UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Escola de Engenharia de Lorena – EEL

"LOB1053 - FÍSICA III"

Prof. Dr. Durval Rodrigues Junior

Departamento de Engenharia de Materiais (DEMAR)
Escola de Engenharia de Lorena (EEL)
Universidade de São Paulo (USP)
Polo Urbo-Industrial, Gleba AI-6 - Lorena, SP 12600-970
durval@demar.eel.usp.br

Rodovia Itajubá-Lorena, Km 74,5 - Caixa Postal 116 CEP 12600-970 - Lorena - SP Fax (12) 3153-3133 Tel. (Direto) (12) 3159-5007/3153-3209	**USP Lorena** **www.eel.usp.br**	Polo Urbo-Industrial Gleba AI-6 - Caixa Postal 116 CEP 12600-970 - Lorena - SP Fax (12) 3153-3006 Tel. (PABX) (12) 3159-9900

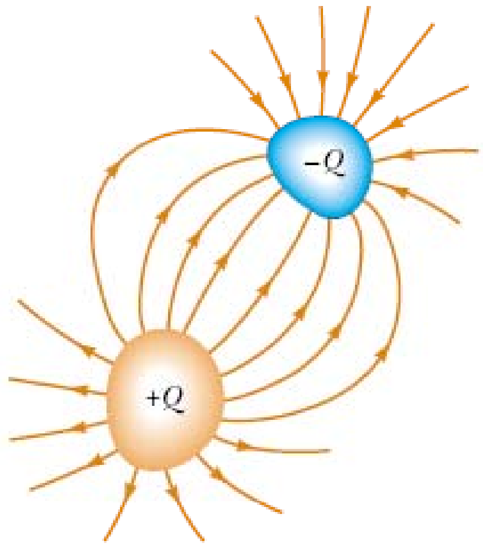
UNIDADE 5 –

CAPACITÂNCIA E DIELÉTRICOS

Capacitância

Capacitores

Dois condutores carregados com cargas *+Q* e *–Q* e isolados, de formatos arbitrários, formam o que chamamos de um *capacitor* .

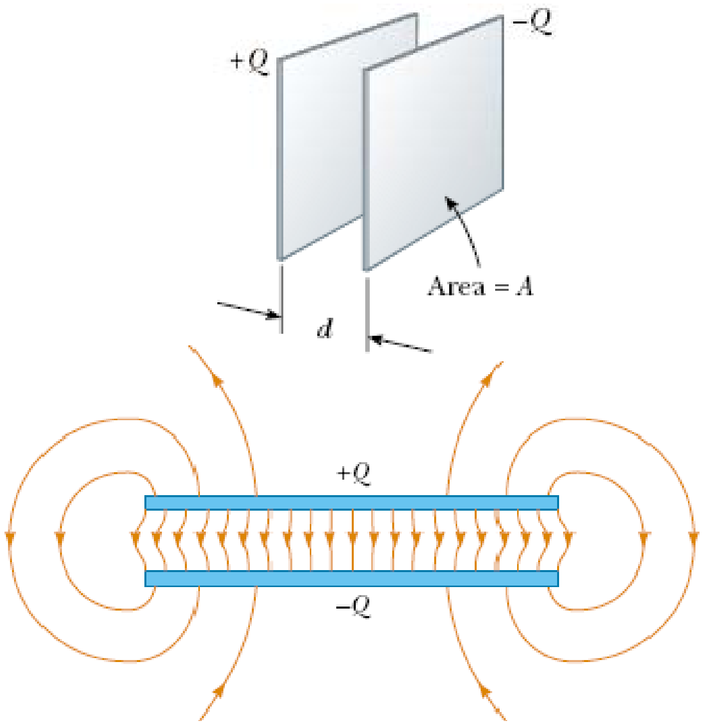


A sua utilidade é *armazenar energia potencial* no *campo elétrico* por ele formado .

Capacitância

Capacitores

O capacitor mais convencional é o de *placas paralelas* . Em geral, dá-se o nome de *placas do capacitor (ou armaduras)* aos condutores que o compõem, independentemente das suas formas.



