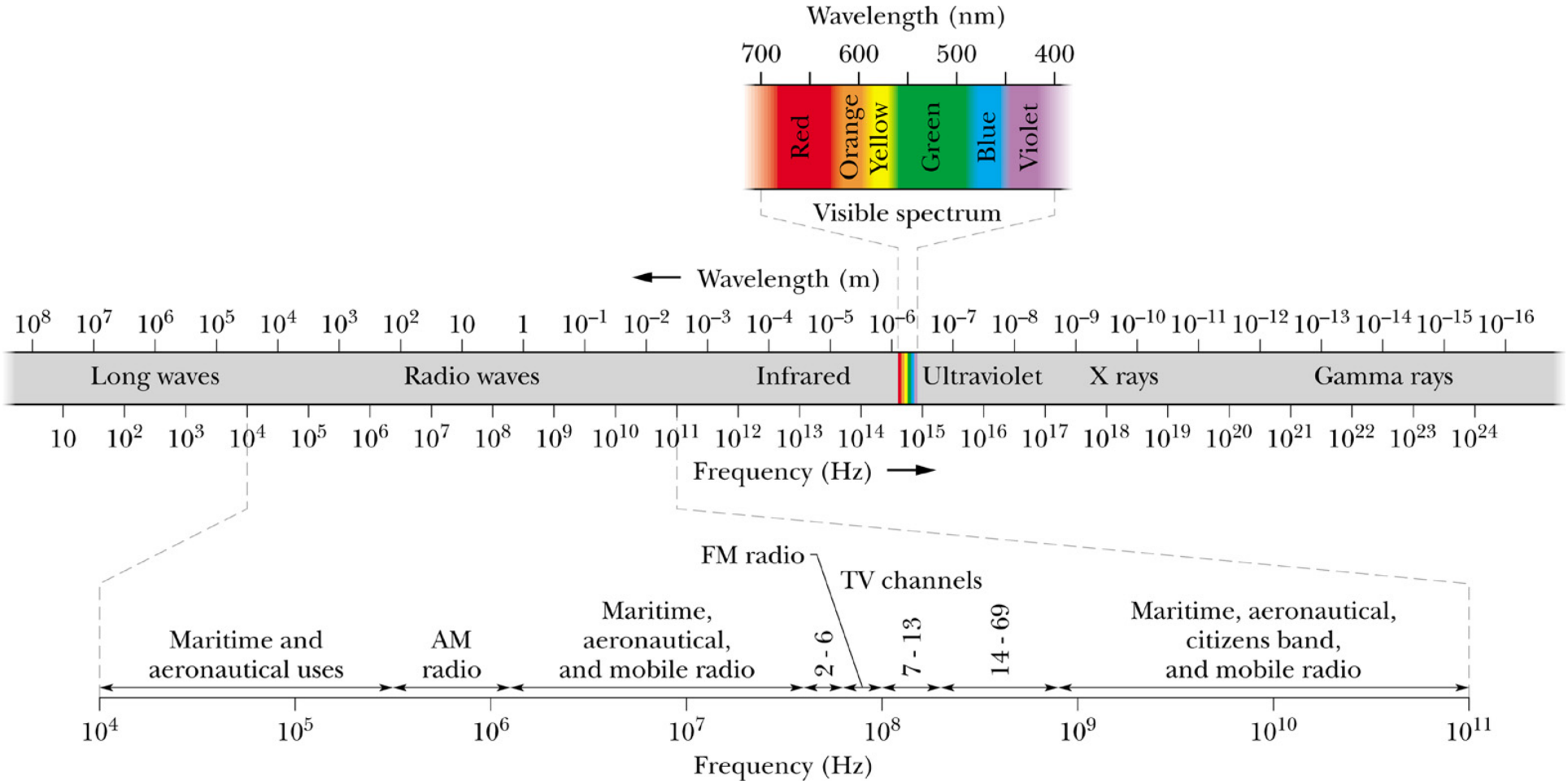
Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética



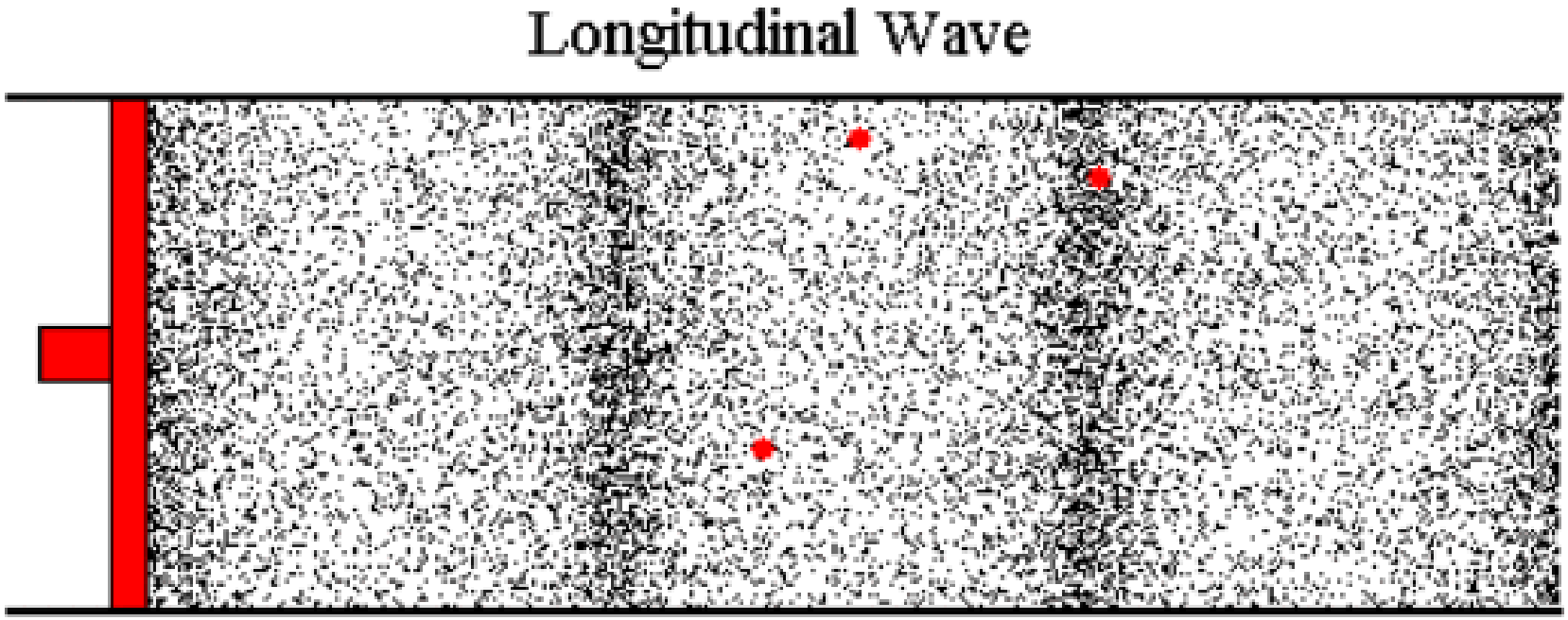
Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética



33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

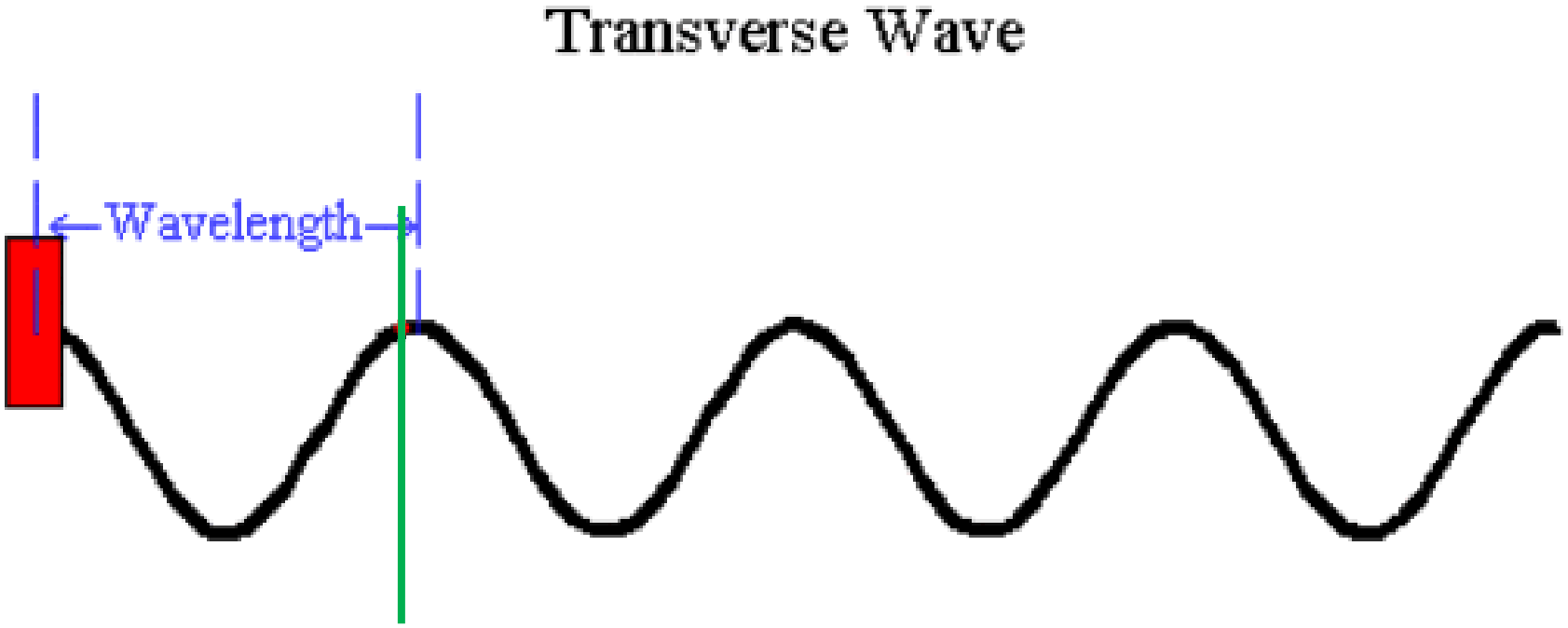
Ondas Longitudinais:



33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

Ondas

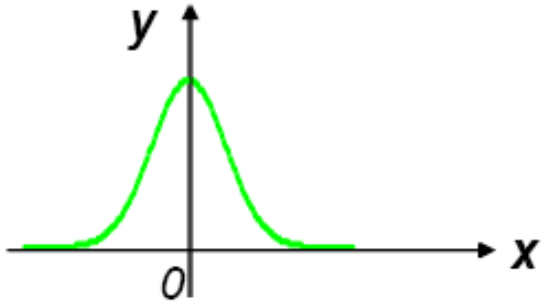
Transversais:



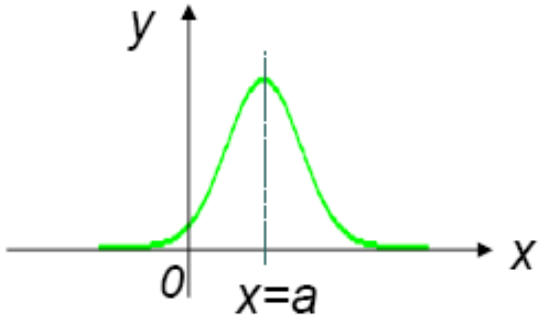
33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

Descrição Matemática

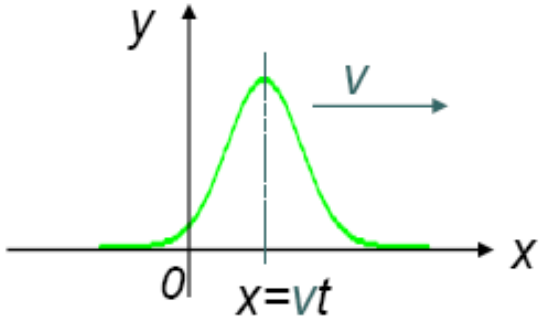
- Supor que temos alguma função $y = f(x)$:



$f(x-a)$ tem a mesma forma, só que deslocada uma distância a à direita:



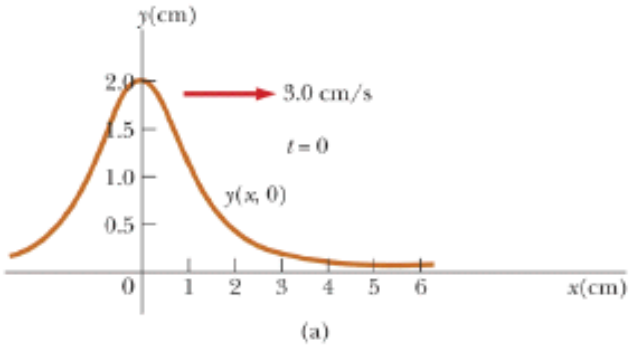
Seja $a=vt$ então $f(x-vt)$ será descrita pela mesma forma, se movendo à direita com velocidade v.



Pulso para a direita

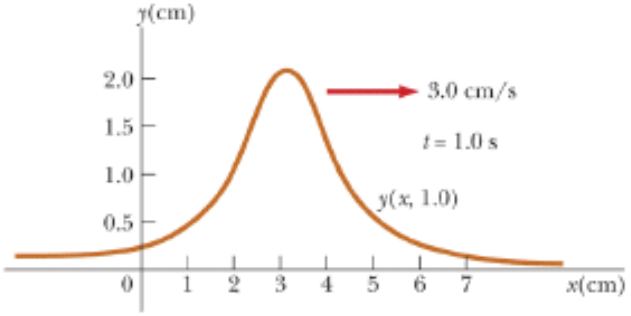
$$y(x,t) = \frac{2}{(x-3t)^2+1}$$

$t = 0\ s$ $\quad y(x,t) = \dfrac{2}{x^2+1}$



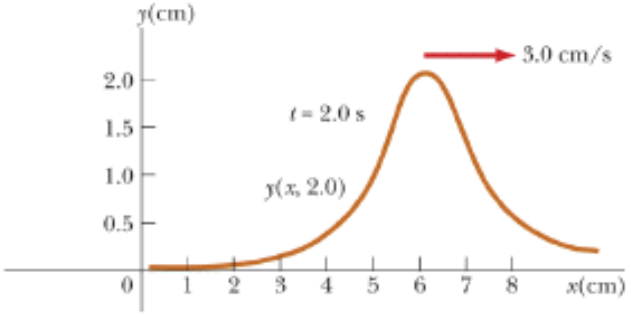
(a)

$t = 1\ s$ $\quad y(x,t) = \dfrac{2}{(x-3)^2+1}$



(b)

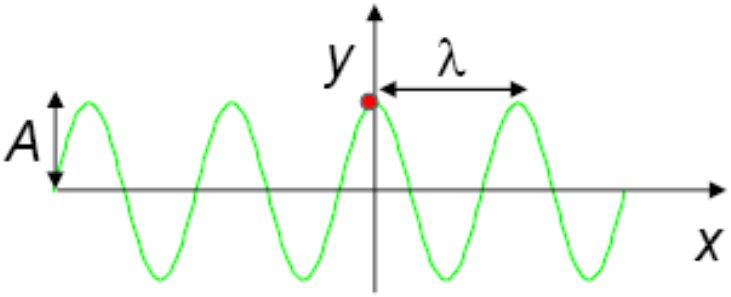
$t = 2\ s$ $\quad y(x,t) = \dfrac{2}{(x-6)^2+1}$



(c)

Onda harmônica

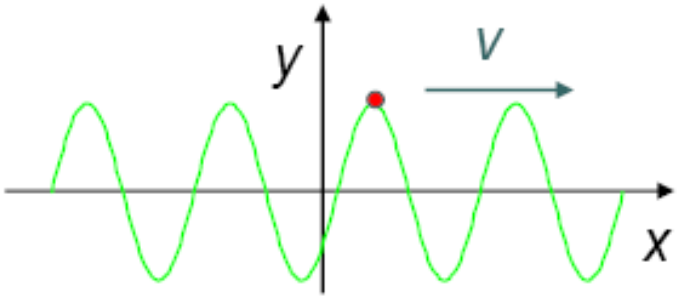
- Considere uma onda harmônica em *x* com comprimento de onda λ.



Se a amplitude for máxima em *x=0* essa onda tem a forma:

$$y(x) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

Mas, se ela está se movendo para a direita com velocidade *v* ela será descrita por:

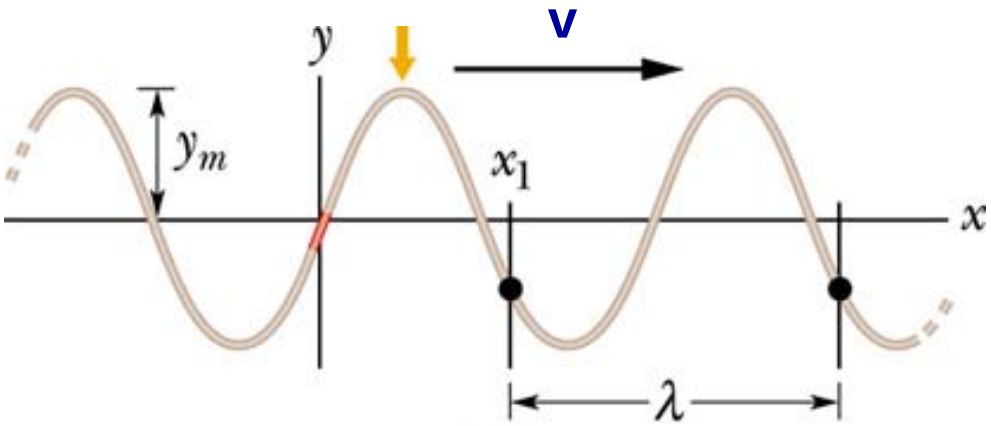


$$y(x,t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right)$$

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

- **Sabemos que:**

$$y(x,t) = y_m sen[k(x - vt)]$$



- **Para $x = x_1$ e $t = 0$, tem-se:**

$$y(x_1,0) = y_m sen(kx_1)$$

- **Para $x = x_1 + \lambda$ e $t = 0$, tem-se:**

$$y(x_1 + \lambda,0) = y_m sen[k(x_1 + \lambda)]$$

- **No entanto:**

$$y(x_1,0) = y(x_1 + \lambda,0) \;\therefore\; y_m sen(kx_1) = y_m sen[k(x_1 + \lambda)] \;\therefore$$

$$y_m sen(kx_1) = y_m sen(kx_1 + k\lambda) \;\therefore$$

A função seno se repete primeiramente quando o ângulo é acrescido de 2π radianos.

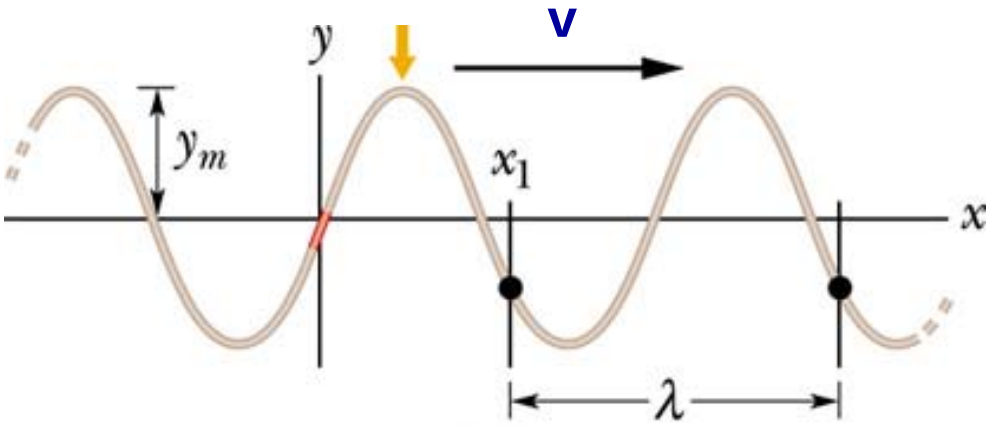
$$k\lambda = 2\pi \;\therefore$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$ (número de onda)

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

- **Então:**

$$y(x,t) = y_m sen[k(x - vt)]$$



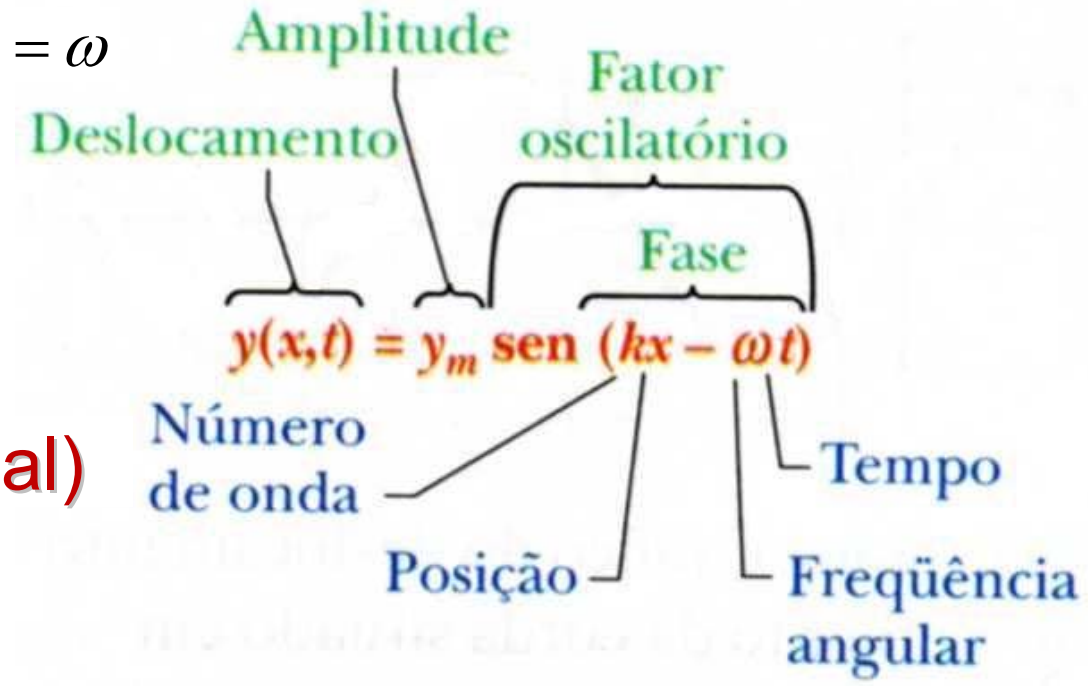
- **Pode ser escrita, como:**

$$y(x,t) = y_m sen(kx - kvt)$$

- **Mas:**

$$kv = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{T} \quad \therefore \quad kv = \frac{2\pi}{T} \quad \therefore \quad kv = \omega$$

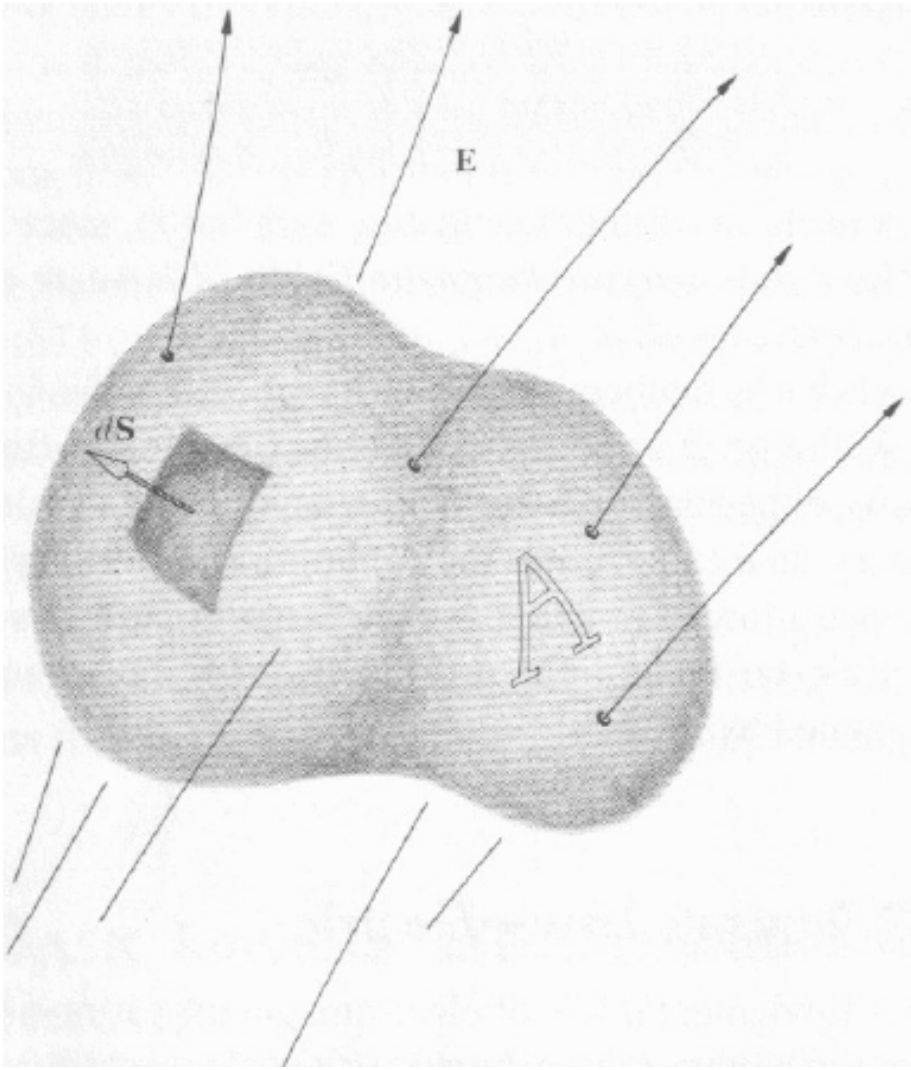
- **Desse modo, tem-se:**



(função de onda senoidal)

As equações de Maxwell

A lei de Gauss



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

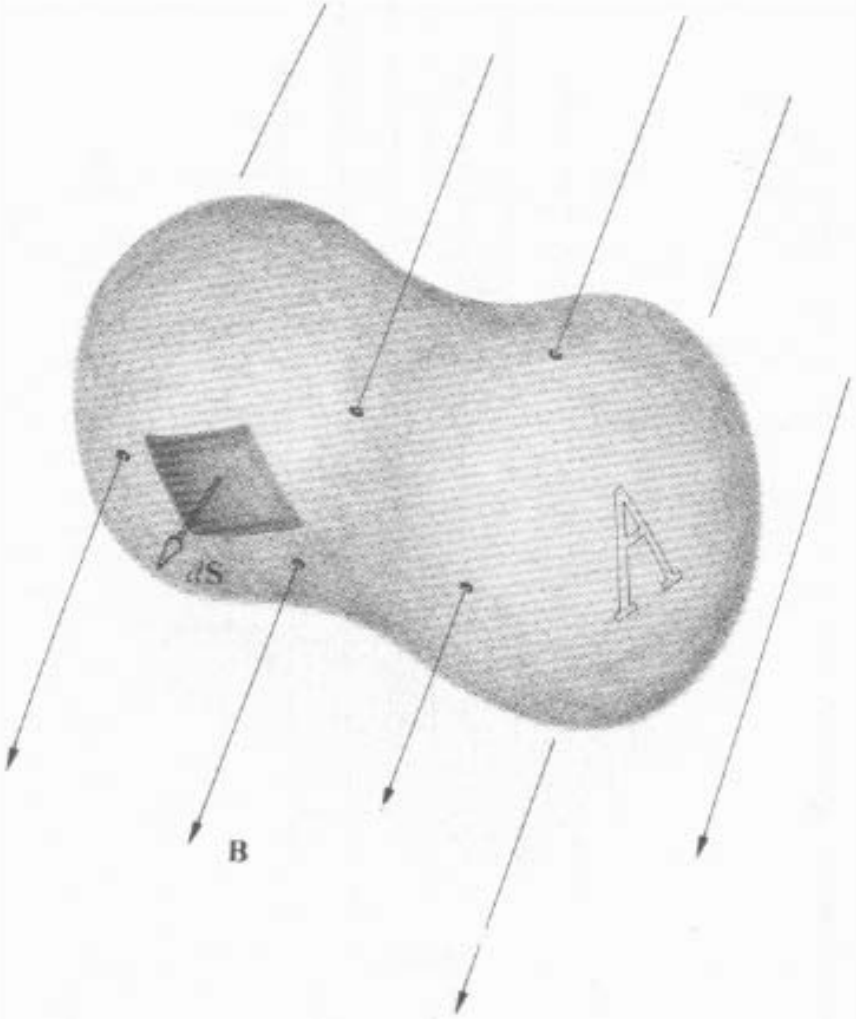
onde

$$q = \int_V \rho \, dV$$

é a carga interna à superfície considerada

As equações de Maxwell

Ausência de monopolos magnéticos



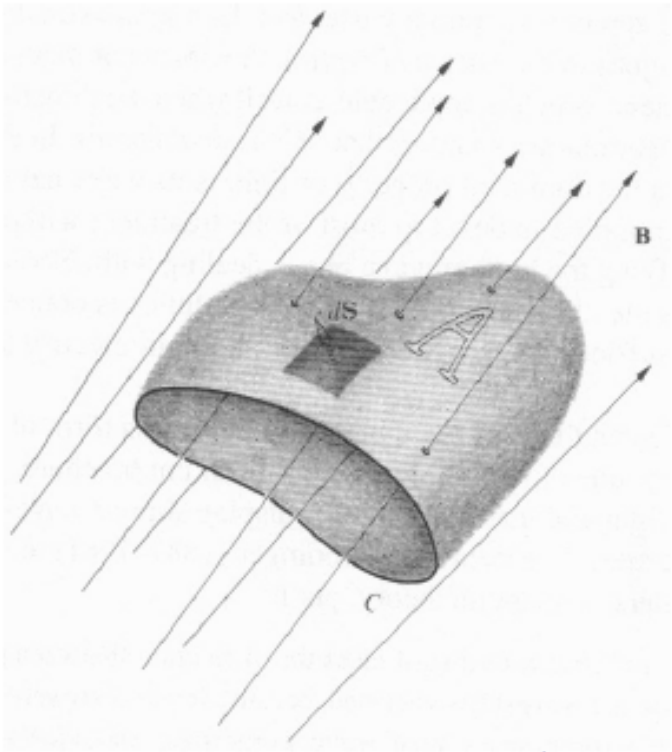
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$q_M = \int_V \rho_M \, dV \equiv 0$$

Não existem cargas magnéticas!

