



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Escola de Engenharia de Lorena – EEL

“LOB1053 - FÍSICA III”

Prof. Dr. Durval Rodrigues Junior

Departamento de Engenharia de Materiais (DEMAR)

Escola de Engenharia de Lorena (EEL)

Universidade de São Paulo (USP)

Polo Urbo-Industrial, Gleba AI-6 - Lorena, SP 12600-970

durval@demar.eel.usp.br

Rodovia Itajubá-Lorena, Km 74,5 - Caixa Postal 116
CEP 12600-970 - Lorena - SP
Fax (12) 3153-3133
Tel. (Direto) (12) 3159-5007/3153-3209

USP Lorena
www.eel.usp.br

Polo Urbo-Industrial Gleba AI-6 - Caixa Postal 116
CEP 12600-970 - Lorena - SP
Fax (12) 3153-3006
Tel. (PABX) (12) 3159-9900

UNIDADE 8 –

**CAMPOS
MAGNÉTICOS
PRODUZIDOS POR
CORRENTES**

Lei de Biot - Savart

De maneira análoga à que o campo elétrico $d\vec{E}$ produzido por cargas é:

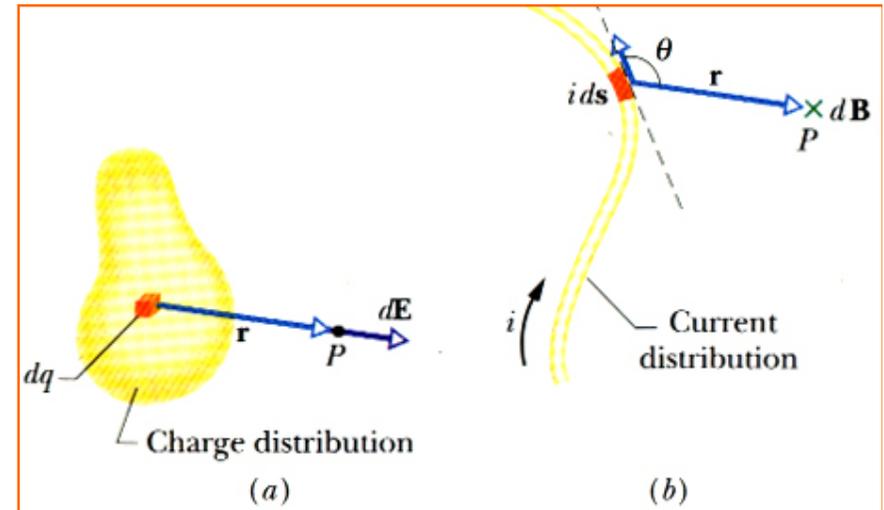
$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^3} \vec{r}$$

o campo magnético $d\vec{B}$ produzido por cargas em movimento (correntes) é:

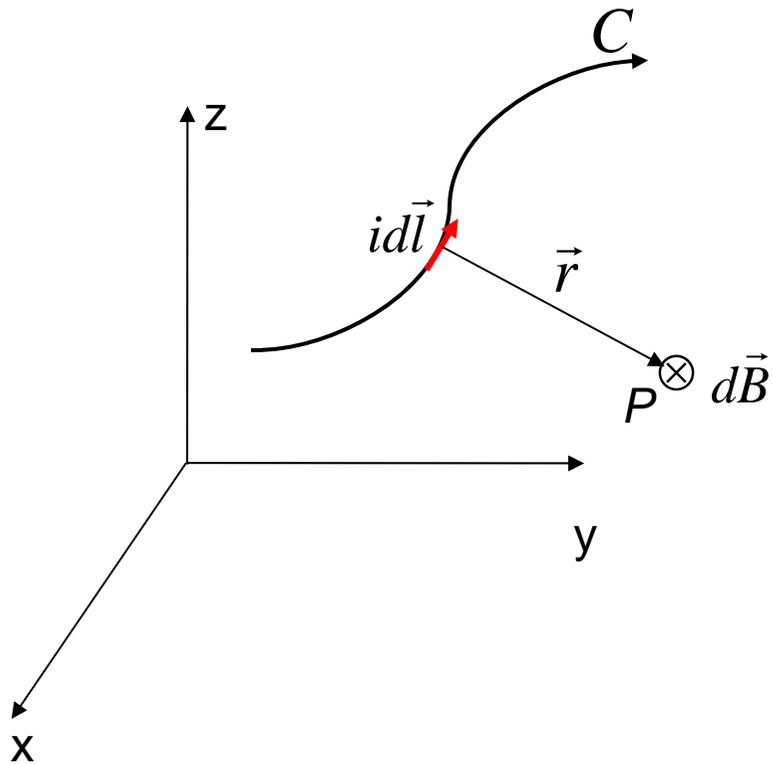
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

onde $d\vec{l}$ é um elemento de comprimento sobre a linha de corrente, \vec{r} é um vetor que vai de $id\vec{l}$ até o ponto P e

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \approx 1,26 \times 10^{-6} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$ é a *permeabilidade do vácuo*.