Capacitor de placas paralelas

Outros capacitores

Capacitância

Capacitores

Como as placas do capacitor são condutoras, elas formam *superfícies equipotenciais*. A carga nas placas é proporcional à diferença de potencial entre elas, ou seja:

$$Q = CV \ ,$$

onde C é a chamada *capacitância* do capacitor. Então:

$$C = \frac{Q}{V}$$

A constante C depende apenas da *geometria* do capacitor.
No SI a capacitância é medida em *farads* (F).

$$1\text{farad} = 1\text{F} = 1\text{coulomb/volt} = 1\text{C/V}$$
$$1 \ \mu\text{farad} = 10^{-6}\,\text{F}$$

Importante: $\varepsilon_0 = 8{,}85\,\text{pF/m}$

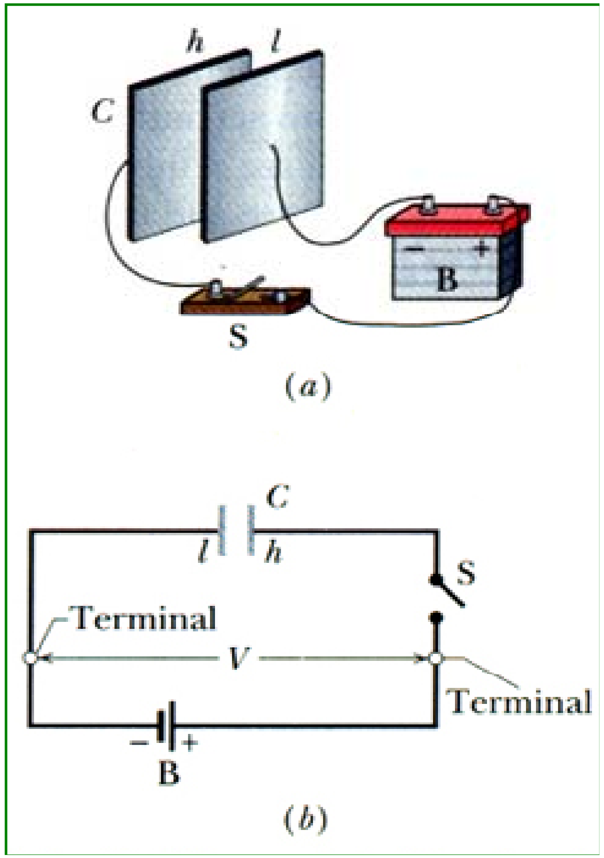
Capacitância

Carregando o capacitor

Podemos carregar um capacitor ligando as suas placas a uma bateria que estabelece uma diferença de potencial fixa, V , ao capacitor. Assim, em função de

$$Q = CV \ ,$$

cargas Q e $-Q$ irão se acumular nas placas do capacitor estabelecendo entre elas uma diferença de potencial $-V$ que se opõe à diferença de potencial da bateria e faz cessar o movimento de cargas no circuito.



Cálculo da Capacitância

Esquema de cálculo

Em geral, os capacitores que usamos gozam de alguma simetria, o que nos permite calcular o campo elétrico gerado em seu interior através da lei de Gauss:

$$\phi = \oint_A \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n} dA = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

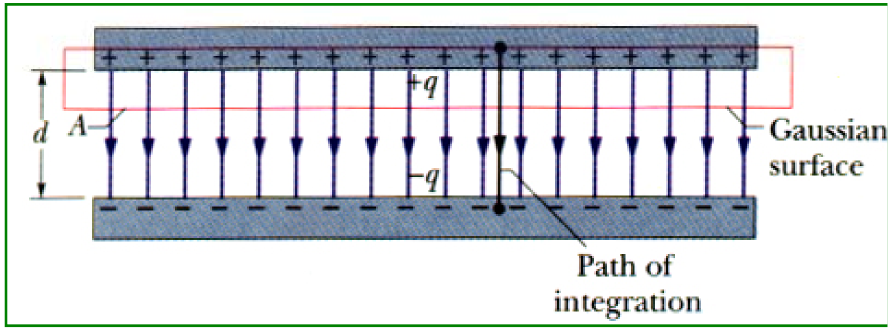
De posse do campo elétrico, podemos calcular a diferença de potencial entre as duas placas como:

$$V = V_f - V_i = -\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{l}$$

E, finalmente, usamos o resultado anterior em $Q = CV$, de onde podemos extrair C.