As equações de Maxwell

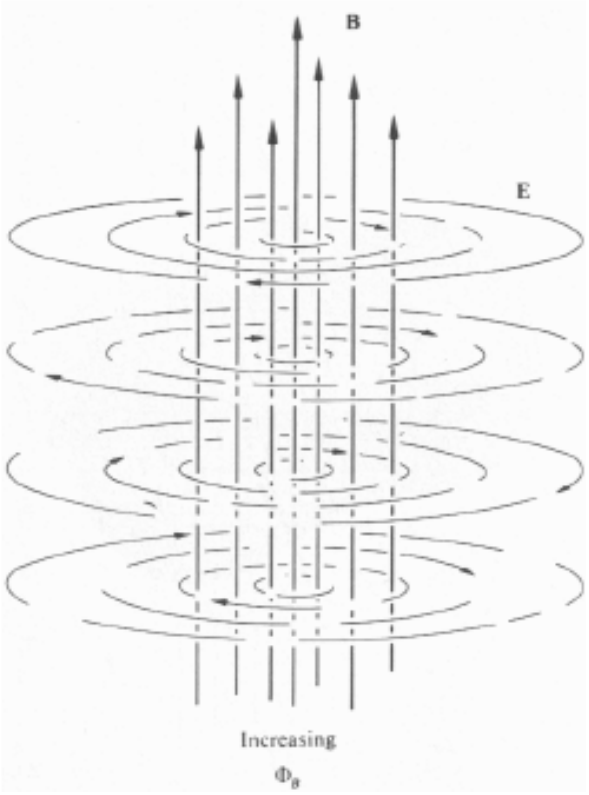
A lei de Faraday



$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

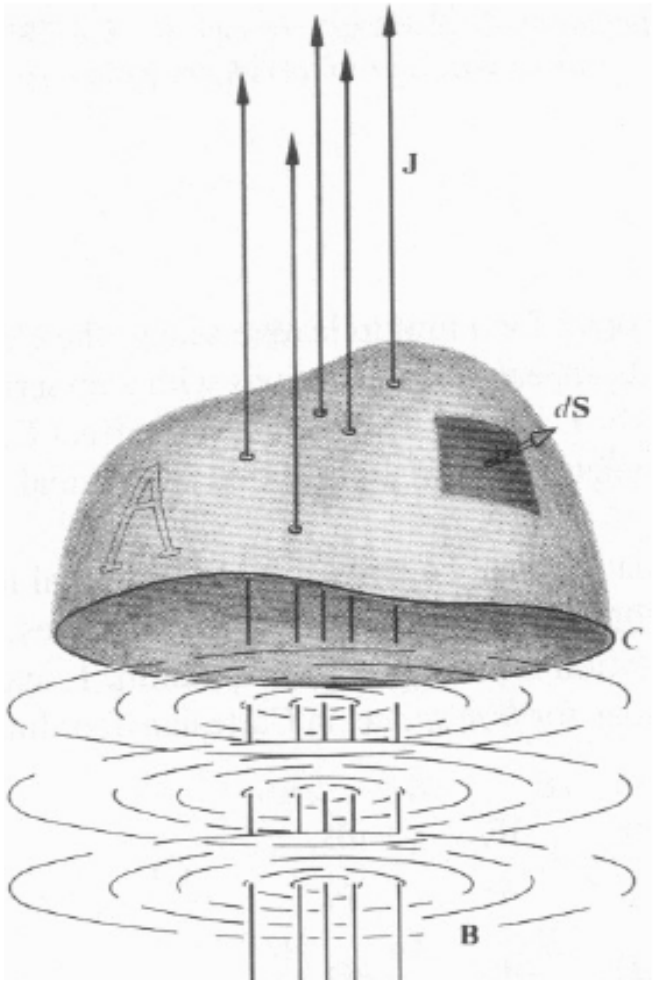
onde

$$\phi_B(t) = \int_S \vec{B}(r,t) \cdot d\vec{s}$$



As equações de Maxwell

A lei de Ampère - Maxwell



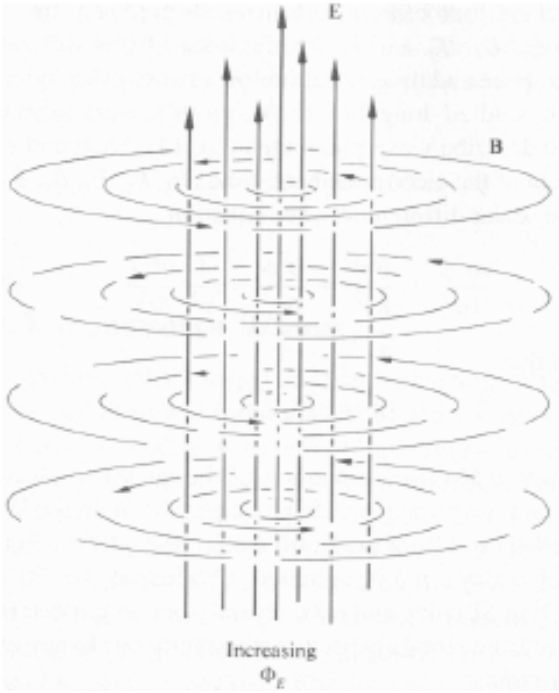
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

onde

$$\phi_E(t) = \int_S \vec{E}(r,t) \cdot d\vec{s}$$

e $$i(t) = \int_S \vec{J}(r,t) \cdot d\vec{s}$$

é a corrente interna ao contorno C



- **Alguns Teoremas:**

Teorema de Gauss $$\oint_S \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{s} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F}(\vec{r})\, dV$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}(\vec{r}) = \frac{\partial F_x(r)}{\partial x} + \frac{\partial F_y(r)}{\partial y} + \frac{\partial F_z(r)}{\partial z}$$

Teorema de Stokes $$\oint_C \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F}(\vec{r}) = \left(\frac{\partial F_z(r)}{\partial y} - \frac{\partial F_y(r)}{\partial z} \right) \hat{x} + \left(\frac{\partial F_x(r)}{\partial z} - \frac{\partial F_z(r)}{\partial x} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y(r)}{\partial x} - \frac{\partial F_x(r)}{\partial y} \right) \hat{z}$$

Usando mais :

$$\phi_F(t) \equiv \int_S \vec{F}(r,t) \cdot d\vec{s}$$

temos

$$\frac{d\phi_F(t)}{dt} = \int_S \frac{\partial \vec{F}(r,t)}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

podemos mostrar que :

As equações de Maxwell

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

• As duas últimas equações mostram que variações espaciais ou temporais do campo elétrico (magnético) implicam em variações espaciais ou temporais do campo magnético (elétrico)

A equação de onda

Utilizando as quatro equações de Maxwell e um pouco de álgebra vetorial (com os teoremas de Gauss e Stokes), podemos obter as seguintes equações de onda *com fontes* [$\rho(r,t) \neq 0$ e $J(r,t) \neq 0$]:

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} - \frac{\vec{\nabla} \rho}{\varepsilon_0}$$

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{J}$$

A equação de onda

i) A variação de $J(r,t)$ e $\rho(r,t)$ no tempo gera a dinâmica dos campos $E(r,t)$ e $B(r,t)$

ii) Mesmo numa região onde $J(r,t)$ e $\rho(r,t)$ são nulos pode haver $E(r,t)$ e $B(r,t)$ obedecendo as equações

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{E} = 0$$

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{B} = 0$$

A equação de onda

Assim as equações obedecidas pelas componentes de $E(r,t)$ e $B(r,t)$ são da forma

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(\vec{r},t)}{\partial t^2} - \nabla^2 u(\vec{r},t) = 0$$

onde $$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \, m/s$$

"Esta velocidade é tão próxima da velocidade da luz que, aparentemente, temos fortes razões para concluir que ***a própria luz é um distúrbio eletromagnético****, na forma de ondas que se propagam através dos campos eletromagnéticos e de acordo com as leis do eletromagnetismo".*

Maxwell, 1862

A equação de onda

A solução geral da equação de onda é

$$E_y(x,t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

Em particular

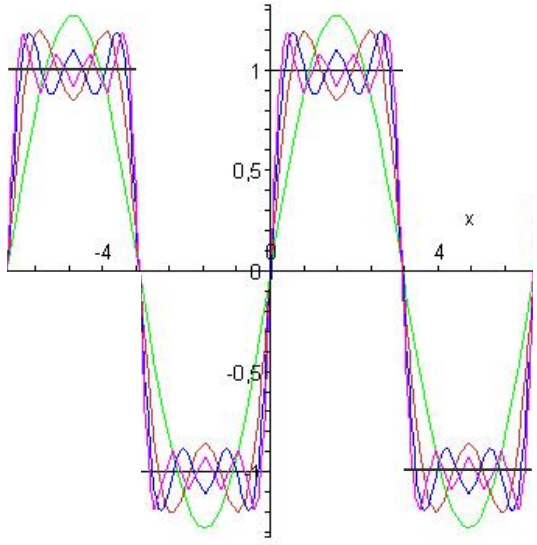
$$E_y(x,t) = E_0 \sin k(x - ct) = E_0 \sin(kx - \omega t); \quad \omega = ck$$

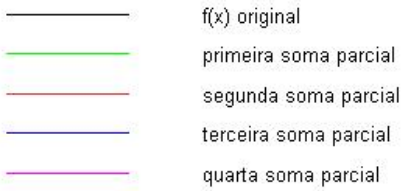
é solução da equação de onda

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

• Em geral, qualquer função periódica pode ser solução de uma equação de onda pois poderá ser expressa por uma Série de Fourier

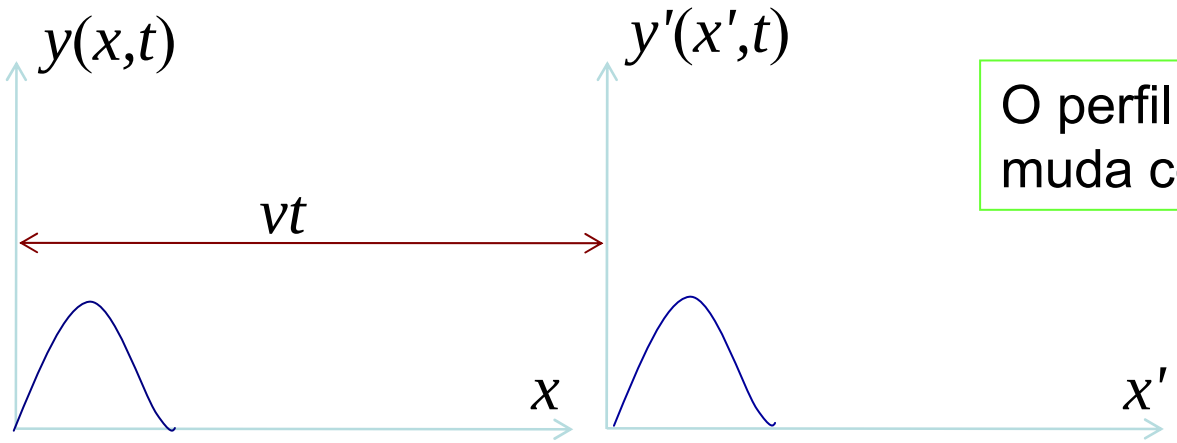
Ex.: *Onda quadrada*





$$\sigma_4 = \frac{4}{\pi}\sin x + \frac{4}{3\pi}\sin 3x + \frac{4}{5\pi}\sin 5x + \frac{4}{7\pi}\sin 7x$$

Ex.: Equação de onda unidimensional progressiva numa corda



O perfil da onda não muda com o tempo.

$$t = 0$$

$$y(x,0) = y'(x',0)$$

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$y'(x',t) = y'(x',0) = f(x') = f(x - vt)$$

v : velocidade de translação de um pulso

Ex.: Equação de onda unidimensional progressiva numa corda

$$x' = x - vt$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t} = -v\frac{\partial f}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 f}{\partial x'^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

ou

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

Equação de onda

Ondas eletromagnéticas

Tomemos $\vec{E}(x,t) = E_y(x,t)\,\hat{y}$

(3ª Eq. de Maxwell) $\Rightarrow$ $\vec{\nabla} \times \vec{E}(r) = \dfrac{\partial E_y(x,t)}{\partial x}\hat{z} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Assim, temos:

B_z transverso à direção de propagação da onda:

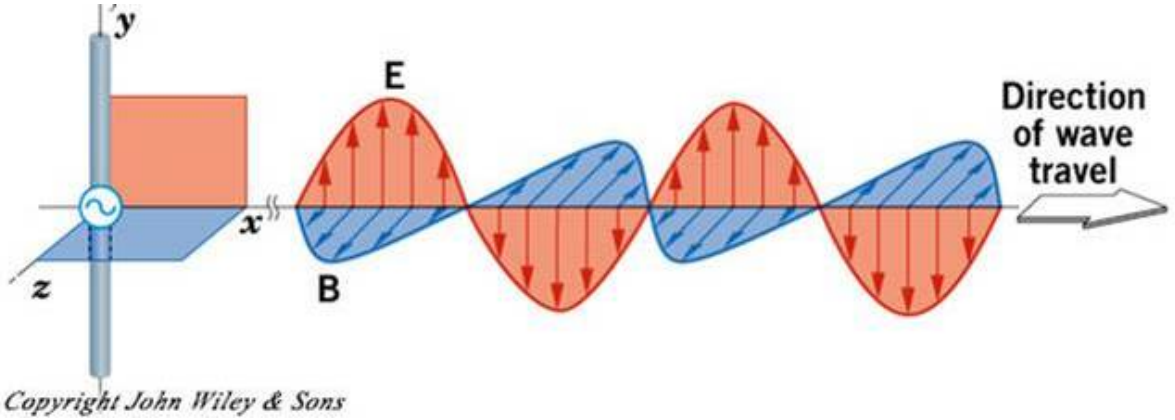
$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

- Sejam: $E_y(x,t) = E_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)$ e $B_z(x,t) = B_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)$

$\Rightarrow$ $\dfrac{E_m}{B_m} = \dfrac{\omega}{k} = c \quad \rightarrow \quad \dfrac{E_y}{B_z} = c$

Ondas eletromagnéticas planas

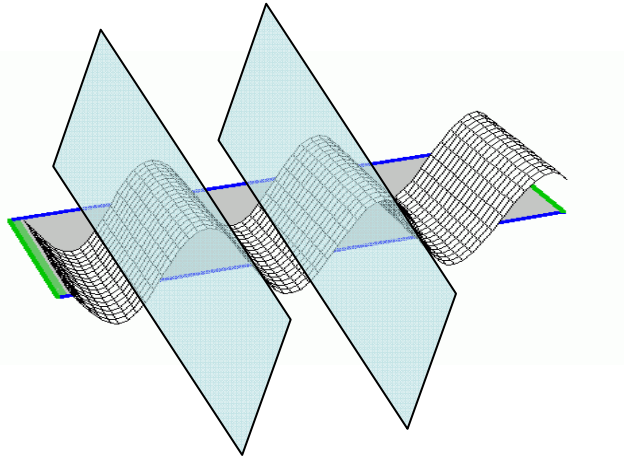
$$E_y(x,t) = E_0 \sin k(x - ct) = E_0 \sin(kx - \omega t); \quad \omega = ck$$



- ***E*** e ***B*** propagam-se em fase.

- ***E*** e ***B*** são mutuamente perpendiculares.

- ***E*** x ***B*** aponta na direção de propagação



Ondas eletromagnéticas

Período: T

Comprimento de onda: λ

Freqüência: $f = \frac{1}{T}$

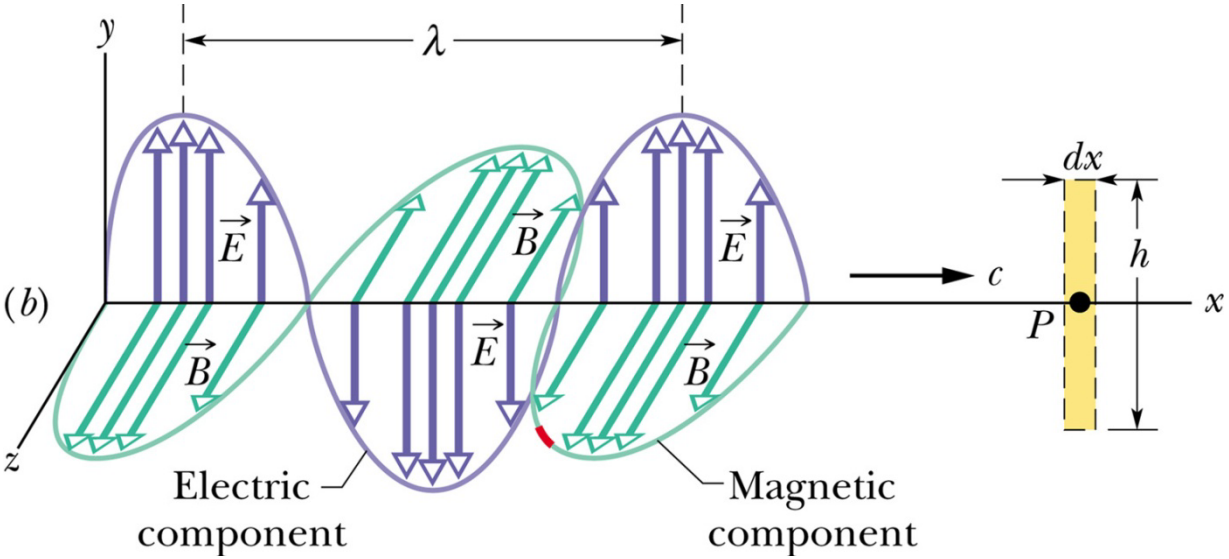
Freqüência angular: $\omega = 2\pi f$

Número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Velocidade de uma onda: $v = \frac{\omega}{k} = \lambda f$

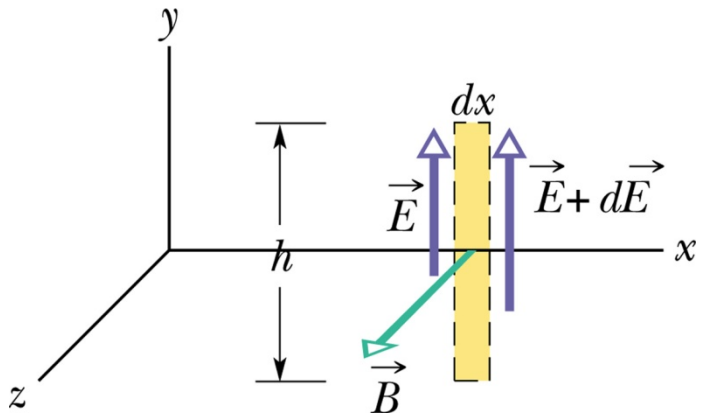
Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-4 | Descrição Matemática de uma Onda Eletromagnética



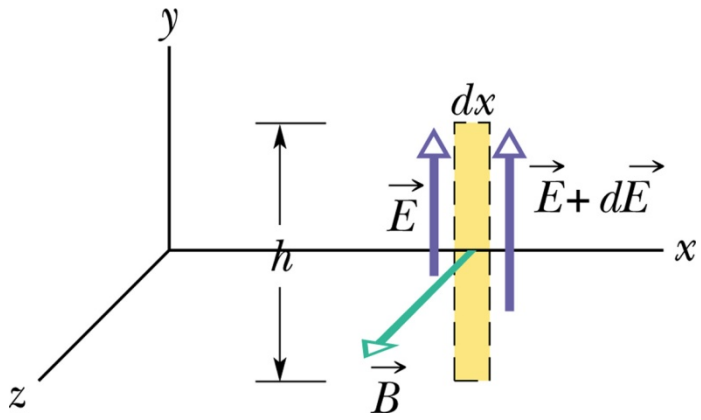
$$E = E_m \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad (33\text{-}1)$$

$$B = B_m \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad (33\text{-}2)$$



O retângulo de dimensões dx e h pertence ao plano xy e está parado no ponto P do eixo x. Quando a onda eletromagnética passa pelo retângulo o fluxo magnético Φ_B que atravessa o retângulo varia e, de acordo com a Lei de Indução de Faraday, aparecem campos elétricos induzidos na região do retângulo. Tomamos $\vec{E}$ e $\vec{E} + d\vec{E}$ como sendo os campos induzidos nos dois lados mais compridos do retângulo. Esses campos são, na realidade, a componente elétrica da onda eletromagnética.

33-4 | Descrição Matemática de uma Onda Eletromagnética



Vamos agora aplicar a Lei de Indução de Faraday:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

O lado esquerdo da equação fica:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = (E+dE)h - Eh = hdE$$

O lado direito da equação fica:

$$-\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(Bhdx)}{dt} = -hdx\frac{dB}{dt}$$

Logo:

$$hdE = -hdx\frac{dB}{dt} \quad \therefore \quad \frac{dE}{dx} = -\frac{dB}{dt}$$

Como:

$$E = E_m \operatorname{sen}(kx-\omega t) \qquad (33\text{-}1)$$

$$B = B_m \operatorname{sen}(kx-\omega t) \qquad (33\text{-}2)$$

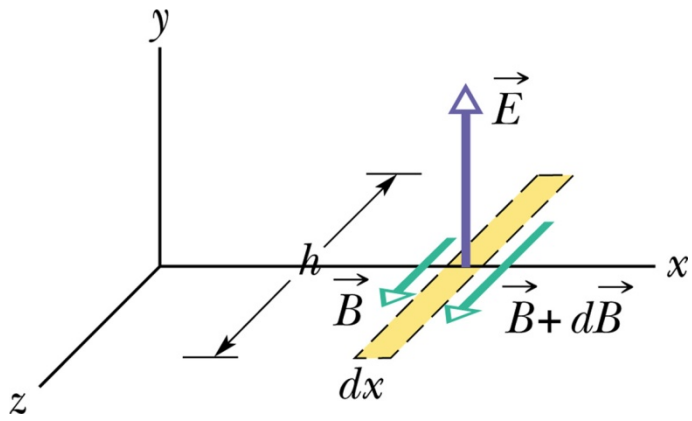
$$\therefore \quad \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

Temos:

$$kE_m\cos(kx-\omega t) = \omega B_m\cos(kx-\omega t) \quad \therefore \quad \frac{E_m}{B_m} = \frac{\omega}{k} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{T} \quad \therefore \quad \frac{E_m}{B_m} = \frac{E}{B} = c$$

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-4 | Descrição Matemática de uma Onda Eletromagnética



A figura mostra outro retângulo tracejado no ponto P, dessa vez no plano xz. Quando a onda eletromagnética passa por esse novo retângulo o fluxo elétrico Φ_E que atravessa o retângulo varia e, de acordo com a Lei de Indução de Maxwell, aparecem campos magnéticos induzidos na região do retângulo. Tomamos $\vec{B}$ e $\vec{B} + d\vec{B}$ como sendo os campos induzidos nos dois lados mais compridos do retângulo. Esses campos são, na realidade, a componente magnética da onda eletromagnética.

