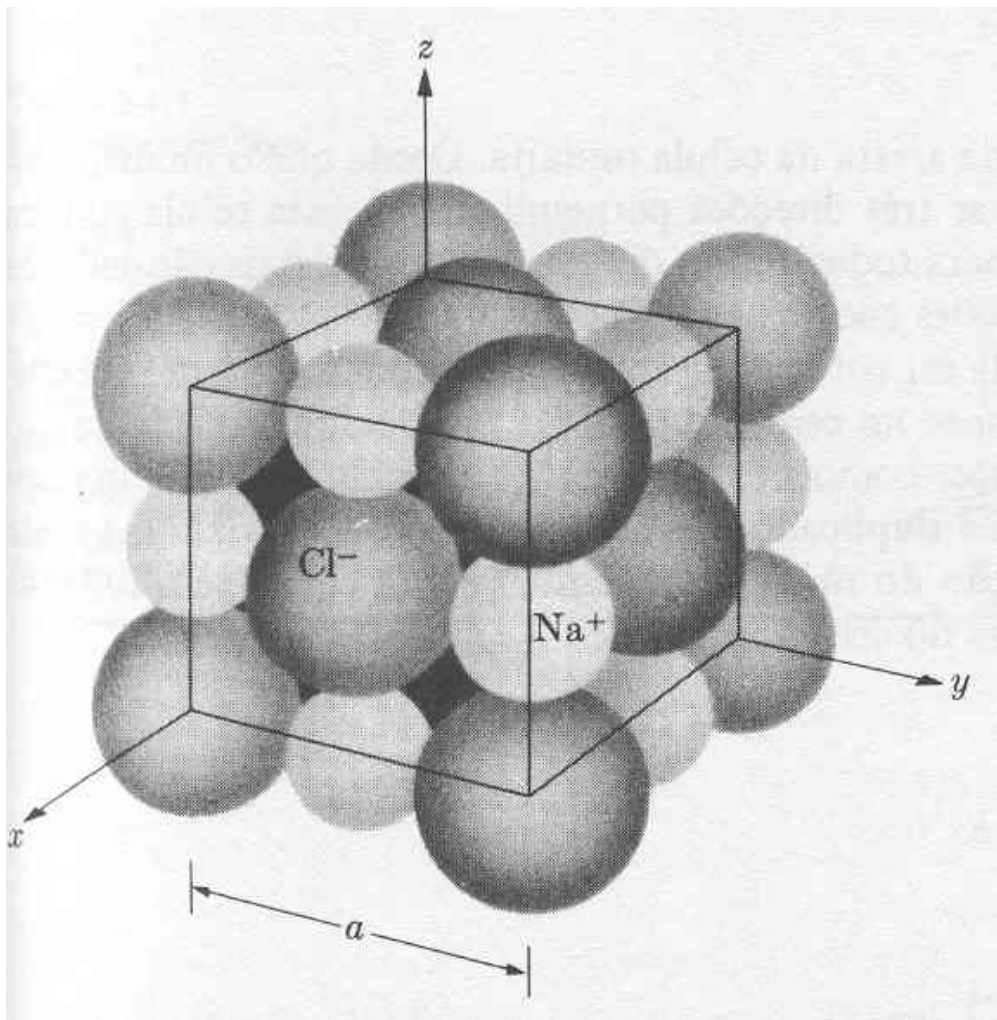


# UNIDADE 4 - ESTRUTURA CRISTALINA

## 4.1. INTRODUÇÃO

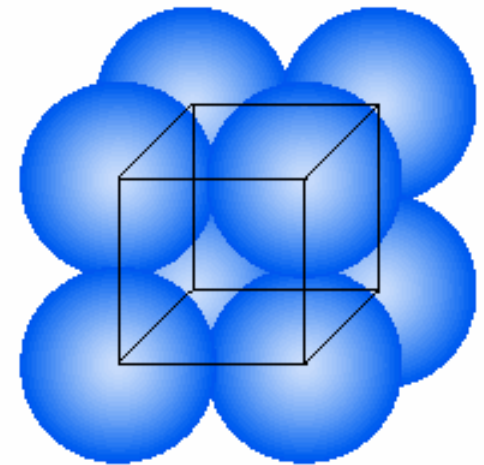
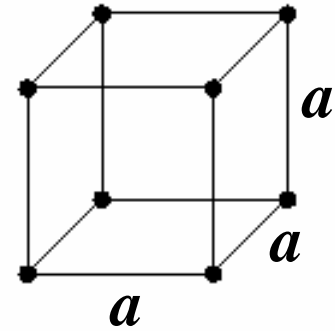
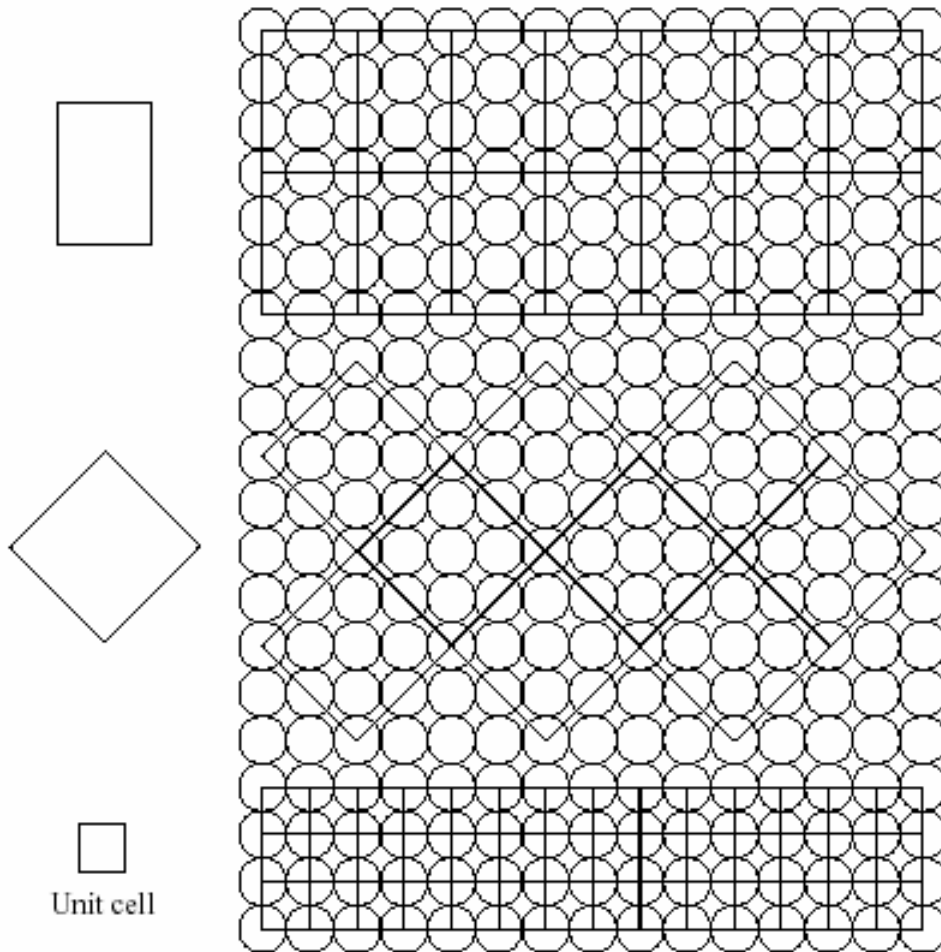
- Em geral, todos os metais, grande parte dos cerâmicos e certos polímeros cristalizam-se quando se solidificam. Os átomos se arranjam em uma estrutura tridimensional ordenada e repetida. Estas estruturas chamam-se cristais.
- Este modelo ordenado de *longo alcance* se origina da coordenação atômica no interior do material. Exemplo: arranjo hexagonal das moléculas de água, quer seja no gelo ou nos flocos de neve, originando sua forma característica.



**Figura 3-1.1** Estrutura cristalina. As faces cúbicas do sal de cozinha são as faces do cristal da estrutura do NaCl. O MgO tem idêntica estrutura.

## 4.2. CÉLULAS UNITÁRIAS E PARÂMETROS CRISTALINOS

- A célula unitária é o menor volume repetido no interior de um cristal. A célula unitária é normalmente, mas não necessariamente, posicionada com um átomo em cada vértice.
- O parâmetro cristalino  $a$  é a distância repetida entre posições equivalentes no cristal. Ele é paralelo ao eixo cristalino. Quando o cristal é cúbico, o parâmetro cristalino  $a$  é o mesmo nas três direções coordenadas.
- O vértice da célula unitária pode ser colocado em qualquer lugar no interior do cristal. O vértice pode localizar-se no centro do átomo, em qualquer outra posição do seu interior, ou ainda entre os átomos, desde que definindo a regularidade cristalina.



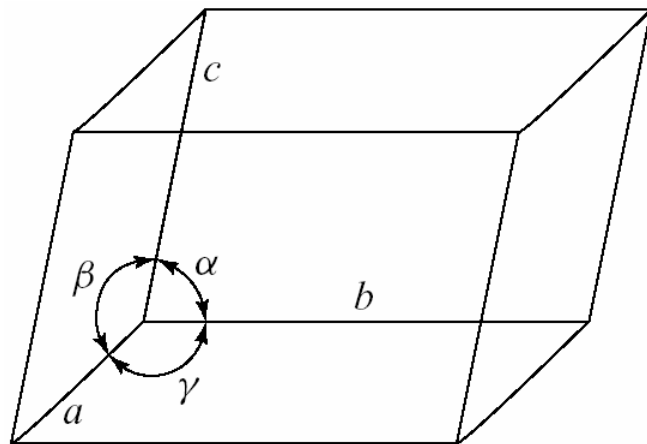
**Várias unidades estruturais que descrevem esquematicamente a estrutura cristalina.**

**A unidade estrutural mais simples é a célula unitária.**

## 4.3. SISTEMAS CRISTALINOS

- A descrição das estruturas cristalinas utilizando células unitárias tem uma importante vantagem: **TODAS** as estruturas possíveis reduzem-se a um pequeno número de geometrias básicas de células unitárias.
- Existem somente **7** formas das células unitárias que podem ser utilizadas para preencher o espaço tridimensional. Estas formas definem os 7 sistemas cristalinos possíveis.
- Os cristais cúbicos têm modelos idênticos ao longo de três direções perpendiculares. A maioria dos metais e um grande número de materiais cerâmicos são cúbicos.
- Os cristais não-cúbicos surgem quando o modelo repetido não é o mesmo nas três direções coordenadas, ou os ângulos entre os três eixos cristalinos não são de  $90^\circ$ .