Campo num ponto P qualquer



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

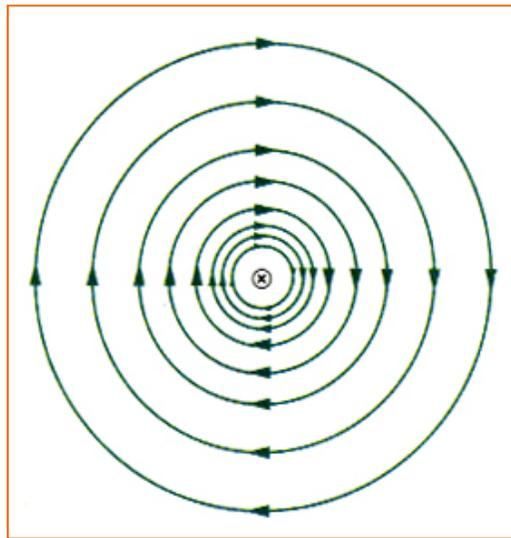
$$\vec{B} = \int_C \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$



(Lei de Biot-Savart)

Linhas de Campo Magnético

As *linhas de campo magnético* são linhas a partir das quais pode-se *visualizar a configuração do campo magnético* de uma dada distribuição de correntes no espaço. No entorno de um fio longo transportando uma corrente, elas são da forma:



➡ Observe que as linhas de \vec{B} são fechadas.

Campo magnético de um fio retilíneo longo com corrente i

A lei de Biot-Savart $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$ se reduz a:

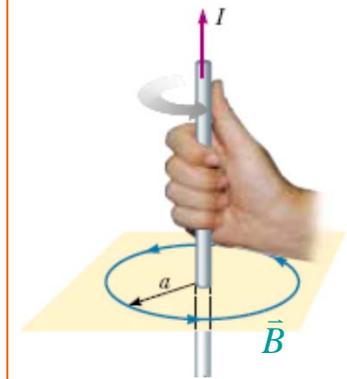
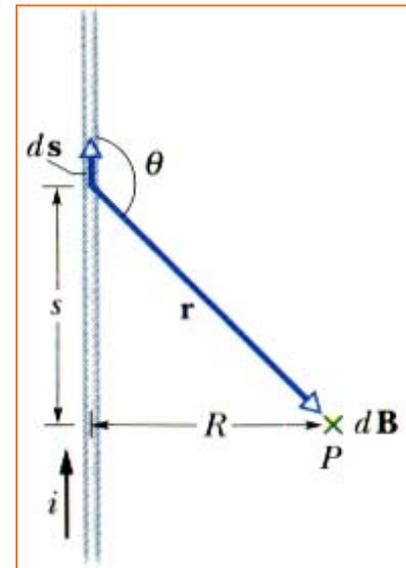
$$dB = \frac{\mu_0 i ds \sin \theta}{4\pi r^2}$$

Mas: $\begin{cases} r^2 = R^2 + s^2 \\ \tan \theta = -\frac{R}{s} \end{cases} \rightarrow ds = \frac{R}{\sin^2 \theta} d\theta$

Integrando-se em θ tem-se:

$$B = \int_0^\pi \frac{\mu_0 i}{4\pi} \sin \theta \frac{R / \sin^2 \theta}{R^2 / \sin^2 \theta} d\theta = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

Sentido do campo \vec{B} : dado pela *regra da mão direita* (ver figura)



$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \quad (\text{fio semi-infinito})$$

Campo magnético de uma espira

O campo de uma espira de corrente não tem simetria suficiente para ser calculado pela lei de Ampère. Usaremos a lei de Biot-Savart para calcular \vec{B} em pontos do eixo central da espira.