Vamos agora aplicar a Lei de Indução de Maxwell:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

O lado esquerdo da equação fica:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = -(B+dB)h + Bh = -hdB$$

O lado direito da equação fica:

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{d(Ehdx)}{dt} = hdx\frac{dE}{dt}$$

Logo:

$$-hdB = \mu_0\varepsilon_0\left(hdx\frac{dE}{dt}\right) \quad \therefore \quad -\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}$$

Como:

$$E = E_m \operatorname{sen}(kx-\omega t) \qquad (33\text{-}1)$$

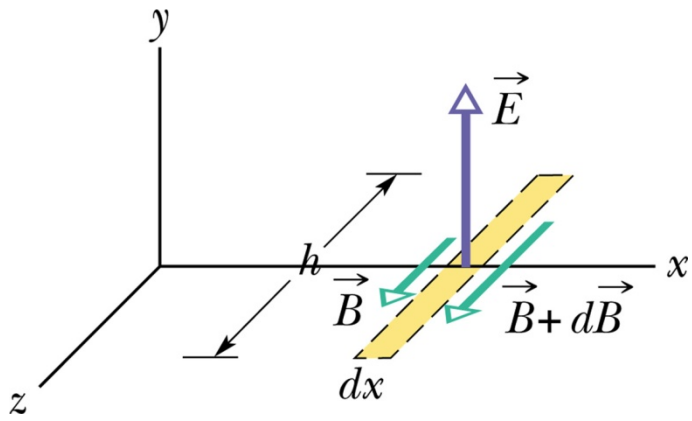
$$B = B_m \operatorname{sen}(kx-\omega t) \qquad (33\text{-}2)$$

Temos:

$$-kB_m\cos(kx-\omega t) = -\mu_0\varepsilon_0\omega E_m\cos(kx-\omega t) \quad \therefore$$

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-4 | Descrição Matemática de uma Onda Eletromagnética



A figura mostra outro retângulo tracejado no ponto P, dessa vez no plano xz. Quando a onda eletromagnética passa por esse novo retângulo o fluxo elétrico Φ_E que atravessa o retângulo varia e, de acordo com a Lei de Indução de Maxwell, aparecem campos magnéticos induzidos na região do retângulo. Tomamos $\vec{B}$ e $\vec{B} + d\vec{B}$ como sendo os campos induzidos nos dois lados mais compridos do retângulo. Esses campos são, na realidade, a componente magnética da onda eletromagnética.

Vamos agora aplicar a Lei de Indução de Maxwell:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

O lado esquerdo da equação fica:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = -(B+dB)h + Bh = -hdB$$

O lado direito da equação fica:

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{d(Ehdx)}{dt} = hdx\frac{dE}{dt}$$

Logo:

$$-hdB = \mu_0\varepsilon_0\left(hdx\frac{dE}{dt}\right) \quad \therefore \quad -\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}$$

Como:

$$E = E_m \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad (33\text{-}1)$$

$$B = B_m \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad (33\text{-}2)$$

Temos:

$$\frac{E_m}{B_m} = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0(\omega/k)} = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0 c} \quad \therefore \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

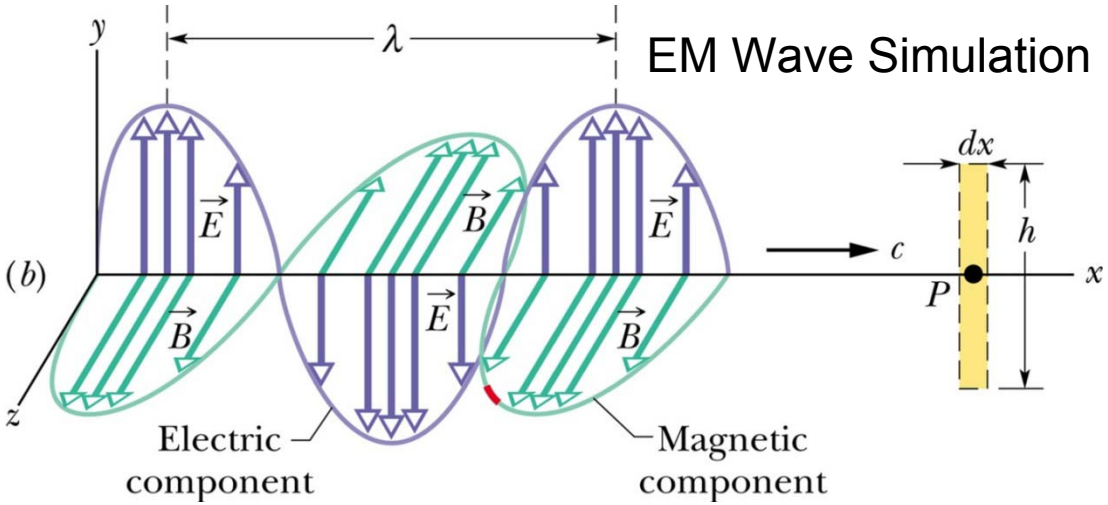
Mathematical Description of Travelling EM Waves

Electric Field: $E = E_m \sin(kx - \omega t)$

Magnetic Field: $B = B_m \sin(kx - \omega t)$

Wave Speed: $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

All EM waves travel a *c* in vacuum



EM Wave Simulation

Wavenumber: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

Angular frequency: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

Vacuum Permittivity: ε_0

Vacuum Permeability: μ_0

Amplitude Ratio: $\dfrac{E_m}{B_m} = c$

Magnitude Ratio: $\dfrac{E}{B} = c$

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-4 | Descrição Matemática de uma Onda Eletromagnética

EXAMPLE 34.1 An Electromagnetic Wave

A sinusoidal electromagnetic wave of frequency 40.0 MHz travels in free space in the x direction, as shown in Figure 34.4. (a) Determine the wavelength and period of the wave.

Solution Using Equation 16.14 for light waves, $c = \lambda f$, and given that $f = 40.0\ \text{MHz} = 4.00 \times 10^7\ \text{s}^{-1}$, we have

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8\ \text{m/s}}{4.00 \times 10^7\ \text{s}^{-1}} = 7.50\ \text{m}$$

The period T of the wave is the inverse of the frequency:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4.00 \times 10^7\ \text{s}^{-1}} = 2.50 \times 10^{-8}\ \text{s}$$

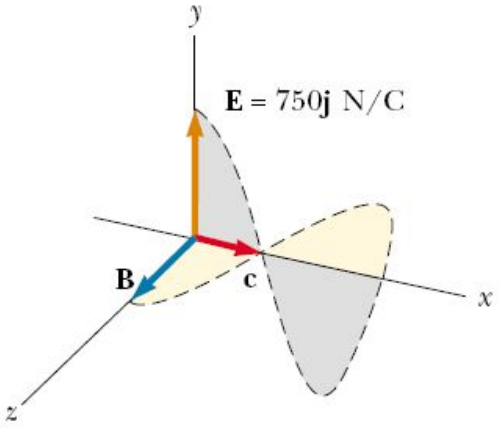


Figure 34.4 At some instant, a plane electromagnetic wave moving in the x direction has a maximum electric field of 750 N/C in the positive y direction. The corresponding magnetic field at that point has a magnitude E/c and is in the z direction.

(b) At some point and at some instant, the electric field has its maximum value of 750 N/C and is along the y axis. Calculate the magnitude and direction of the magnetic field at this position and time.

Solution From Equation 34.13 we see that

$$B_{\max} = \frac{E_{\max}}{c} = \frac{750\ \text{N/C}}{3.00 \times 10^8\ \text{m/s}} = 2.50 \times 10^{-6}\ \text{T}$$

Because **E** and **B** must be perpendicular to each other and perpendicular to the direction of wave propagation (x in this case), we conclude that **B** is in the z direction.

(c) Write expressions for the space-time variation of the components of the electric and magnetic fields for this wave.

Solution We can apply Equations 34.11 and 34.12 directly:

$$E = E_{\max} \cos(kx - \omega t) = (750\ \text{N/C}) \cos(kx - \omega t)$$

$$B = B_{\max} \cos(kx - \omega t) = (2.50 \times 10^{-6}\ \text{T}) \cos(kx - \omega t)$$

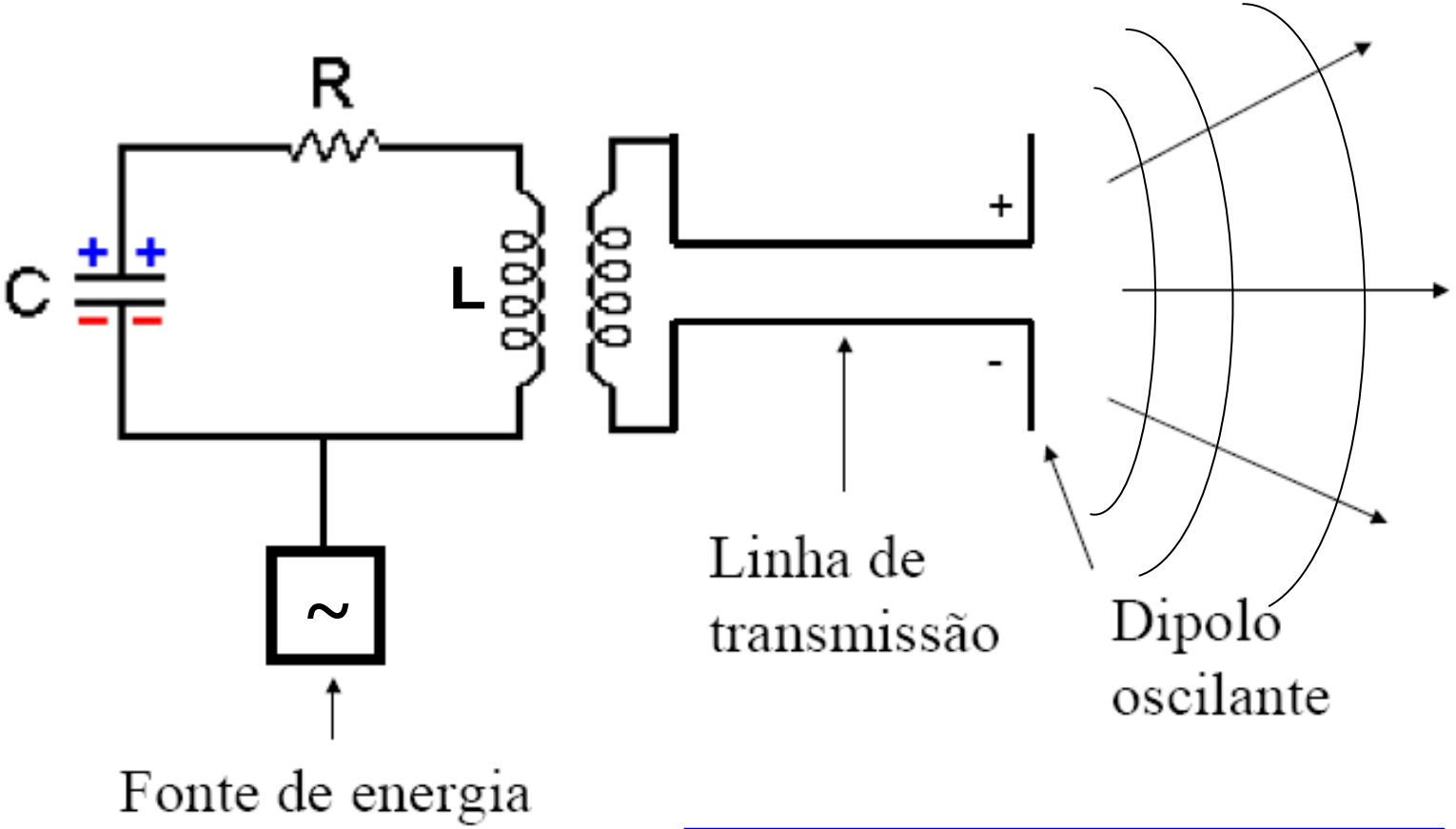
where

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(4.00 \times 10^7\ \text{s}^{-1}) = 2.51 \times 10^8\ \text{rad/s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{7.50\ \text{m}} = 0.838\ \text{rad/m}$$

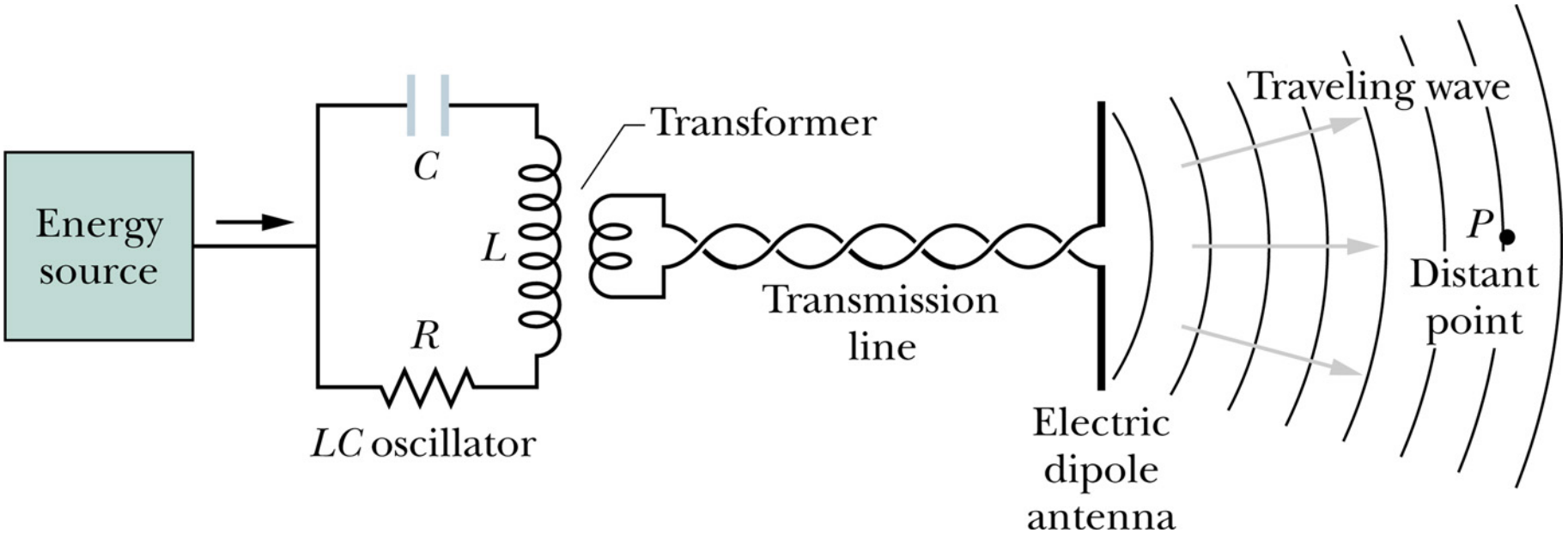
Ondas eletromagnéticas

Transmissor : Gerador de corrente alternada ligado a uma antena



$$\text{Oscilação da corrente} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

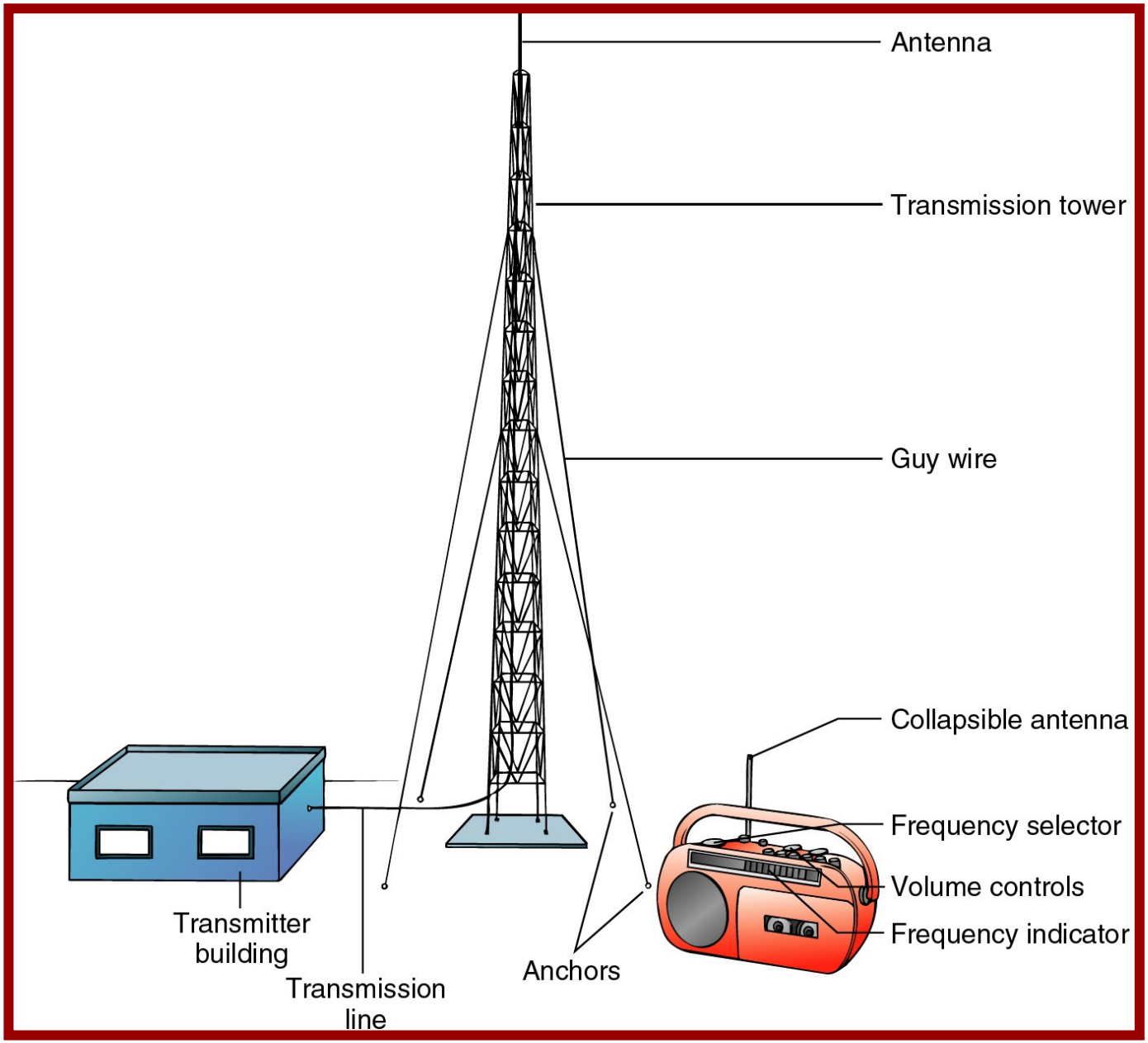
Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética



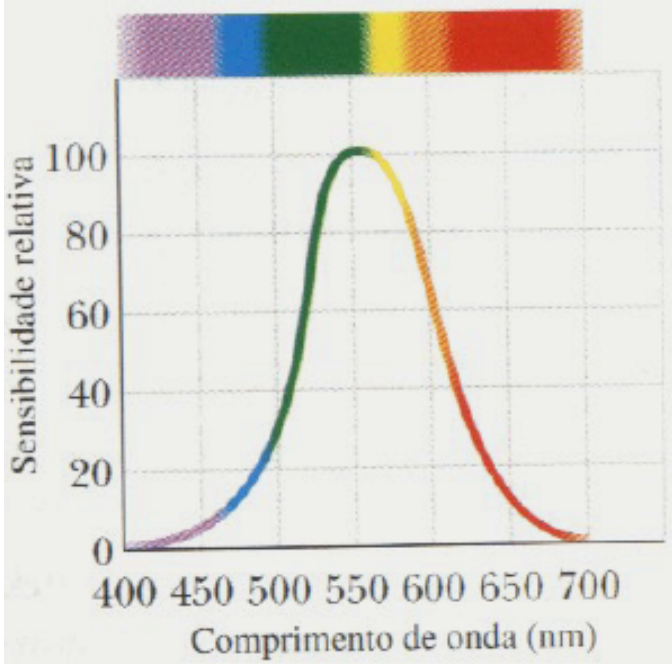
Oscillation Frequency:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

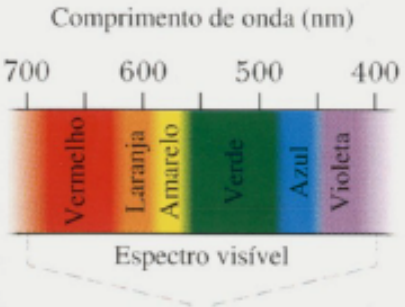
Ondas Eletromagnéticas

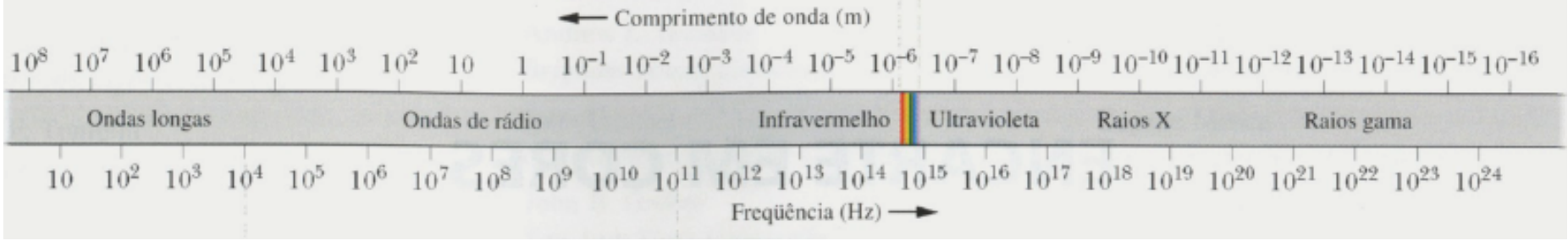


Ondas eletromagnéticas



Sensibilidade do olho humano





Ondas eletromagnéticas

Problema 1

Um certo laser de hélio-neônio emite luz vermelha em uma faixa estreita de comprimentos de onda em torno de 632,8 nm, com uma "largura"de 0,0100 nm. Qual é a "largura", em unidades de frequência, da luz emitida?

Um certo laser de hélio-neônio emite luz vermelha em uma faixa estreita de comprimentos de onda em torno de 632,8 nm, com uma "largura"de 0,0100 nm. Qual é a "largura", em unidades de frequência, da luz emitida?

$$\lambda = \bar{\lambda} + |\Delta\lambda| = (632{,}8 \pm 0{,}0100)\,\text{nm}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = c\lambda^{-1} \quad \rightarrow \quad \frac{df}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2} \quad \Rightarrow \quad \Delta f = -\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda \quad \rightarrow \quad |\Delta f| = \frac{c}{\lambda^2}|\Delta\lambda|$$

$$|\Delta f| = \frac{3\times10^{8}\ m/s}{(632{,}8\times10^{-9})^2\ m^2}\left|10^{-2}\times10^{-9}\right| m \approx 0{,}75\times10^{10}\ Hz = 7{,}5\,GHz$$

mas:

$$f = \frac{3\times10^{8}}{(632{,}8\times10^{-9})} \approx 4{,}74\times10^{14}\ Hz!$$

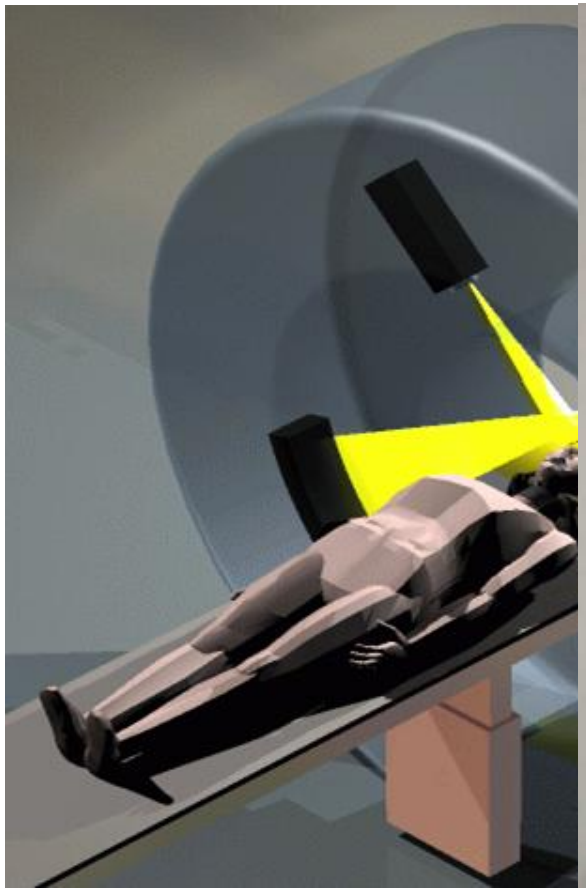
Note que:

$$|\Delta f| = \frac{\bar{f}}{\bar{\lambda}}|\Delta\lambda| \quad \rightarrow \quad \frac{|\Delta f|}{\bar{f}} = \frac{|\Delta\lambda|}{\bar{\lambda}}$$

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

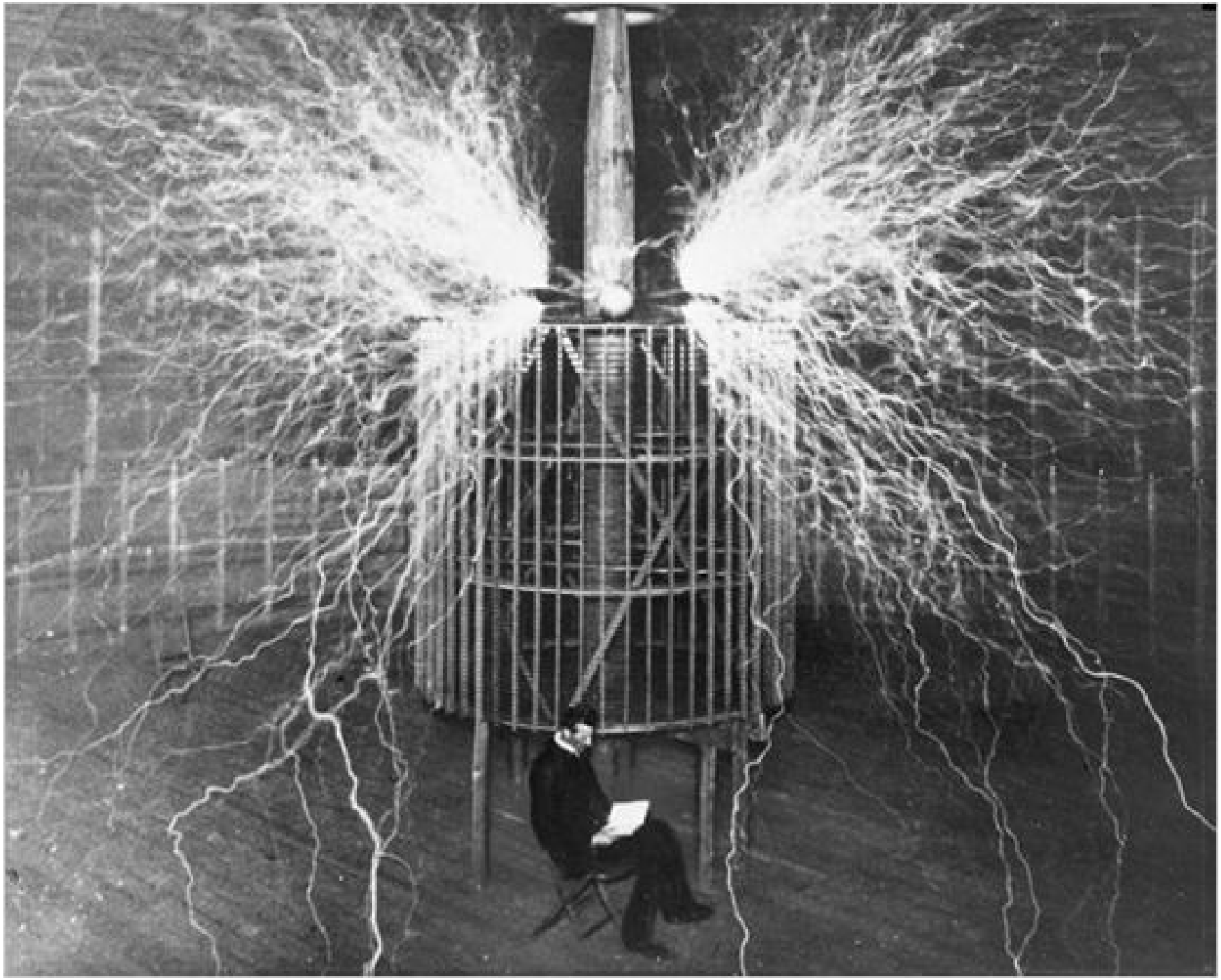
33-5 | Transporte de Energia e o Vetor de Poynting

- Ondas Eletromagnéticas transportam energia.
- Elas podem transferir essa energia para os objetos que se encontram em seu caminho.



Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-5 | Transporte de Energia e o Vetor de Poynting

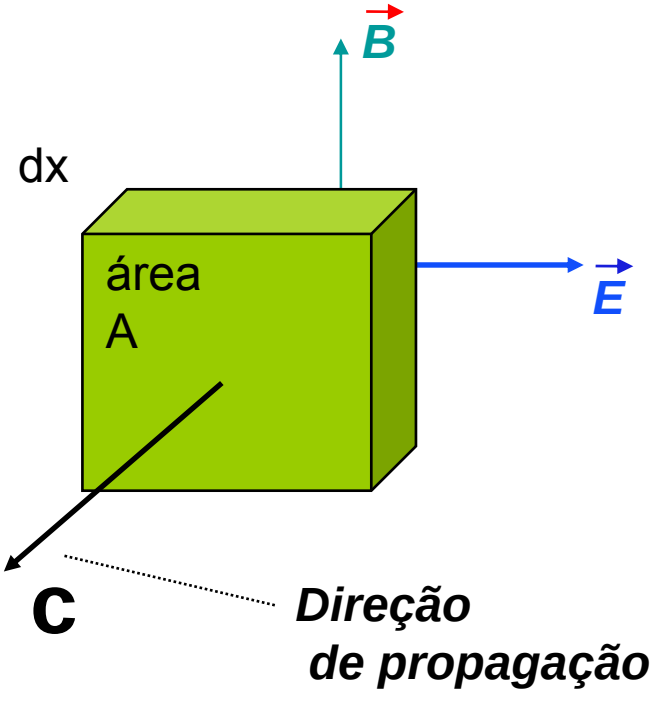


33-5 | Transporte de Energia e o Vetor de Poynting

➢ A taxa de transporte de energia por unidade de área por parte de uma onda eletromagnética é descrita por um vetor $\vec{S}$, denominado **Vetor de Poynting.**

- **Energia por unidade de volume é:**

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$$



$$S = \left(\frac{energia\,/\,tempo}{área}\right)_{inst} = \left(\frac{potência}{área}\right)_{inst}$$

- Definimos a intensidade **S** como a taxa de transferência de energia por unidade de área (**W/m²**):

- Como **ExB** são mutuamente perpendiculares em uma onda eletromagnética, o módulo de **ExB** é **E.B**. Assim, o módulo de **S** é:

$$S = \frac{1}{\mu_0} EB$$

- **Onde S, E e B são valores instantâneos**.

- Como existe uma relação entre E e B (E/B=c), podemos trabalhar com apensas uma dessas grandezas. Escolhemos trabalhar com E, já que a maior parte dos instrumentos usados para detectar ondas eletromagnéticas é sensível a componente elétrica da onda e não à componente magnética. Usando a relação B=E/c, reescrevemos a equação acima.

$$S = \frac{1}{c\mu_0} E^2$$

Fluxo Instantâneo de Energia

Ondas eletromagnéticas

Transporte de energia

As densidades de energia elétrica e magnética

$$u_E(\vec{r},t)=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \quad \text{e} \quad u_B(\vec{r},t)=\frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$\text{como} \quad B=\frac{E}{c} \quad \Rightarrow \quad u_B(\vec{r},t)=\frac{E^2}{2c^2\mu_0}=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

A densidade total de energia armazenada no campo de radiação

$$u\ (\vec{r},t)=u_E(\vec{r},t)+u_B(\vec{r},t)=\varepsilon_0 E^2$$

Ondas eletromagnéticas

Transporte de energia

Como $E^2(\vec{r},t) = E_0^2 \sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$

A média temporal da densidade de energia é dada por

$$\bar{u} = \varepsilon_0 \overline{E^2} = \varepsilon_0 E_0^2 \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T \sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\, dt}_{=\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$$

Intensidade da radiação

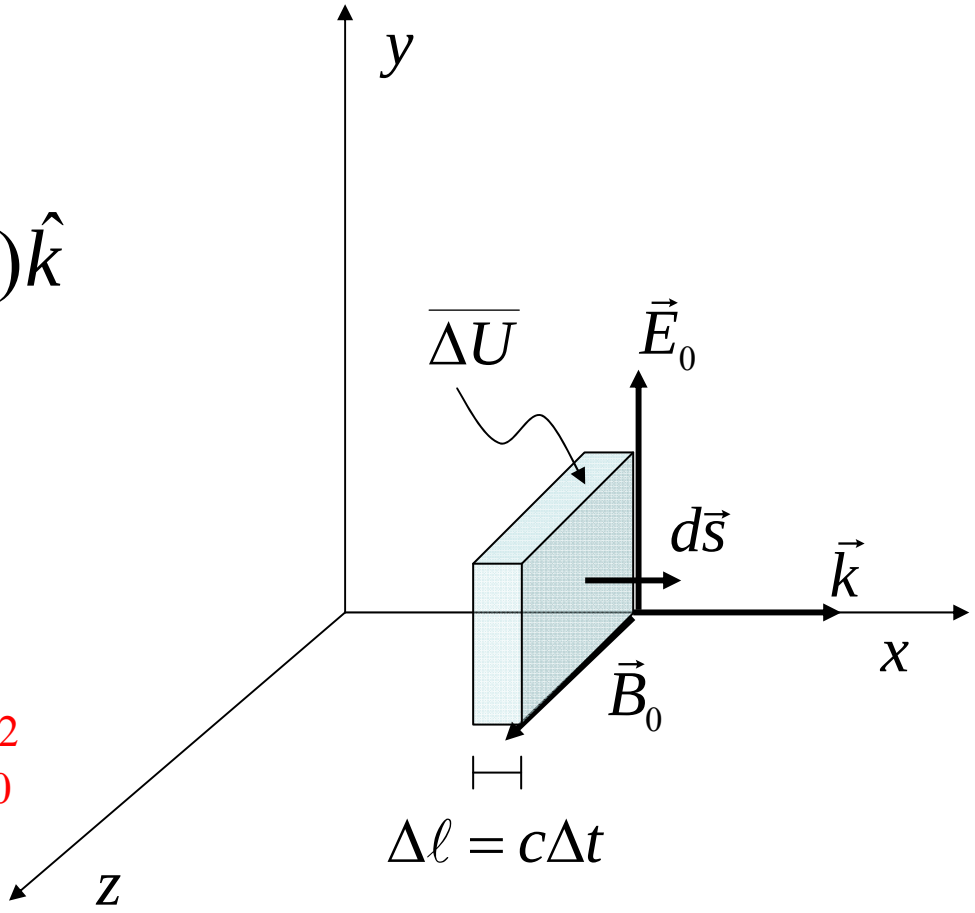
$$I \equiv \frac{\overline{\Delta U}}{\Delta s\, \Delta t} = \frac{\overline{\Delta U}}{\Delta s\, \Delta \ell}\frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \bar{u}\, c = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2$$

Ondas eletromagnéticas

Transporte de energia

Por outro lado

$$\vec{E}\times\vec{B}=\frac{E_0^2}{c}\sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)\hat{k}$$



$$\overline{|\vec{E}\times\vec{B}|}=\frac{E_0^2}{2c}=\frac{1}{2}c\mu_0\varepsilon_0E_0^2$$

Ondas eletromagnéticas

Transporte de energia

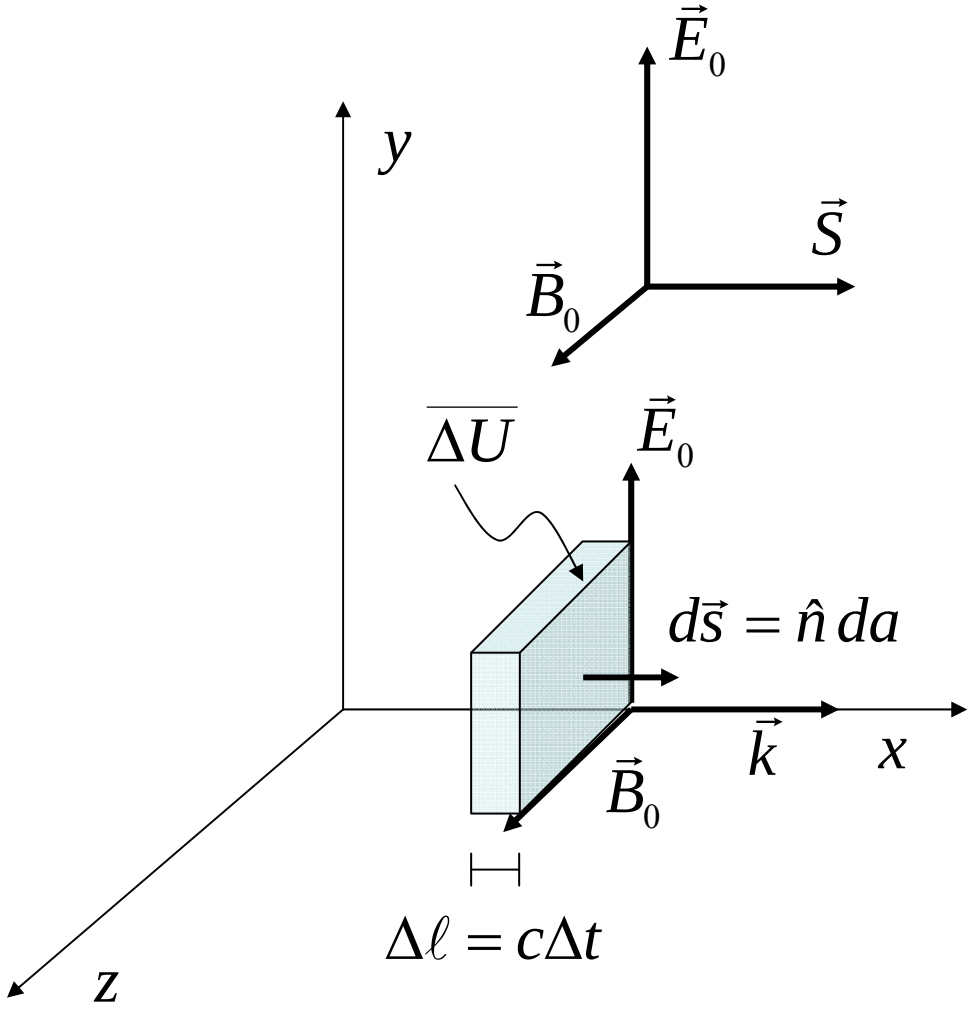
Definindo

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}$$

$$\Rightarrow \quad I = \overline{|\vec{S}|}$$

$\vec{S}$ é o vetor de Poynting e

$$\frac{dU}{dt} = \int_A \vec{S} \cdot \hat{n}\, da$$



Ondas eletromagnéticas esféricas

Transporte de energia

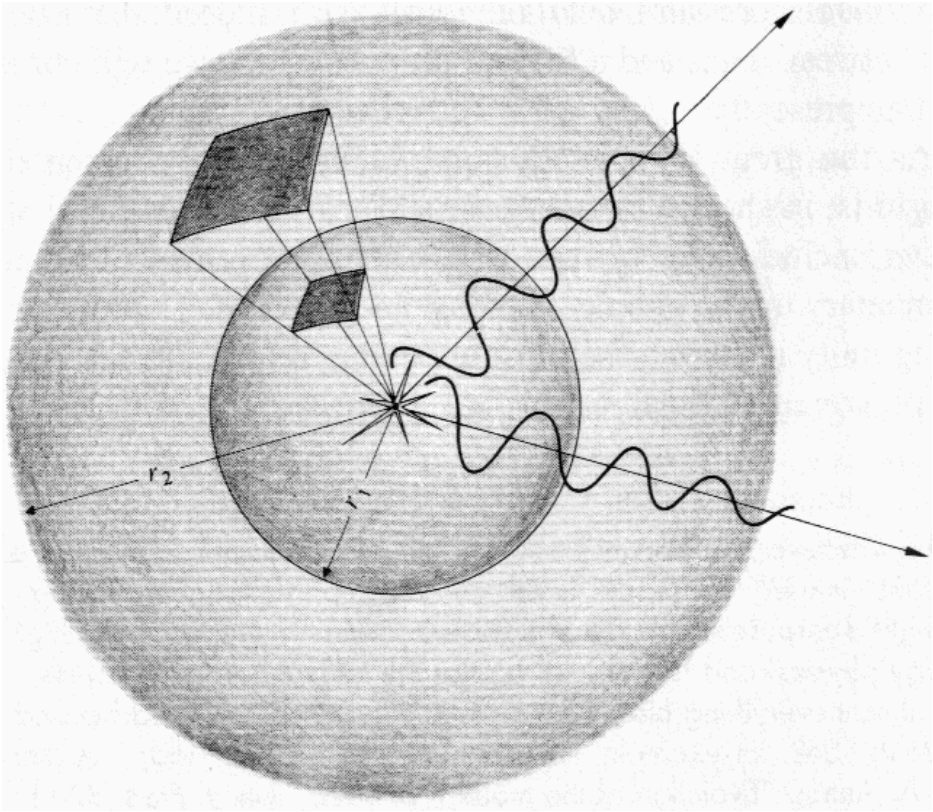
Se a potência fornecida pela fonte é P_f temos

$$P_f = \int_A \vec{S} \cdot \hat{n}\, da$$

Emissão isotrópica

$$\vec{S} \cdot \hat{n} = \vec{S} \cdot \hat{r} = S$$

$$I = S = \frac{P_f}{4\pi R^2}$$



Usando $E = E_m sen(kx - \omega t)$

$$S_{med} = \frac{1}{c\mu_0}(E_{med})^2 = \frac{1}{c\mu_0}\left[E_m^2 \, sen^2(kx - \omega t)\right]_{med}$$

Mais útil na prática, é a energia média transportada, ou seja, a média de S ao longo do tempo, representada como $S_{méd}$ e também conhecida como intensidade I da onda, ou seja:

$$I = S_{méd} = \left(\frac{potência}{área}\right)_{méd}$$

$$I = S_{med} = \frac{1}{c\mu_0}\left[E_m^2 \, sen^2(kx - \omega t)\right]_{med}$$

Em um ciclo completo o valor médio de $\text{sen}^2(\Theta)$, para qualquer variável angular Θ é ½.

$$I = \frac{E_m^2}{2c\mu_o}$$

Além disso, definimos uma nova grandeza E_{rms}, o valor médio quadrático ou valor rms do campo elétrico, como

$$E_{rms} = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

Temos:

$$\boxed{I = \frac{1}{c\mu_0} E_{rms}^2}$$

Como E=cB e c é um número muito grande, seria natural concluir que a energia associada ao campo elétrico é muito maior que a associada ao campo magnético. Porém essa conclusão não estaria correta: na verdade, as duas energias são exatamente iguais. Para mostrar que isso é verdade, calcularemos a densidade de energia para o campo elétrico.

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2$$

Substituindo E por cB, temos:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_o (cB)^2$$

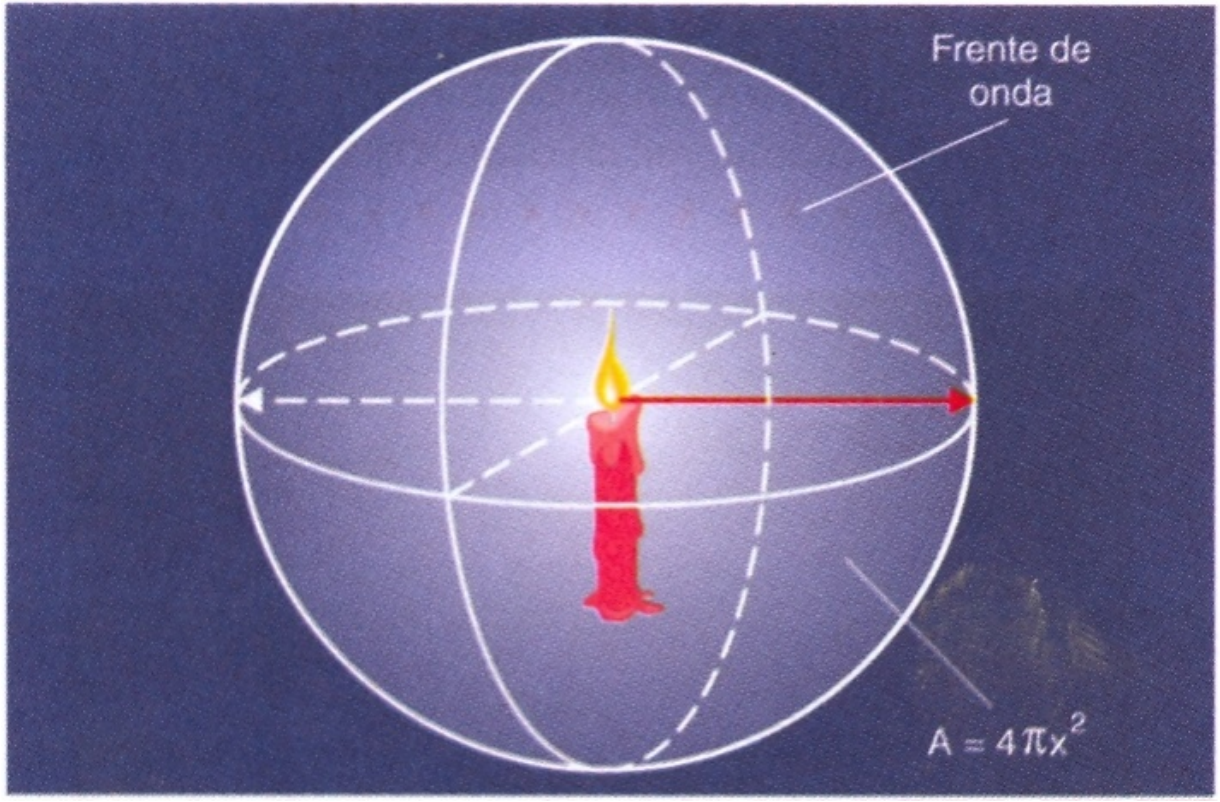
$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \varepsilon_o}} \Rightarrow u_E = \frac{B^2}{2\mu_o}$$

Anteriormente, vocês já tinham encontrado que:

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_o} \Rightarrow u_E = u_B$$

Para uma onda eletromagnética

❖ Variação da Intensidade com a Distância:



$$I = \frac{\text{Potência}}{\text{Área}} = \frac{P_s}{4\pi r^2}$$

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-5 | Transporte de Energia e o Vetor de Poynting

Exemplo 33-1

Quando olhamos para a Estrela Polar (Polaris) recebemos a luz de uma estrela que está a 431 anos-luz da Terra e emite energia a uma taxa $2{,}2\times10^{3}$ vezes maior que o Sol ($P_{sol} = 3{,}90 \times 10^{26}$ W). Desprezando a absorção da luz pela atmosfera terrestre, determine os valores rms do campo elétrico e do campo magnético da luz que chega até nós.

Resposta (a): $u_E = u_B$

$$E_{rms} = 1{,}24\times10^{-3}\ \mathrm{V/m}$$

Resposta (b):

$$B_{rms} = 4{,}1\times10^{-12}\ \mathrm{T}$$

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

Idéias chave:

1.O valor rms do campo elétrico está relacionado à intensidade luminosa

$$I = \frac{1}{c\mu_0} E_{rms}^2$$

2.Como a fonte está muito distante e emite ondas com igual intensidade em todas as direções, a intensidade I a uma distância r da fonte está relacionada à potência da fonte.

$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2}$$

3.Os módulos do campo elétrico e do campo magnético de uma onda eletromagnética em qualquer instante e em qualquer ponto do espaço estão relacionados pela equação **E/B=c**. Assim, os valores rms desses campos também estão relacionados por $\mathbf{E_{rms}/B_{rms}=c}$.

$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2} = \frac{E_{rms}^2}{c\mu_o}$$

Substituindo os valores conhecidos: $E_{rms} = 1,24x10^{-3} V/m$

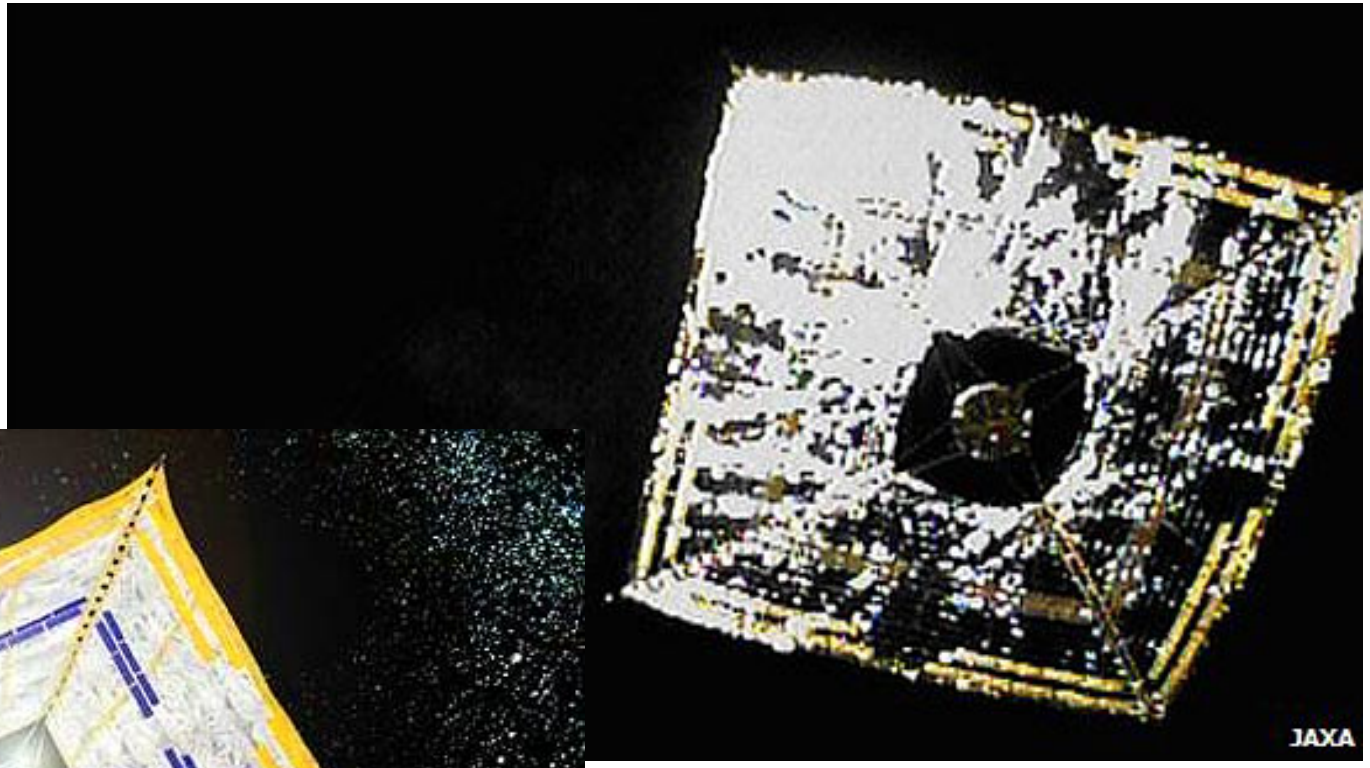
$$B_{rms} = \frac{E_{rms}}{c}$$

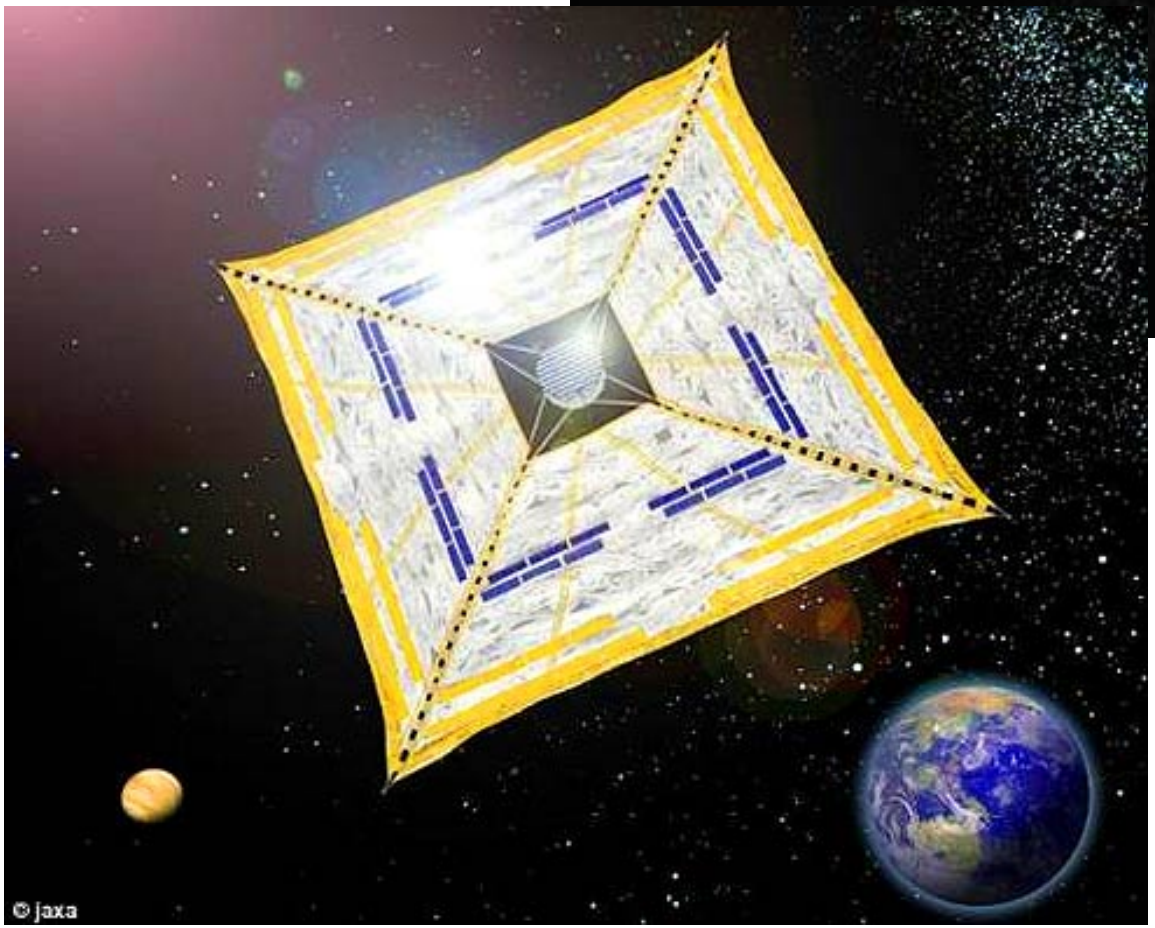
33-6 | Pressão de Radiação

Japão lança sonda que viaja impulsionada pela luz do Sol

http://g1.globo.com/ciencia-e-saude/noticia/2010/05/japao-lanca-sonda-que-viaja-impulsionada-pela-luz-do-sol.html

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas





Ondas eletromagnéticas

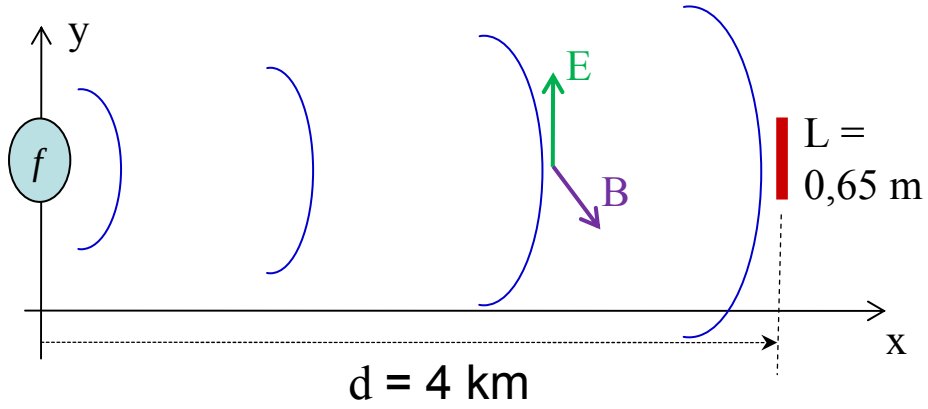
Problema 2

Uma estação de rádio AM transmite isotropicamente com uma potência média de 4,00 kW. Uma antena de dipolo de recepção de 65,0 cm de comprimento está a 4,00 km do transmissor. Calcule a amplitude da f.e.m. induzida por esse sinal entre as extremidades da antena receptora.