Capacitância

Capacitor de placas paralelas



$$\phi = \oint_A \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n} dA = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

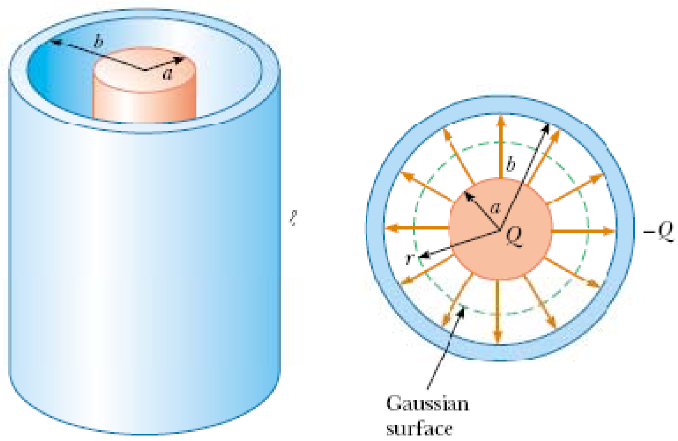
$$V_f - V_i = -\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} \quad \Rightarrow \quad V = Ed$$

$$Q = CV \quad \Rightarrow \quad C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Nota-se que a capacitância só depende de *fatores geométricos* do capacitor.

Capacitância

Capacitor cilíndrico



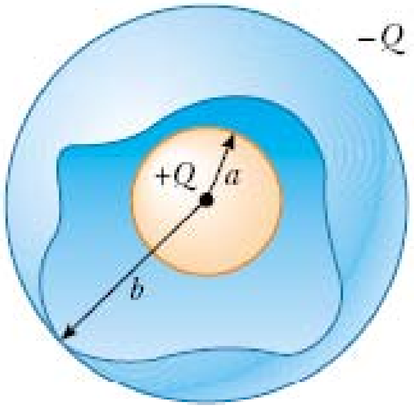
$$\phi = \oint_A \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n} dA = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q}{2\pi\,\varepsilon_0 L r}$$

$$V_f - V_i = -\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$Q = CV \quad \Rightarrow \quad C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Capacitância

Capacitor esférico



$$\phi = \oint_A \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n} dA = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon_0 r^2}$$

$$V_f - V_i = -\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{b-a}{ab}$$

$$Q = CV \quad \Rightarrow \quad C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

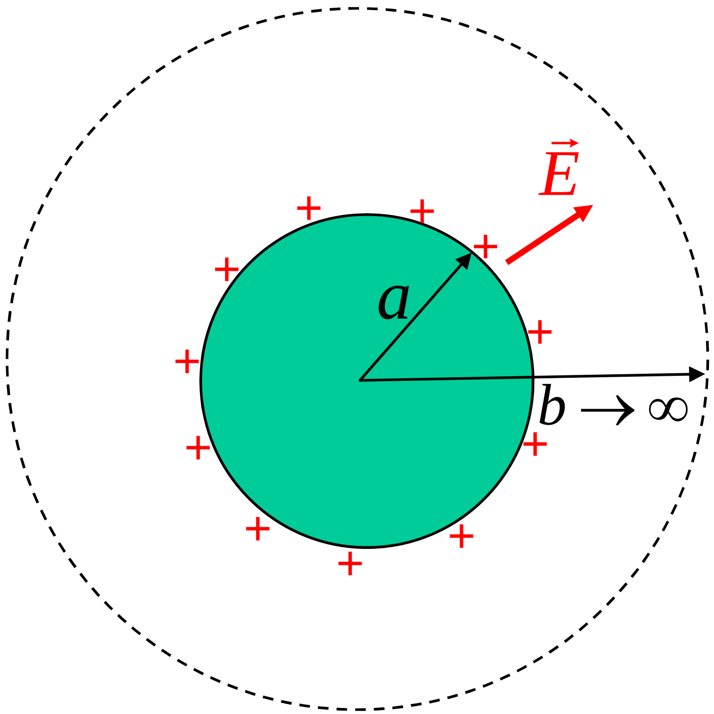
Capacitância

Esfera isolada $(R = a)$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{a}{1-\dfrac{a}{b}}$$