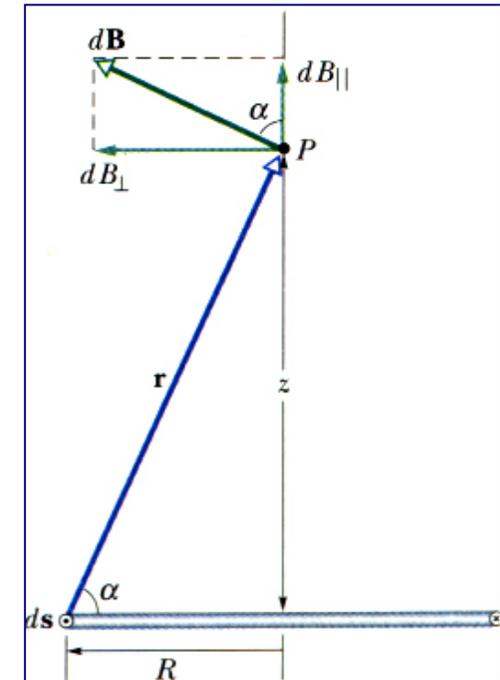
$$\text{Temos: } d\vec{B}(z) = d\vec{B}_{\parallel} + d\vec{B}_{\perp}$$

Como a soma vetorial dos $d\vec{B}_{\perp}$ se anula:

$$B(z) = \int dB_{\parallel} = \int dB \cos \alpha$$

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{ds}{r^2} \sin(90^\circ)$$

$$r^2 = R^2 + z^2 \quad \text{e} \quad \cos \alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$



Substituindo essas três relações na integral de $B(z)$ tem-se:

$$B(z) = \int dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi (R^2 + z^2)^{3/2}} \int_{\text{espira}} ds \quad \longrightarrow \quad B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2 (R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Campo magnético de uma espira

Vimos:

$$B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

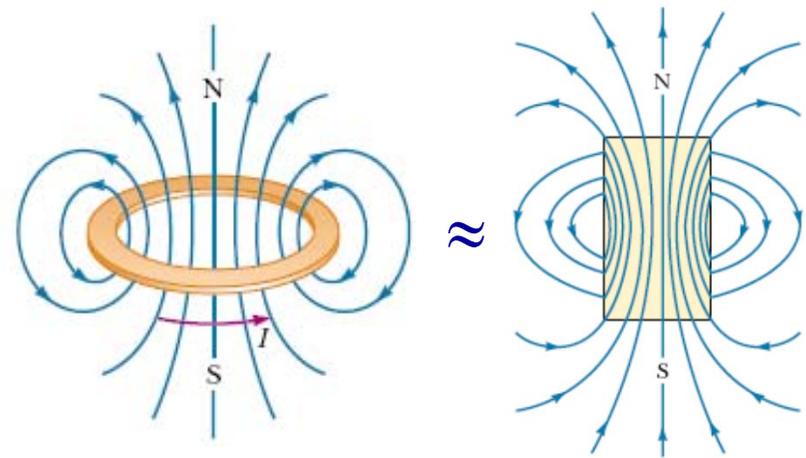
Para pontos afastados ($z \gg R$):

$$B(z) \approx \frac{\mu_0 i R^2}{2z^3}$$

Lembrando que $\pi R^2 = A$ é a área da espira e $\vec{\mu} = iA\hat{n}$ é o seu momento magnético:

$$B(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{NiA}{z^3} \quad \longrightarrow \quad \vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{\mu}}{z^3} \quad (\text{A espira se comporta como um ímã})$$

onde N é o número de espiras.



Força entre dois condutores com correntes

A corrente do fio a gera um campo na posição do fio b :

$$\vec{B}_a = \int_a \frac{\mu_0 i_a d\vec{l}_a \times \hat{r}}{4\pi r^2} \quad \longrightarrow \quad B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}$$

O fio a produz no fio b uma força dada por:

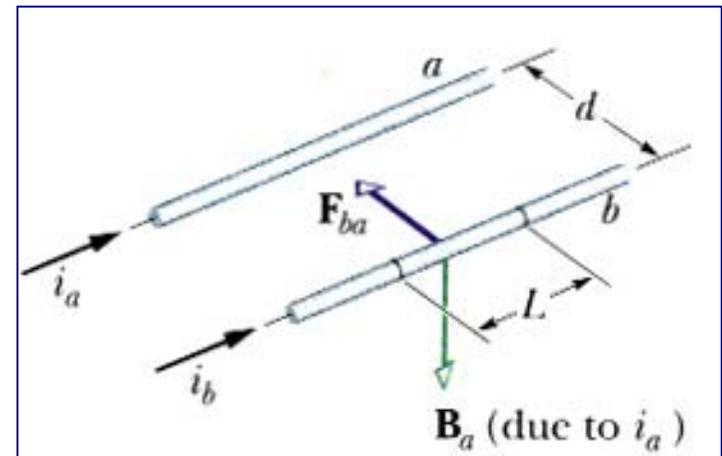
$$d\vec{F}_{ba} = i_b d\vec{l}_b \times \vec{B}_a \quad \longrightarrow \quad \vec{F}_{ba} = \int_b d\vec{F}_{ba} = \frac{\mu_0 i_b i_a}{4\pi} \int_b d\vec{l}_b \times \left(\int_a \frac{d\vec{l}_a \times \vec{r}}{r^3} \right)$$