**TABLE 3.1 THE SEVEN CRYSTAL SYSTEMS**



## Geometria geral de uma célula unitária.

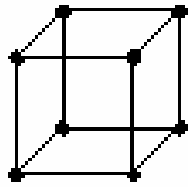
System	Axial lengths and angles <sup>a</sup>	Unit cell geometry
Cubic	$a = b = c, \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
Tetragonal	$a = b \neq c, \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
Orthorhombic	$a \neq b \neq c, \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
Rhombohedral	$a = b = c, \alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	
Hexagonal	$a = b \neq c, \alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$	
Monoclinic	$a \neq b \neq c, \alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$	
Triclinic	$a \neq b \neq c, \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	

<sup>a</sup>The lattice parameters  $a$ ,  $b$ , and  $c$  are unit cell edge lengths. The lattice parameters  $\alpha$ ,  $\beta$ , and  $\gamma$  are angles between adjacent unit cell axes where  $\alpha$  is the angle viewed along the  $a$  axis (i.e., the angle between the  $b$  and  $c$  axes). The inequality sign ( $\neq$ ) means that equality is not required. Accidental equality occasionally occurs in some structures.

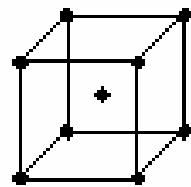
### **4.3.1. AS REDES CRISTALINAS (REDES DE BRAVAIS)**

- **Verificando os sistemas cristalinos, deve ser analisado como os átomos podem ser posicionados dentro da célula unitária.**
- **Existem um número limitado de possibilidades, chamadas de Redes de Bravais. Arranjos periódicos destas redes geram as Redes de Pontos, onde os pontos têm vizinhanças idênticas no espaço tridimensional.**
- **Estas redes definem os esqueletos nos quais as estruturas cristalinas são construídas posicionando-se os átomos ou grupos de átomos perto ou nos pontos das Redes de Pontos.**

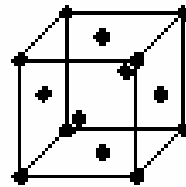
**TABLE 3.2** THE FOURTEEN CRYSTAL (BRAVAIS) LATTICES



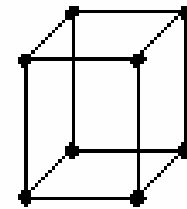
Simple cubic



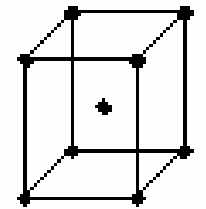
Body-centered cubic (bcc)



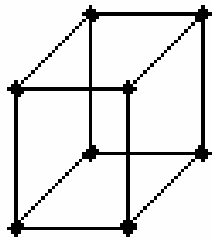
Face-centered cubic (fcc)



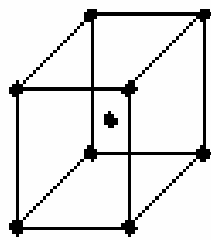
Simple tetragonal



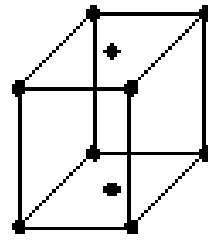
Body-centered tetragonal



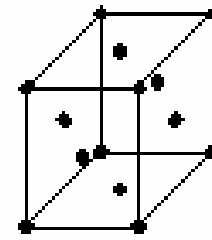
Simple orthorhombic



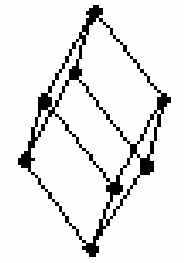
Body-centered orthorhombic



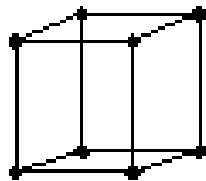
Base-centered orthorhombic



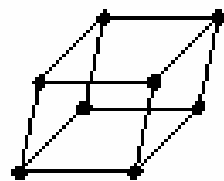
Face-centered orthorhombic



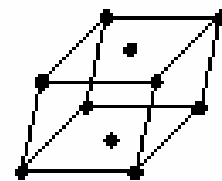
Rhombic



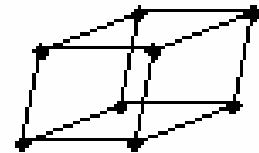
Hexagonal



Simple monoclinic



Base-centered monoclinic



Triclinic

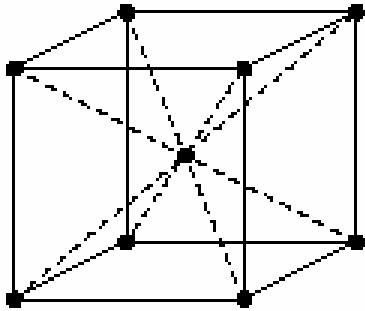


## 4.4. RETICULADOS CÚBICOS

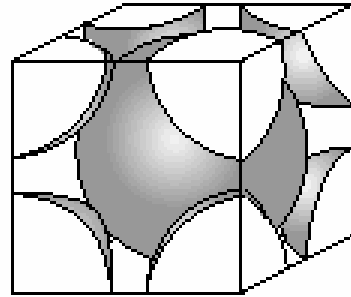
- Os cristais cúbicos possuem um dos três seguintes tipos de reticulados: **CÚBICO SIMPLES, CÚBICO DE CORPO CENTRADO (CCC) E CÚBICO DE FACE CENTRADA (CFC)**.
- O reticulado é uma repetição nas três dimensões do modelo desenvolvido no interior do cristal. A maioria significativa dos metais possui reticulado CCC ou CFC.
- O Fator de Empacotamento Atômico (FEA) define a fração de volume da célula unitária que é ocupada pelos átomos (supondo os mesmos como esferas rígidas).

$$\text{Fator de Empacotamento Atômico ( FEA )} = \frac{\text{Volume dos átomos}}{\text{Volume da célula unitária}}$$

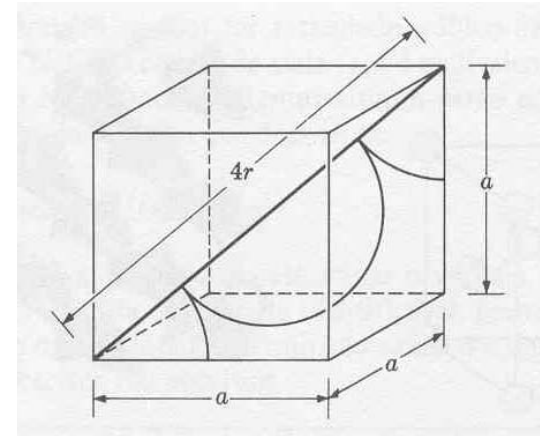
# METAIS CÚBICOS DE CORPO CENTRADO (CCC)



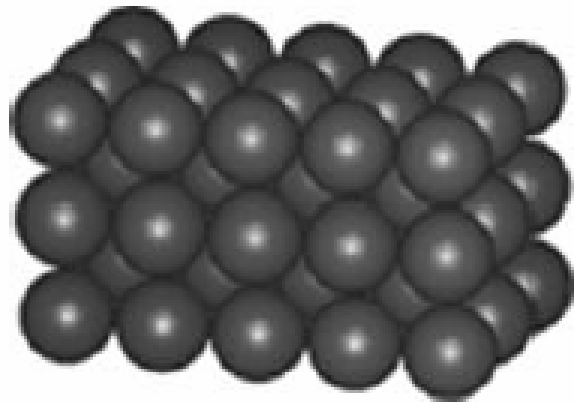
(a)



(b)



**NC = 8**



(c)

Structure: body-centered cubic (bcc)

Bravais lattice: bcc

Atoms/unit cell:  $1 + 8 \times \frac{1}{8} = 2$

Typical metals:  $\alpha$ -Fe, V, Cr, Mo, and W

**Na diagonal, tem-se que**

$$diagonal = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

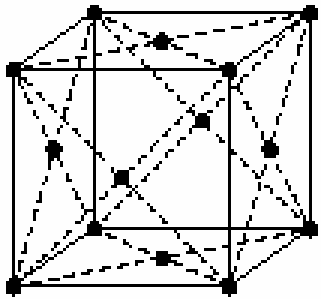
$$diagonal = 4r \quad \text{onde } r \text{ é o raio atômico}$$

$$a_{metalCCC} = \frac{4r}{\sqrt{3}}$$

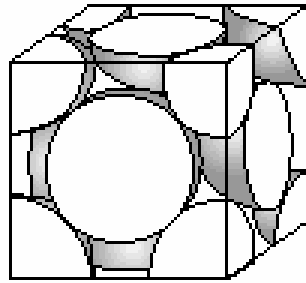
**O  $FEA_{metalCCC}$  será:**

$$FEA_{metalCCC} = \frac{2 \left[ \frac{4\pi r^3}{3} \right]}{a^3} = \frac{2 \left[ \frac{4\pi r^3}{3} \right]}{\left[ \frac{4r}{\sqrt{3}} \right]^3} = 0,68$$

