UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Escola de Engenharia de Lorena – EEL

“LOB1021 - FÍSICA IV“

Prof. Dr. Durval Rodrigues Junior

Departamento de Engenharia de Materiais (DEMAR)
Escola de Engenharia de Lorena (EEL)
Universidade de São Paulo (USP)
Polo Urbo-Industrial, Gleba AI-6 - Lorena, SP 12600-970
durval@demar.eel.usp.br
www.eel.usp.br – Comunidade – Alunos (Página dos professores)

LOB1021 – Física IV

Programa Resumido

1) Movimento Ondulatório

2) Ondas eletromagnéticas e Equações de Maxwell

3) Reflexão, refração, interferência e difração da luz

4) Redes, Espectros e Polarização

5) Ondas e Partículas

6) Introdução à Mecânica Relativística

7) Introdução à Mecânica Quântica

8) Introdução à Física Atômica

LOB1021 – Física IV

Bibliografia

1) Raymond A. Serway, Física para Cientistas e Engenheiros, LTC.

2) Paul A. Tipler, Física, LTC.

3) David Halliday, Robert Resnick e Jearl Walker, Fundamentos de Física, LTC.

4) Raymond A. Serway and Robert J. Beichner, Physics for Scientists and Engineers, Saunders College Publishing.

5) Sites na Internet, programas de simulação, manuais de equipamentos, artigos científicos e notas de aulas.

6) Agradecimentos especiais ao Prof. Dr. José Antonio Roversi, IFGW-UNICAMP, pela disponibilização de notas de aula.

LOB1021 – Física IV

Avaliação

Duas provas (P1 e P2)

Média Final (MF): $$MF = \frac{(P1 + 2 * P2)}{3}$$

$$\begin{cases} MF \geq 5{,}0 & Aprovado \\ 3{,}0 \leq MF < 5{,}0 & Recuperação \\ MF < 3{,}0 & Re\ provado \end{cases}$$

Nota Final (NF) após Recuperação (NR): $$NF = \frac{MF + NR}{2}$$

$$\begin{cases} NF \geq 5{,}0 & Aprovado \\ NF < 5{,}0 & Re\ provado \end{cases}$$

UNIDADE 1 -

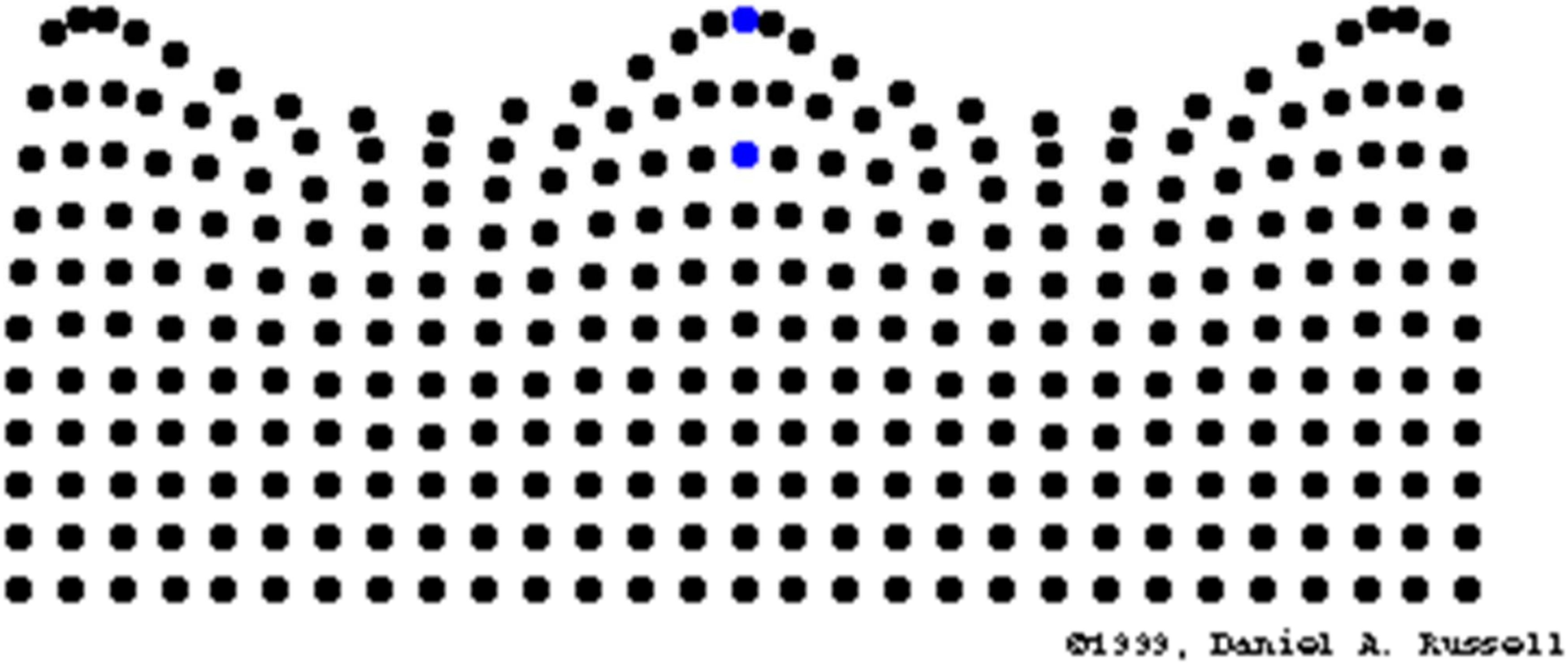
Ondas Eletromagnéticas e Equações de Maxwell

Ondas Eletromagnéticas

Física IV – LOB1021

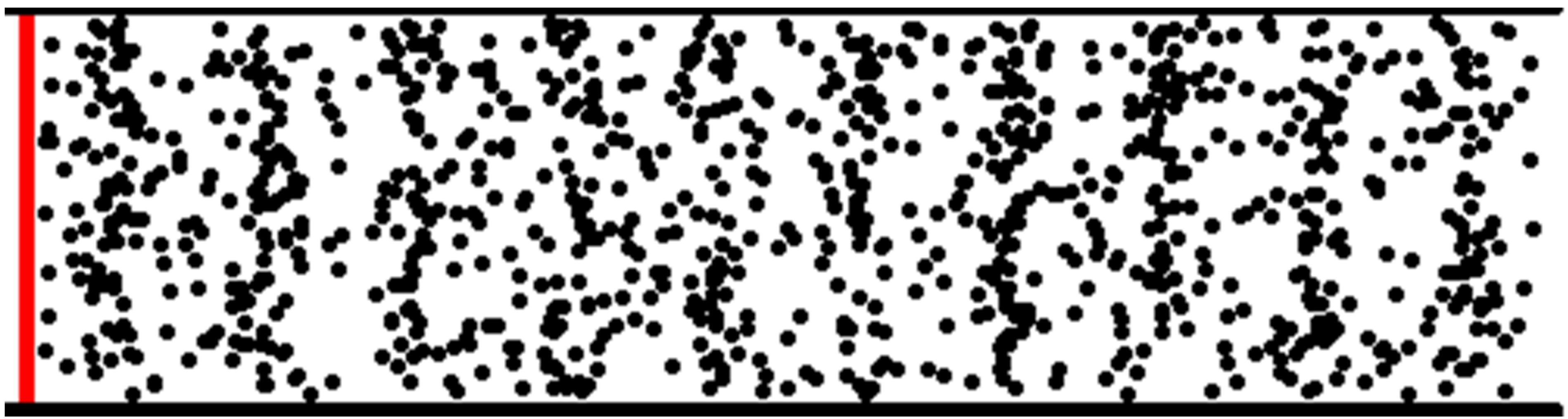
33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

O que é uma onda?



33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

O que é uma onda?

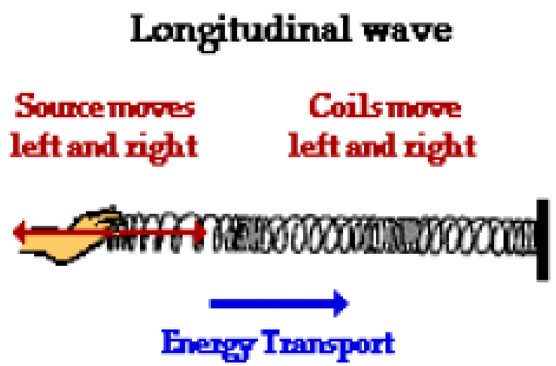


33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

O que é uma onda?