Para dois fios paralelos, a força sobre um comprimento L do fio b vale:

$$\vec{F}_{ba} = i_b \vec{L} \times \vec{B}_a$$

$$\frac{F_{ba}}{L} = i_b B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 i_b i_a}{2\pi d}$$

Esta expressão possibilita a definição do ampère.

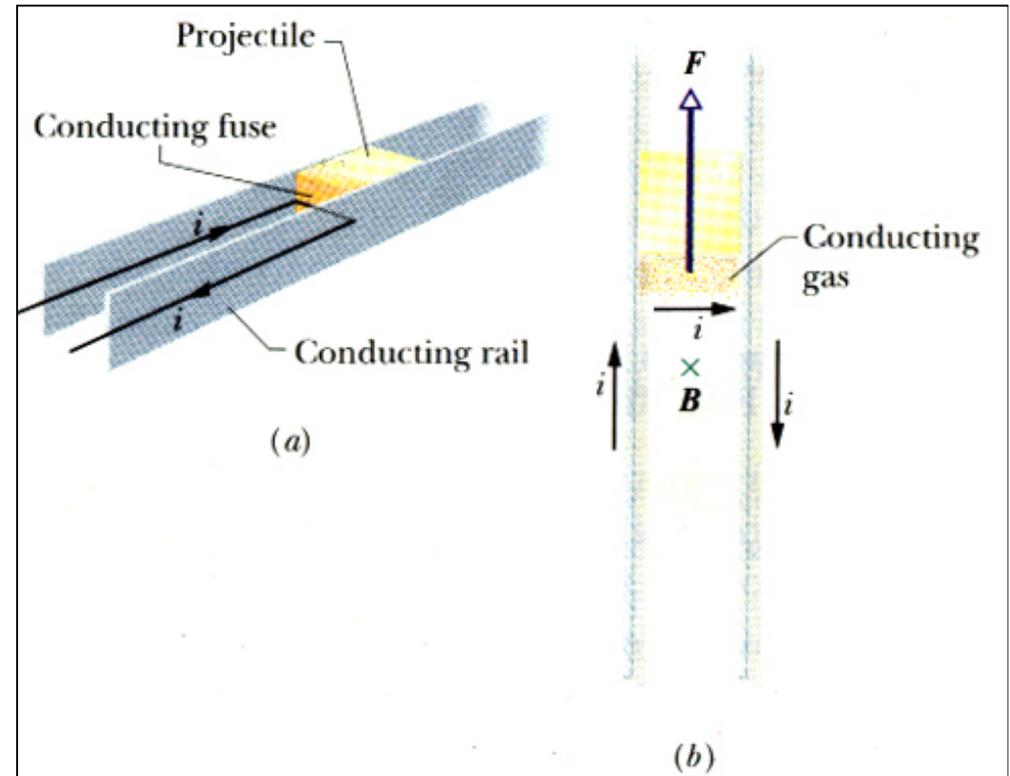


Canhão sobre trilhos

- Força magnética como acelerador de projéteis

Corrente percorre os trilhos condutores ligados por um fusível condutor que se funde ao se estabelecer corrente criando um gás condutor.

A expansão do gás empurra o projétil!



Exemplo

Dois fios transportam correntes i_1 e i_2 em sentidos contrários. Obter a intensidade, direção e sentido de \vec{B} em P . Adote $i_1 = 15\text{A}$, $i_2 = 32\text{A}$ e $d = 5,3\text{cm}$.