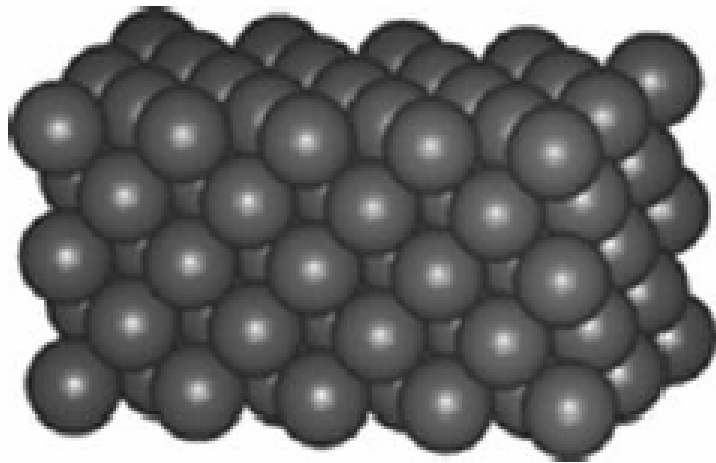
# METAIS CÚBICOS DE FACE CENTRADA (CFC)



(a)



(b)



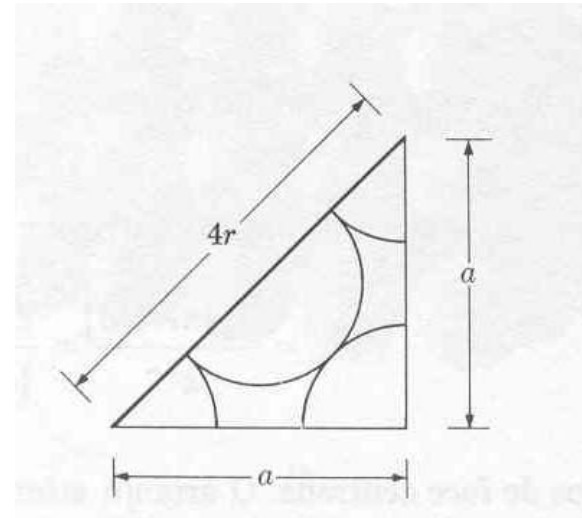
(c)

Structure: face-centered cubic (fcc)

Bravais lattice: fcc

Atoms/unit cell:  $6 \times \frac{1}{2} + 8 \times \frac{1}{8} = 4$

Typical metals:  $\gamma$ -Fe, Al, Ni, Cu, Ag, Pt, and Au



**NC = 12**

**Na diagonal, tem-se que**

$$\text{diagonal} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

diagonal =  $4r$  onde  $r$  é o raio atômico

$$a_{\text{metalCFC}} = \frac{4r}{\sqrt{2}}$$

**O  $FEA_{\text{metalCFC}}$  será:**

$$FEA_{\text{metalCFC}} = \frac{4 \left[ \frac{4\pi r^3}{3} \right]}{a^3} = \frac{4 \left[ \frac{4\pi r^3}{3} \right]}{\left[ \frac{4r}{\sqrt{2}} \right]^3} = 0,74$$

**Quadro 1.2 Características das redes cúbicas<sup>a</sup>**

	Simplex	Corpo centrado	Face centrada
Volume, célula convencional	$a^3$	$a^3$	$a^3$
Pontos da rede por célula	1	2	4
Volume, célula primitiva	$a^3$	$1/2a^3$	$1/4a^3$
Pontos da rede por unidade de volume	$1/a^3$	$2/a^3$	$4/a^3$
Número de vizinhos mais próximos	6	8	12
Distância ao vizinho mais próximo	$a$	$3^{1/2}a/2 = 0,866a$	$a/2^{1/2} = 0,707a$
Número de segundos vizinhos	12	6	6
Distância ao segundo vizinho	$2^{1/2}a$	$a$	$a$
Fração de agrupamento <sup>b</sup>	$1/6\pi$ = 0,524	$1/8\pi\sqrt{3}$ = 0,680	$1/6\pi\sqrt{2}$ 0,740

<sup>a</sup>A fração máxima de volume total disponível que pode ser preenchido por esferas rígidas.

<sup>b</sup>Tabelas para números de vizinhos e distâncias em estruturas sc, bcc, fcc, hcp, e na estrutura do diamante são fornecidas nas pp. 1037-1039 de J. Hirschfelder, C. F. Curtis e R. B. Bird, *Molecular theory of gases and liquids*, Wiley, 1964.

# **EXERCÍCIOS 1 a 4**

## 4.5. CRISTAIS HEXAGONAIS

- Uma célula unitária hexagonal simples tem ângulos de  $120^\circ$  no interior de sua base.
- O volume da célula na Fig. 3-3.1(a) é três vezes maior que o da célula na Fig. 3-3.1(b), mas o número de átomos por unidade de volume é o mesmo nas duas células.
- Os metais não cristalizam na forma hexagonal simples porque o fator de empacotamento é muito baixo.

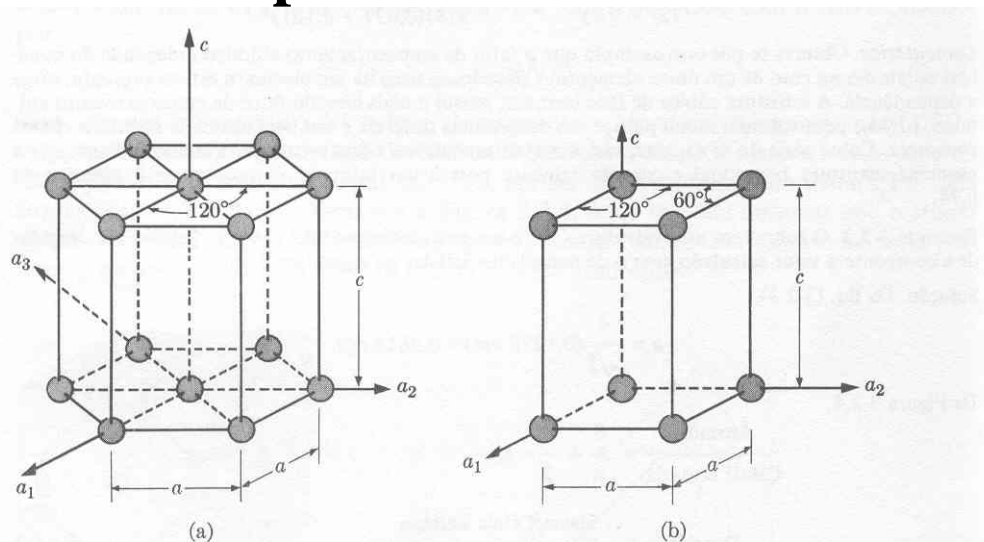


Figura 3-3.1 Células unitárias hexagonais simples. (a) Representação hexagonal. (b) Representação rômbrica. As duas representações são equivalentes, com  $a \neq c$ , um ângulo basal de  $120^\circ$ , e um ângulo vertical de  $90^\circ$ .

# HEXAGONAL COMPACTA (HC) OU HEXAGONAL CLOSED-PACKED (HCP)

- A estrutura hexagonal compacta (HC), bem mais compacta que a hexagonal simples, é caracterizada pelo fato de que cada átomo em seu nível está localizado acima ou abaixo do interstício de três átomos de níveis adjacentes.
- Cada átomo toca três átomos nos níveis inferior e superior ao seu plano e seis átomos em seu próprio plano. Isto resulta em  $NC = 12$ . Há uma média de seis átomos por célula unitária.

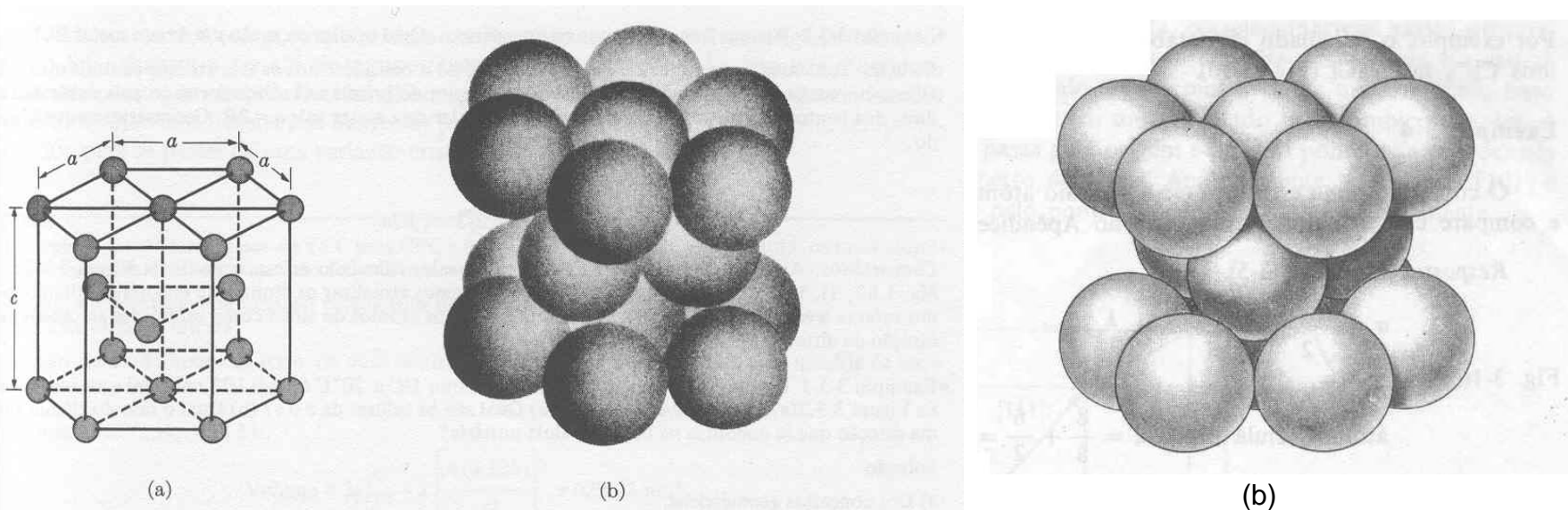


Figura 3-3.2 Estrutura hexagonal compacta. (a) Vista esquemática mostrando a localização dos centros dos átomos. (b) Modelo feito de esferas rígidas.