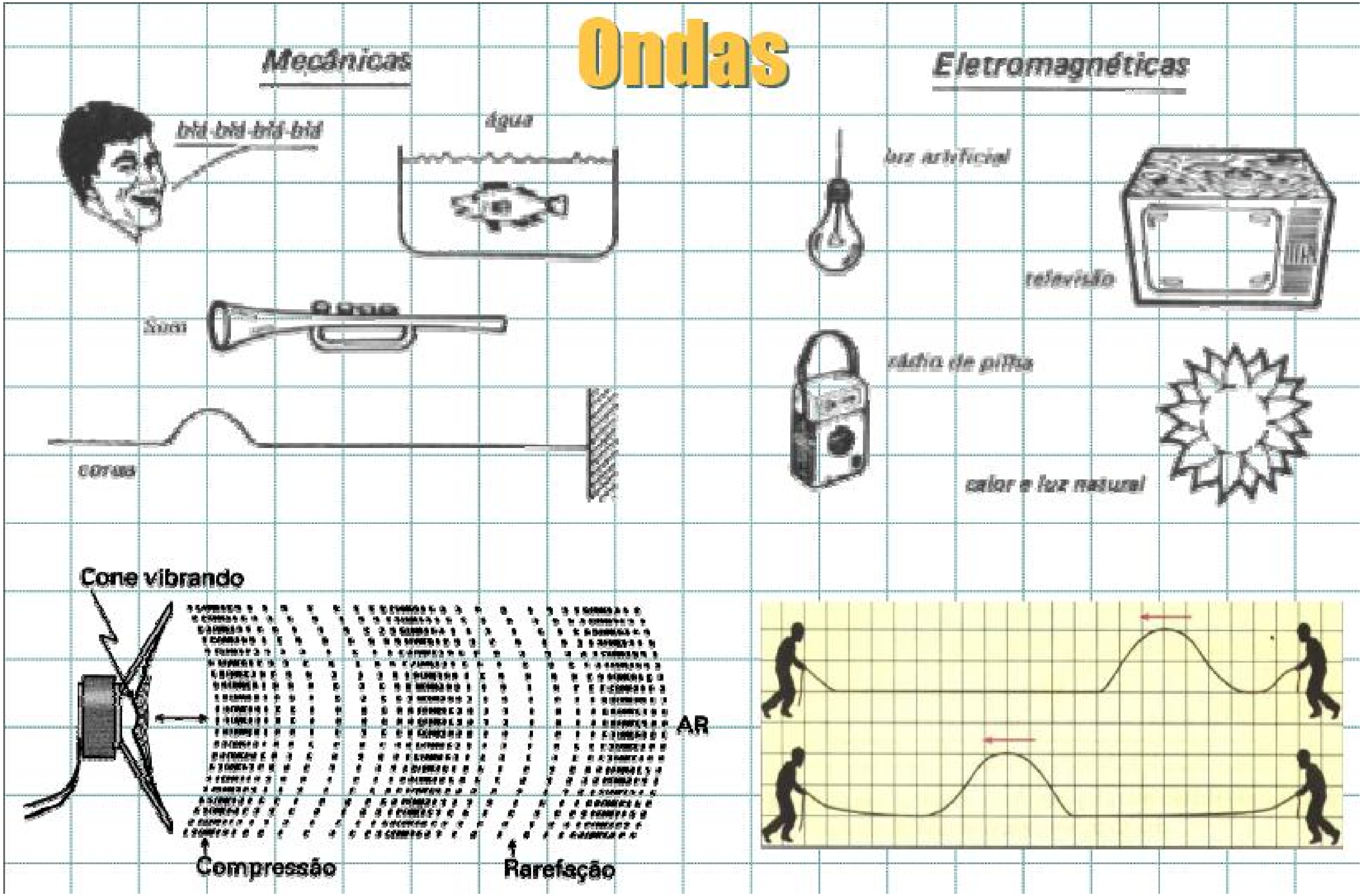
33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

Ondas

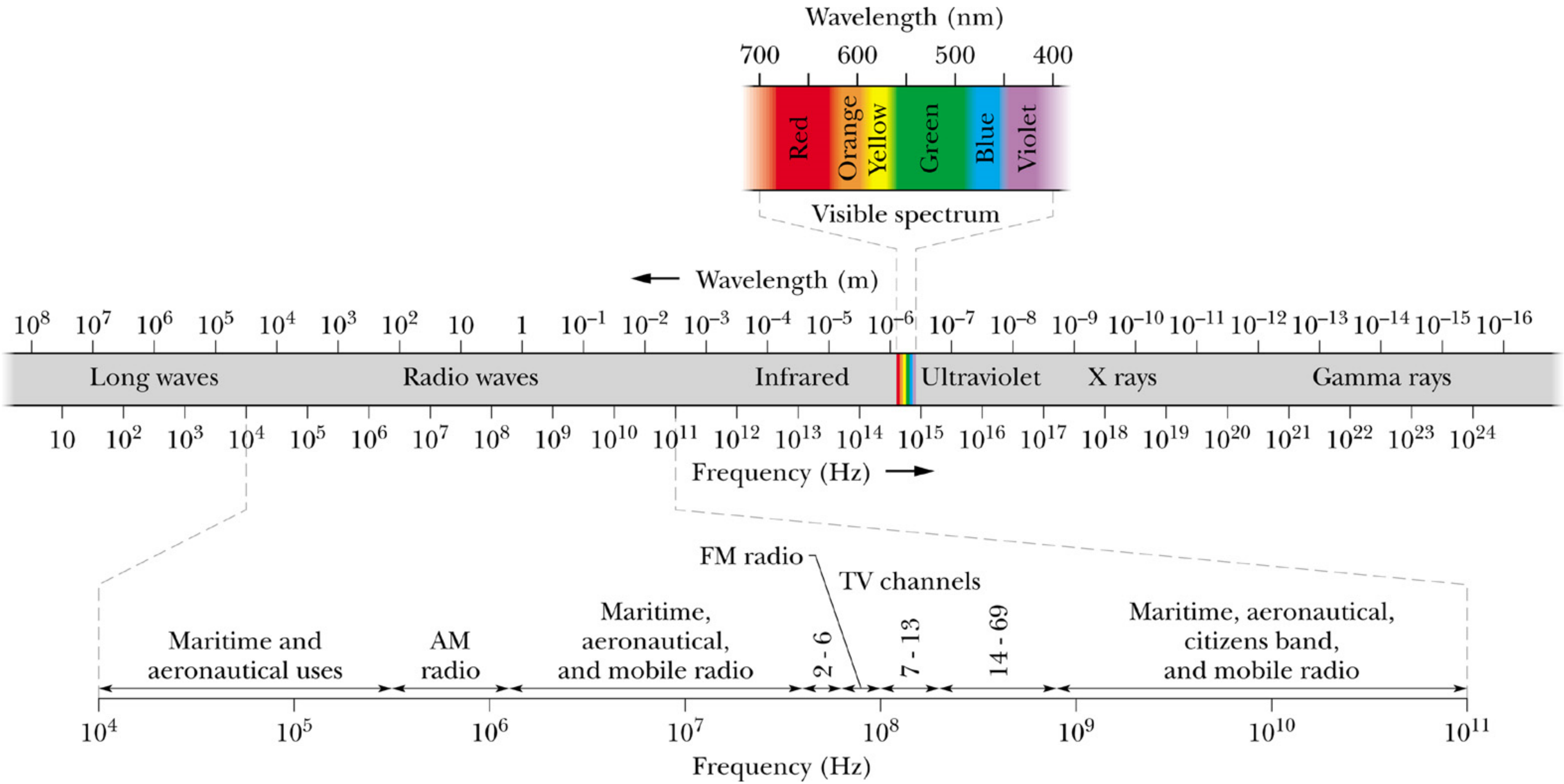


- Ondas são oscilações que se deslocam em um meio, mas que não carregam matéria.
- Qualquer sinal transmitido com velocidade constante
- As ondas podem percorrer grandes distâncias, mas o meio tem um movimento apenas limitado.