Uma estação de rádio AM transmite isotropicamente com uma potência média de 4,00 kW. Uma antena de dipolo de recepção de 65,0 cm de comprimento está a 4,00 km do transmissor. Calcule a amplitude da f.e.m. induzida por esse sinal entre as extremidades da antena receptora.

$$E = E_m \,\mathrm{sen}(kx - \omega t) \;\; ; \quad I = \frac{\overline{P}_f}{4\pi d^2}$$

$$\overline{P}_f = 4\,kW$$

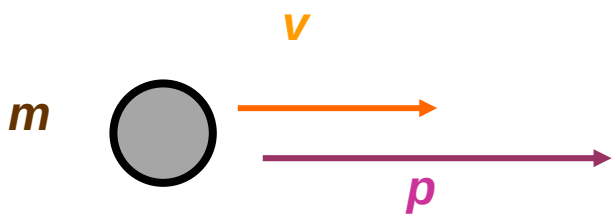


$$I = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_m^2 \quad \rightarrow \quad E_m(d) = \left(\frac{\overline{P}_f}{2\pi c \varepsilon_0 d^2} \right)^{1/2} \; ; \qquad \varepsilon_0 \approx 8{,}85 \times 10^{-12}\, F/m$$

$$f.e.m. = \varepsilon_L = \int_0^L E_m(d)\, dy = E_m(d)\, L = \frac{L}{d} \left(\frac{\overline{P}_f}{2\pi c \varepsilon_0} \right)^{1/2}$$

$$\varepsilon_L \approx \frac{0{,}65\,m}{4 \times 10^3\, m} \left(\frac{4 \times 10^3\, W}{2\pi \times (3 \times 10^8\, m/s) \times (8{,}85 \times 10^{-12}\, F/m)} \right)^{1/2} \approx 0{,}080\,V = 80\,mV$$

❖ 9-4) Momento Linear



O **momento linear** de uma partícula é uma grandeza vetorial definida por:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Vamos demonstrar a seguinte afirmação:

A taxa de variação com o tempo do momento de uma partícula é igual à força resultante que atua sobre a partícula e tem a mesma orientação que essa força.

Em forma de equação, isso significa o seguinte: $\vec{F}_{res} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

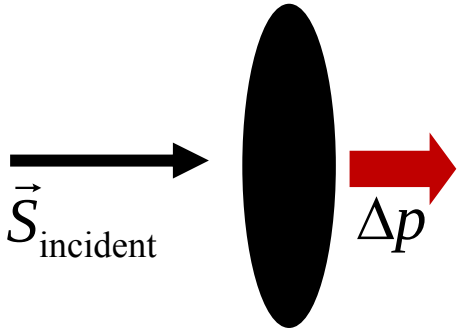
- **Demonstração:**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\left(m\vec{v}\right)}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}_{res}$$

33-6 | Pressão de Radiação

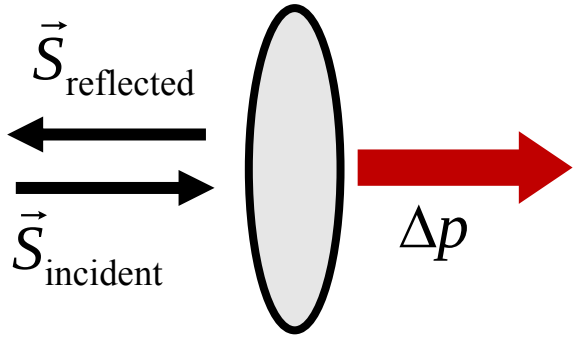
Além de energia, as ondas eletromagnéticas também possuem momento linear. Isso significa que podemos exercer pressão sobre um objeto (a pressão de radiação) simplesmente iluminando um objeto.

Vamos supor que um objeto seja submetido a um feixe de radiação eletromagnética durante um intervalo de tempo. Vamos supor ainda que o objeto está livre para se mover e que a radiação é totalmente absorvida pelo corpo. Isso significa que durante o intervalo de tempo o objeto recebe uma energia da radiação. Maxwell demonstrou que o objeto também recebe **momento linear**.



Absorção Total: $\Delta p = \dfrac{\Delta U}{c}$

Em vez de ser absorvida, a radiação pode ser refletida pelo objeto. Se ela for refletida totalmente e a incidência é perpendicular, o módulo da variação do momento é duas vezes maior que no caso anterior



Incidência perpendicular e reflexão total:

$$\Delta p = \frac{2\,\Delta U}{c}$$

- Sabemos que:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

e

$$I = \frac{\frac{\Delta U}{\Delta t}}{A} \therefore \Delta U = IA\Delta t$$

Absorção Total:

$$F = \frac{IA\Delta t}{c\Delta t} \therefore F = \frac{IA}{c} \quad \text{Como: } p_r = \frac{F}{A} \quad \text{tem-se} \quad p_r = \frac{I}{c}$$

pressão

Incidência perpendicular e reflexão total:

$$F = \frac{2IA\Delta t}{c\Delta t} \therefore F = \frac{2IA}{c} \quad \text{Como: } p_r = \frac{F}{A} \quad \text{tem-se} \quad p_r = \frac{2I}{c}$$

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-6 | Pressão de Radiação

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-6 | Pressão de Radiação

http://www.youtube.com/watch?v=GBRUUg9Sw20&NR=1

Ondas eletromagnéticas

Transporte de momento linear: pressão de radiação

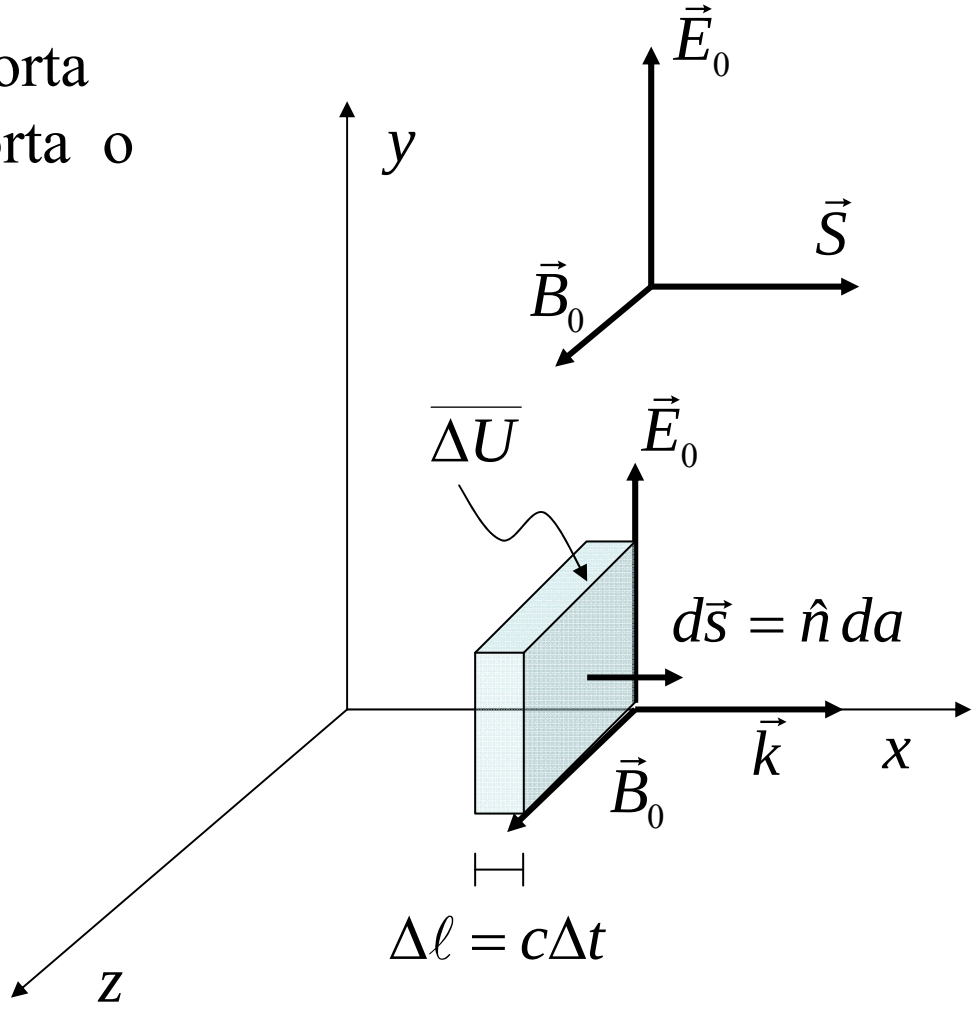
O mesmo elemento que transporta a energia $\overline{\Delta U}$ também transporta o momento linear

$$\Delta\vec{p} = \frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k}$$

Densidade de momento linear

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta V} = \frac{\bar{u}}{c}\hat{k} = \frac{|\vec{S}|}{c^2}\hat{k}$$

$$\vec{g} = \frac{\vec{S}}{c^2} = \varepsilon_0 \vec{E}\times\vec{B}$$



Momento linear do campo EM ?

Sim !

Aguardem as aulas de relatividade!

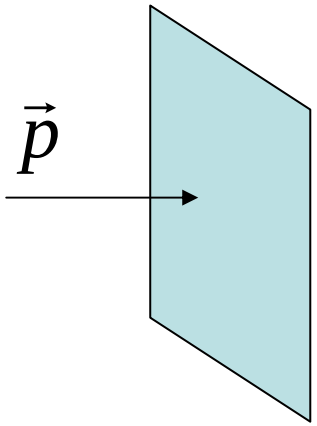
Ondas eletromagnéticas

Transporte de momento linear : pressão de radiação

Momento linear transferido para um objeto onde incide a radiação

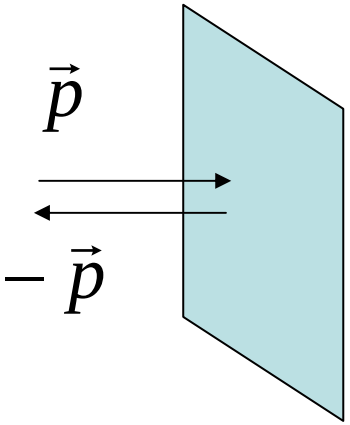
$$\Delta\vec{p}_a = \frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k}$$

no caso de absorção total da radiação



$$\Delta\vec{p}_r = 2\frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k}$$

no caso de reflexão total da radiação



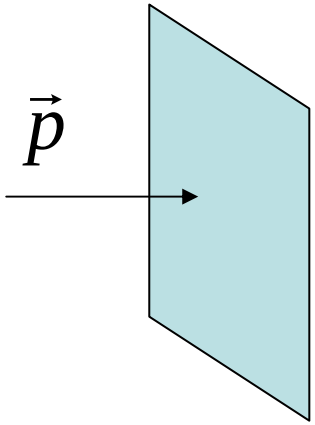
Ondas eletromagnéticas

Transporte de momento linear : pressão de radiação

$$\overline{\Delta U} = IA\Delta t \qquad \frac{dU}{dt} = \int_A \vec{S}\cdot\hat{n}\, da$$

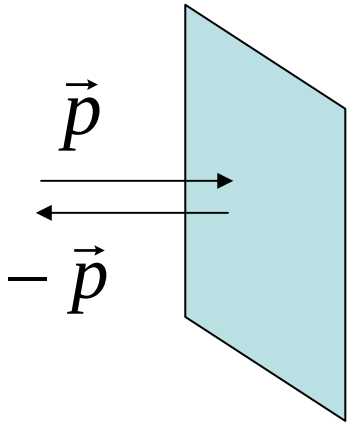
Pressão de radiação na absorção total

$$F_a = \frac{\Delta p_a}{\Delta t} = \frac{IA}{c} \Rightarrow P_a = \frac{F_a}{A} = \frac{I}{c}$$



Pressão de radiação na reflexão total

$$F_r = \frac{\Delta p_r}{\Delta t} = \frac{2IA}{c} \Rightarrow P_r = \frac{F_r}{A} = \frac{2I}{c}$$

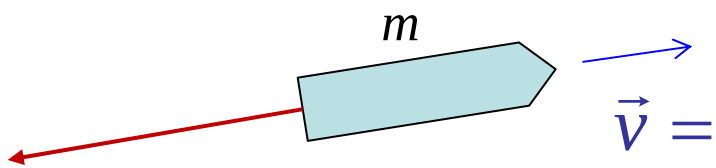


Ondas eletromagnéticas

Problema 3

Uma pequena espaçonave, cuja massa é 1,5 x 10^3 kg (incluindo um astronauta), está perdida no espaço, longe de qualquer campo gravitacional. Se o astronauta ligar um laser de 10 kW de potência, que velocidade a nave atingirá após transcorrer um dia, por causa do momento linear associado à luz do laser?

Uma pequena espaçonave, cuja massa é 1,5 x 10^3 kg (incluindo um astronauta), está perdida no espaço, longe de qualquer campo gravitacional. Se o astronauta ligar um laser de 10 kW de potência, que velocidade a nave atingirá após transcorrer um dia, por causa do momento linear associado à luz do laser?



$$\vec{v} = v\,\hat{x}$$

$$\vec{p}_{luz} = -\frac{U}{c}\hat{x}$$

$$\vec{p}_n = -\vec{p}_{luz}$$

$$\vec{F}_n = \frac{d\,\vec{p}_n}{dt} \rightarrow F_n = \frac{dp_{luz}}{dt}$$

$$F_n = \frac{P}{c} = ma \rightarrow a = \frac{P}{mc}$$

$$\frac{dp_{luz}}{dt} = \frac{1}{c}\frac{dU}{dt} = \frac{P}{c}$$

$$v(t) = v_0 + at\,; \quad \text{se } v_0 = 0 \rightarrow v(t) = at$$

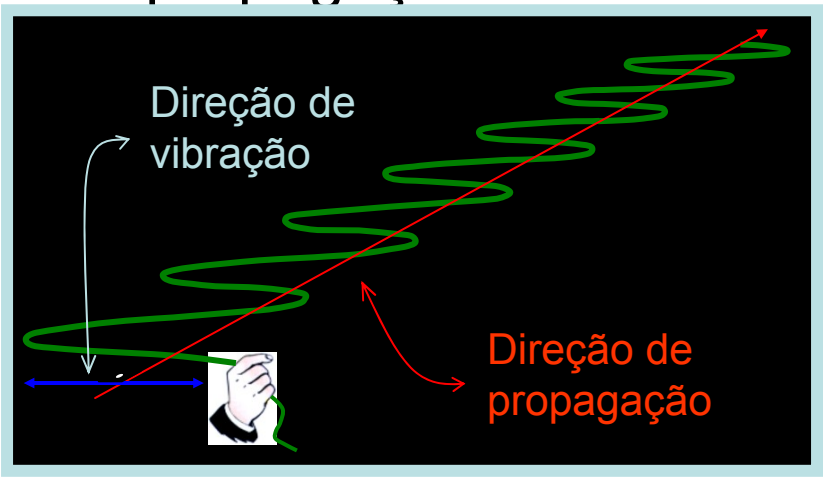
$$P = 10\,kW\,; \quad m = 1500\,kg\,; \quad 1\text{dia} = 24\times 60\times 60 = 86400\,s$$

$$v = \frac{P}{mc}t = \frac{10^4\,W\times 86400\,s}{1500\,kg\times 3\times 10^8\,m/s} \approx 1{,}9\times 10^{-3}\,m/s\,!$$

33-7 | Polarização

O que é uma onda polarizada?

- **Onda Polarizada:** Onda que possui apenas *uma direção* de vibração para uma direção de propagação.



Onda polarizada horizontalmente. Vibração horizontal e direção de propagação perpendicular a vibração.

Onda polarizada verticalmente. Vibração vertical e direção de propagação perpendicular a vibração.

O que é uma onda não polarizada?

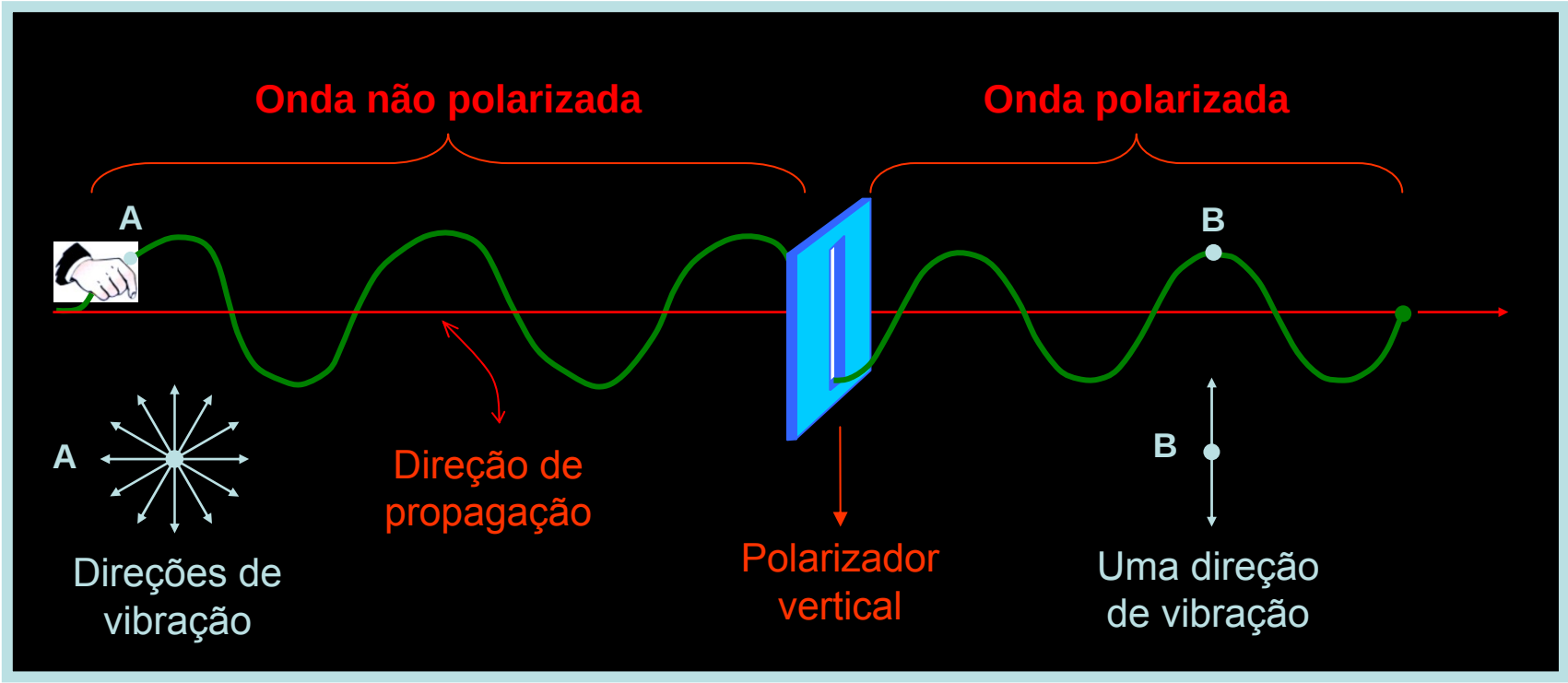
- **Onda não polarizada:** Onda que possui *mais de uma direção de vibração* para uma direção de propagação.

A onda possui várias direções de vibração para apenas uma direção de propagação. Observe que todas as direções de vibração são perpendiculares a direção de propagação.

O que é polarizar uma onda?

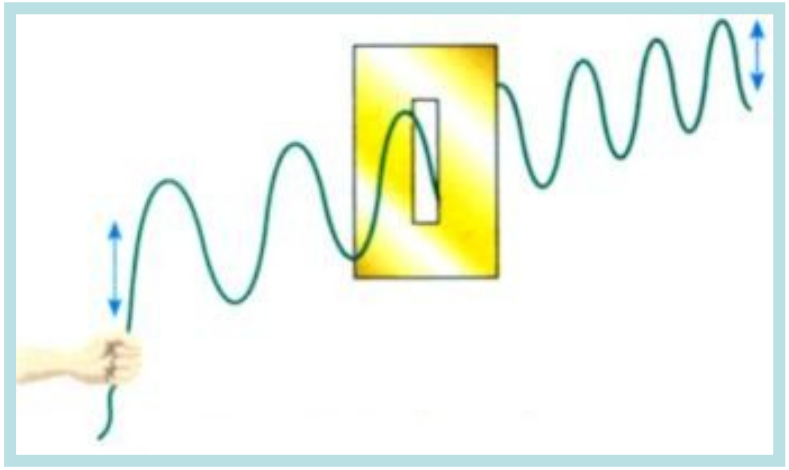
- Polarizar uma onda é fazer com que uma onda não polarizada (várias direções de vibração) se transforme em uma onda polarizada (uma direção de vibração).

Polarização de ondas em cordas

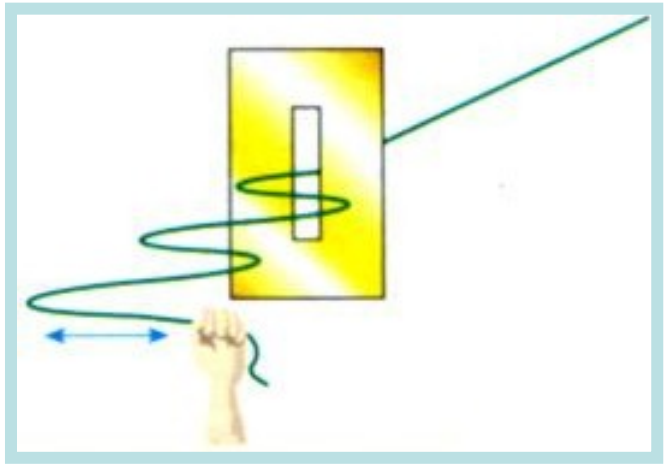


Polarização de ondas em cordas

- Onda polarizada verticalmente com polarizador vertical.



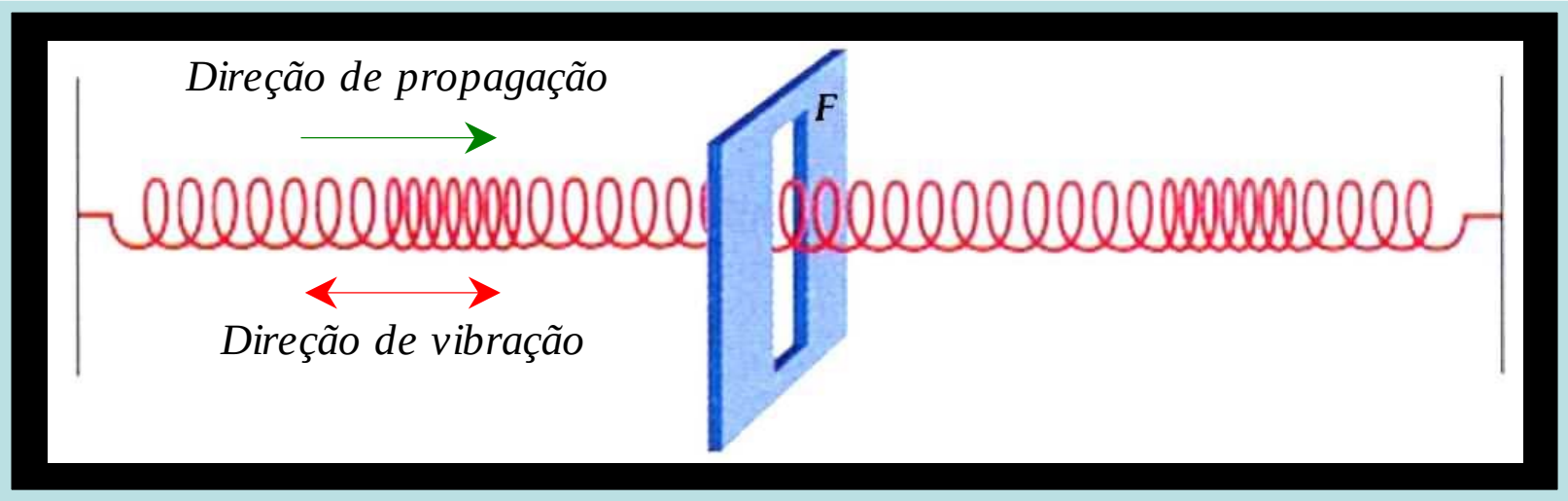
- Onda polarizada horizontalmente com polarizador vertical.