$$b \to \infty$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0\, a$$



Exemplo numérico:

R=1m , $\varepsilon_0 = 8{,}85\,\text{pF/m}$ $\Rightarrow$ $C \approx 1{,}1\times 10^{-10}\,\text{F}$

Capacitância

Capacitores em paralelo

$$q_1 = C_1 V, \quad q_2 = C_2 V \quad \text{e} \quad q_3 = C_3 V$$

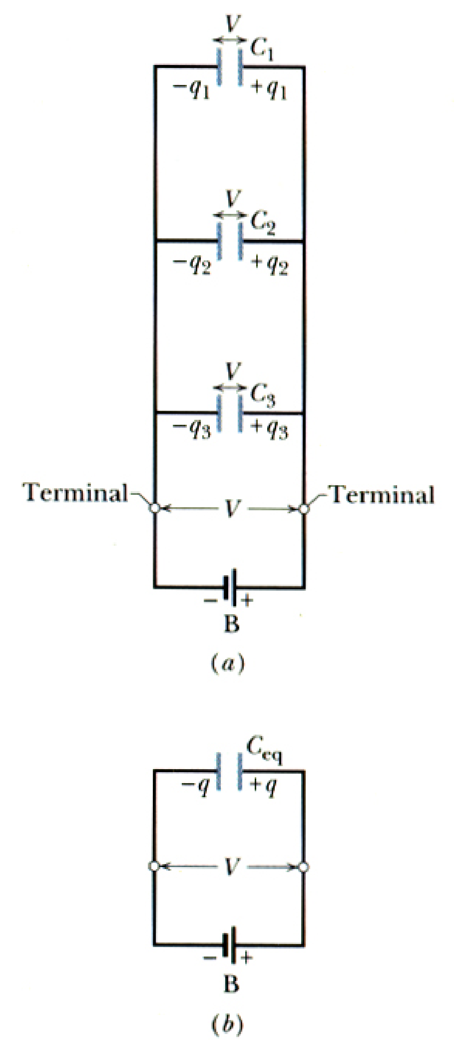
$$q = q_1 + q_2 + q_3 \;\Rightarrow\; q = (C_1 + C_2 + C_3)V$$

Como $\quad q = C_{eq} V$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

ou

$$C_{eq} = \sum_i C_i$$



Capacitância

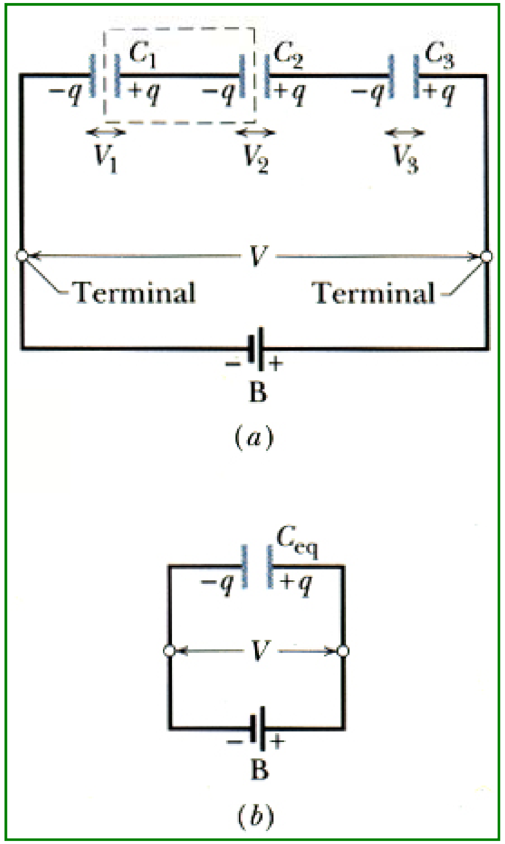
Capacitores em série

$$q = C_1 V_1, \quad q = C_2 V_2 \quad \text{e} \quad q = C_3 V_3$$

$$V_1 + V_2 + V_3 = V \quad \Rightarrow \quad q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) = V$$