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

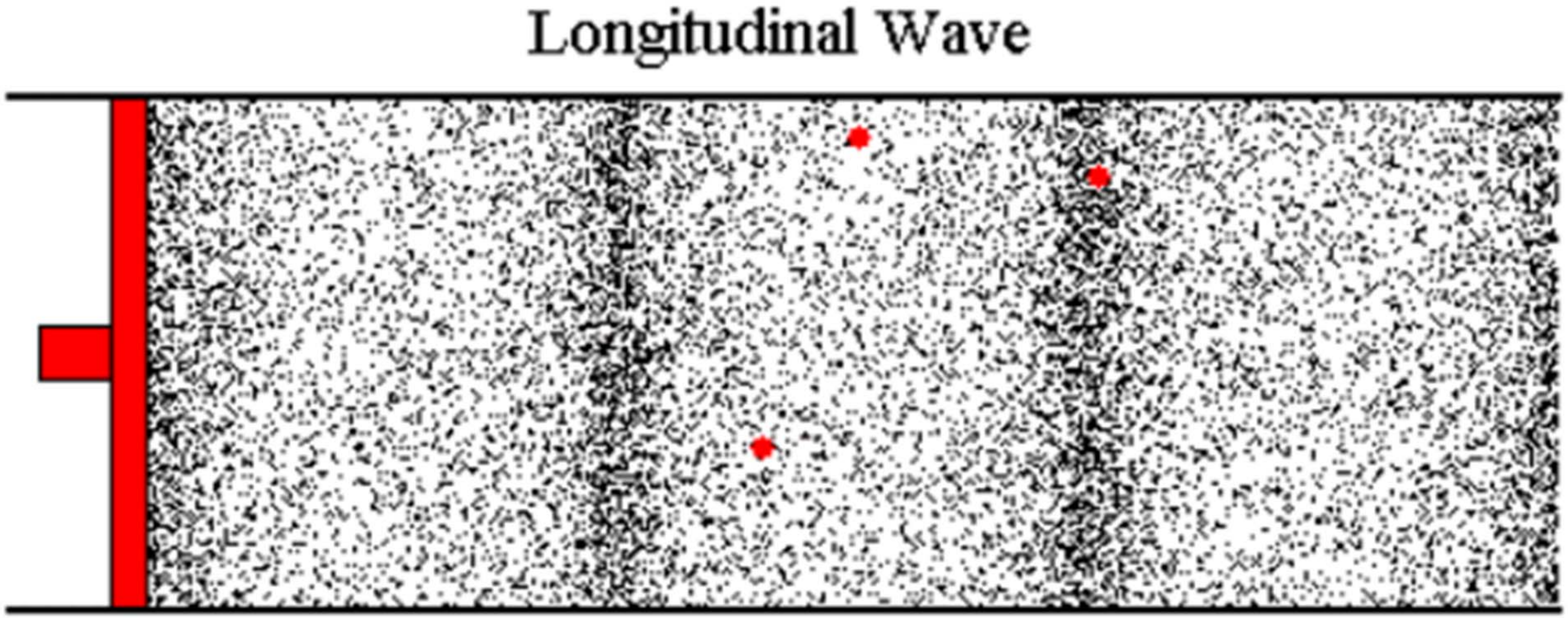


33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética



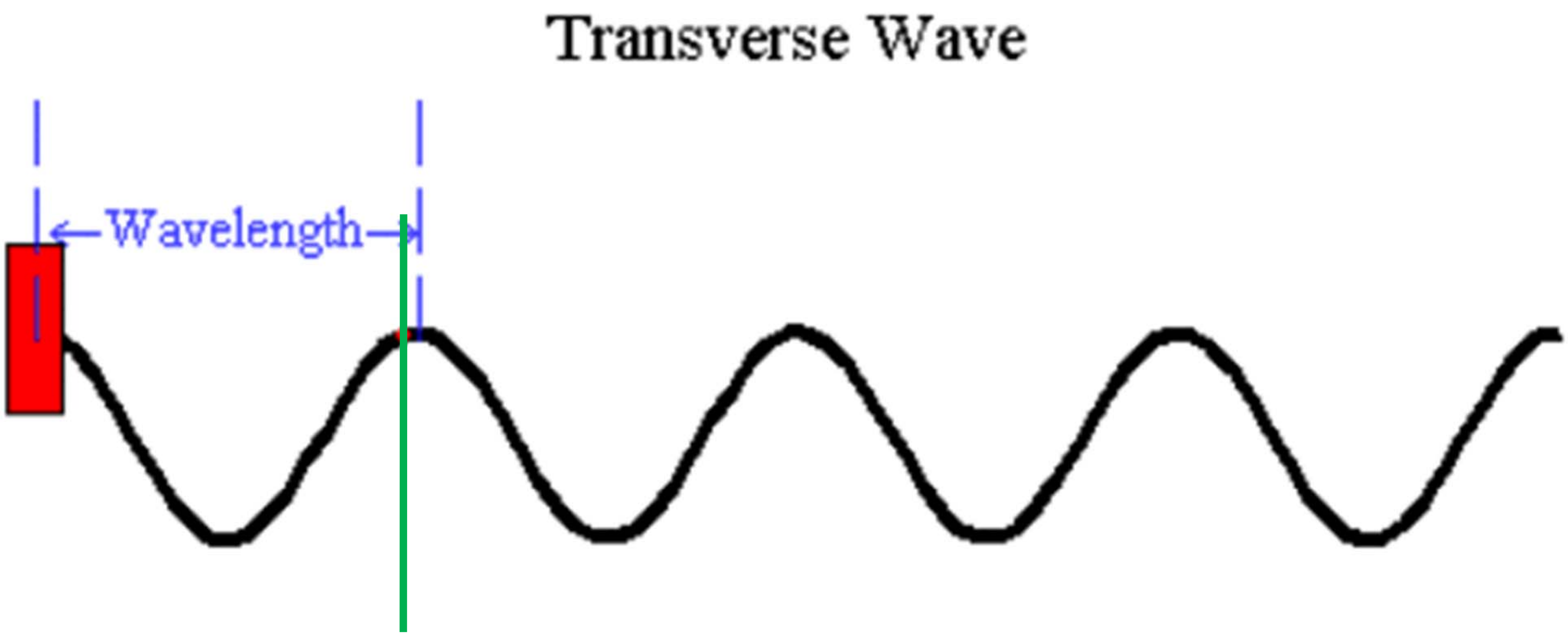
33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

Ondas Longitudinais:



33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

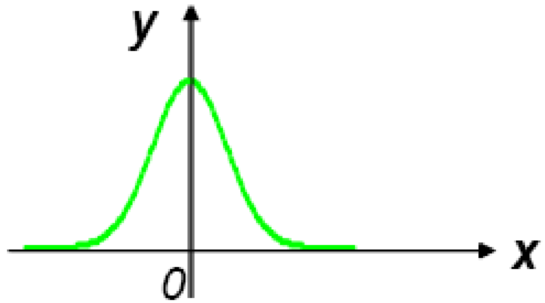
Ondas Transversais:



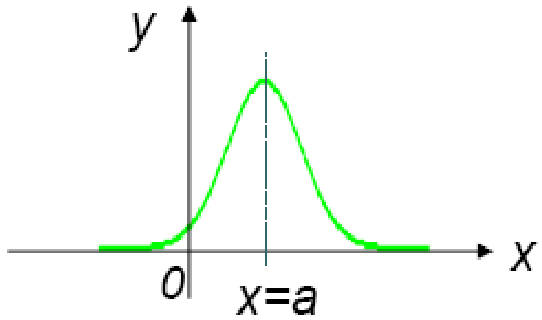
33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

Descrição Matemática

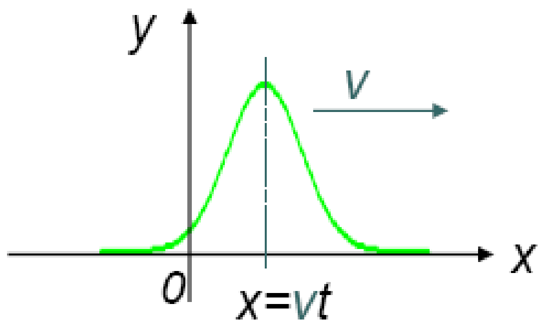
- Supor que temos alguma função $y = f(x)$:



$f(x-a)$ tem a mesma forma, só que deslocada uma distância a à direita:



Seja $a=vt$ então $f(x-vt)$ será descrita pela mesma forma, se movendo à direita com velocidade v.



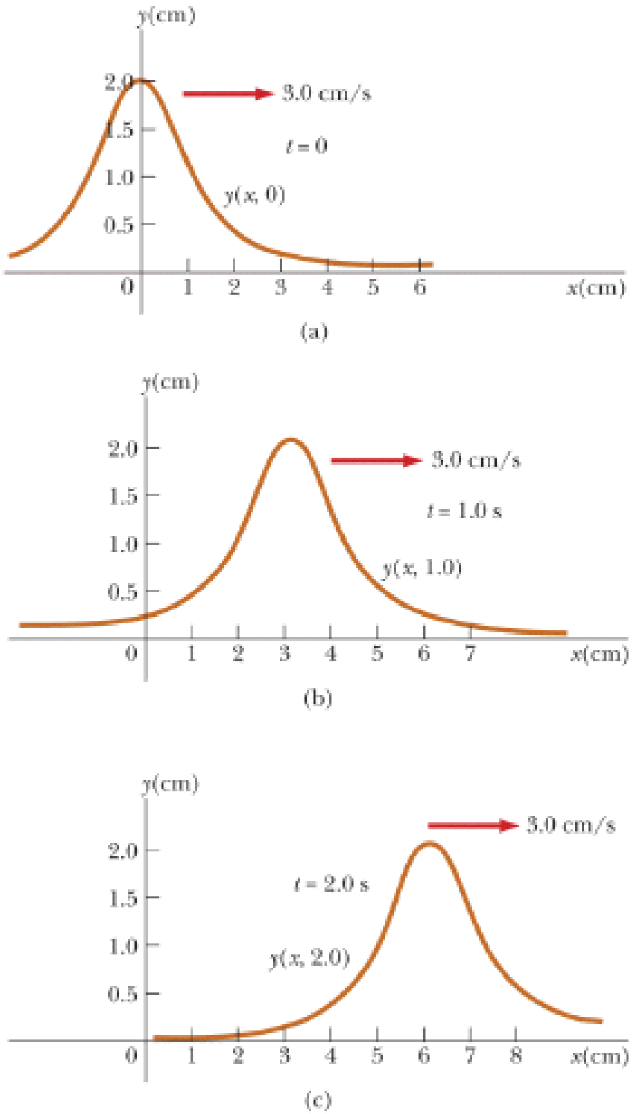
Pulso para a direita

$$y(x,t) = \frac{2}{(x-3t)^2+1}$$

$t = 0\ s$ $\quad y(x,t) = \frac{2}{x^2+1}$

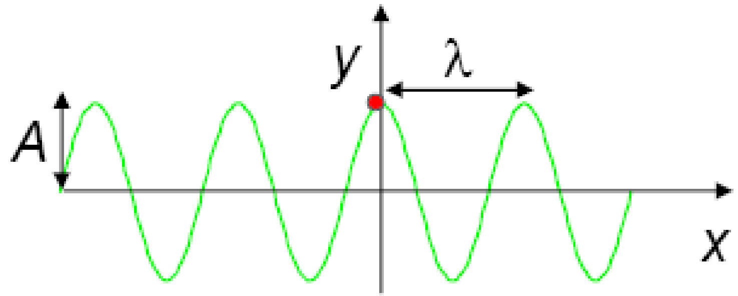
$t = 1\ s$ $\quad y(x,t) = \frac{2}{(x-3)^2+1}$