# HEXAGONAL COMPACTA (HC) OU HEXAGONAL CLOSED-PACKED (HCP)

- O fator de empacotamento atômico é 0,74, idêntico ao CFC. Esperado devido ao NC=12.
- A estrutura HC pode ser encontrada em alguns metais, tais como o magnésio.

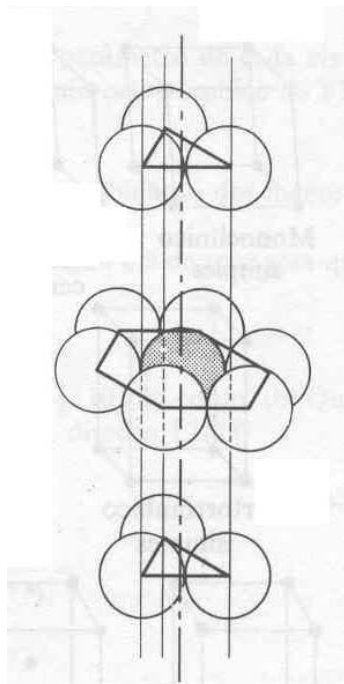


Fig. 3-19. Coordenação atômica em um metal hc (vista ampliada verticalmente). O número de coordenação é 12 e cada átomo tem átomos diretamente em cima ou em baixo, em planos alternados.

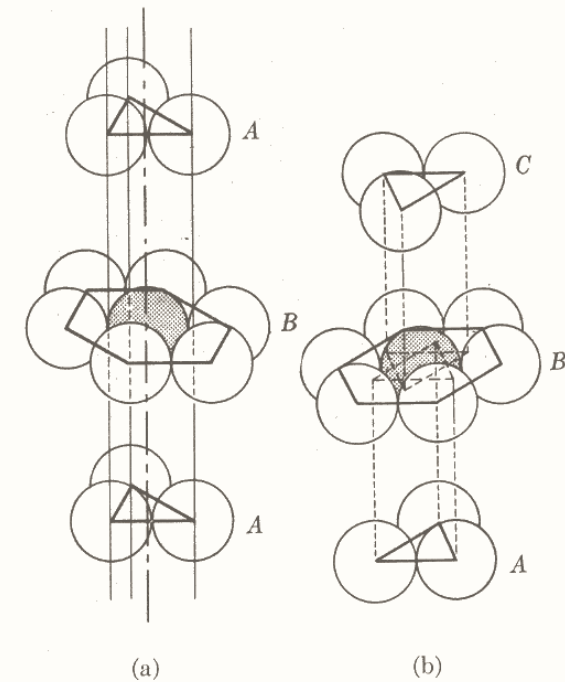
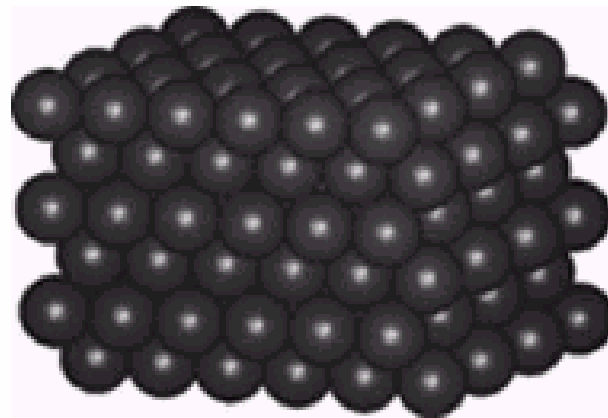
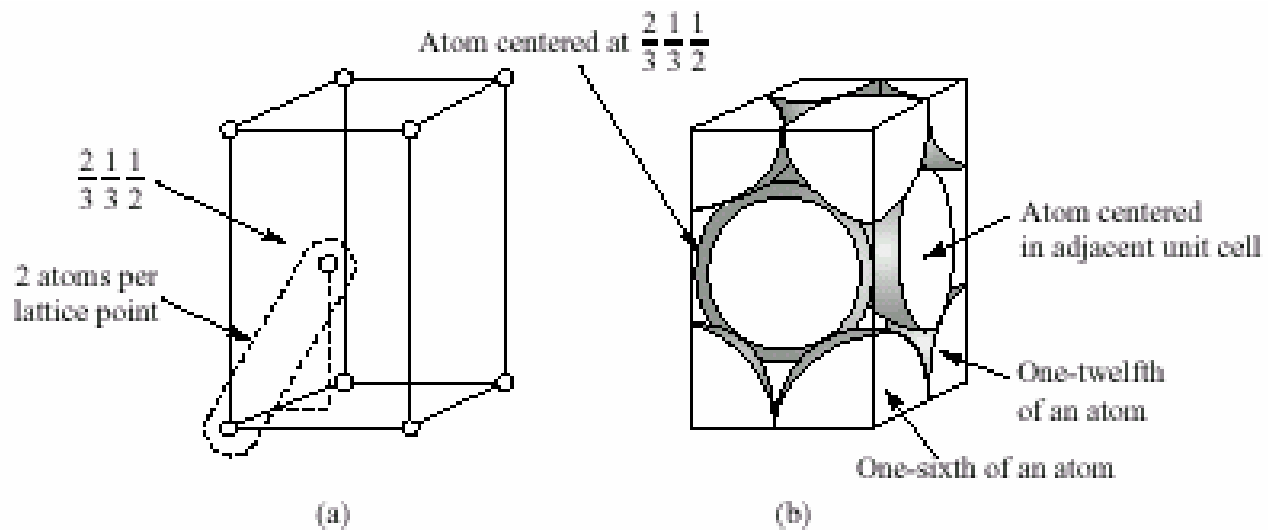


Fig. 3-34. Seqüências de empilhamento. (a) Metal hc com superposição de planos cristalinos (0001) alternados (explodido na direção  $[0001]$ ); notações( $hkil$ ) são, algumas vezes, usadas para cristais hexagonais, pois quatro eixos cristalográficos podem ser escolhidos. Três destes eixos são coplanares. (Cf. Fig. 3-17a.) (b) Metal cfc com superposição de cada terceiro plano cristalino (111) (explodido na direção  $[111]$ ).





(c)

Structure: hexagonal close-packed (hcp)

Bravais lattice: hexagonal

Atoms/unit cell:  $1 + 4 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{12} = 2$

Typical metals: Be, Mg,  $\alpha$ -Ti, Zn, and Zr

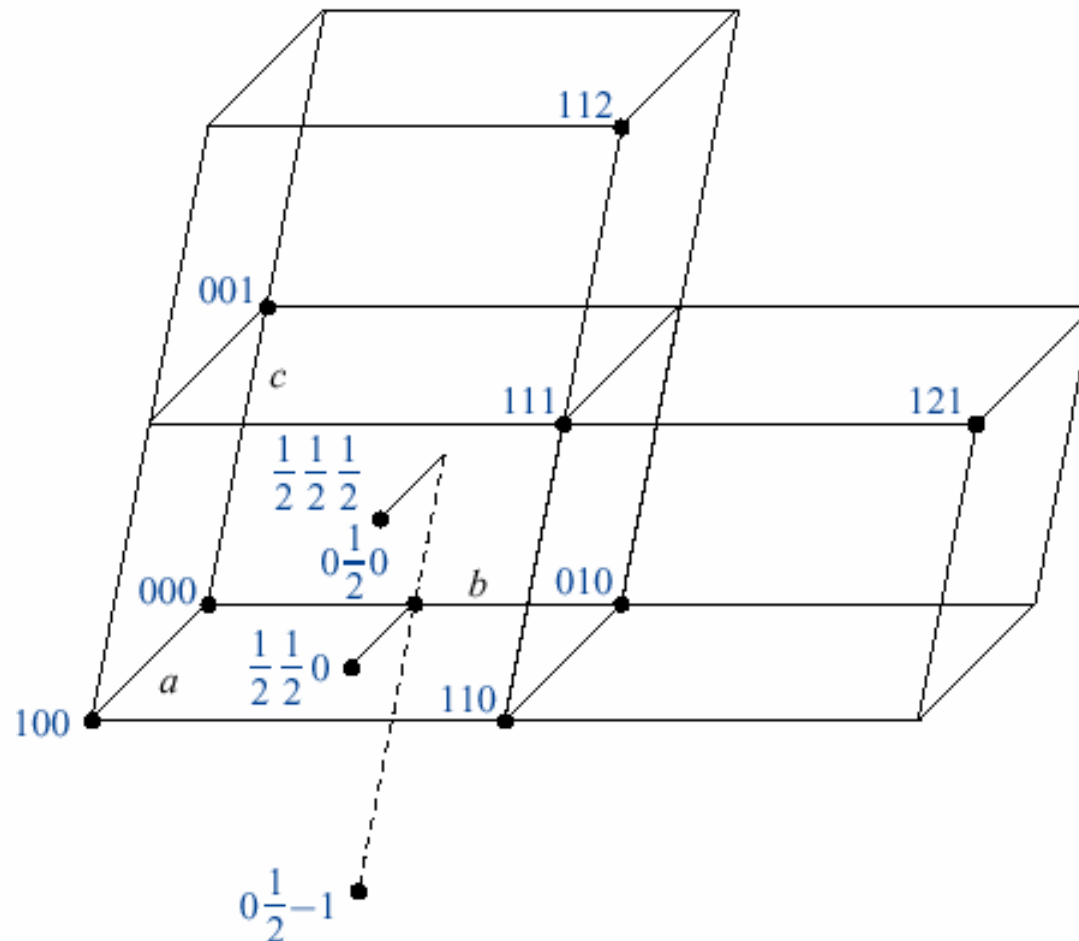
**EX. 5.** Estudar os exemplos 3-3.1, 3-3.2 e 3-3.3 da seção 3-3 do Van Vlack.