Como $q = C_{eq} V$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$



Energia no capacitor

Energia armazenada no campo elétrico

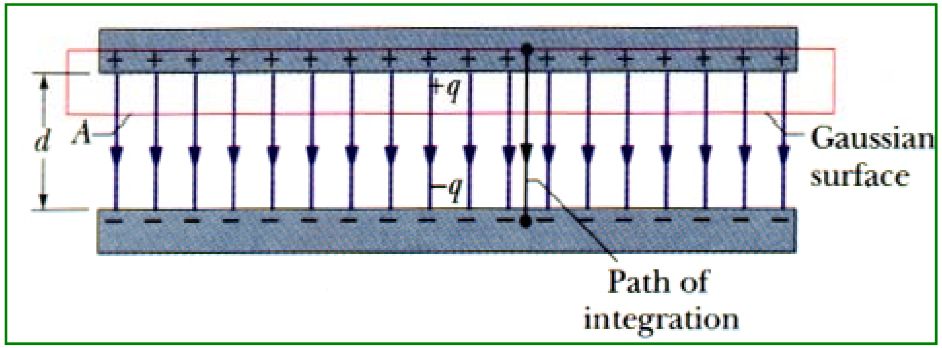
Um agente externo deve realizar trabalho para carregar um capacitor. Este trabalho fica armazenado sob a forma de energia potencial na região do campo elétrico entre as placas.

Suponha que haja q' e $-q'$ armazenadas nas placas de um capacitor. O trabalho para se deslocar uma carga elementar dq' de uma placa para a outra é então:

$$dW = V'\,dq' = \frac{q'}{C}\,dq' \quad \Rightarrow \quad W = \int dW = \int_0^q \frac{q'}{C}\,dq' = \frac{q^2}{2C}$$

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$$

Energia no capacitor



Densidade de energia

$$u = \frac{\text{energia potencial}}{\text{volume}}$$

Em um capacitor de placas paralelas sabemos que:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \quad \text{e} \quad V = Ed$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A}{d} E^2 d^2$$

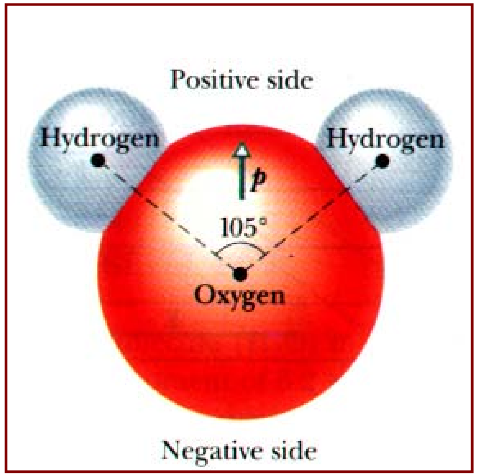
$$u \equiv \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