- Intensidade de cada campo:

$$B_n = \frac{\mu_0 i_n}{2\pi d \cos 45^\circ}, n = 1,2$$

- Módulo de \vec{B}

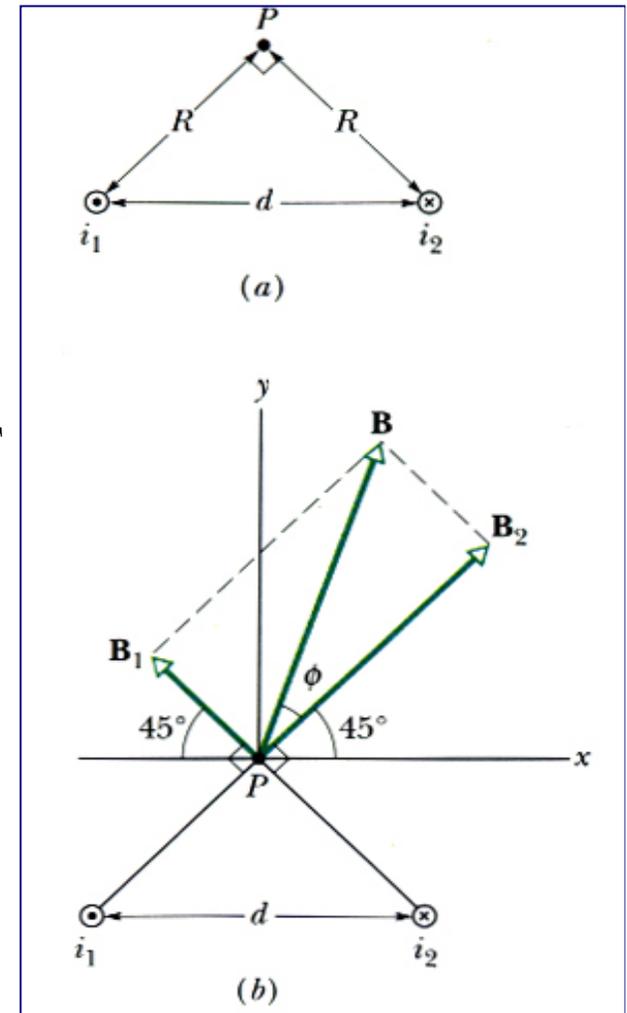
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi d \cos 45^\circ} \sqrt{i_1^2 + i_2^2} = 1,89 \times 10^{-4} \text{T} \approx 190 \mu\text{T}$$

- A fase

$$\phi = \arctan\left(\frac{B_1}{B_2}\right) = \arctan\left(\frac{15 \text{ A}}{32 \text{ A}}\right) = 25^\circ$$

- \vec{B} faz um ângulo com o eixo x dado por :

$$\phi + 45^\circ = 70^\circ$$



Exemplos

Ex. 1) Sustentação de fios percorridos por corrente.

Ex. 2) Campo criado por dois fios paralelos percorridos por correntes opostas.

Ex. 3) Ex. 13, pg. 215, Halliday, Física 3, 4ª edição.

Ex. 4) Ex. 31, pg. 216, Halliday, Física 3, 4ª edição.

Ex. 5) Campo devido a uma corrente em um arco circular (seguindo o ex. 4 anterior, próximo slide).

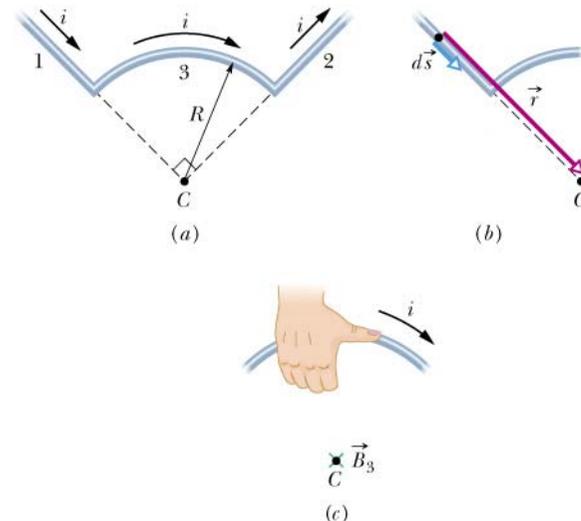
\vec{B} devido a uma corrente em um arco circular

- campo magnético no ponto C
- para os segmentos 1 e 2 da figura (a) $d\vec{s} \times \vec{r}$ é nulo (vetores paralelos e anti-paralelos)
- no segmento 3 $d\vec{s}$ e \vec{r} são perpendiculares entre si.