$t = 2\ s$ $\quad y(x,t) = \frac{2}{(x-6)^2+1}$



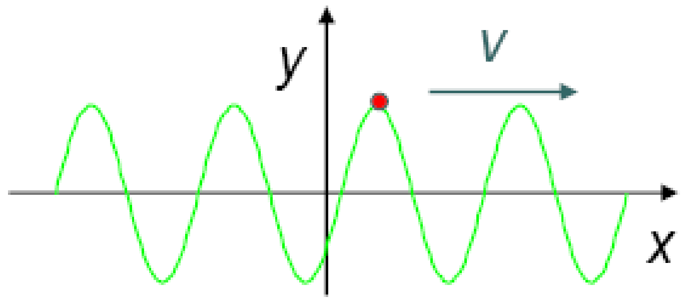
Onda harmônica

- Considere uma onda harmônica em *x* com comprimento de onda λ.



Se a amplitude for máxima em *x=0* essa onda tem a forma:

$$y(x) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$



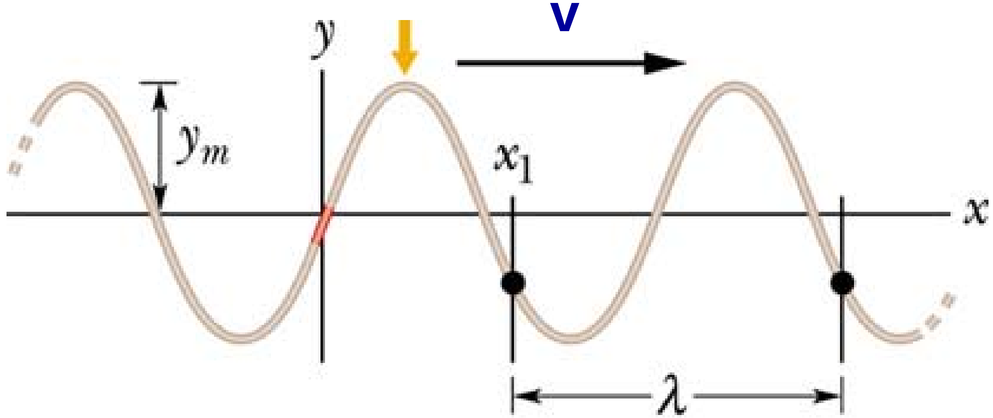
Mas, se ela está se movendo para a direita com velocidade *v* ela será descrita por:

$$y(x,t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right)$$

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

- **Sabemos que:**

$$y(x,t) = y_m sen[k(x - vt)]$$



- **Para x = x_1 e t = 0, tem-se:**

$$y(x_1,0) = y_m sen(kx_1)$$

- **Para x = x_1 + λ e t = 0, tem-se:**

$$y(x_1 + \lambda, 0) = y_m sen[k(x_1 + \lambda)]$$

- **No entanto:**

$$y(x_1,0) = y(x_1 + \lambda, 0) \;\therefore\; y_m sen(kx_1) = y_m sen[k(x_1 + \lambda)] \;\therefore$$

$$y_m sen(kx_1) = y_m sen(kx_1 + k\lambda) \;\therefore$$

A função seno se repete primeiramente quando o ângulo é acrescido de 2π radianos.

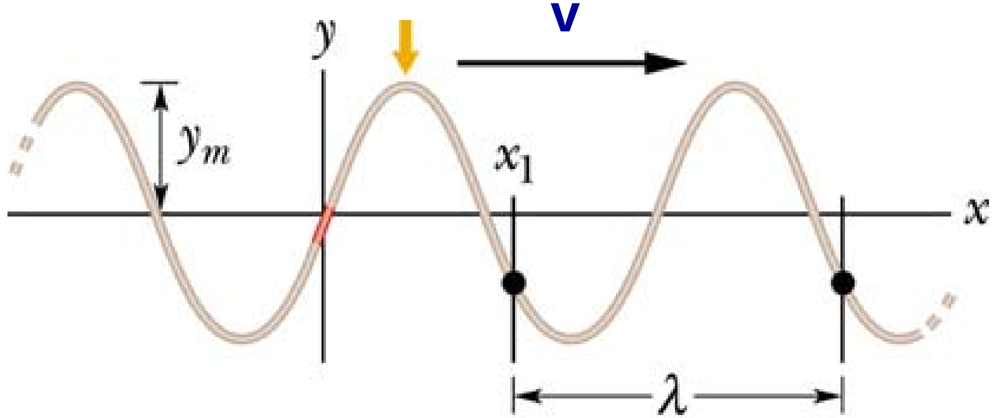
$$k\lambda = 2\pi \;\therefore$$

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$$ (número de onda)

33-3 | Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

- **Então:**

$$y(x,t) = y_m sen[k(x - vt)]$$



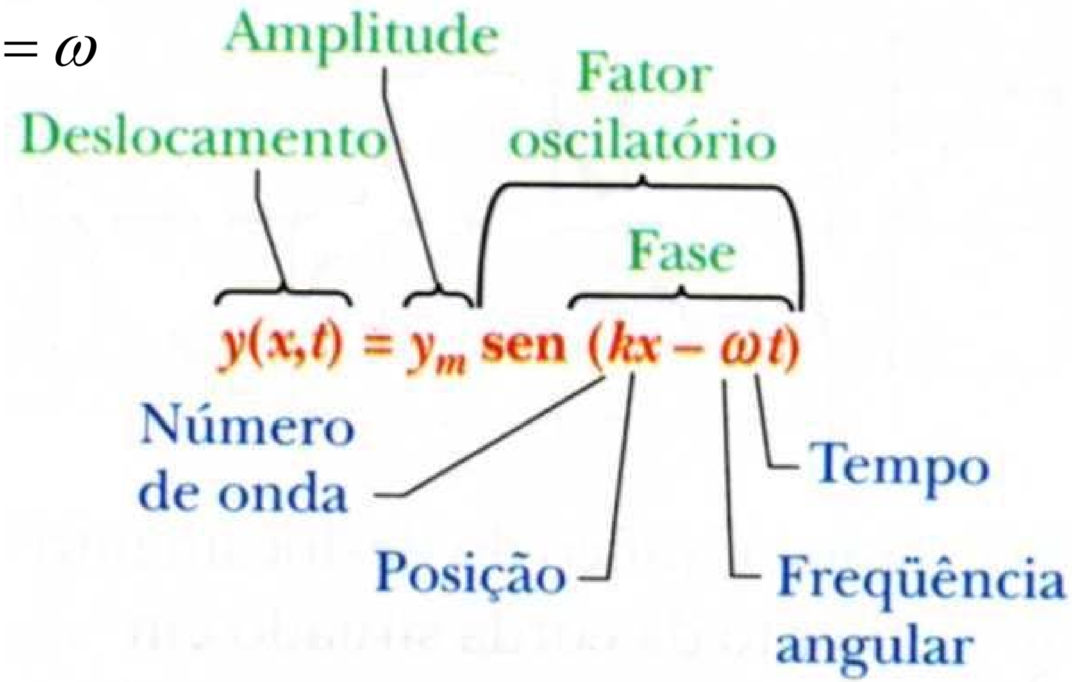
- **Pode ser escrita, como:**

$$y(x,t) = y_m sen(kx - kvt)$$

- **Mas:**

$$kv = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{T} \quad \therefore \quad kv = \frac{2\pi}{T} \quad \therefore \quad kv = \omega$$