Não existe onda após o polarizador.

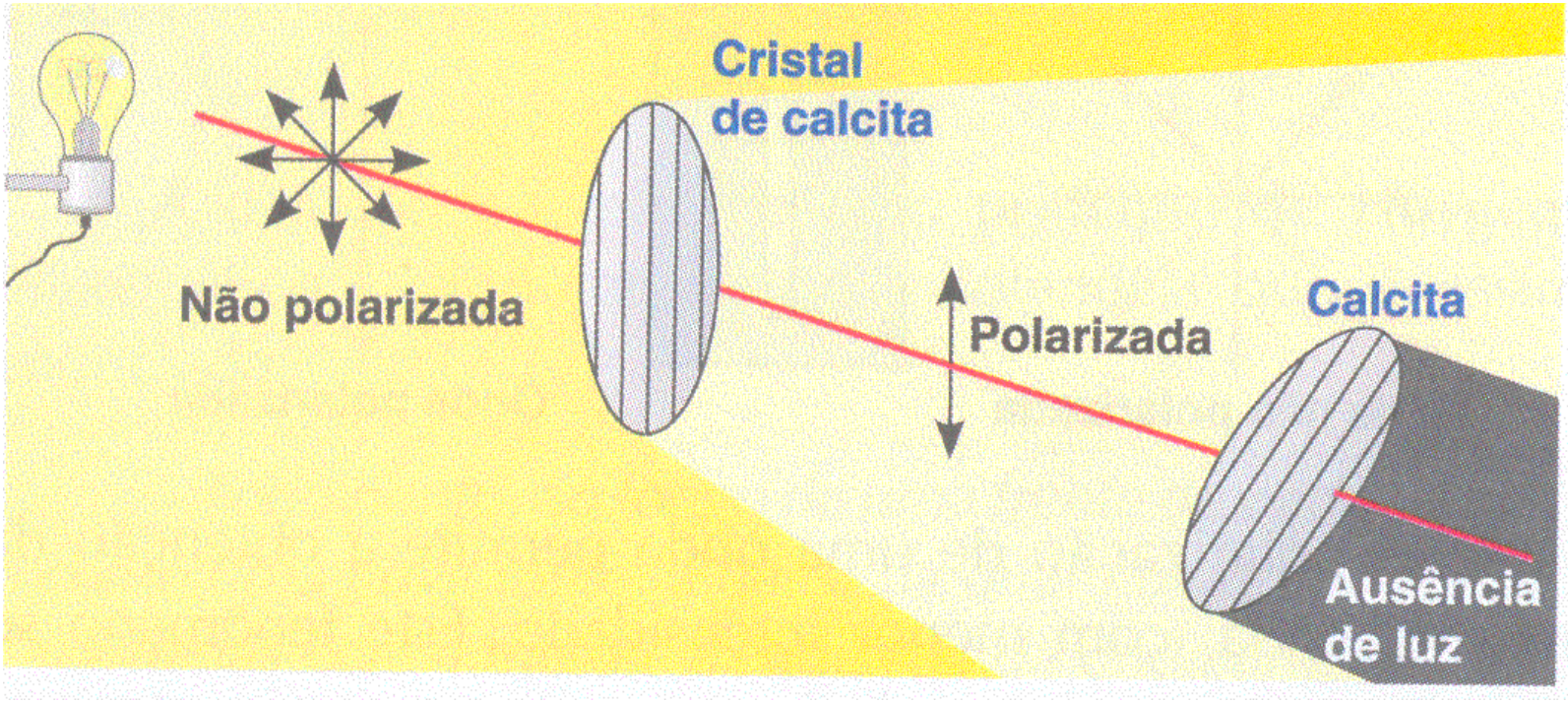
Ondas Longitudinais

- As ondas longitudinais não são polarizáveis pois apresentam apenas uma direção de vibração que tem que ser igual a direção de propagação.
- A polarização é o único fenômeno ondulatório que só ocorre para as ondas transversais.

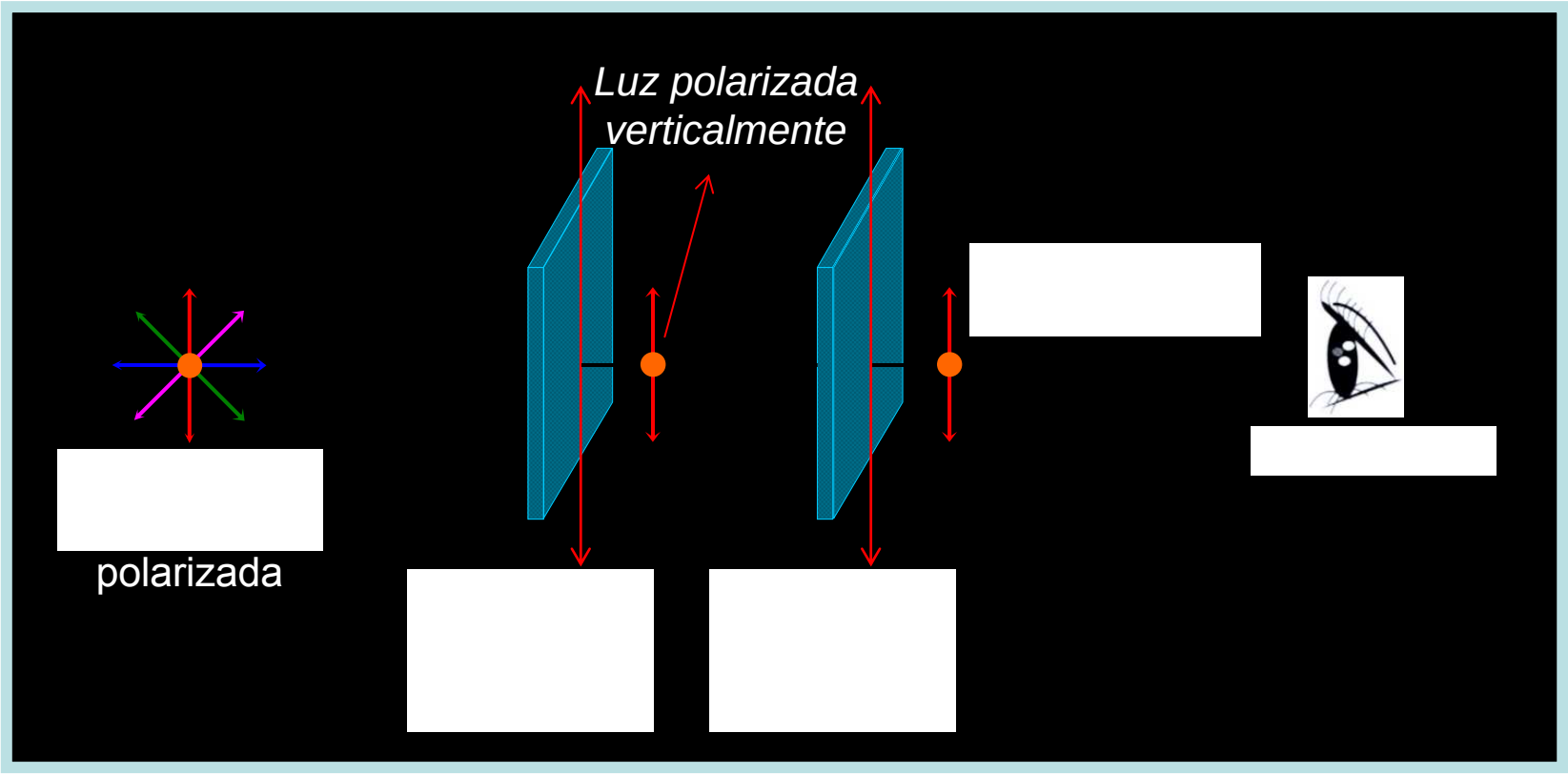


Polarização da ondas luminosas

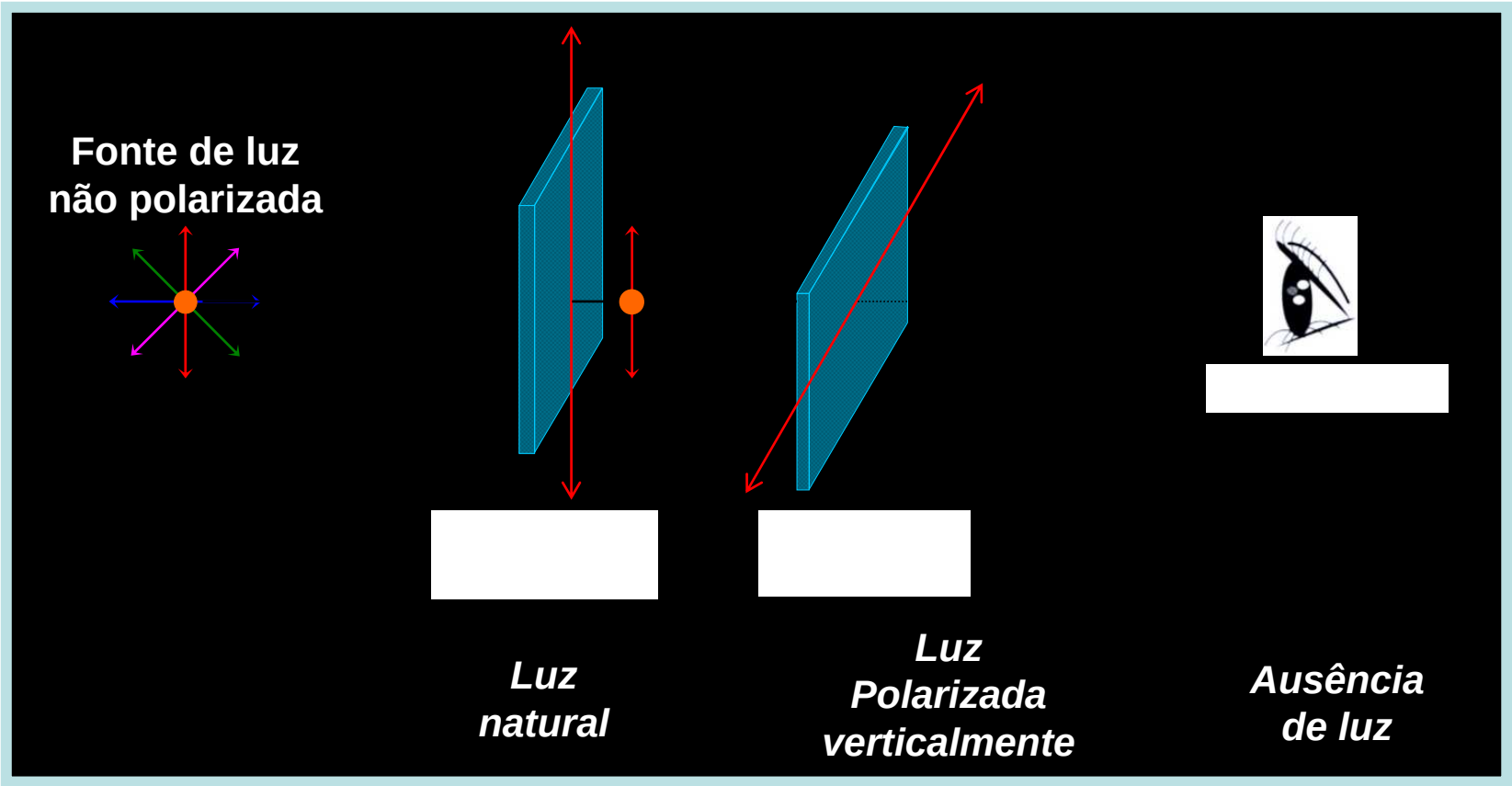
- A luz natural é formada por ondas não polarizadas.



Polarização da Luz

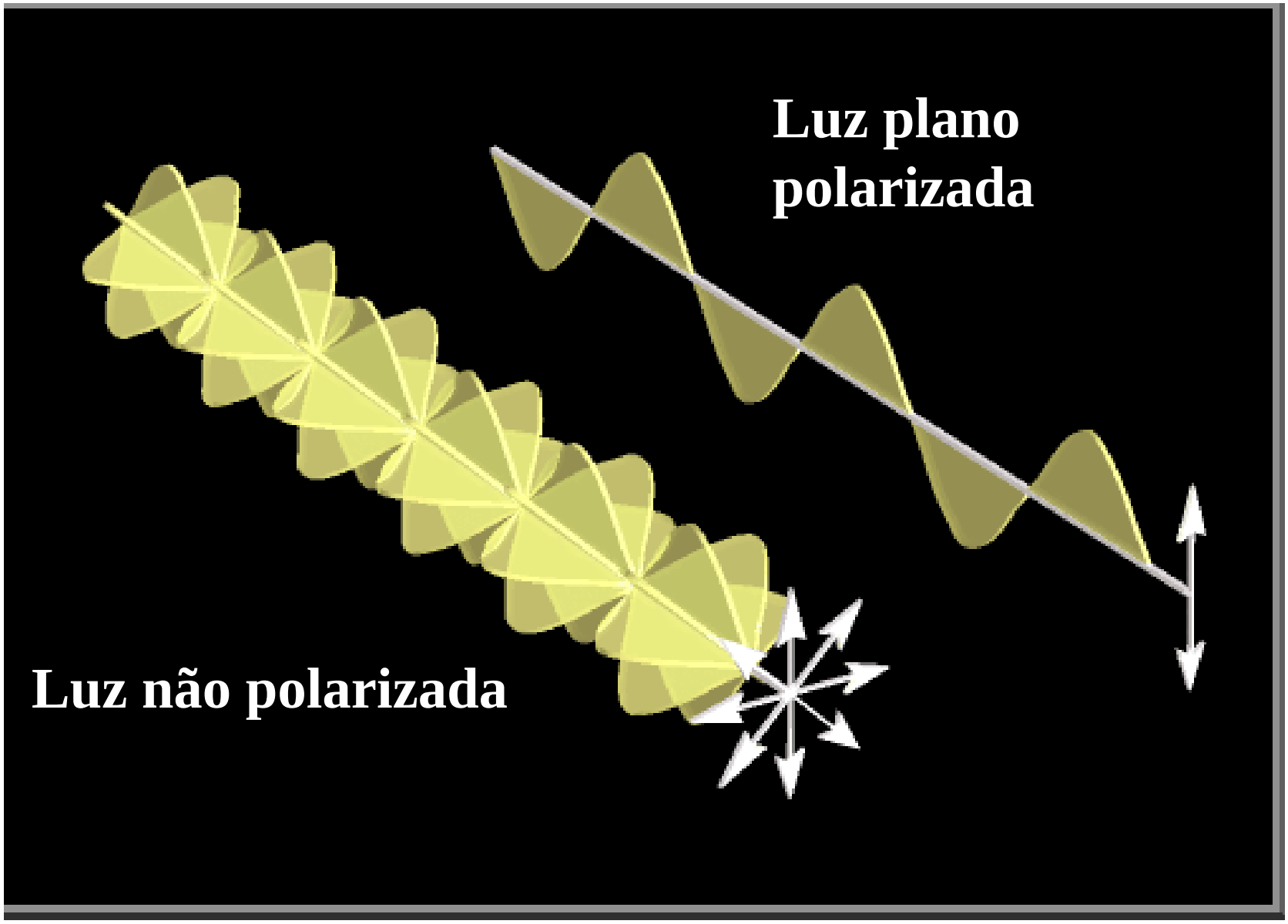


Polarização da Luz

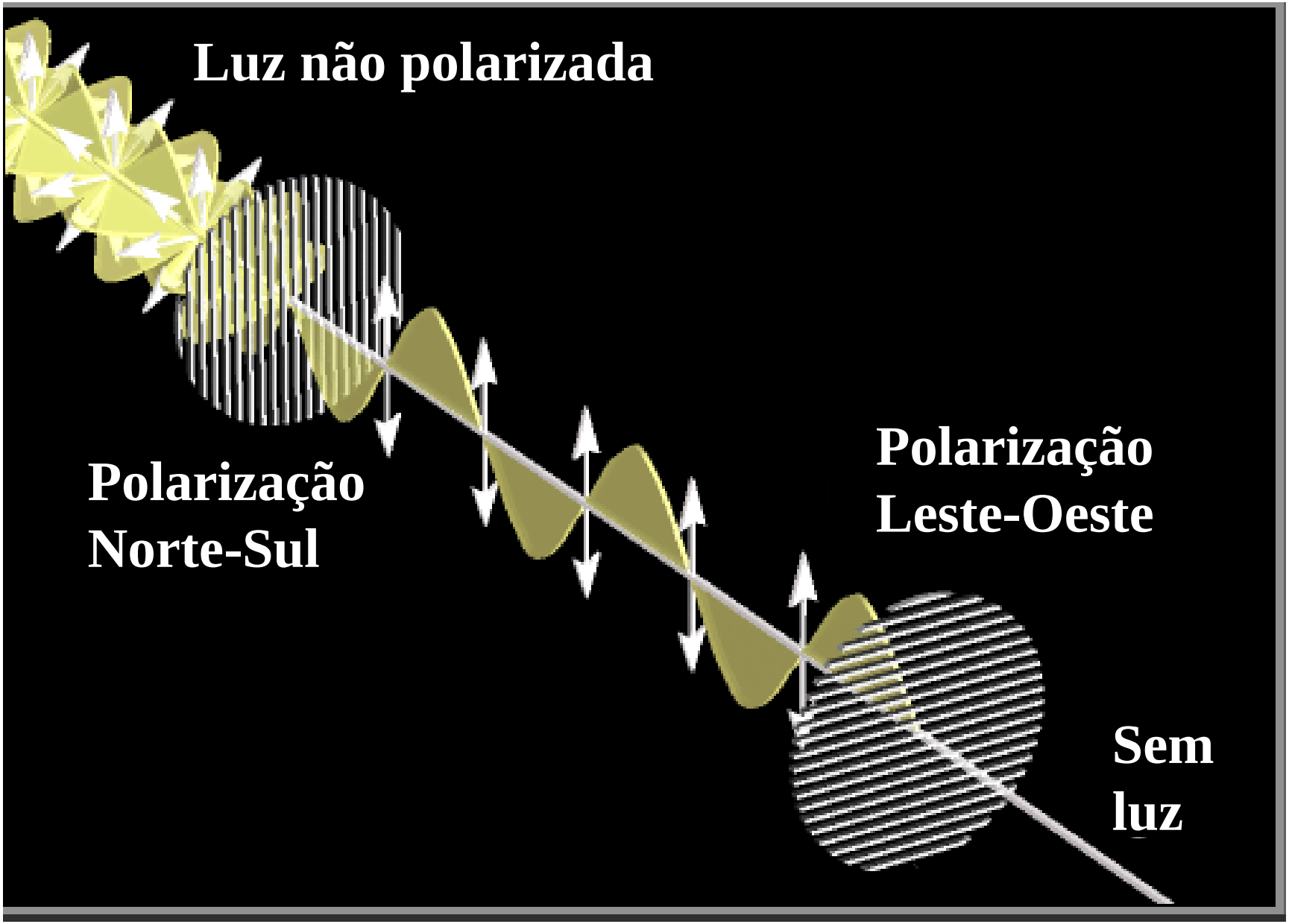


A colocação de dois polarizadores com direções de vibração perpendiculares entre si, impede a passagem da luz.

33-7 | Polarização

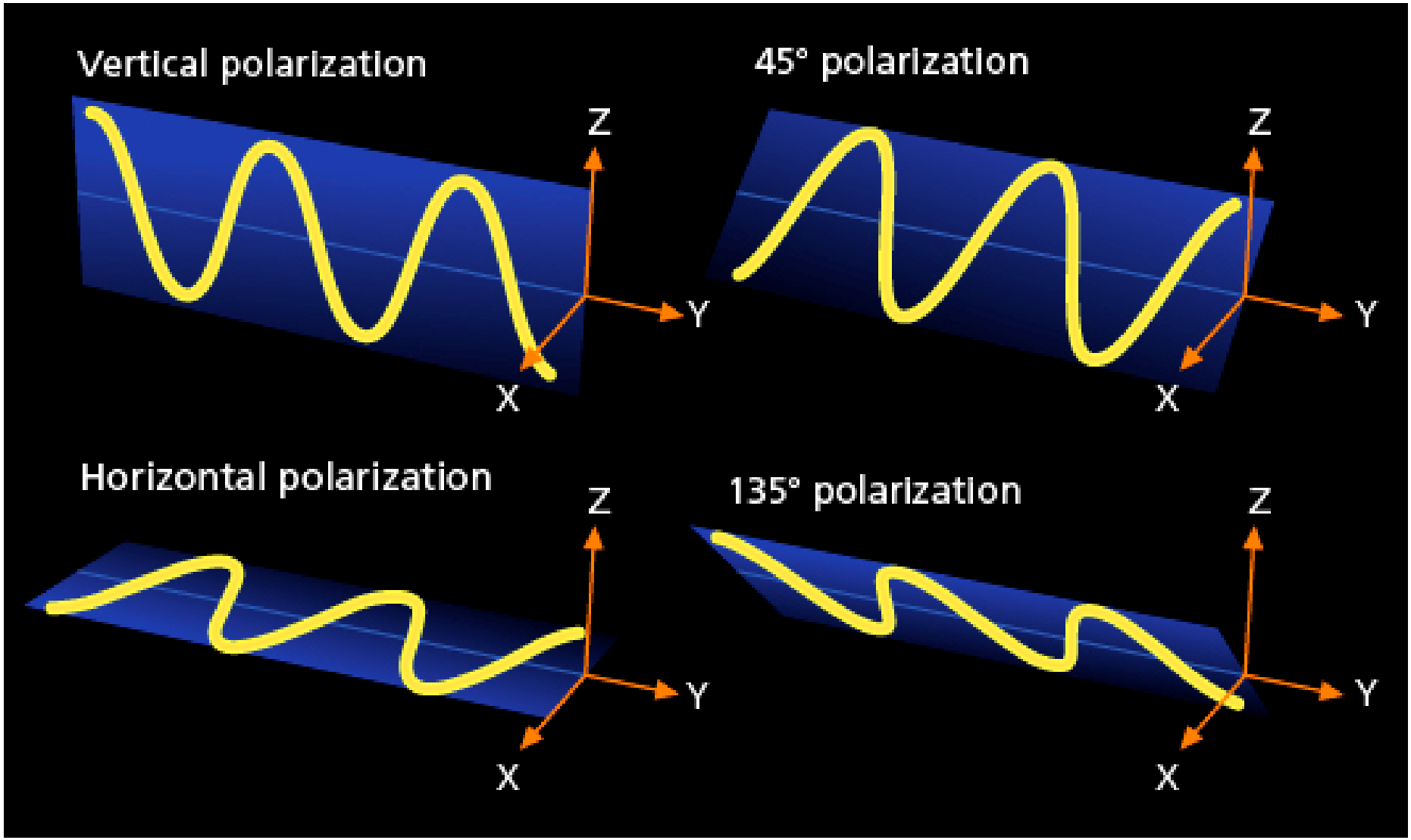


33-7 | Polarização



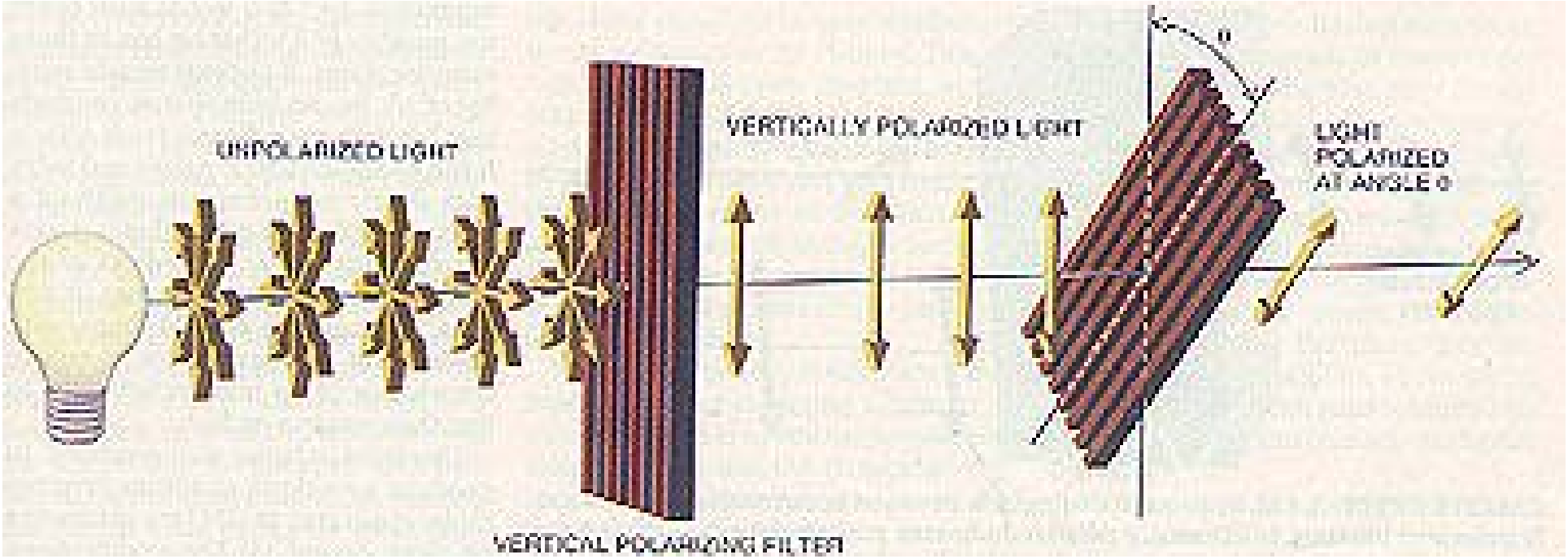
Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-7 | Polarização