Neste caso:

$$B = \frac{\mu_0 i \phi}{4\pi R},$$

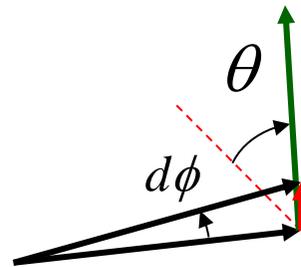
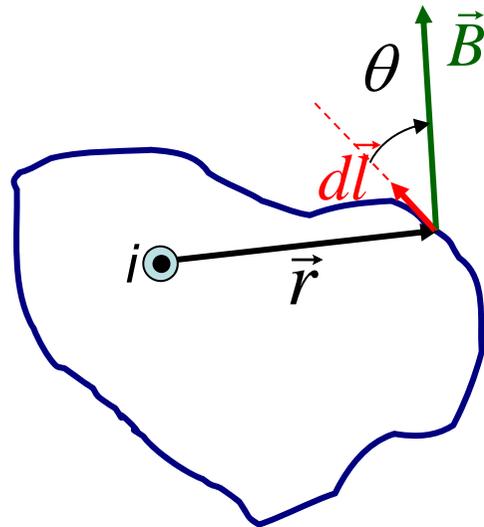
onde ϕ é o ângulo subtendido pelo arco.



A Lei de Ampère

Circulação de um campo vetorial

- Cada linha de \vec{B} é uma *curva fechada*.
- A determinação de \vec{B} pode ser feita em termos da sua *circulação*.



Intensidade de \vec{B} : $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C B dl \cos \theta$$

$$rd\phi = dl \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{rd\phi}{dl}$$

$$\oint_C B dl \cos \theta = \oint_C Br d\phi = \oint_C \frac{\mu_0 i}{2\pi r} r d\phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint_C d\phi = \mu_0 i$$

A Lei de Ampère

A *lei de Ampère* é geral, mas a sua **utilidade no cálculo do campo magnético** devido a uma distribuição de correntes depende da **simetria do problema**.

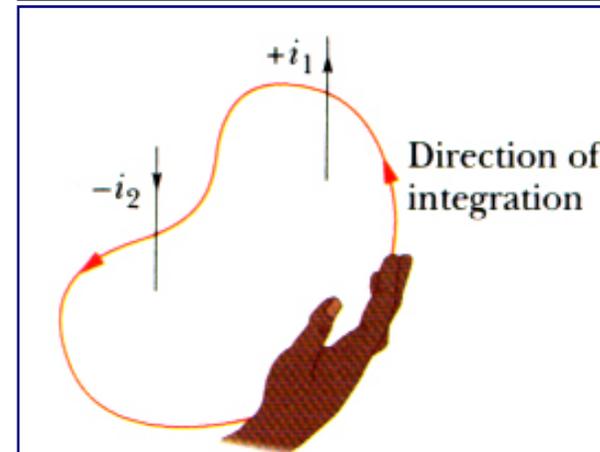
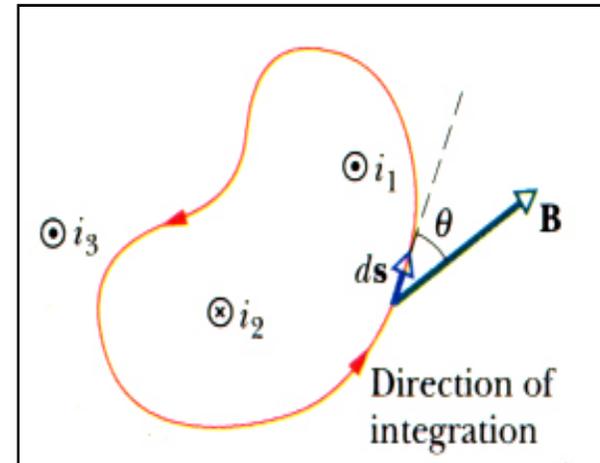
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{env} \quad (\text{lei de Ampère})$$

Da figura ao lado tem-se:

$$i_{env} = i_1 - i_2 \Rightarrow \oint_C B dl \cos \theta = \mu_0 (i_1 - i_2)$$

Então:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_1 - i_2)$$



Campo magnético fora de um fio retilíneo longo com corrente

\vec{B} possui **simetria cilíndrica** em torno do fio e a **mesma intensidade** em todos os pontos a uma distância r do mesmo.

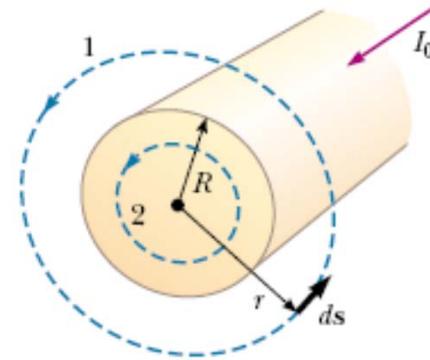
Curva 1 ($r > R$):

$$\oint_1 \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_1 B dl \cos \theta = \mu_0 i_0$$