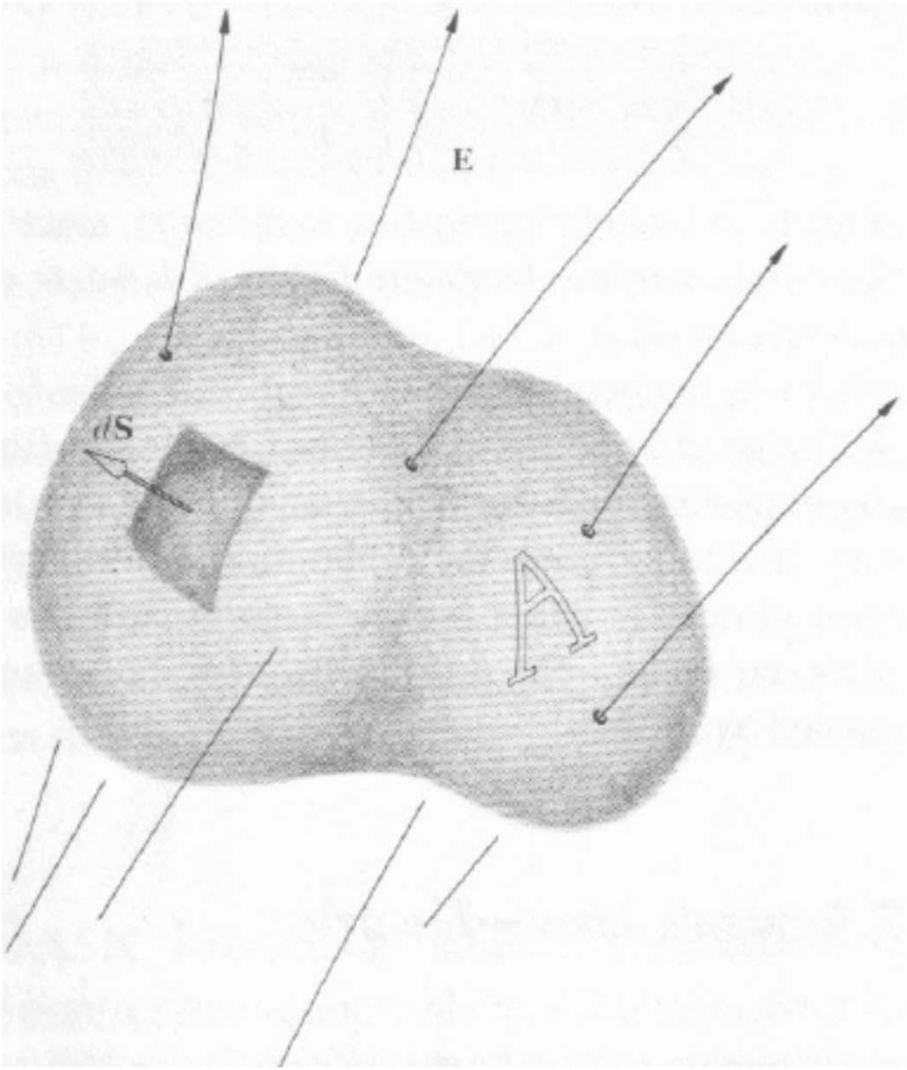
- **Desse modo, tem-se:**



(função de onda senoidal)

As equações de Maxwell

A lei de Gauss



$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

onde

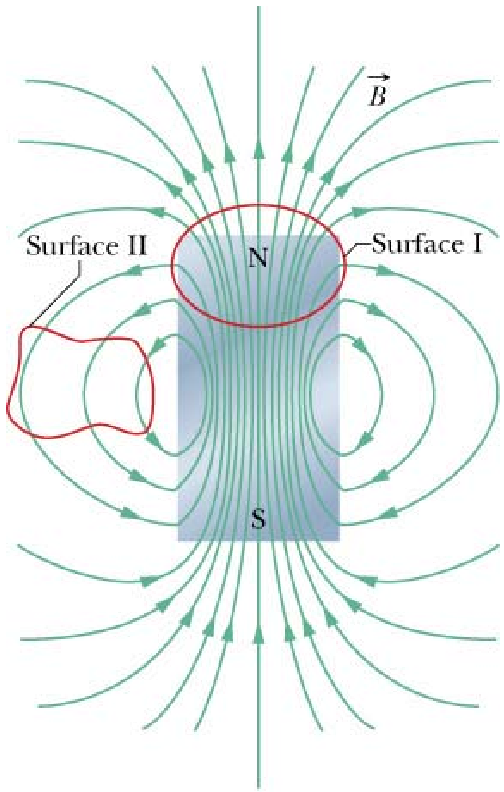
$$q = \int_V \rho \, dV$$

é a carga interna à superfície considerada

A Lei de Gauss do magnetismo

A lei de Gauss para campos magnéticos é uma maneira formal de se dizer que não existem monopolos magnéticos:

$$\phi_B = \oint \vec{B}.\hat{n}\, dA = 0$$



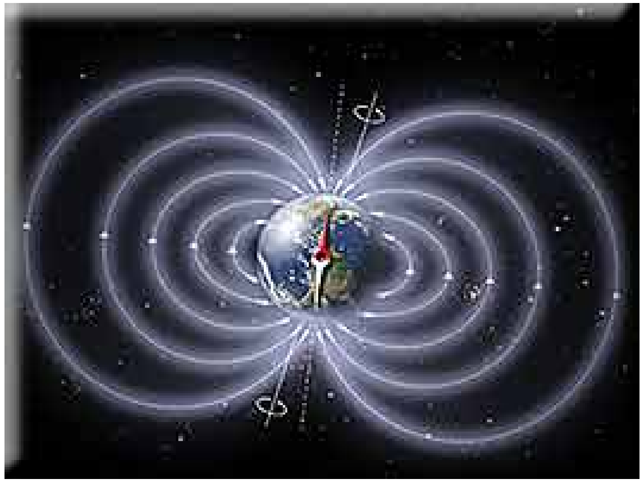
O fluxo de $\vec{B}$ através de qualquer superfície fechada é nula, já que não pode existir qualquer "carga magnética" isolada envolvida pela superfície.

Vemos que $\phi_B = 0$ através das superfícies I e II da figura. As linhas de $\vec{B}$ são fechadas.

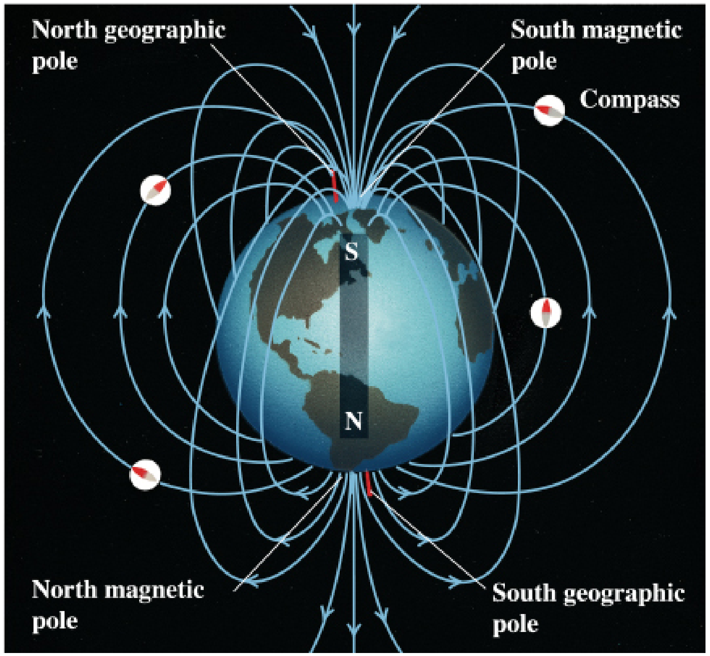
A lei de Gauss do magnetismo é válida mesmo para estruturas mais complicadas que um dipolo magnético.

O magnetismo da Terra

Em 1600, William Gilbert descobriu que a Terra era um ímã natural permanente com pólos magnéticos próximos aos pólos norte e sul geográficos: seu campo magnético pode ser aproximado pelo de uma enorme barra imantada (um dipolo magnético) que atravessa o centro do planeta. Uma vez que o pólo norte da agulha imantada de uma bússola aponta na direção do pólo sul de um ímã, o que é denominado pólo norte da Terra, é na realidade, um pólo sul do dipolo magnético terrestre.