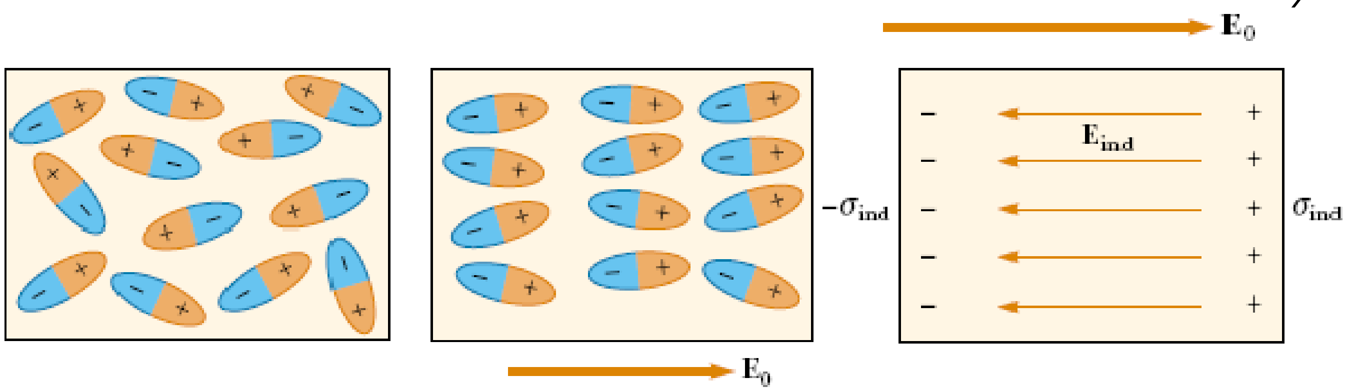
Apesar da demonstração ter sido para o capacitor de placas paralelas, esta fórmula é sempre válida!

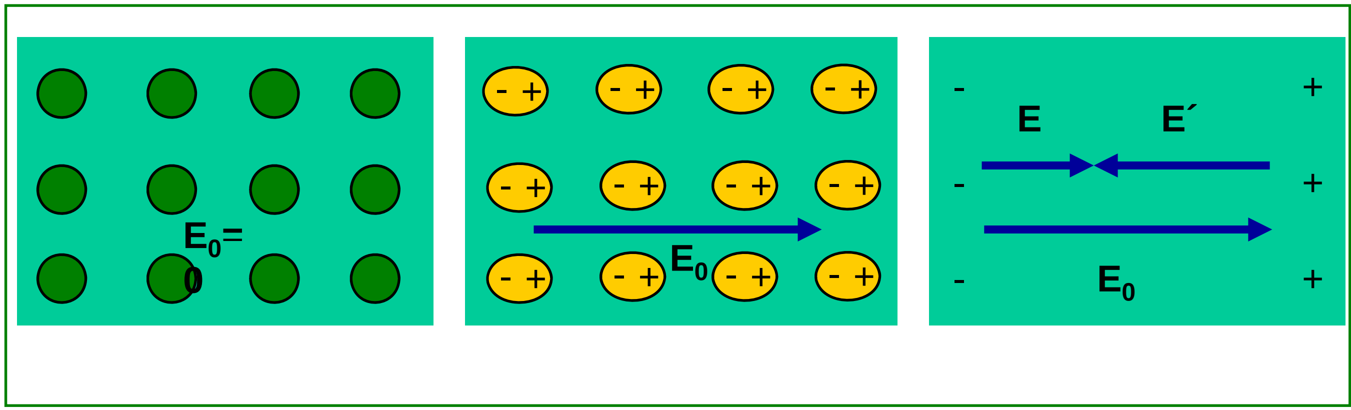
Dielétricos

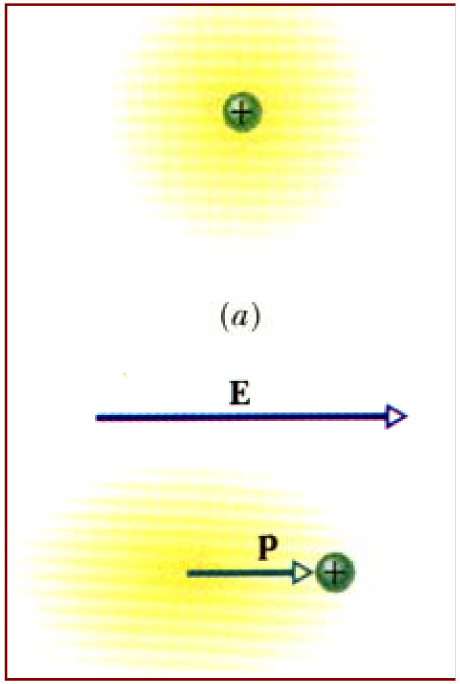
Visão atômica

Dielétricos são materiais *isolantes* que podem ser *polares* ou *não-polares.*









Dielétricos

Capacitores com dielétricos

Ao colocarmos um material dielétrico entre as placas de um capacitor a sua capacitância aumenta. Como