\vec{B} é paralelo a $d\vec{l} \implies \theta = 0^\circ \implies \cos \theta = 1$

$$\oint_1 B dl \cos \theta = B \int_1 dl = B(2\pi r)$$

Da lei de Ampère: $B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$ (fora do fio)



Campo magnético no interior de um fio longo de raio R

Curva 2 ($r \leq R$) :

$$\oint_2 B dl \cos \theta = B \int_2 dl = B(2\pi r)$$

A corrente envolvida pela curva 2 (de raio r) é:

$$i_{env} = j(\pi r^2) = \left(\frac{I_0}{\pi R^2} \right) (\pi r^2)$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i_{env} = \mu_0 I_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R^2} r \quad (\text{dentro do fio})$$

O sentido de \vec{B} é dado pela regra da mão direita.

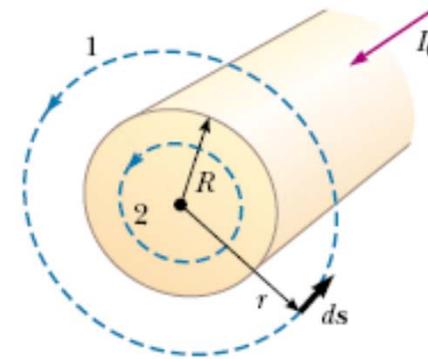


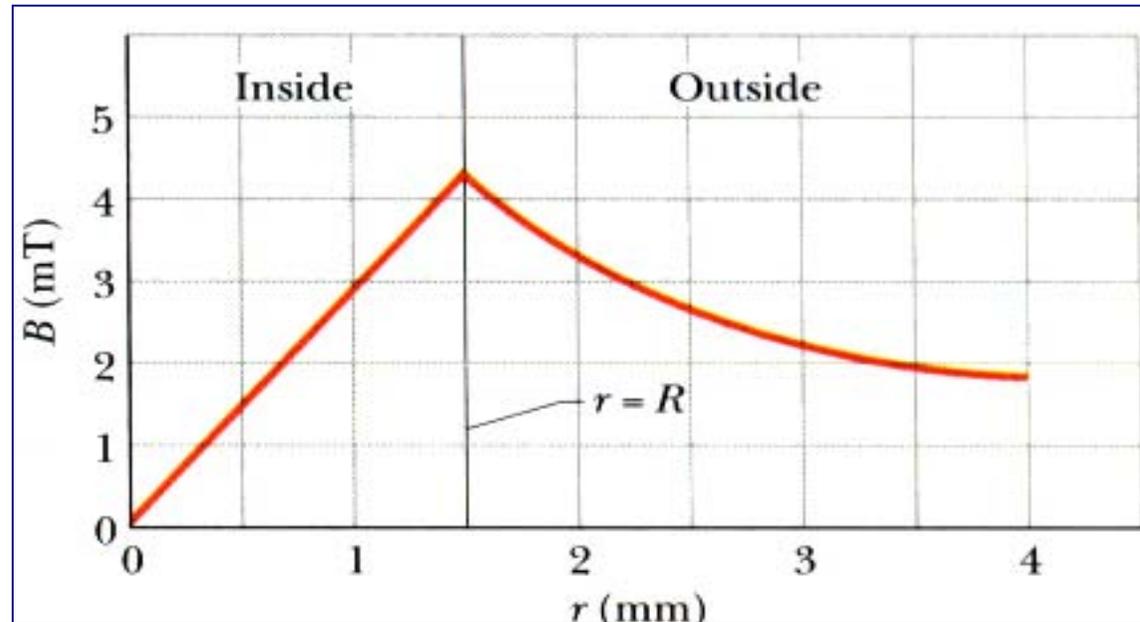
Gráfico da intensidade de \vec{B} de um fio retilíneo longo com corrente

- Para $r \leq R$:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} r$$

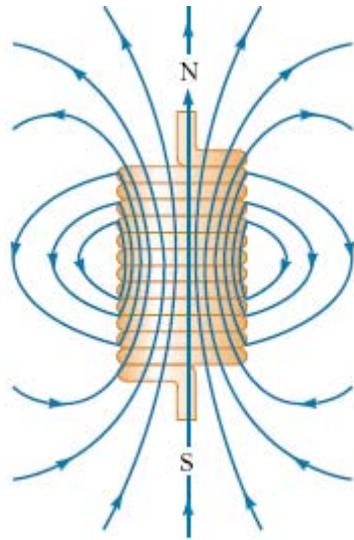
- Para $r \geq R$:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