O magnetismo da Terra

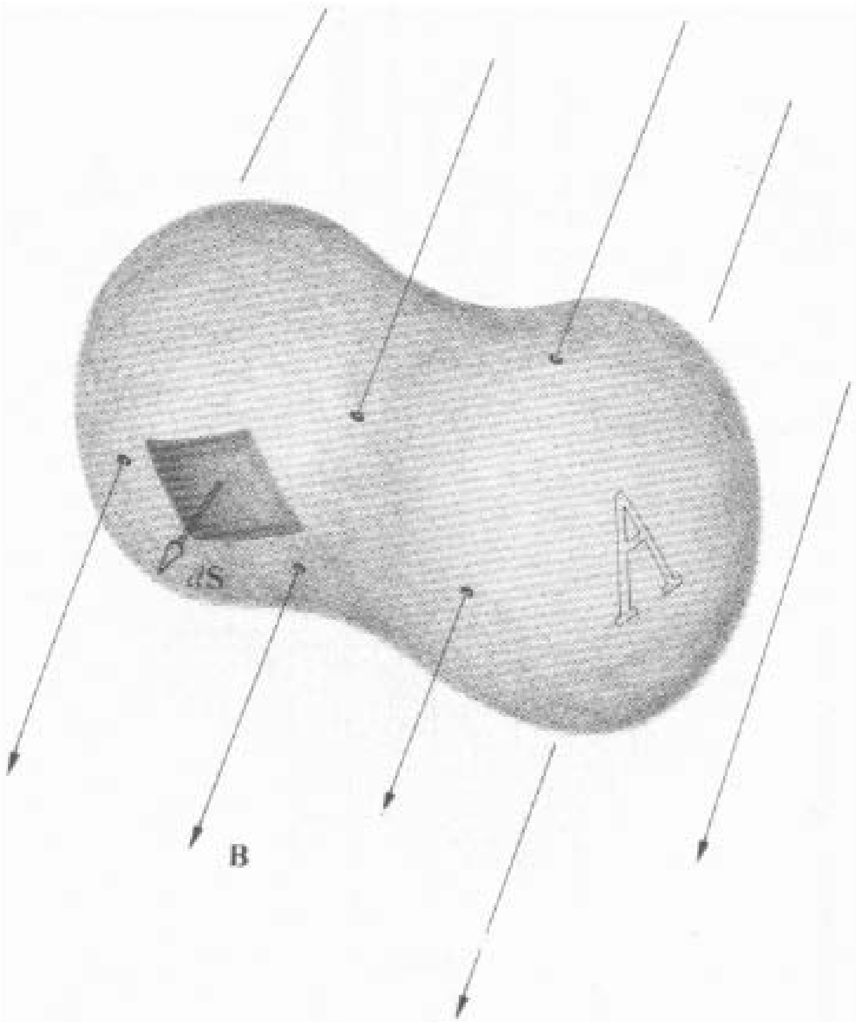


A direção do campo magnético sobre a superfície da Terra pode ser especificada em termos de dois ângulos: a *declinação* e a *inclinação* do campo.

O campo observado em qualquer local da superfície varia com o tempo. Por exemplo, entre 1580 e 1820 a direção indicada pelas agulhas de uma bússola variou de 35^0 em Londres.

As equações de Maxwell

Ausência de monopolos magnéticos



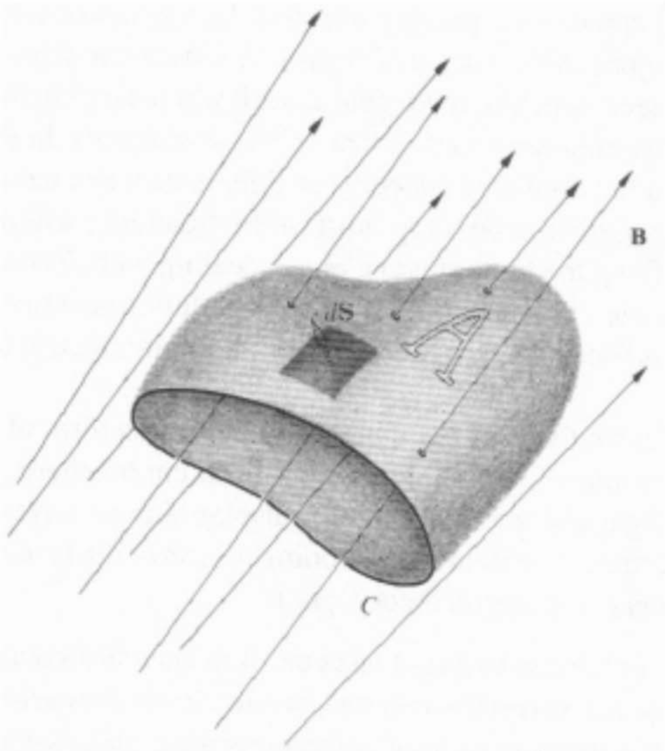
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$q_M = \int_V \rho_M \, dV \equiv 0$$

Não existem cargas magnéticas!

As equações de Maxwell

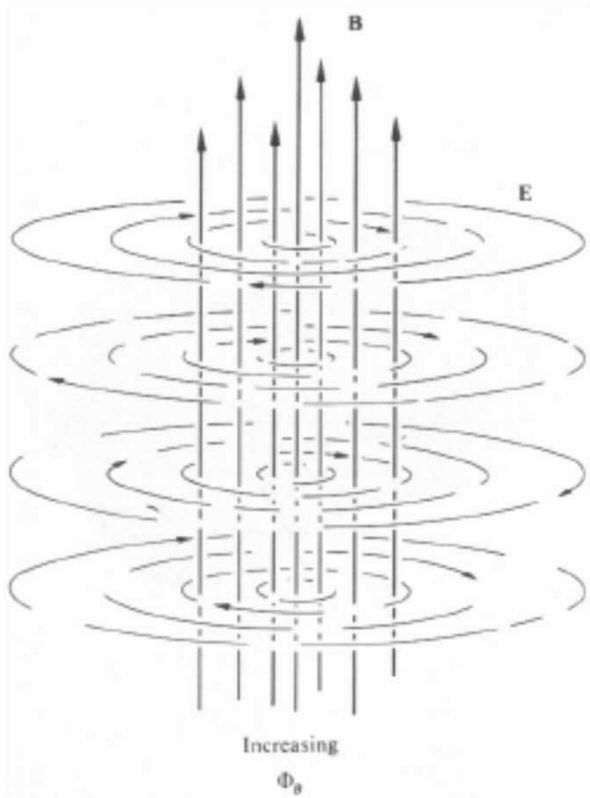
A lei de Faraday



$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

onde

$$\phi_B(t) = \int_S \vec{B}(r,t) \cdot d\vec{s}$$



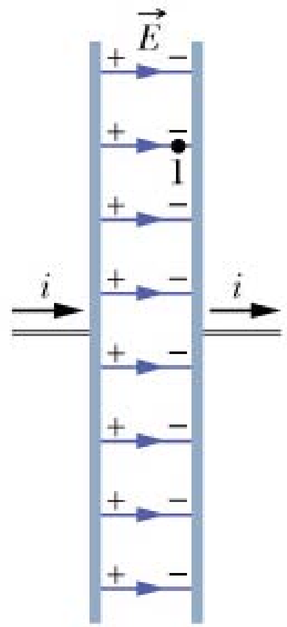
Campos magnéticos induzidos

Vimos que um fluxo magnético variável no tempo produz um campo elétrico. Será que um fluxo elétrico variável no tempo pode produzir um campo magnético? A experiência diz que *sim*.

Por analogia com a lei de Faraday reformulada, podemos escrever:

$$\boxed{\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}}$$

(*Lei de Maxwell da indução*)

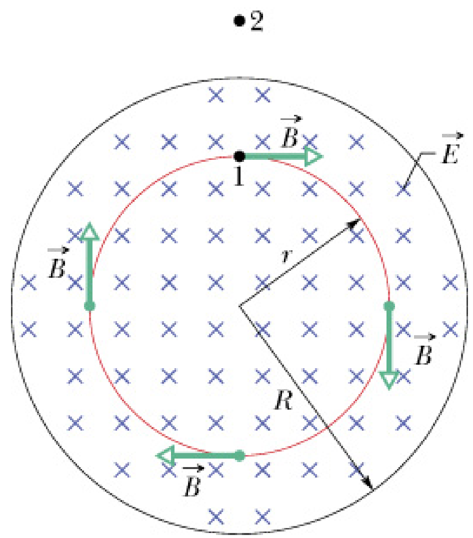


(*a*)

Consegue-se $\vec{E}$ uniforme variando à taxa constante $\frac{dE}{dt}$ no interior de um capacitor sendo carregado com uma corrente constante (figura (a)).

Campos magnéticos induzidos

Vê-se que há duas diferenças entre os casos elétrico e magnético: a) no laço de circuitação (figura(b)), o sentido de $\vec{B}$ induzido é oposto ao do campo $\vec{E}$ induzido, razão pela qual não aparece o sinal negativo na equação; b) as constantes μ_0 e ε_0 aparecem por causa da adoção do sistema SI de unidades.