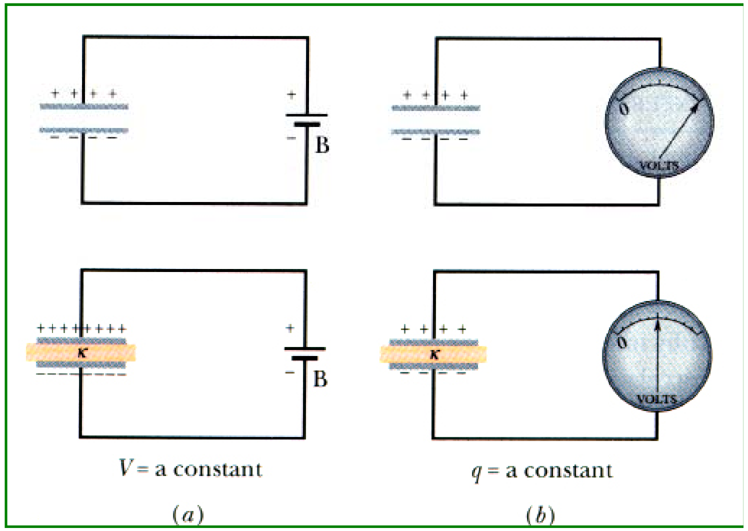
$$Q = CV$$

Se V é mantido constante, a carga nas placas aumenta; então C tem que aumentar.

Vimos: $C = \varepsilon_0 \Delta$,

onde Δ tem dimensão de comprimento.

Então, na presença de um dielétrico preenchendo totalmente o capacitor:



$$C_d = \kappa \varepsilon_0 \Delta \quad \text{onde} \quad \kappa > 1$$

No vácuo, $\kappa = 1$

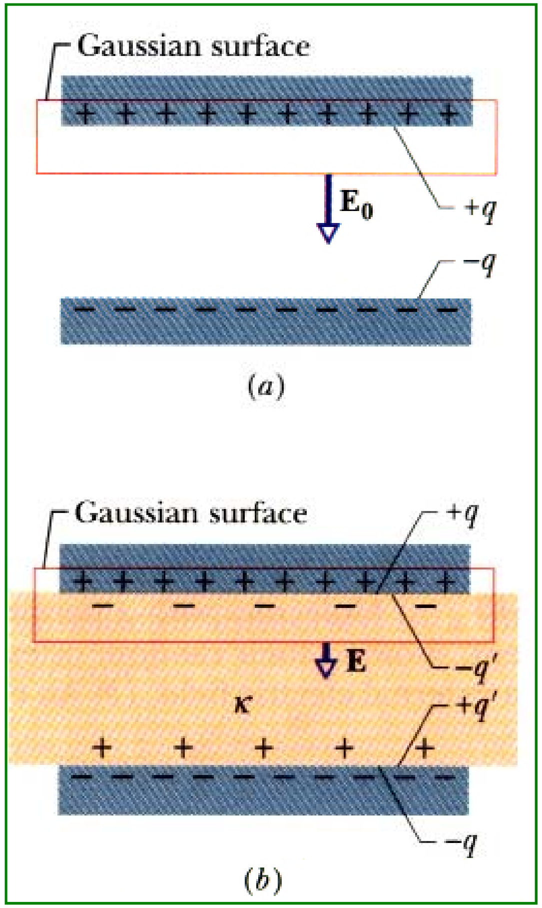
Dielétricos

Material	Constante dielétrica	Rigidez Dielétrica (kV/mm)
Ar (1 atm)	1,00054	3
Poliestireno	2,6	24
Papel	3,5	16
Pirex	4,7	14
Porcelana	6,5	5,7
Silício	12	
Etanol	25	
Água (20°)	80,4	
Água (25°)	78,5	
Cerâmica Titânica	130	
Titanato de Sr	310	