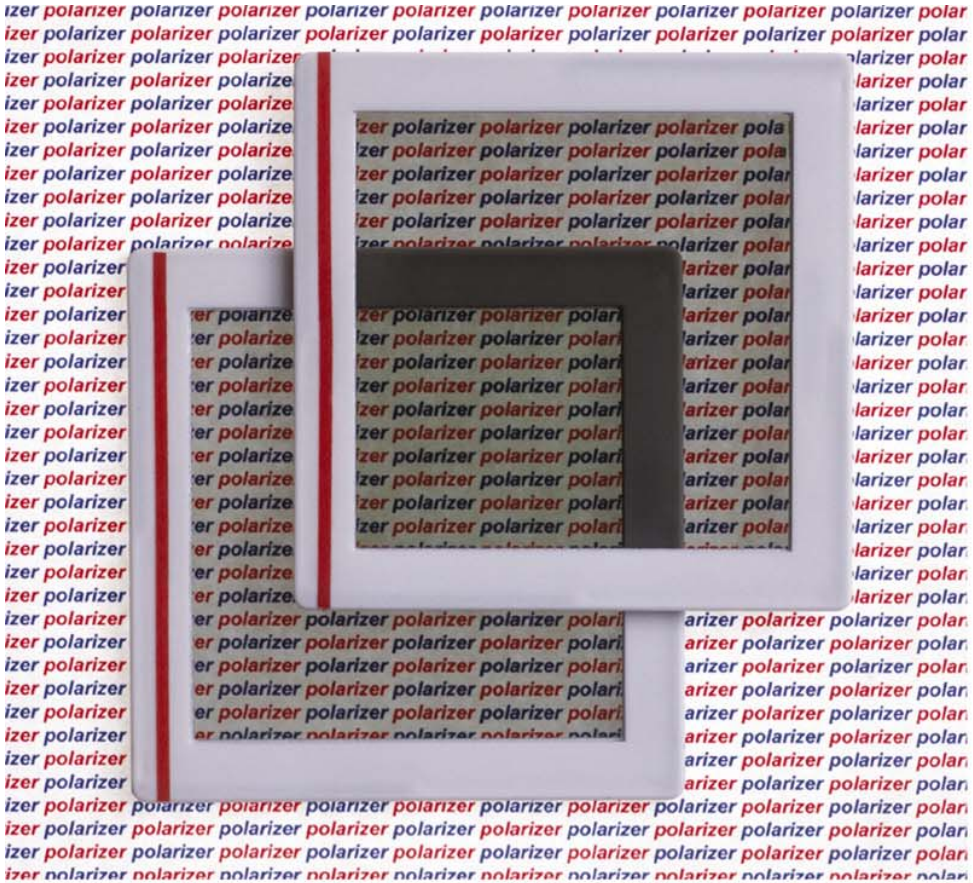
Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-7 | Polarização

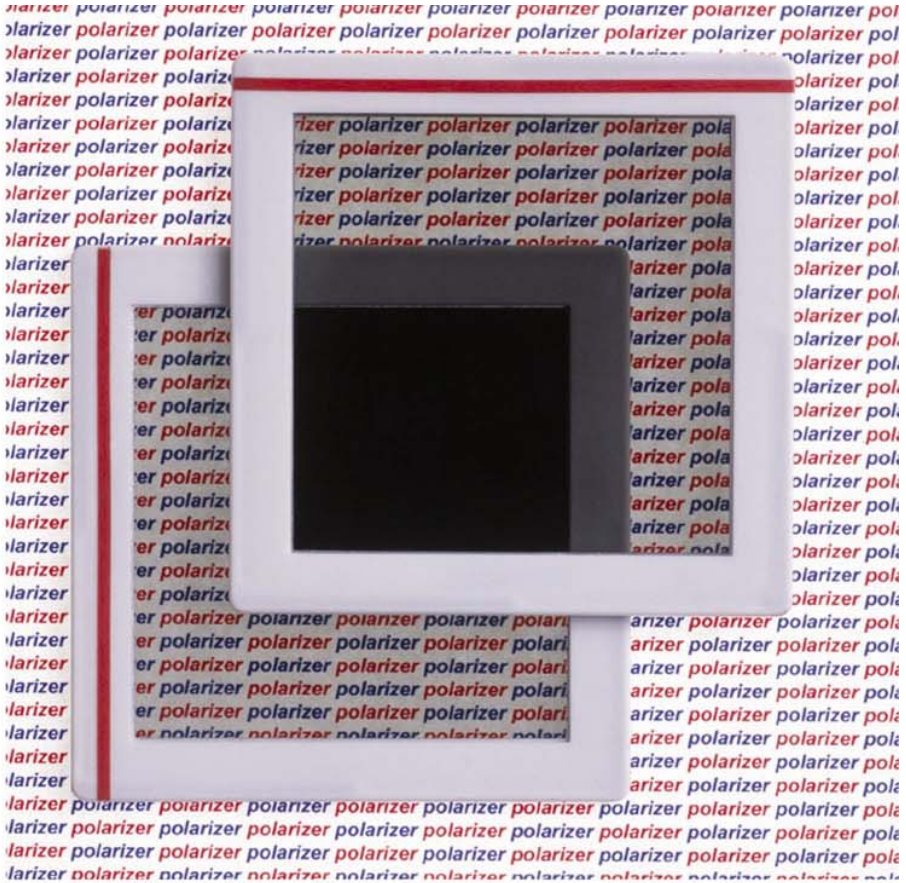


Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-7 | Polarização

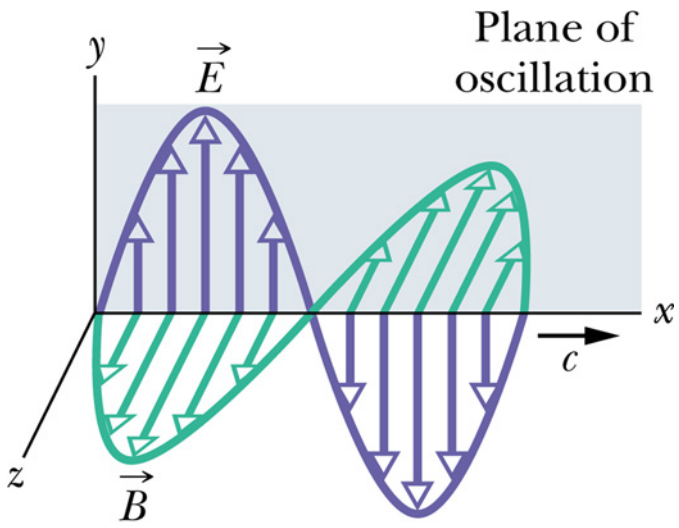


(a)

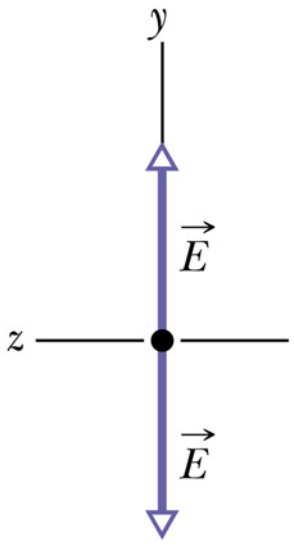


(b)

33-7 | Polarização

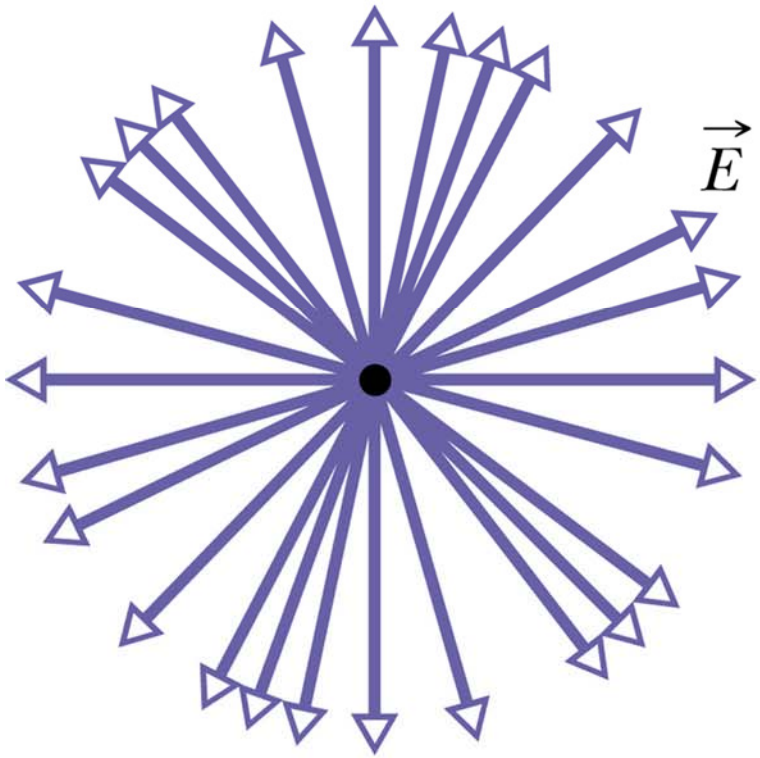


(a)

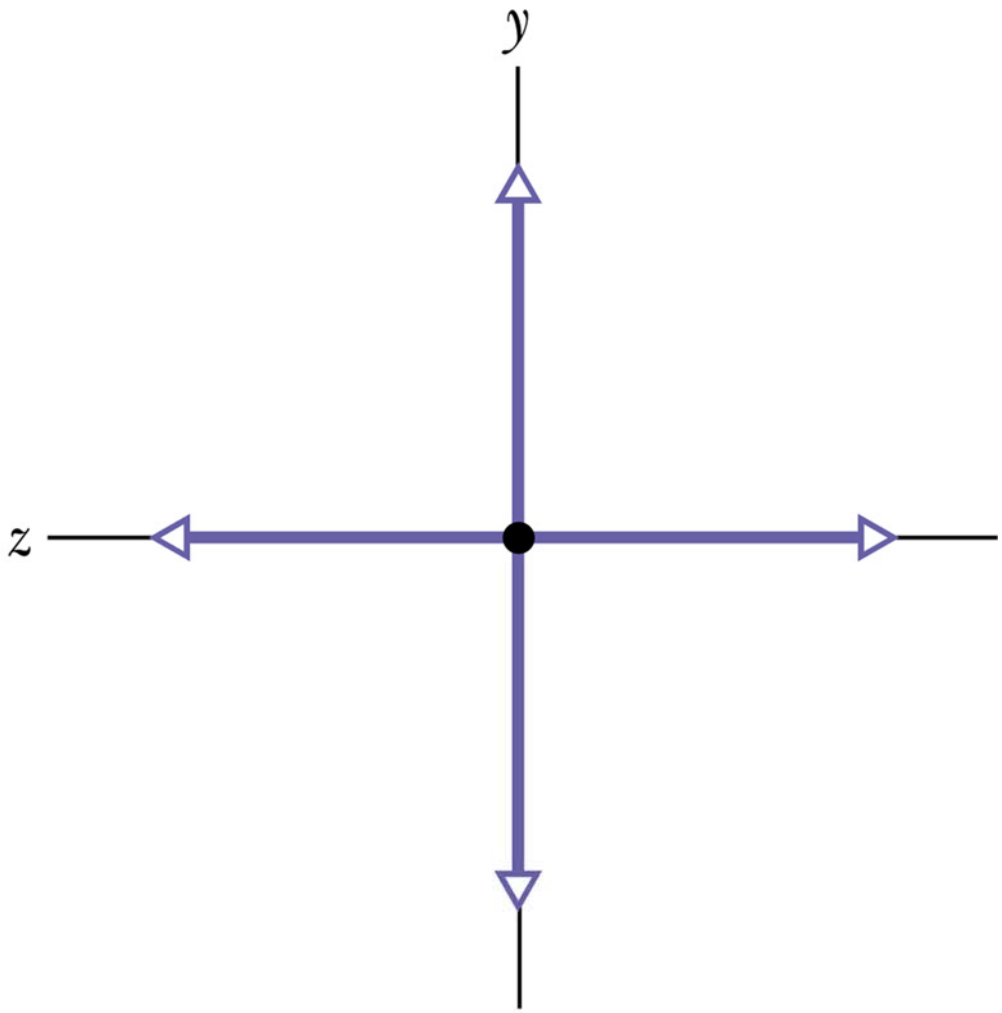


(b)

33-7 | Polarização

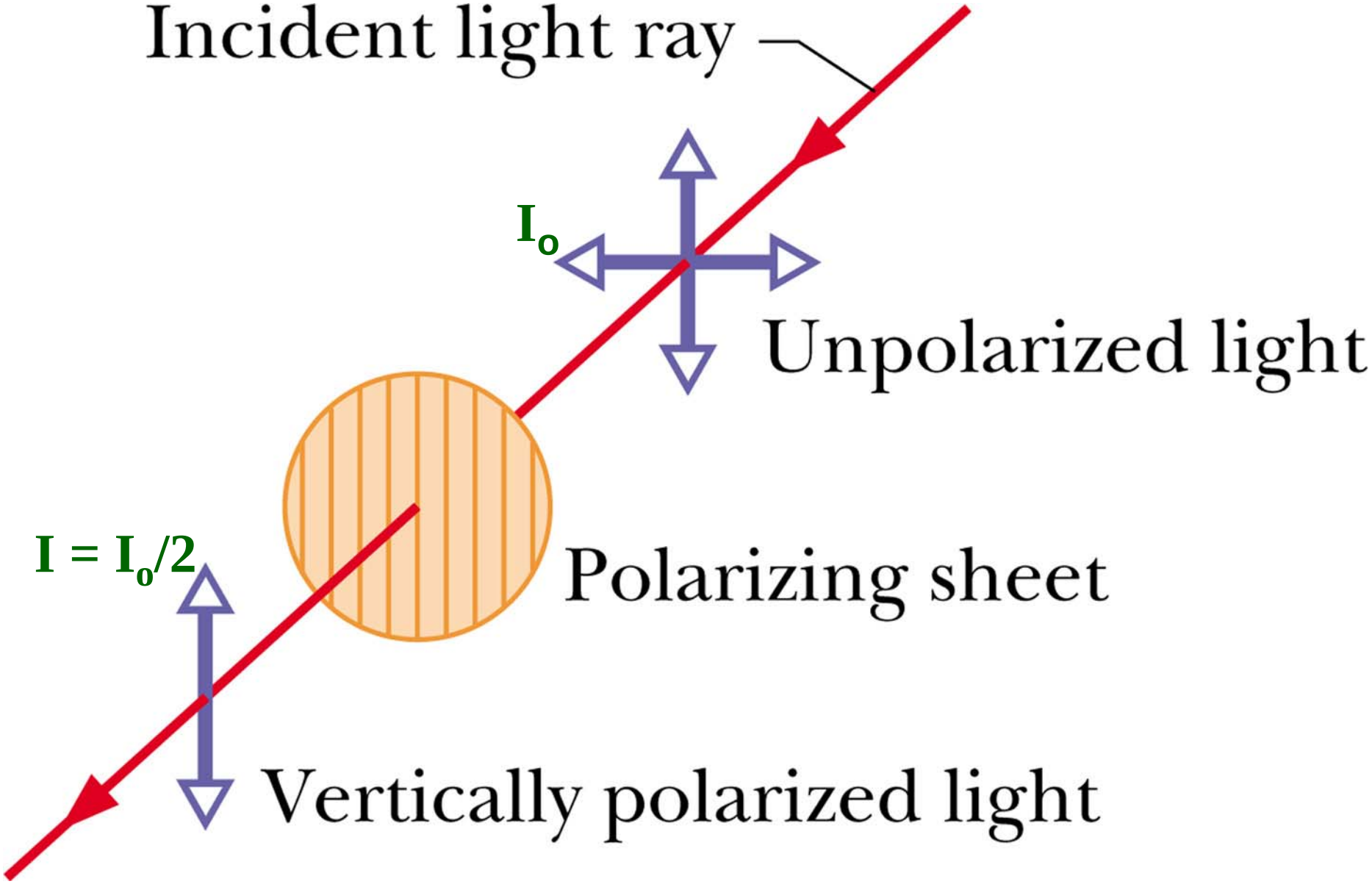


(a)

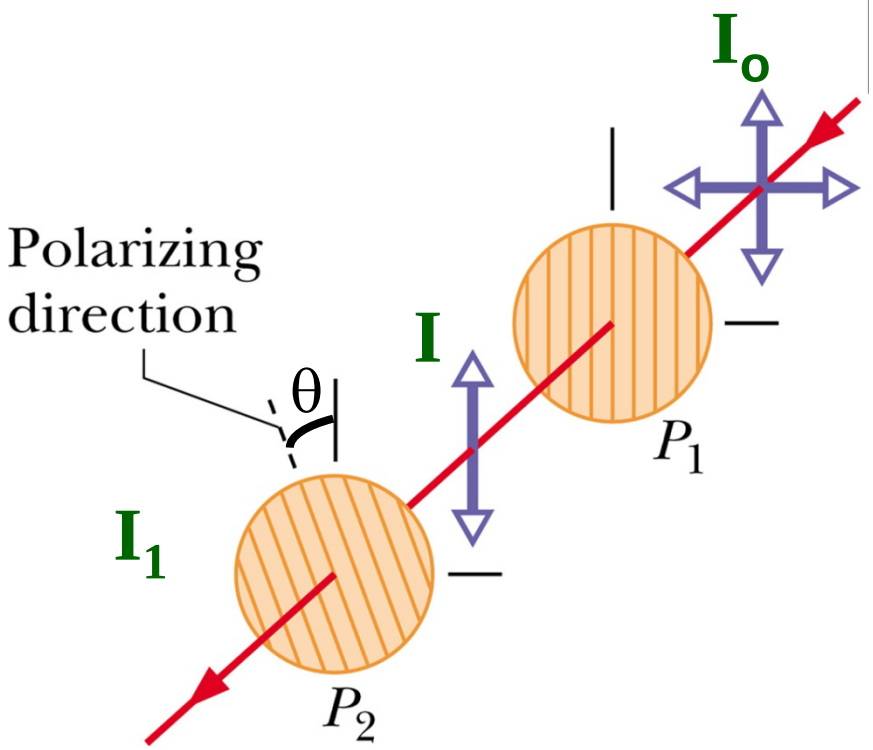


(b)

33-7 | Polarização



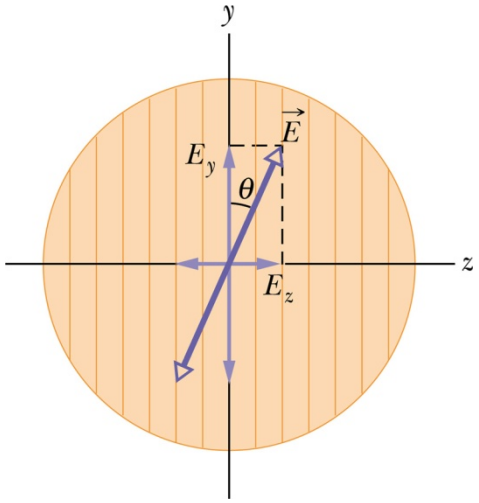
33-7 | Polarização



$$E_y = E\cos\theta$$

Como: $I = \frac{1}{c\mu_0}\frac{E^2}{2}$ Então: $I_1 = \frac{1}{c\mu_0}\frac{E_y^2}{2}$

Desse modo: $I_1 = \frac{1}{c\mu_0}\frac{E^2\cos^2\theta}{2}$

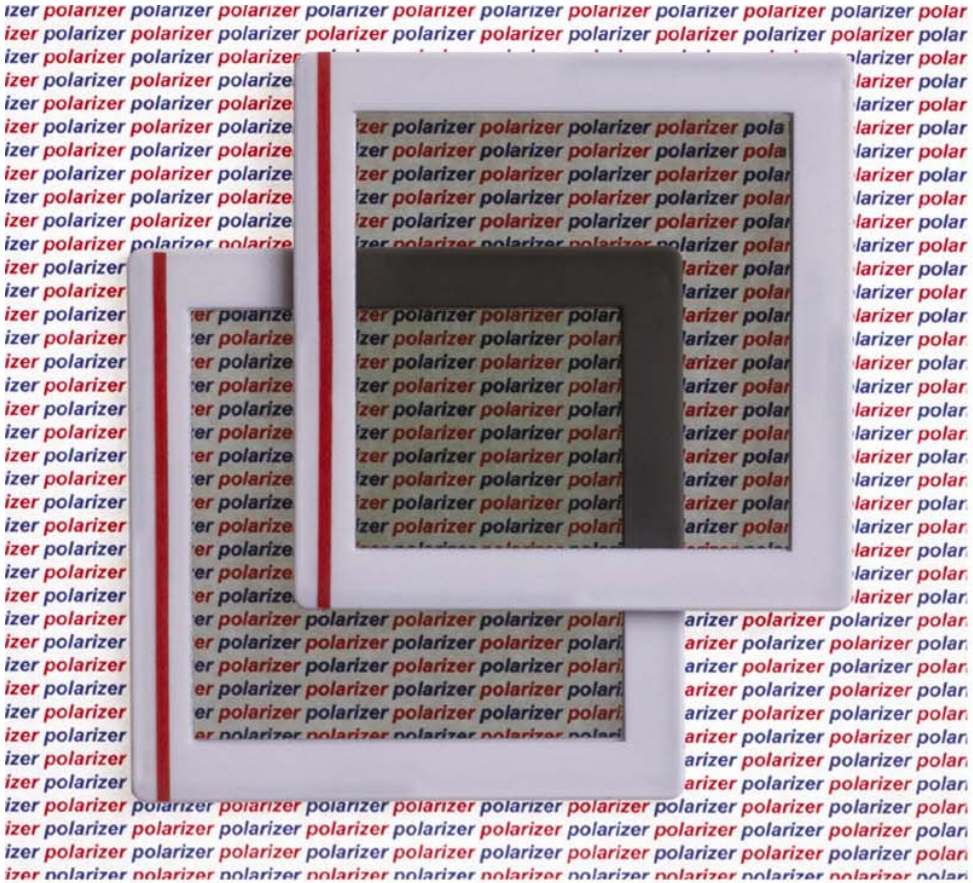


Assim: $$\frac{I_1}{I} = \frac{\frac{1}{c\mu_0}\frac{E^2\cos^2\theta}{2}}{\frac{1}{c\mu_0}\frac{E^2}{2}}$$

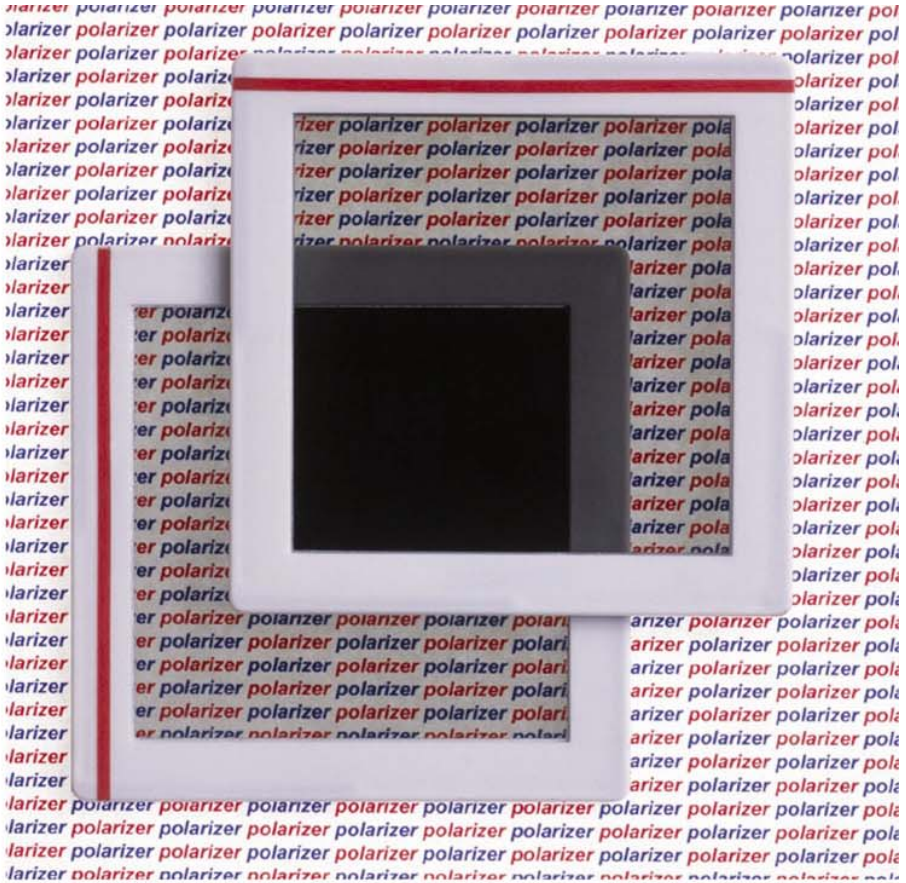
Logo: $$I_1 = I\cos^2\theta$$

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

33-7 | Polarização



(a)



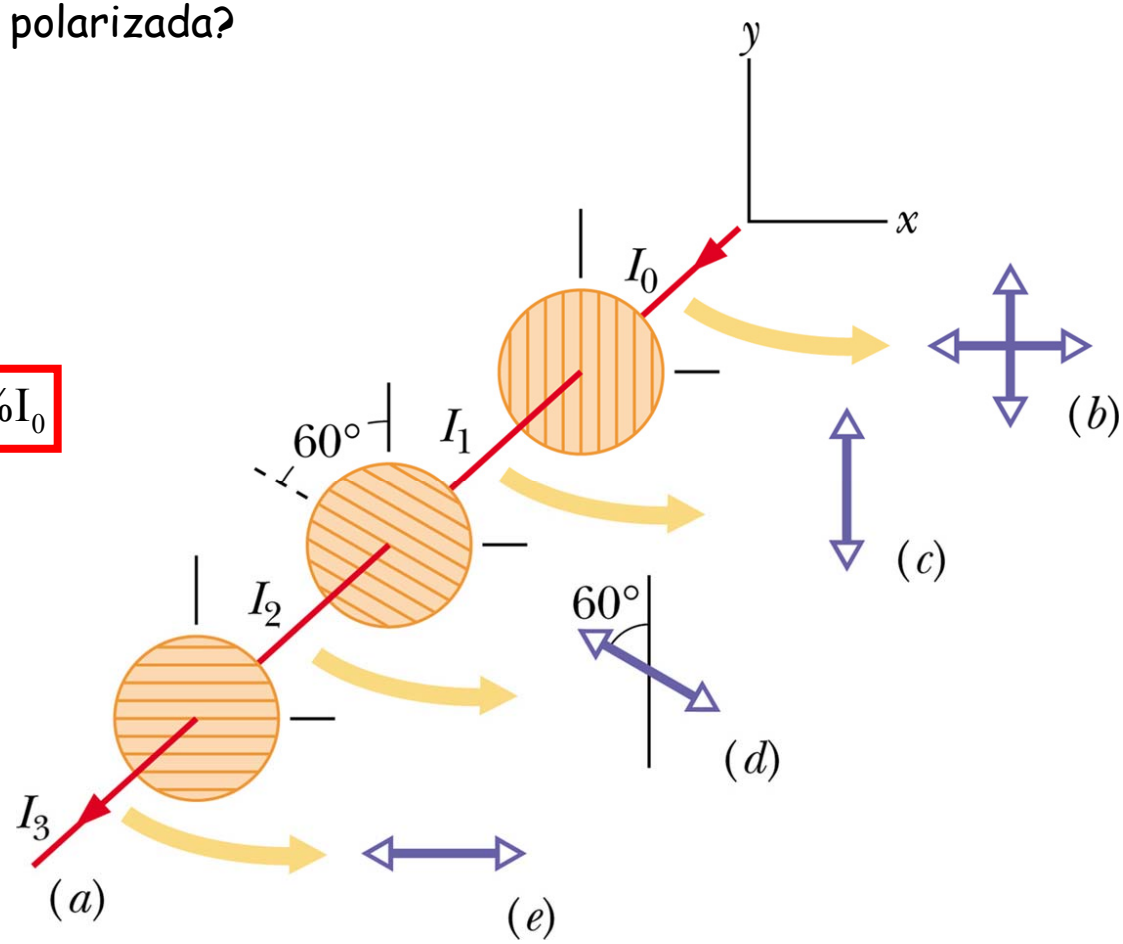
(b)

33-7 | Polarização

Exemplo 33-2

A Fig. 33-15a, desenhada em perspectiva, mostra um conjunto de três filtros polarizadores no qual incide um feixe de luz inicialmente não-polarizada. A direção de polarização do primeiro filtro é paralela ao eixo y, a do segundo faz um ângulo de 60^0 com a primeira no sentido anti-horário e a do terceiro é paralela ao eixo x. Que fração da intensidade inicial I_0 da luz sai do conjunto e em que direção essa luz está polarizada?