**EX. 6.** Provar que o volume da célula na Fig. 3-3.1(a) é três vezes maior que o da célula na Fig. 3-3.1(b), mas o número de átomos por unidade de volume é o mesmo nas duas células.

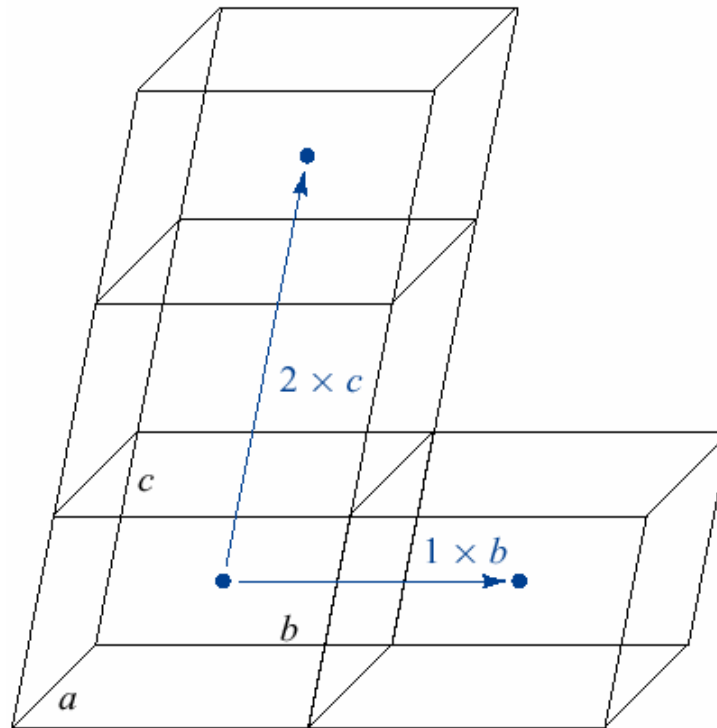
**EX. 7.** Provar que o Fator de Empacotamento Atômico da estrutura Hexagonal Compacta é 0,74.

## 4.6. POSIÇÕES NA REDE CRISTALINA

- As posições nas redes cristalinas são expressas como frações ou múltiplos das dimensões da célula unitária. As posições podem ou não representar as posições de átomos.

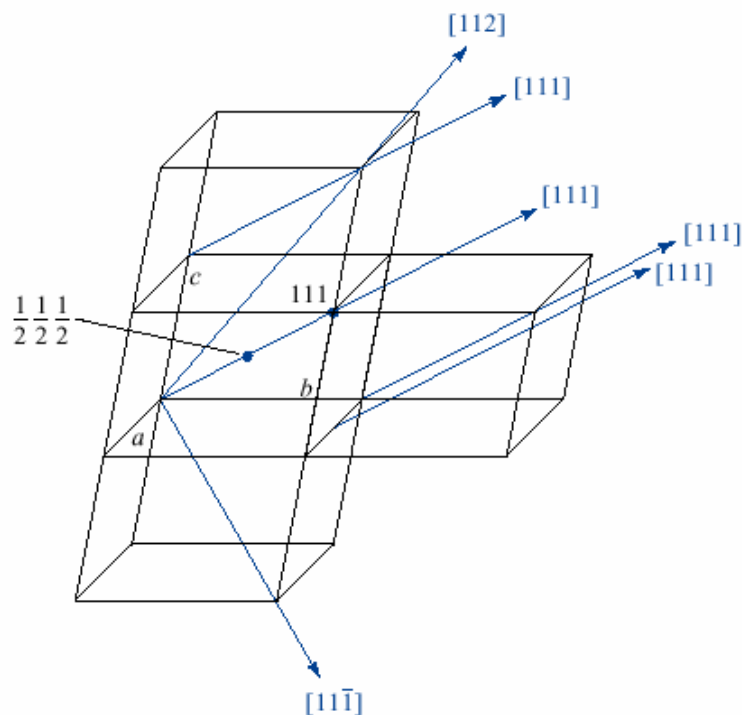


- Um aspecto da natureza da estrutura cristalina é que uma dada posição na rede em uma dada célula unitária é estruturalmente equivalente à mesma posição em outra célula unitária na mesma estrutura.
- Estas posições equivalentes são conectadas por translações na rede cristalina, que consistem de múltiplos inteiros das constantes de rede ao longo de direções paralelas aos eixos cristalográficos.



## 4.6. DIREÇÕES NA REDE CRISTALINA

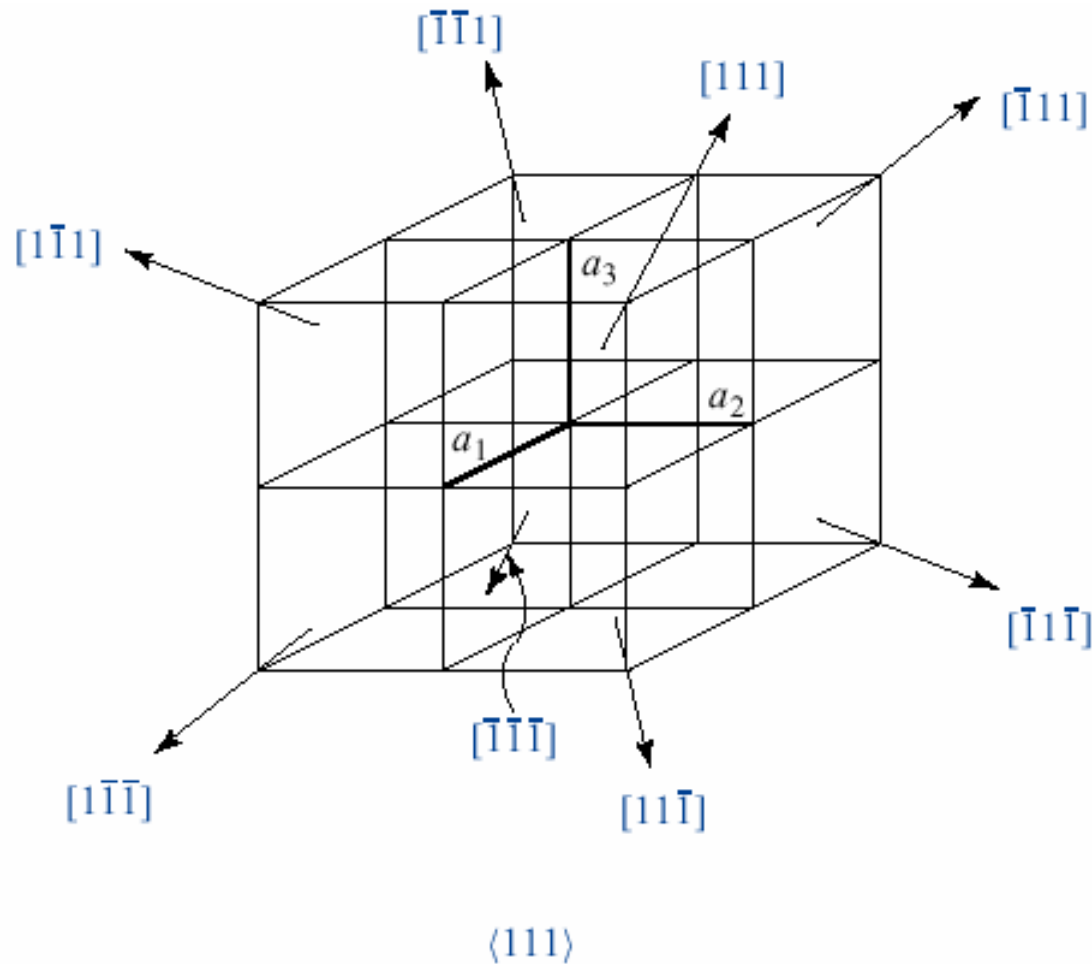
- As direções cristalinas são indexadas simplesmente como um vetor (segmento) que se estende da origem até as posições de menores índices inteiros. A direção  $[111]$ , utilizando colchetes, vai desde a origem até a posição 1,1,1.
- Pode-se notar que a linha que passa pelo ponto  $1/2, 1/2, 1/2$  também passa pelo ponto 1,1,1 e pelos pontos 2,2,2; 3,3,3; 4,4,4; etc. Esta linha define a mesma direção  $[111]$ .



A direção  $[111]$  define a diagonal da célula unitária.