Lei de Gauss com Dielétricos

(a): $\oint_S \vec{E}_0(\vec{r})\cdot\hat{n}dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$ ⇒ $E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$

(b): $\oint_S \vec{E}(\vec{r})\cdot\hat{n}dA = \frac{q-q'}{\varepsilon_0}$ ⇒ $E = \frac{q-q'}{\varepsilon_0 A}$



$$E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{\kappa\varepsilon_0 A} = \frac{q-q'}{\varepsilon_0 A} \therefore\ q-q' = \frac{q}{\kappa}$$

Em (b): $\oint_S \vec{E}(\vec{r})\cdot\hat{n}dA = \frac{q}{\kappa\varepsilon_0}$

Ou: $\oint_A \vec{D}(\vec{r})\cdot\hat{n}dA = q$,

onde $\vec{D}(\vec{r}) \equiv \kappa\varepsilon_0\vec{E}(\vec{r})$ é o vetor de deslocamento elétrico.

Então, na lei de Gauss expressa com o vetor $\vec{D}$ aparecem apenas as *cargas livres* (das placas).

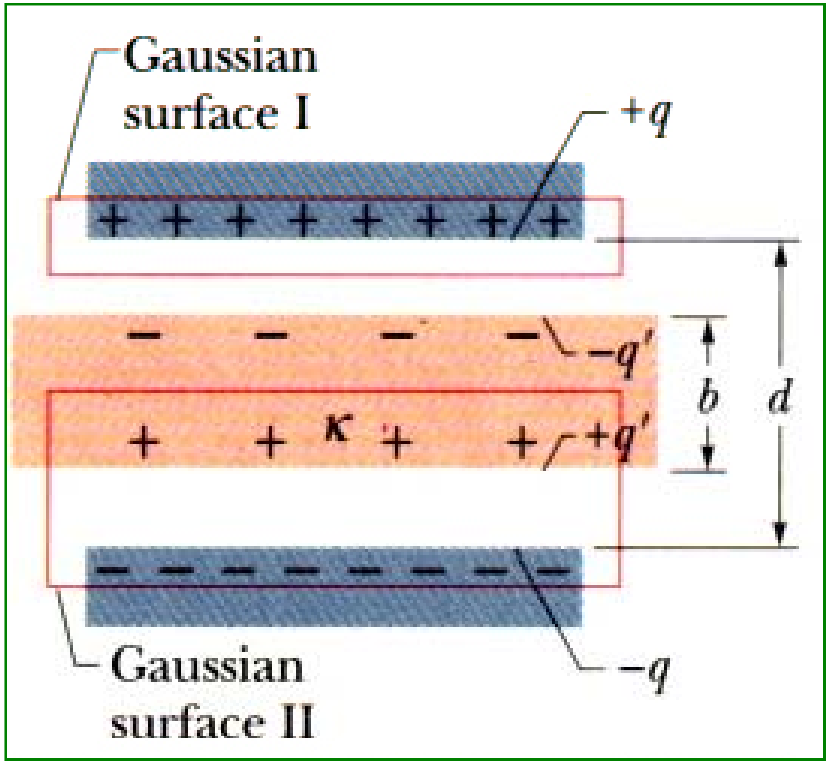
Dielétricos

Exemplo

Capacitor de placas paralelas com A=115 cm^2, d=1,24 cm, V_0=85,5 V, b=0,78cm, κ=2,61.

Calcule:

a) C_0 sem o dielétrico; 8,2pF
b) a carga livre nas placas; 0,7nC
c) o campo E_0 entre as placas e o dielétrico; 6900 V/m
d) o campo E_d no dielétrico; 2600 V/m
e) a ddp V entre as placas na presença do dielétrico; 63,5 V
f) A capacitância C com o dielétrico.
C=Q/V = 11 pF



Exercícios sugeridos

1) N° , p. , Halliday, Física vol. 3 (4ª edição). **

2) N° , p. , Halliday, Física vol. 3 (4ª edição). **