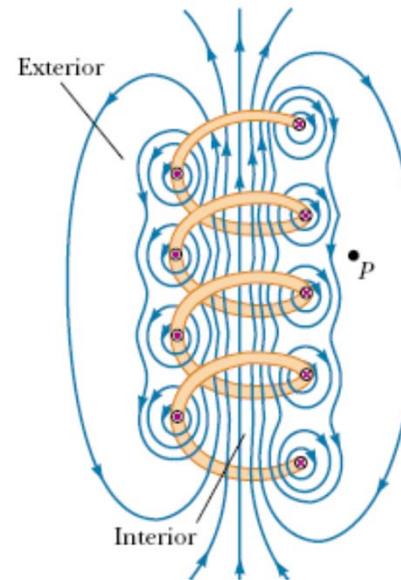


Solenóides e Toróides

- Um fio longo enrolado **formando uma bobina** em espiral é chamado de **solenóide**.
- O campo magnético do solenóide é a **soma vetorial** dos campos produzidos por **cada uma das voltas** do fio que o forma.



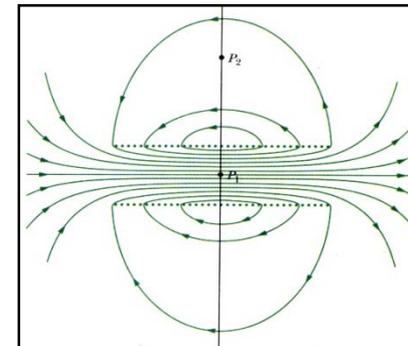
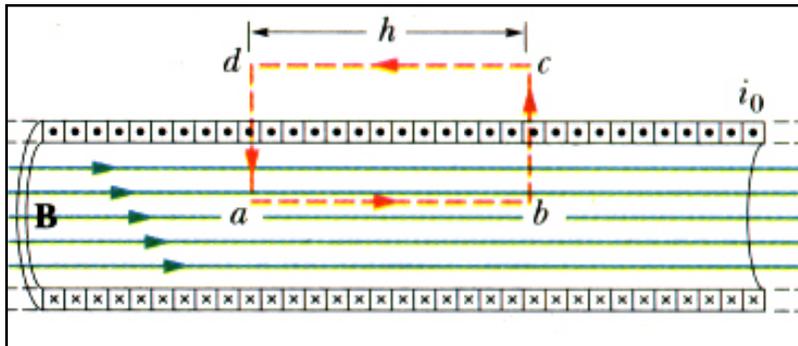
Solenóide compacto



Solenóide esticado

Solenóides e Toróides

O campo no interior de um solenóide é praticamente uniforme. As figuras abaixo mostram um **solenóide ideal** e um **solenóide real**. Em ambos os casos os **campos fora do solenóide são fracos**, em comparação com os do interior.



Aplicando-se a lei de Ampère à curva $abcd$, havendo N voltas num comprimento h do solenóide:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{env} \quad ; \quad i_{env} = i_0 (nh)$$

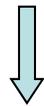
$$Bh = \mu_0 i_0 (nh) \implies \boxed{B = n\mu_0 i_0} \left(n = \frac{N}{h} \text{ é a densidade de espiras} \right)$$

Campo de um Toróide

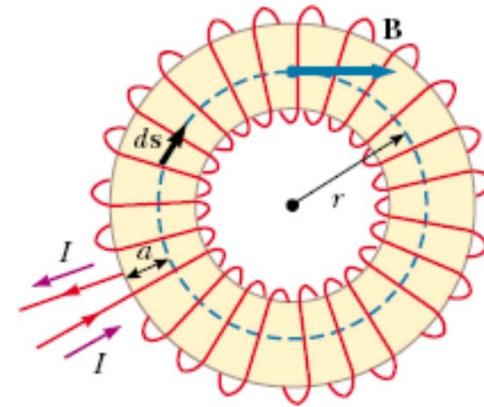
A figura mostra o enrolamento de um toróide de N voltas, transportando uma corrente I . \vec{B} é diferente de zero apenas no interior do toróide. Sua intensidade varia com r .

Aplicando-se a lei de Ampère para a curva tracejada em azul, tem-se:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I N \qquad \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(2\pi r)$$



$$B = \frac{N\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{toróide})$$



Note que como $\frac{N}{2\pi r} \approx n$, esta expressão é parecida à do campo de um “solenóide enrolado”.

Exemplos

Ex. 1) Tira condutora (Ex. 2, pg. 199, Halliday, Física 3, 4^a ed.).

Ex. 2) Ex. 12, pg. 215, Halliday, Física 3, 4^a edição.