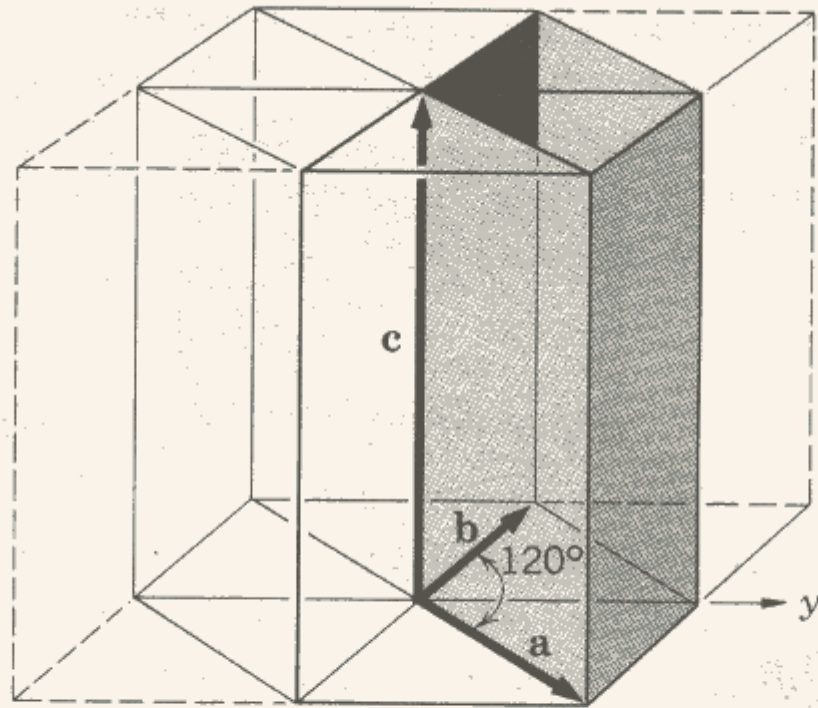
- **As seguintes características devem ser observadas:**
  - 1) As coordenadas de um ponto são medidas em relação ao parâmetro de cada eixo. Portanto, não representam os valores reais das distâncias.**
  - 2) Os eixos cristalinos são usados como direções básicas.**
  - 3) A direção [222] é idêntica à direção [111]. Assim sendo, a combinação dos menores números inteiros deve ser usada.**
  - 4) Direções tais como [112] também podem existir. Esta direção é a de uma reta que passa pela origem e pelo centro da face superior da célula unitária.**

- Quando uma direção está orientada ao longo de um eixo negativo, a notação deve indicar isto apresentando uma barra sobre o inteiro ao longo desta direção negativa.
- Por exemplo, a direção  $[1\bar{1}\bar{1}]$  designa uma linha da origem até a posição 1,1,-1.
- As duas direções  $[111]$  e  $[1\bar{1}\bar{1}]$  são estruturalmente muito similares. As duas direções diferem somente na orientação espacial, definida pelo sistema de eixos cristalográficos usado.
- Em outras palavras, a direção  $[1\bar{1}\bar{1}]$  se tornará a direção  $[111]$  se forem escolhidas outras orientações para os eixos cristalográficos.
- Tais conjuntos de direções, que são estruturalmente equivalentes, são chamados de famílias de direções cristalográficas e são designadas utilizando-se  $\langle \rangle$ .
- Por exemplo, a família  $\langle 111 \rangle$  representa as direções:  
 $\langle 111 \rangle = [111], [\bar{1}11], [1\bar{1}1], [11\bar{1}], [\bar{1}\bar{1}\bar{1}], [1\bar{1}\bar{1}], [\bar{1}1\bar{1}], [\bar{1}\bar{1}1]$



**Família de direções  $\langle 111 \rangle$ , representando todas as diagonais para células unitárias adjacentes em um sistema cúbico.**





**Fig. 1.16** Relação da célula primitiva no sistema hexagonal (linhas cheias) com um prisma de simetria hexagonal. Neste caso,  $a = b \neq c$ . V. a Fig. 1.26.

# DENSIDADE LINEAR

- A densidade linear de átomos ao longo de uma direção cristalina é definida por

$$\text{Densidade Linear} = \frac{\text{Número de átomos}}{\text{Comprimento unitário}}$$

- A distância repetitiva entre posições equivalentes difere de direção para direção e de cristal para cristal.
- Na direção [111] de um metal CCC, uma posição equivalente é sempre reproduzida a cada translação de  $2R$ , ou  $a\sqrt{3}/2$ . Na direção [110] esta repetição acontece a cada  $a\sqrt{2}$ . No CFC esta distância é  $a/\sqrt{2}$ .
- As recíprocas destas distâncias são as densidades lineares de átomos. Na direção [110] do alumínio CFC com  $a = 0,405 \text{ nm}$ , a densidade linear é 1 por  $a\sqrt{2}$ , ou  $\sqrt{2}/(0,405 \times 10^{-6} \text{ mm})$ , que resulta em  $3,5 \times 10^6/\text{mm}$ .

**EX. 8.** Listar as posições pontuais da rede de Bravais cúbica de face centrada (CFC).

**EX. 9.** Quais pontos da rede estão localizados ao longo da direção [110] na célula unitária CFC.

**EX. 10.** Estudar os exemplos 3-5.1, 3-5.2, 3-5.3 e 3-5.4 da seção 3-5 do Van Vlack.

**EX. 11.** Estudar os exemplos 3-6.1, 3-6.2, 3-6.3 e 3-6.4 da seção 3-6 do Van Vlack.

## 4.7. PLANOS CRISTALINOS

- Um cristal contém planos de átomos, sendo que estes planos influenciam as propriedades e o comportamento de um material.
- Os planos cristalinos mais facilmente visualizados são aqueles dispostos no contorno da célula unitária.

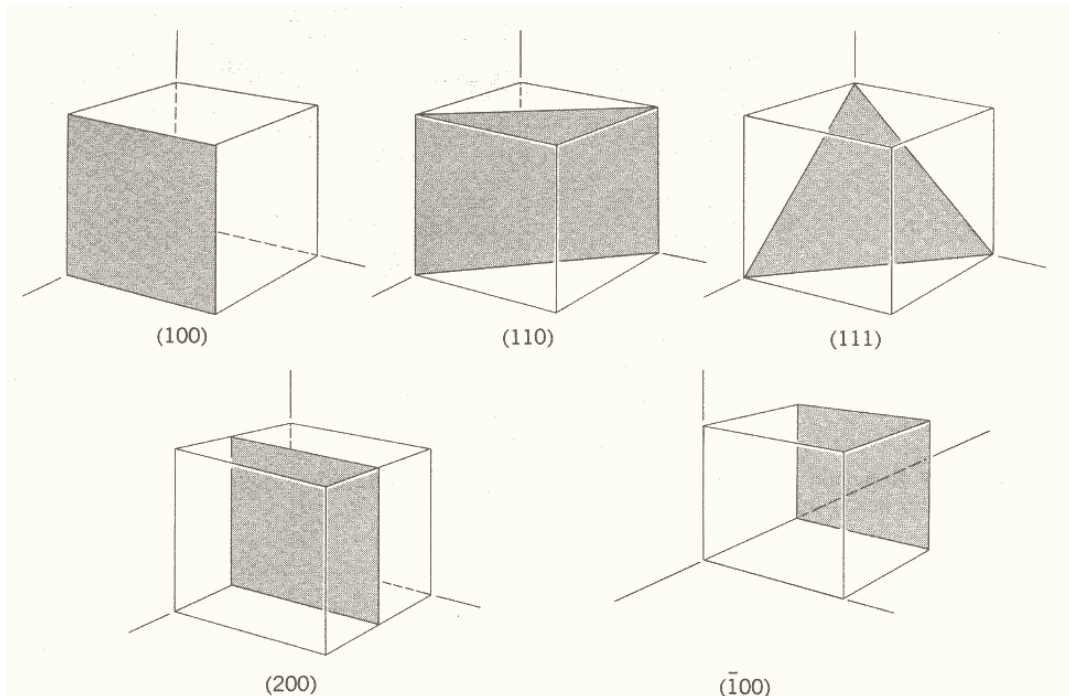


Fig. 1.18 Índices de alguns planos importantes num cristal cúbico. O plano (200) é paralelo a (100) e a (100).

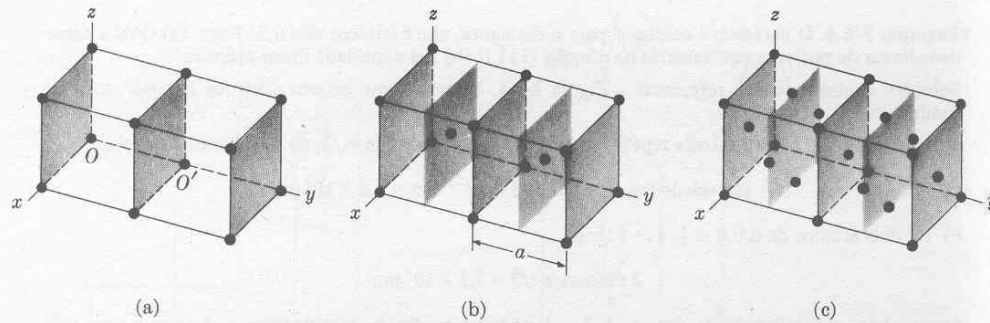


Figura 3-7.1 Planos (010) em estruturas cúbicas. (a) Cúbico simples. (b) CCC. (c) CFC. Note que os planos (020) incluídos no CCC e no CFC são comparáveis aos planos (010).

## Planos (010)

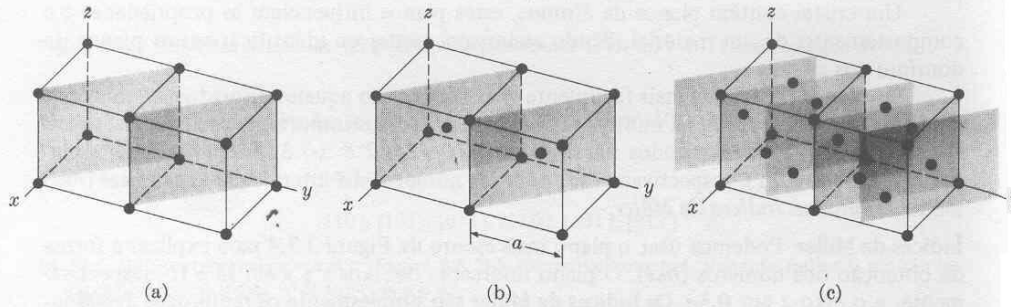


Figura 3-7.2 Planos (110) em estruturas cúbicas. (a) Cúbico simples. (b) CCC. (c) CFC. (Os planos (220) são comparáveis aos planos (110).)