(b)

A lei de Ampère-Maxwell

Considerando as duas maneiras de se obter um campo magnético (uma corrente ou um campo $\vec{E}$ variável no tempo), podemos combinar as equações correspondentes em uma só:

$$\boxed{\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} + \mu_0 i_{env}}$$

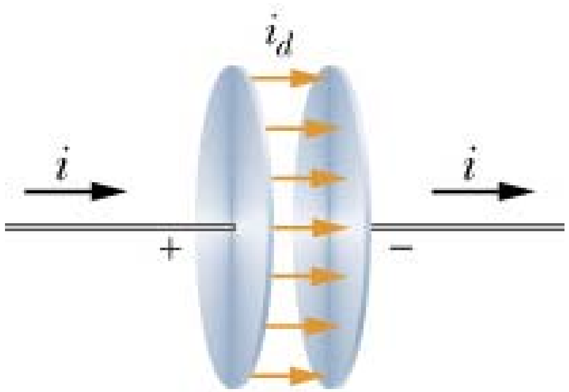
(Lei de Ampère-Maxwell)

Campos magnéticos induzidos

A Corrente de Deslocamento

Observamos que o termo $\varepsilon_0 \dfrac{d\phi_E}{dt}$ tem dimensão de corrente e o chamamos de *corrente de deslocamento* (i_d) :

$$i_d = \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$



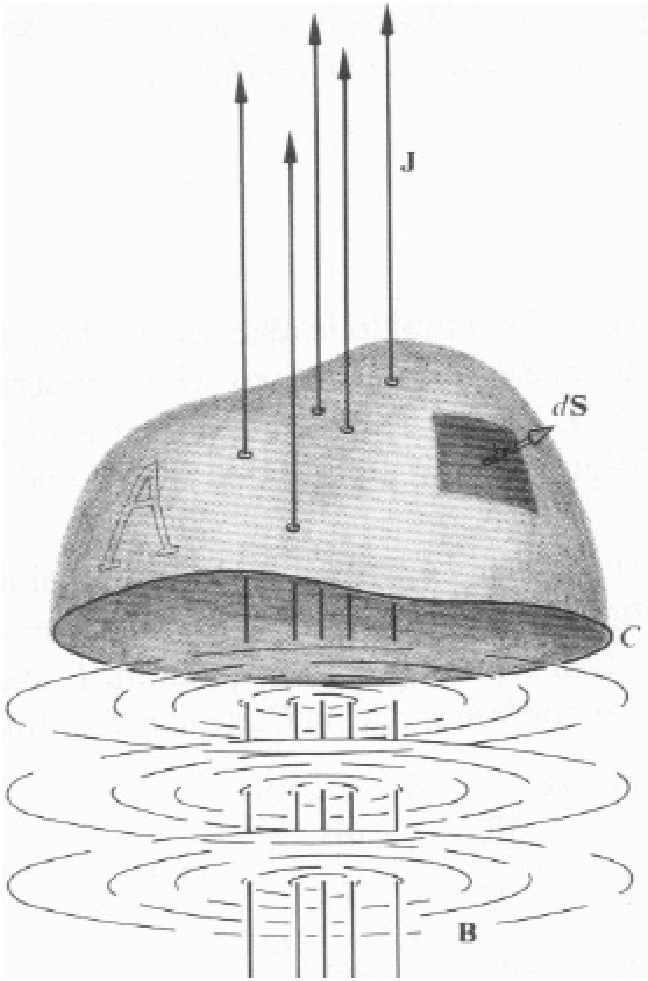
Então a lei de ampère_Maxwell fica:

$$\boxed{\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0\left(i_{env} + i_d\right)}$$

Para o caso de um capacitor sendo carregado (figura), mostra-se facilmente que $i_d = i$; então podemos considerar a corrente fictícia i_d como dando continuidade à corrente real i que está carregando o capacitor.

As equações de Maxwell

A lei de Ampère - Maxwell



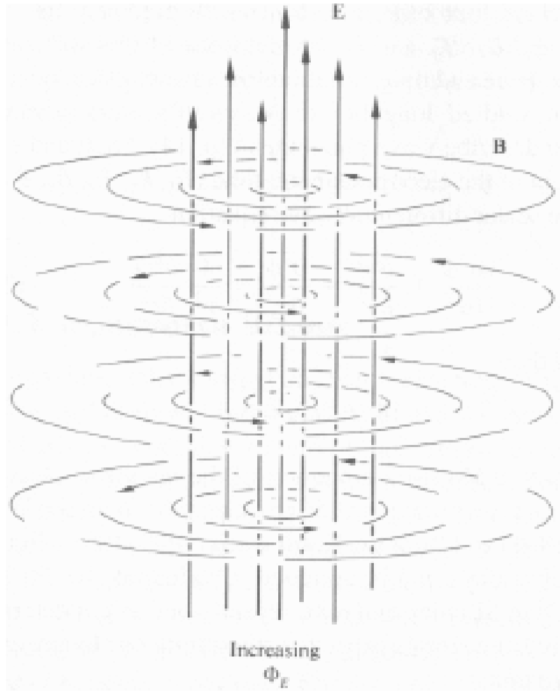
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

onde

$$\phi_E(t) = \int_S \vec{E}(r,t) \cdot d\vec{s}$$

e $$i(t) = \int_S \vec{J}(r,t) \cdot d\vec{s}$$

é a corrente interna ao contorno C



• **Alguns Teoremas:**

Teorema de Gauss $$\oint_S \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{s} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F}(\vec{r})\, dV$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}(\vec{r}) = \frac{\partial F_x(r)}{\partial x} + \frac{\partial F_y(r)}{\partial y} + \frac{\partial F_z(r)}{\partial z}$$

Teorema de Stokes $$\oint_C \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F}(\vec{r}) = \left(\frac{\partial F_z(r)}{\partial y} - \frac{\partial F_y(r)}{\partial z} \right)\hat{x} + \left(\frac{\partial F_x(r)}{\partial z} - \frac{\partial F_z(r)}{\partial x} \right)\hat{y} + \left(\frac{\partial F_y(r)}{\partial x} - \frac{\partial F_x(r)}{\partial y} \right)\hat{z}$$

Usando mais :

$$\phi_F(t) \equiv \int_S \vec{F}(r,t) \cdot d\vec{s}$$

temos

$$\frac{d\phi_F(t)}{dt} = \int_S \frac{\partial \vec{F}(r,t)}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

podemos mostrar que :

As Equações de Maxwell

As equações de Maxwell são equações básicas do eletromagnetismo, capazes de explicar uma grande variedade de fenômenos e são a base do funcionamento de muitos dispositivos eletromagnéticos. São elas:

Forma integral		*Forma diferencial*	
$\oint \vec{E}.\hat{n}\, dA = \dfrac{q_{env}}{\varepsilon_0}$	$\Rightarrow$	$\vec{\nabla}.\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$	(1)
$\oint \vec{B}.\hat{n}\, dA = 0$	$\Rightarrow$	$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$	(2)
$\oint \vec{E}.d\vec{l} = -\dfrac{d\phi_B}{dt}$	$\Rightarrow$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	(3)
$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0\, \varepsilon_0 \dfrac{d\phi_E}{dt} + \mu_0\, i_{env}$	$\Rightarrow$	$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0\, \vec{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	(4)

As equações de Maxwell

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Longrightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \Longrightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi_B}{dt} \Longrightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \Longrightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

• **As duas últimas equações mostram que variações espaciais ou temporais do campo elétrico (magnético) implicam em variações espaciais ou temporais do campo magnético (elétrico)**

A Equação de uma Onda Eletromagnética

Vamos deduzir uma equação diferencial cujas soluções descrevem uma onda eletromagnética e descobrir a sua velocidade de propagação no vácuo. Consideremos as equações de Maxwell com $\rho = J = 0$.
Tomando-se o rotacional de (3) e utilizando (1):

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E}) = -\vec{\nabla}\times\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\times\vec{B}) = -\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

Mas: $\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\vec{E}) - \nabla^2\vec{E}$

E como $\vec{\nabla}.\vec{E} = 0$:

$$\boxed{\nabla^2\vec{E} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}} \qquad (5)$$

Analogamente, tomando-se o rotacional de (4) e utilizando (2):

$$\boxed{\nabla^2\vec{B} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}} \qquad (6)$$

As equações (5) e (6) equivalem a seis equações escalares (uma para cada componente de $\vec{E}$ e $\vec{B}$) formalmente idênticas.

A Equação de uma Onda Eletromagnética

Para simplificar, consideremos que $\vec{E}$ e $\vec{B}$ estejam nas direções *y* e e *z*, respectivamente e ainda que $E_y = E_y(x,t)$ e $B_z = B_z(x,t)$. Então, as equações (5) e (6) se simplificam para:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \qquad \text{e} \qquad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} \qquad (7)$$

Cada uma destas equações é formalmente idêntica à equação:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \ ,$$

que representa uma onda oscilando na direção y e propagando-se na direção x com velocidade v . Então, as equações (7) acima representam uma onda que se propaga na direção x com velocidade

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cong 3{,}0 \,\text{x}\, 10^8 \frac{m}{s} = \text{c}$$

A Equação de uma Onda Eletromagnética

Ou seja, uma onda *EM* se propaga no vácuo com velocidade da luz. A equação de onda para um escalar ψ qualquer (representando qualquer componente de $\vec{E}$ ou $\vec{B}$) é:

$$\boxed{\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0,}$$

cuja solução é do tipo:

$$\boxed{\psi = \psi_m \,\mathrm{sen}(k\,x \pm \omega t)} \quad , \text{ com } \quad k = \frac{\omega}{c}.$$

A solução mais geral para propagação numa direção genérica do espaço é:

$$\boxed{\psi = \psi_m \, e^{i(\vec{k}.\vec{r} \pm \omega t)}}$$

http://www.walter-fendt.de/ph11e/emwave.htm

(uma onda eletromagnética)

http://people.seas.harvard.edu/~jones/ap216/applets/emWave/emWave.html

(a propagação de uma onda eletromagnética)