Resposta: $I_3 = 0,094 I_0 = 9,4\% I_0$



Resolução: Idéias chave

1. O cálculo deve ser realizado filtro por filtro, começando pelo filtro no qual a luz incide inicialmente.
2. Para determinar a intensidade da luz transmitida por um dos filtros basta aplicar a regra da metade (se a luz incidente no filtro não estiver polarizada) ou a regra do coseno ao quadrado (se a luz incidente no filtro já estiver polarizada).
3. A direção de polarização da luz transmitida por um filtro polarizador é sempre igual a direção de polarização do filtro.

Primeiro filtro: Como a luz incidente no primeiro filtro é não-polarizada, a intensidade I_1 da luz transmitida pelo primeiro filtro é dada pela regra da metade.

$$I_1 = \frac{I_o}{2}$$

Como a direção de polarização do primeiro filtro é paralela ao eixo y, a polarização da luz transmitida pelo filtro também é paralela ao eixo y.

Segundo filtro: Como a luz que chega ao segundo filtro é polarizada, a intensidade I2 da luz transmitida pelo filtro é dada pela regra do coseno ao quadrado. O ângulo é o ângulo entre a direção de polarização da luz incidente (paralela ao eixo y) e a direção de polarização do segundo filtro (que faz um ângulo de 60º com o eixo y no sentido anti-horário). Assim, Θ=60º.

$$I_2 = I_1.\cos^2 60^o$$

Terceiro filtro: Como a luz que chega ao terceiro filtro é polarizada, a intensidade I3 da luz transmitida pelo filtro é dada pela regra do coseno ao quadrado. O ângulo é agora entre a direção de polarização da luz que chega ao terceiro filtro e a direção de polarização do terceiro filtro. Assim, Θ=30º.

$$I_3 = I_2 . \cos^2 30^o$$

$$I_3 = I_2 . \cos^2 30^o = (I_1 . \cos^2 60^o) \cos^2 30^o$$

$$I_3 = \left(\frac{I_o}{2} . \cos^2 60^o \right) \cos^2 30^o$$

$$I_3 = 0,094 I_o$$

$$\frac{I_3}{I_o} = 0,094$$

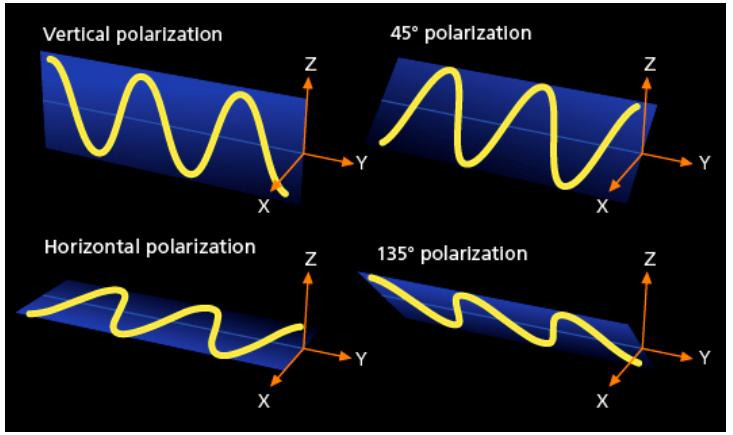
Isso significa que a luz que sai do conjunto tem apenas 9,4% da intensidade da luz que incide no conjunto.

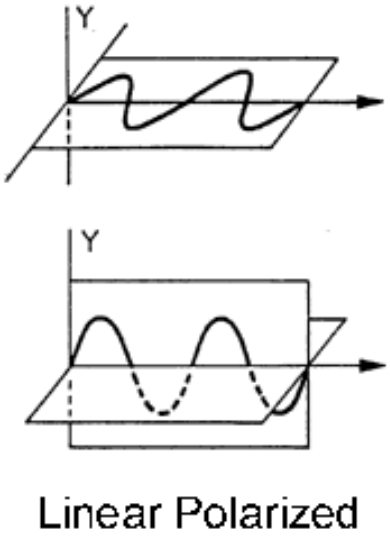
Ondas eletromagnéticas

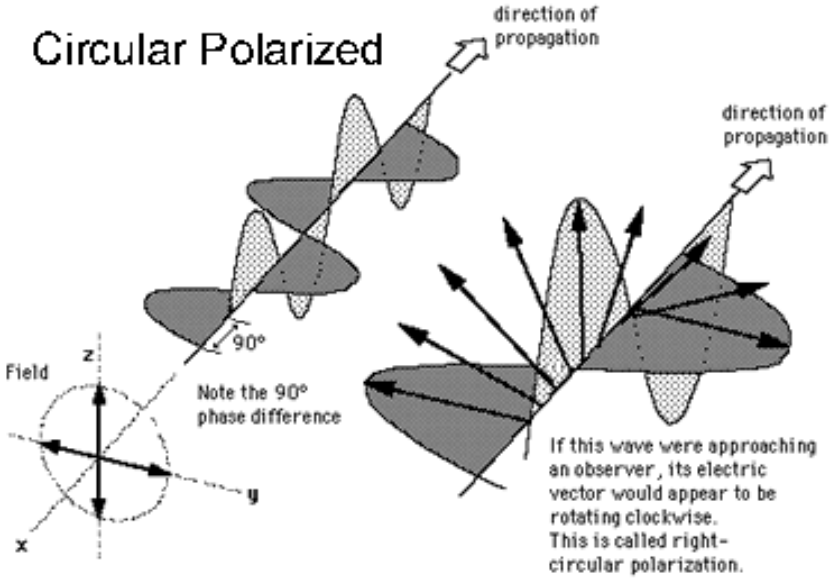
Polarização da radiação

Polarização linear:

Direção do campo elétrico $\vec{E}(\vec{r},t)$





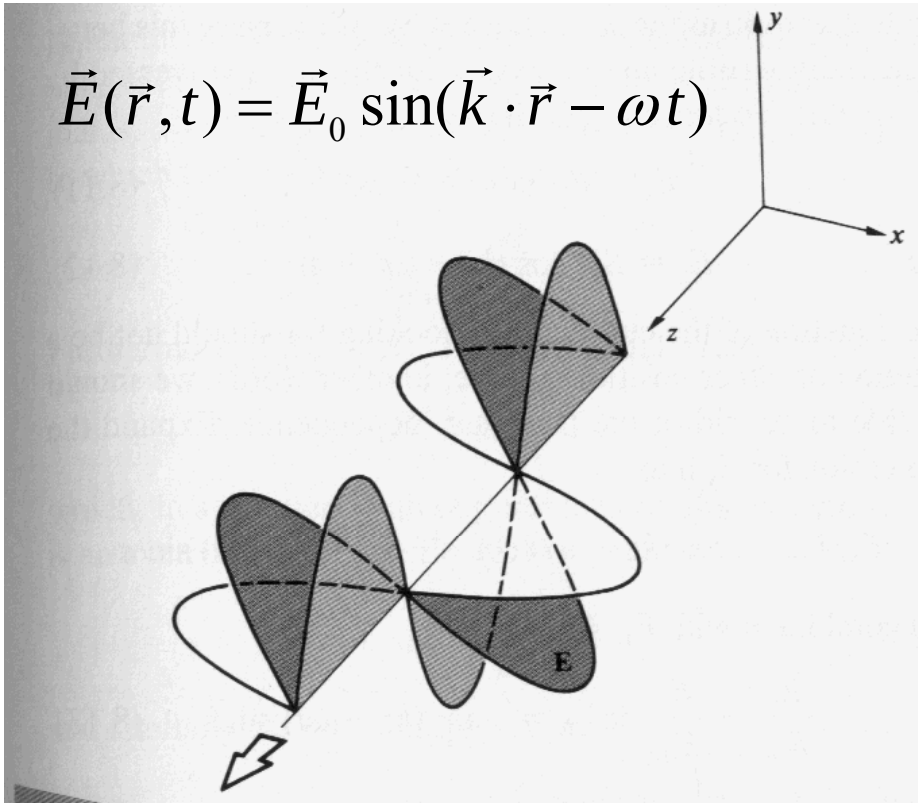


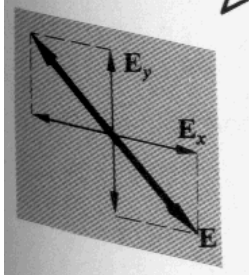
http://www.colorado.edu/physics/2000/polarization/index.html

Ondas eletromagnéticas

Polarização da radiação

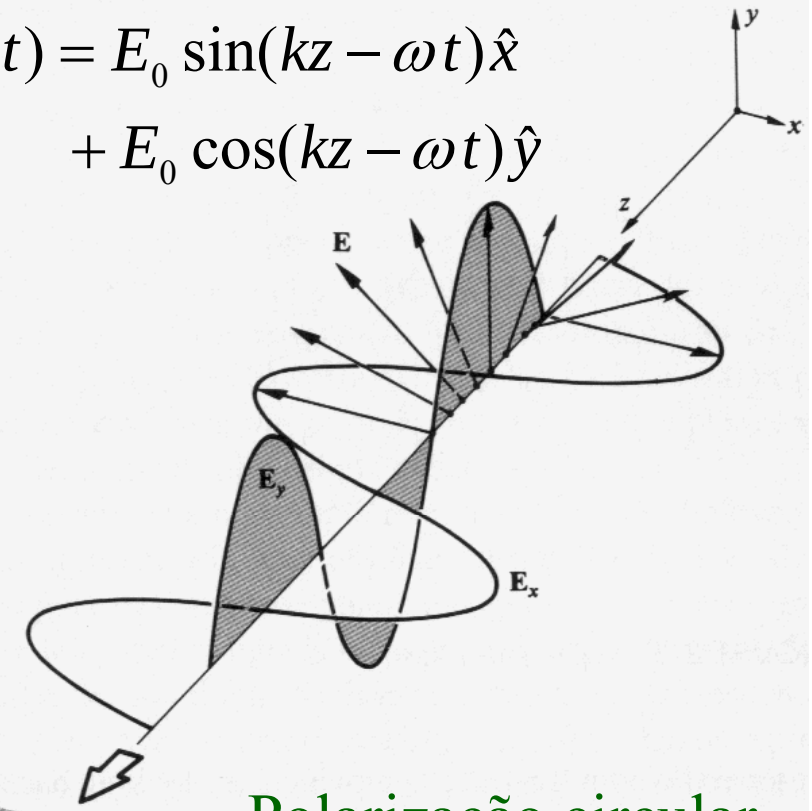
$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$$

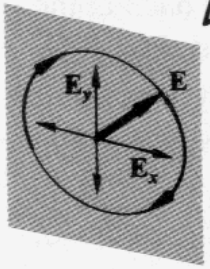




Polarização linear

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 \sin(kz - \omega t)\hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t)\hat{y}$$





Polarização circular

$$E_x^2(\vec{r},t) + E_y^2(\vec{r},t) = 1$$

Ondas eletromagnéticas

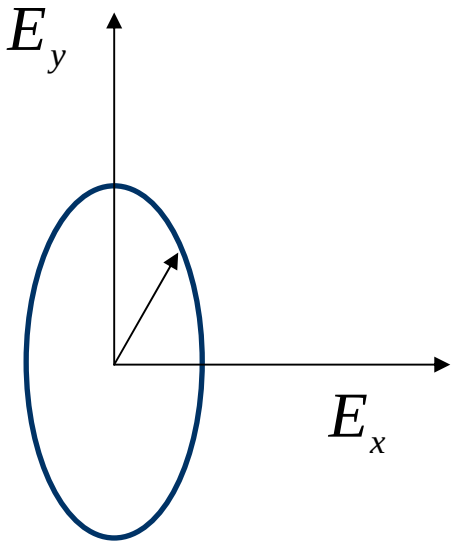
Polarização da radiação

Polarização elíptica

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_{x0}\sin(kz-\omega t)\hat{x} + E_{y0}\cos(kz-\omega t)\hat{y}$$

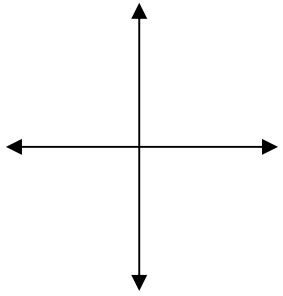
$$\Downarrow$$

$$\frac{E_x^2(\vec{r},t)}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2(\vec{r},t)}{E_{y0}^2} = 1$$



Um pulso eletromagnético geral corresponde a uma superposição de vários pulsos que oscilam em diferentes direções, com diferentes fases

$\Rightarrow$ radiação não-polarizada

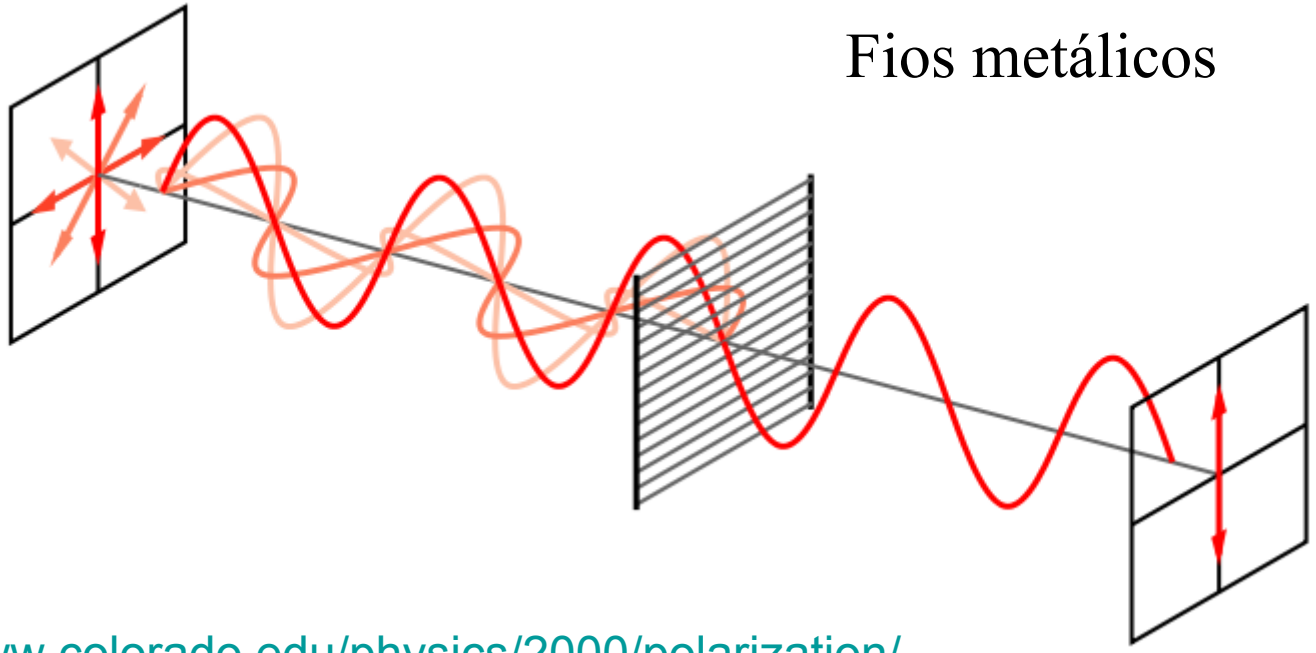


Ondas eletromagnéticas

Polarizadores

A luz polarizada em uma dada direção é absorvida pelo material usado na fabricação do polarizador. A intensidade da luz polarizada perpendicularmente a esta direção fica inalterada.

Exemplo:



Fios metálicos

http://www.colorado.edu/physics/2000/polarization/

Ondas eletromagnéticas

Polarizadores

Intensidade incidente da radiação polarizada:

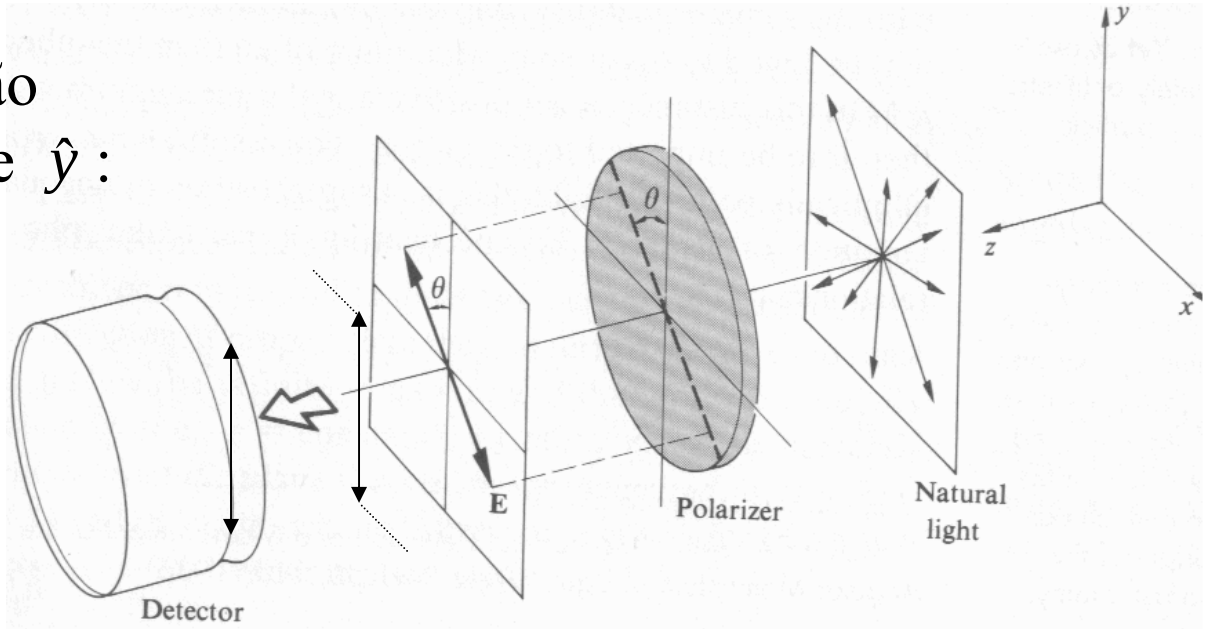
$$I_0 = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 (E_{0\|}^2 + E_{0\perp}^2)$$

$$E_{0\|} = E_0 \cos\theta$$

$$E_{0\perp} = E_0 \sin\theta$$

Intensidade da radiação polarizada ao longo de $\hat{y}$:

$$I = I_0 \cos^2\theta$$



Ondas eletromagnéticas

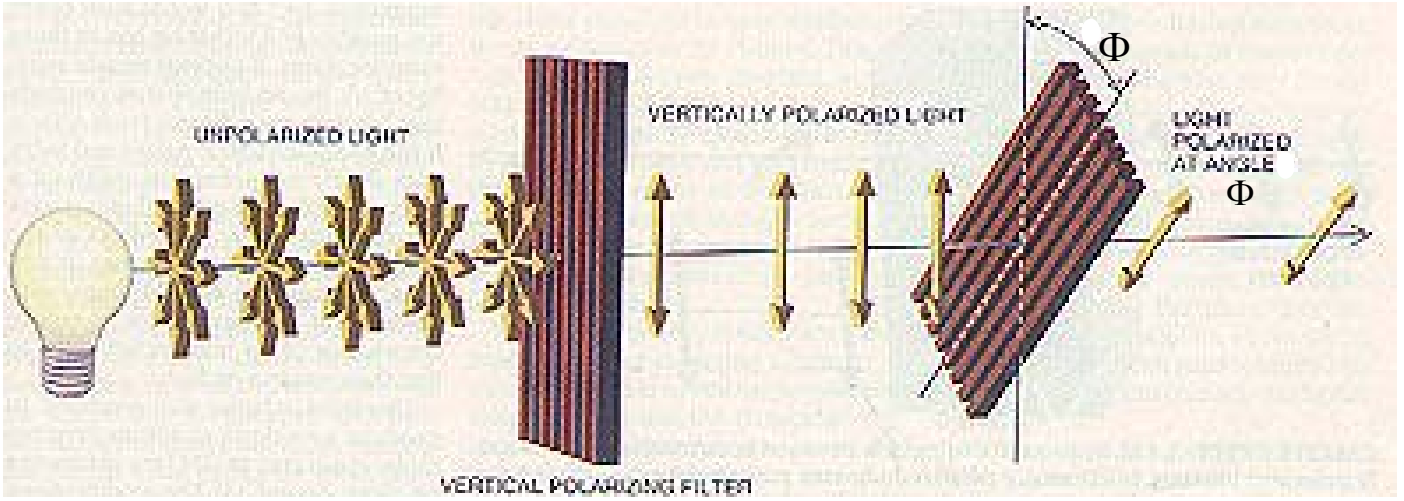
Polarizadores

Intensidade da radiação incidente não-polarizada:

$$I_0 = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2$$

Intensidade da radiação polarizada ao longo de $\hat{y}$

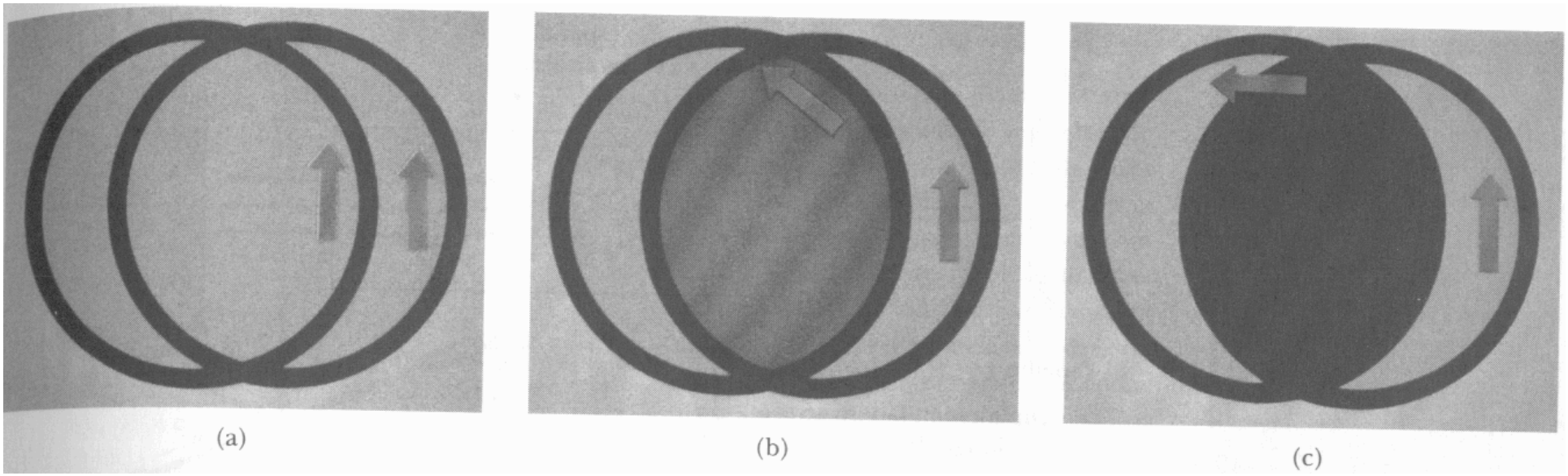
$$I = I_0 \overline{\cos^2 \theta} = \frac{I_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta \, d\theta = \frac{I_0}{2}$$



Ondas eletromagnéticas

Polarizadores

Visualização através de um polarizador:



Ondas eletromagnéticas

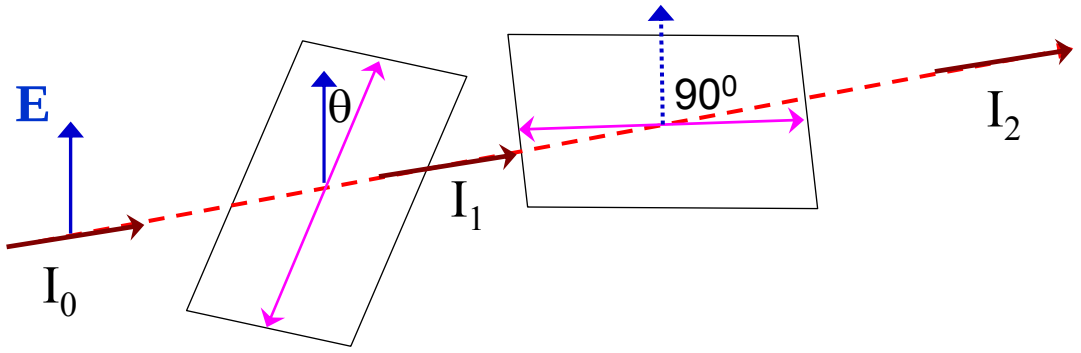
Problema 4

Um feixe de luz polarizada passa por um conjunto de dois filtros polarizadores. Em relação à direção de polarização da luz incidente, as direções de polarização dos filtros são θ para o primeiro filtro e 90º para o segundo. Se 10% da intensidade incidente é transmitida pelo conjunto, quanto vale θ ?

Um feixe de luz polarizada passa por um conjunto de dois filtros polarizadores. Em relação à direção de polarização da luz incidente, as direções de polarização dos filtros são θ para o primeiro filtro e 90º para o segundo. Se 10% da intensidade incidente é transmitida pelo conjunto, quanto vale θ ?

dado:

$$\frac{I_2}{I_0} = 0{,}1$$



$$I_1 = I_0 \cos^2\theta\,; \qquad I_2 = I_1 \cos^2(90-\theta) = I_0 \cos^2\theta \cos^2(90-\theta)$$

$$\frac{I_2}{I_0} = \cos^2\theta\left[\cos 90\cos\theta + \operatorname{sen} 90\operatorname{sen}\theta\right]^2 = \cos^2\theta\,\operatorname{sen}^2\theta = 0{,}1$$

$$\cos^4\theta - \cos^2\theta + 0{,}1 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - x + 0{,}1 = 0\,; \qquad x = \cos^2\theta$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-0{,}4}}{2} = \frac{1 \pm 0{,}775}{2} = \begin{cases} 0{,}8875 \rightarrow \cos\theta_1 = 0{,}9421 \rightarrow \theta_1 \approx 19{,}6° \\ 0{,}1125 \rightarrow \cos\theta_2 = 0{,}3354 \rightarrow \theta_2 \approx 70{,}4° \end{cases}$$