## Planos (110)

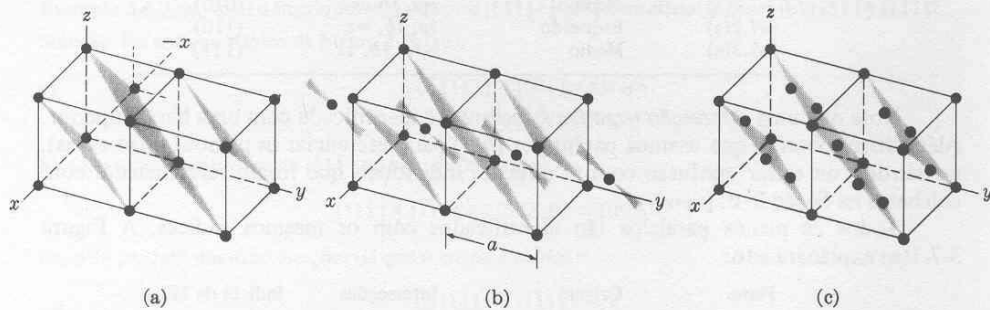


Figura 3-7.3 Planos  $(\bar{1}11)$  em estruturas cúbicas. (a) Cúbico simples. (b) CCC. (c) CFC. Interseções negativas são indicadas por barras acima do índice. (Os planos  $(\bar{2}22)$  incluídos no CCC são comparáveis aos planos  $(\bar{1}11)$ ).

## Planos $(\bar{1}11)$

# ÍNDICES DE MILLER

- A posição e a orientação de um plano em um cristal são determinados por três pontos quaisquer pertencentes ao plano, desde que eles não sejam colineares.
- Se cada ponto estiver situado sobre um eixo cristalino, o plano pode ser especificado dando-se as posições dos pontos ao longo dos eixos em termos das constantes da rede.
- Por exemplo, se os 3 pontos tiverem coordenadas  $(4,0,0)$ ,  $(0,1,0)$  e  $(0,0,2)$  relativas a vetores axiais de uma dada origem, este plano pode ser especificado pelos três números 4,1,2.
- Porém é mais útil especificar a orientação de um plano por meio de sua indexação utilizando seus Índices de Miller  $(hkl)$ .

- **Regras para determinação dos índices de Miller:**
  - 1) **Encontrar as interseções do plano sobre os eixos cristalográficos a, b e c em termos das constantes da rede. Os eixos podem ser primitivos ou não.**
  - 2) **Tomar os inversos destes números e reduzi-los a três números inteiros de mesma razão. Normalmente os três menores inteiros que satisfaçam a esta condição.**
  - 3) **O resultado é colocado na forma (hkl), onde h, k e l estão relacionados aos eixos a, b e c, respectivamente.**
- **Exemplos:**
  - **Interseções em 4, 1, 2, os inversos são  $1/4$ , 1 e  $1/2$  e os três menores inteiros que possuem a mesma razão são (142).**
  - **Interseções em  $\infty$ , 1,  $\infty$  têm inversos 0, 1, 0 e correspondem ao plano (010).**

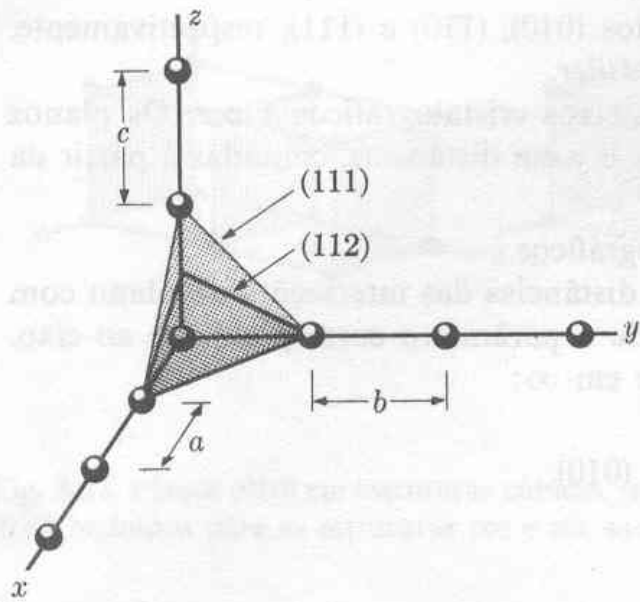


Fig. 3-25. Índices de Miller. O plano (112) corta os três eixos em pontos que distam 1, 1 e  $\frac{1}{2}$  parâmetros da origem.

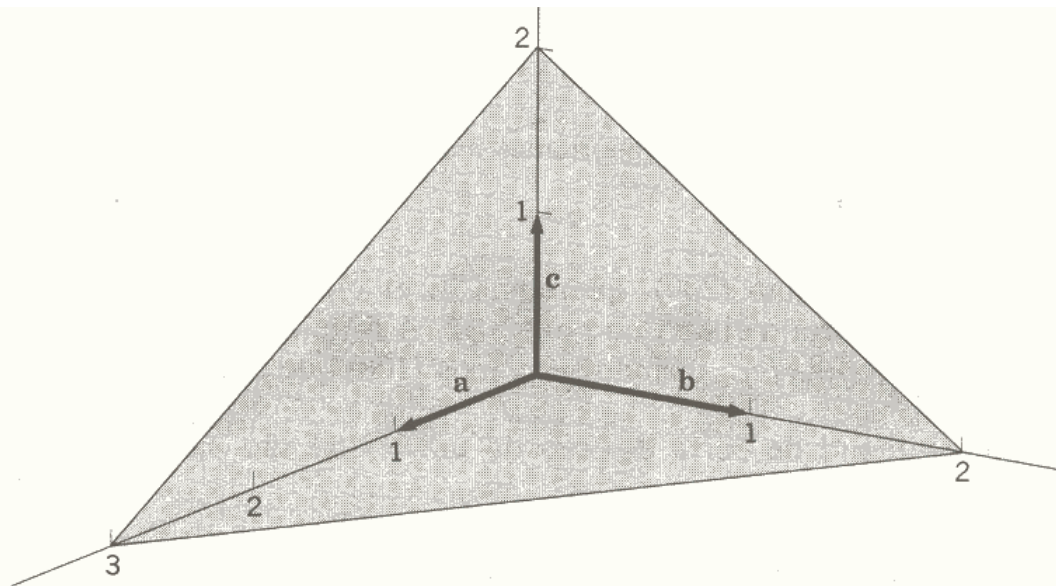
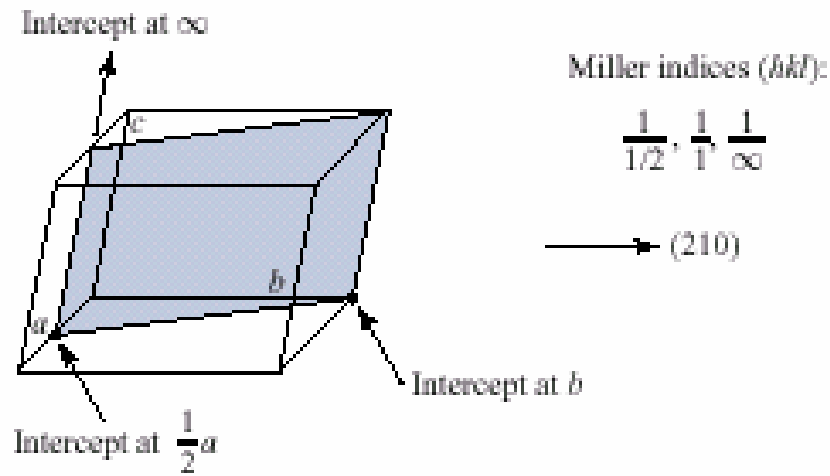
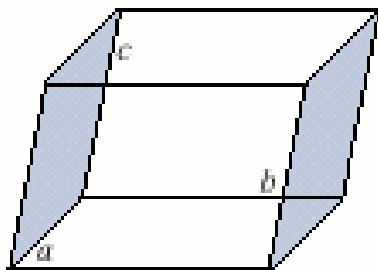


Fig. 1.17 Este plano intercepta os eixos  $a$ ,  $b$  e  $c$  nos pontos  $3a$ ,  $2b$  e  $2c$ . Os inversos destes números são  $1/3$ ,  $1/2$  e  $1/2$ . Os menores números inteiros que possuem a mesma razão são 2, 3, 3, e, portanto, os índices dos planos são (233).

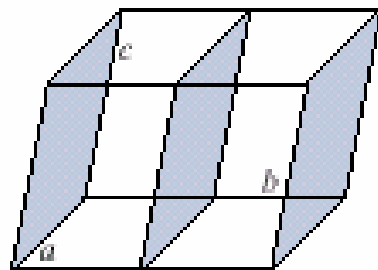




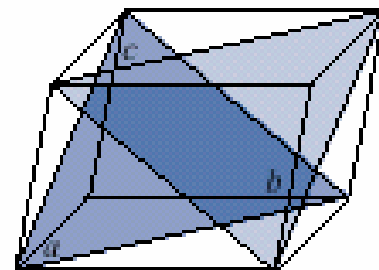
(a)



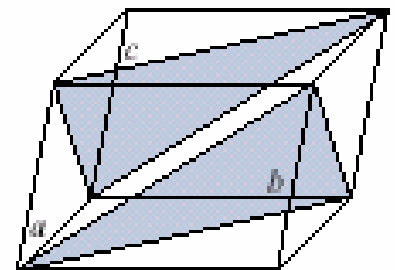
(010)



(020)



(111)



(11 $\bar{1}$ )

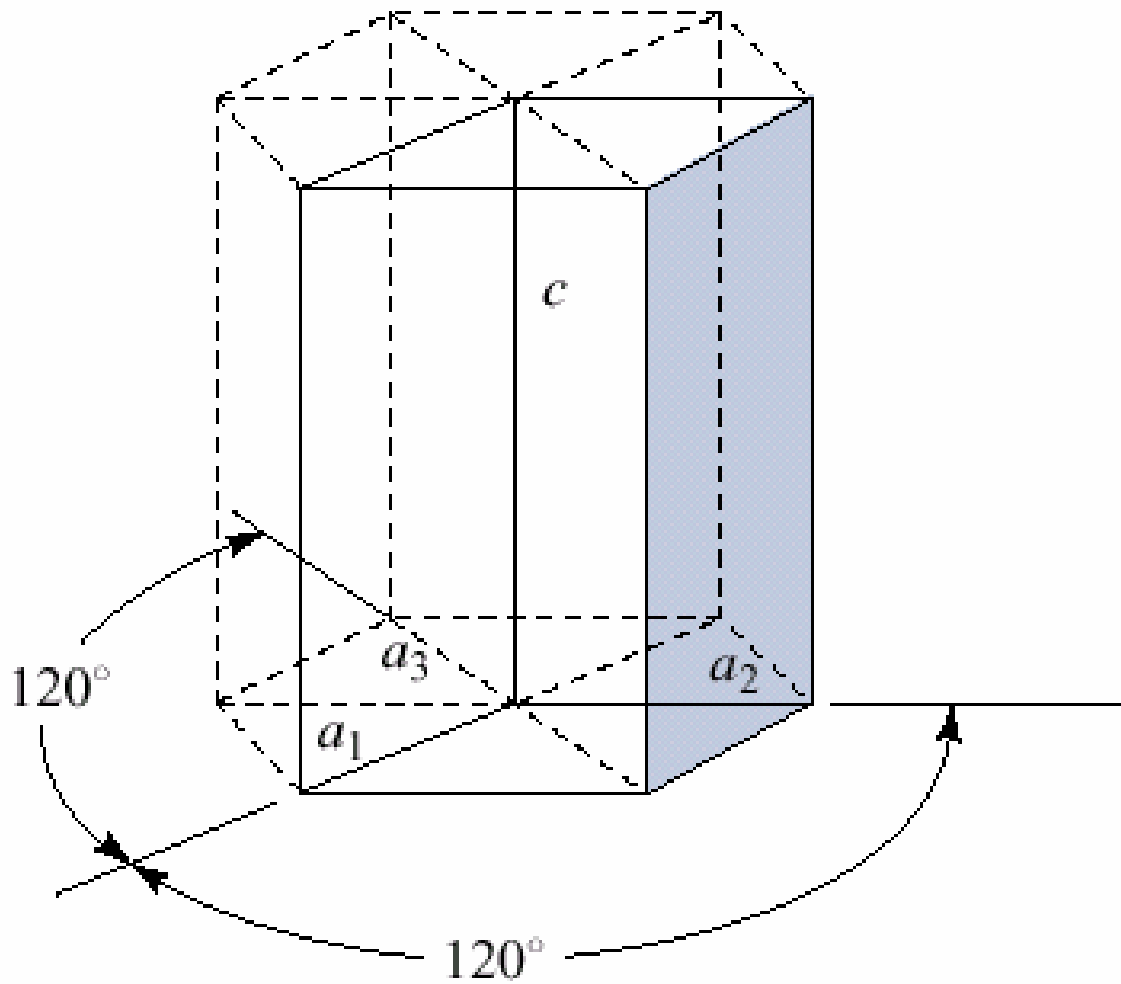
(b)

# ÍNDICES DE MILLER PARA PLANOS EM CRISTAIS HEXAGONAIS

- Como o sistema hexagonal pode ser mais convenientemente descrito por 4 eixos, como na figura 3-9 abaixo, é definido um conjunto de índices de Miller-Bravais (hkil).
- Desde que somente três eixos são necessários para definir a geometria tridimensional de um cristal, um dos inteiros no sistema Miller-Bravais é redundante.
- Desde que um plano que passe por quaisquer dois eixos do plano basal da célula unitária também passa pelo terceiro eixo, pode-se mostrar que

$$h + k = -i$$

- Isto também permite que qualquer plano no sistema hexagonal possa ser representado pelos índices de Miller-Bravais (hkil) ou pelos índices de Miller (hkl).



Miller-Bravais indices ( $hkil$ ):  $\frac{1}{\infty}, \frac{1}{1}, \frac{1}{-1}, \frac{1}{\infty} \rightarrow (01\bar{1}0)$

Note:  $h + k = -i$

# DENSIDADE PLANAR ATÔMICA

- A densidade de átomos em um dado plano cristalino é definida por

$$\text{Densidade Planar} = \frac{\text{Número de átomos}}{\text{Unidade de Área}}$$

- Como feito para a densidade linear, pode-se calcular a densidade planar de posições equivalentes.

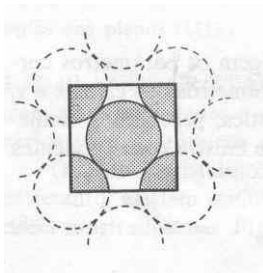


Fig. 3-27. Concentração atômica no plano (100) de uma estrutura cfc. Um plano (100) de uma estrutura cfc tem dois átomos por  $a^2$ .

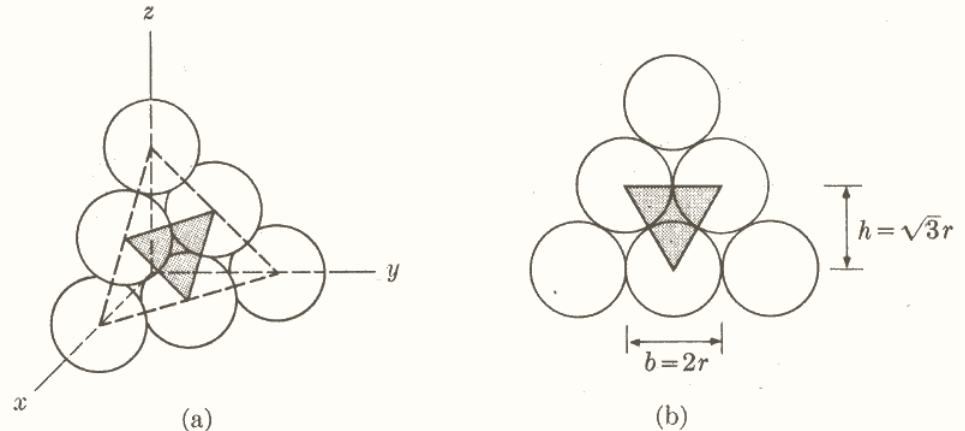


Fig. 3-28. Concentração atômica no plano (111) (ccf). Um plano (111) tem meio átomo por  $r^2 \sqrt{3}$ .

# ESPAÇAMENTOS INTERPLANARES

- O espaçamento interplanar  $d$  entre planos de mesmos índices pode ser encontrado através de (para sistemas cúbicos)

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

onde  $a$  é o parâmetro da rede cristalina e  $h, k, l$  são os índices de Miller dos planos.

- **Exemplos:**

Plano (010):  $d_{010} = a$

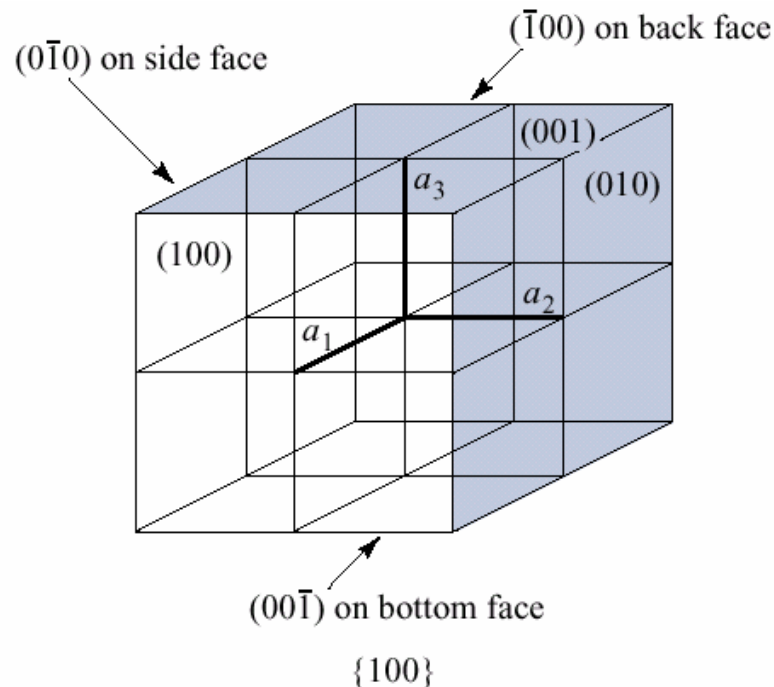
Plano (110):  $d_{110} = a\sqrt{2}/2$

Plano ( $\bar{1}11$ ):  $d_{\bar{1}11} = a\sqrt{3}/3$

# FAMÍLIAS DE PLANOS CRISTALINOS

- Também pode-se agrupar planos cristalinos estruturalmente equivalentes como uma família de planos com índices de Miller ou Miller-Bravais entre chaves,  $\{hkl\}$  ou  $\{hkil\}$ .
- A figura abaixo ilustra que as faces de uma célula unitária no sistema cúbico são da família de planos  $\{100\}$  com

$$\{100\} = (100), (010), (001), (\bar{1}00), (0\bar{1}0), (00\bar{1})$$



**EX. 12.** Calcular quantos átomos por  $\text{mm}^2$  existem no plano (100) do ferro CCC e do ferro CFC.

**EX. 13.** Estudar os exemplos 3-7.1, 3-7.2, 3-7.3, 3-7.4, 3-7.5, 3-7.6 e 3-7.7 da seção 3-7 do Van Vlack.

**EX. 14.** Estudar TODOS os *Sample Problems (SP)* e os *Practice Problems (PP)* do Capítulo 3 do Shackelford.