A equação de onda

Utilizando as quatro equações de Maxwell e um pouco de álgebra vetorial (com os teoremas de Gauss e Stokes), podemos obter as seguintes equações de onda *com fontes* [$\rho(r,t) \neq 0 \quad \text{e} \quad J(r,t) \neq 0$]:

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} - \frac{\vec{\nabla} \rho}{\varepsilon_0}$$

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{J}$$

A equação de onda

i) A variação de $J(r,t)$ e $\rho(r,t)$ no tempo gera a dinâmica dos campos $E(r,t)$ e $B(r,t)$

ii) Mesmo numa região onde $J(r,t)$ e $\rho(r,t)$ são nulos pode haver $E(r,t)$ e $B(r,t)$ obedecendo as equações

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{E} = 0$$

$$\Longrightarrow$$

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{B} = 0$$

A equação de onda

Assim as equações obedecidas pelas componentes de $E(r,t)$ e $B(r,t)$ são da forma

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(\vec{r},t)}{\partial t^2} - \nabla^2 u(\vec{r},t) = 0$$

onde $$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 m/s$$

*"Esta velocidade é tão próxima da velocidade da luz que, aparentemente, temos fortes razões para concluir que **a própria luz é um distúrbio eletromagnético**, na forma de ondas que se propagam através dos campos eletromagnéticos e de acordo com as leis do eletromagnetismo".*

Maxwell, 1862

A equação de onda

A solução geral da equação de onda é

$$E_y(x,t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

Em particular

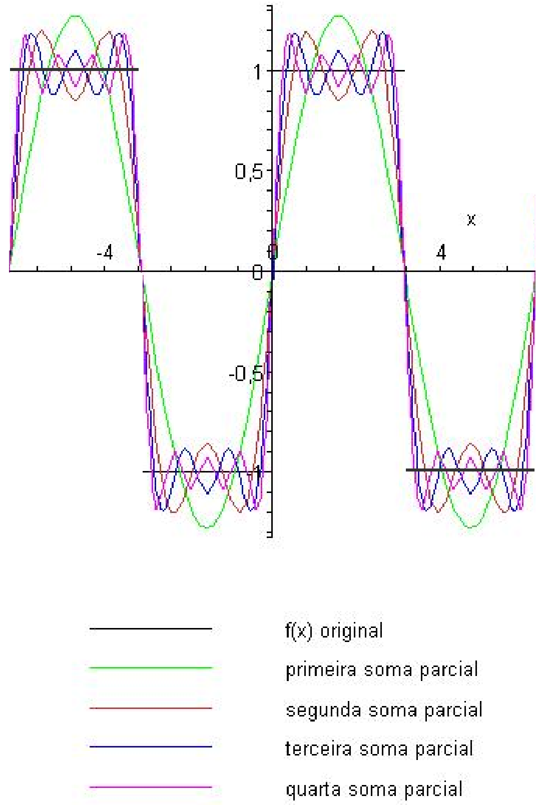
$$E_y(x,t) = E_0 \sin k(x - ct) = E_0 \sin(kx - \omega t); \quad \omega = ck$$

é solução da equação de onda

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

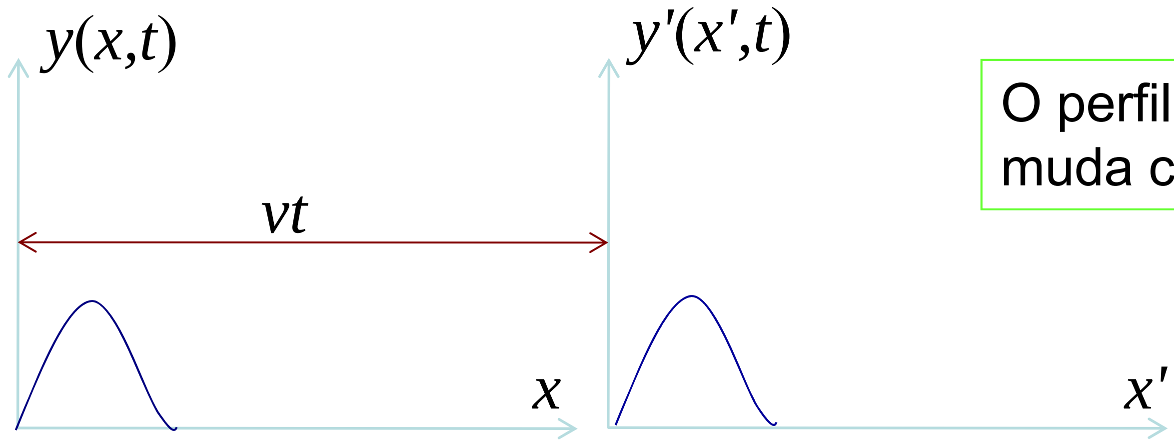
• Em geral, qualquer função periódica pode ser solução de uma equação de onda pois poderá ser expressa por uma Série de Fourier

Ex.: *Onda quadrada*



$$\sigma_4 = \frac{4}{\pi}\sin x + \frac{4}{3\pi}\sin 3x + \frac{4}{5\pi}\sin 5x + \frac{4}{7\pi}\sin 7x$$

Ex.: Equação de onda unidimensional progressiva numa corda



O perfil da onda não muda com o tempo.

$$t = 0$$
$$y(x,0) = y'(x',0)$$

$$x' = x - vt$$
$$y' = y$$
$$y'(x',t) = y'(x',0) = f(x') = f(x - vt)$$

v : velocidade de translação de um pulso

Ex.: Equação de onda unidimensional progressiva numa corda

$$x' = x - vt$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t} = -v\frac{\partial f}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 f}{\partial x'^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

ou

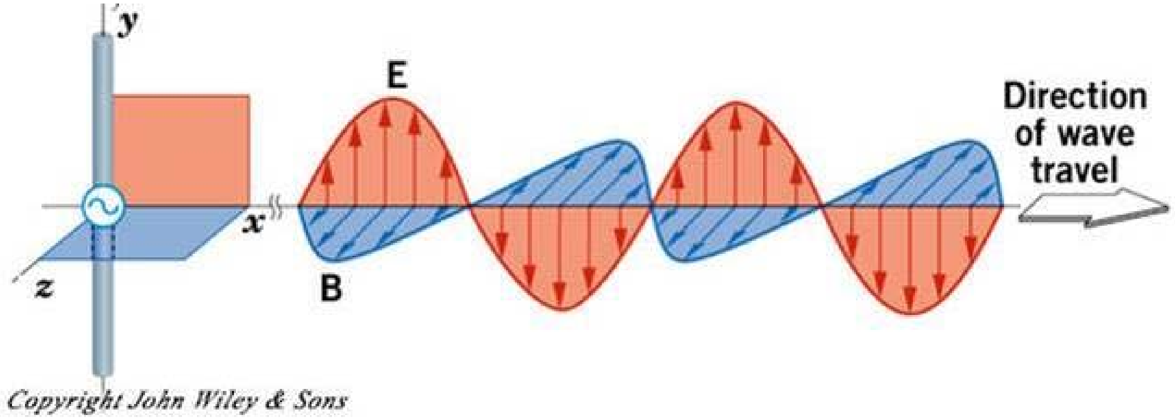
$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

Equação de onda

Ondas eletromagnéticas planas

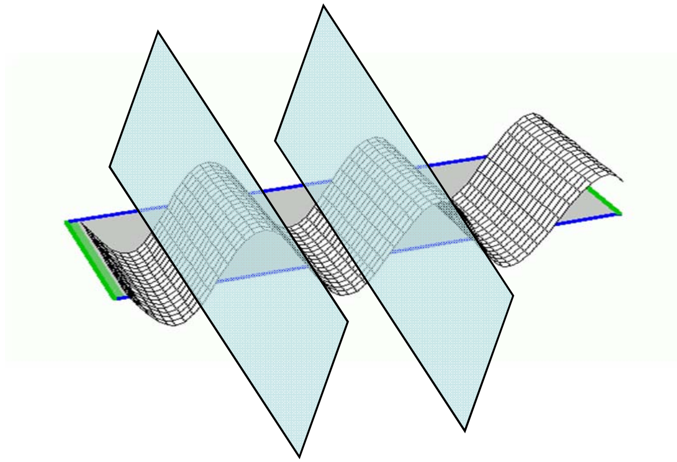
$$E_y(x,t) = E_0 \sin k(x - ct) = E_0 \sin(kx - \omega t); \quad \omega = ck$$



- ***E*** e ***B*** propagam-se em fase.

- ***E*** e ***B*** são mutuamente perpendiculares.

- ***E*** x ***B*** aponta na direção de propagação



Ondas eletromagnéticas

Tomemos $\vec{E}(x,t) = E_y(x,t)\,\hat{y}$

(3ª Eq. de Maxwell) $\Rightarrow$ $\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{\partial E_y(x,t)}{\partial x}\,\hat{z} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Assim, temos:

B_z transverso à direção de propagação da onda:

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

- Sejam: $E_y(x,t) = E_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)$ e $B_z(x,t) = B_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{E_m}{B_m} = \frac{\omega}{k} = c \quad \rightarrow \quad \frac{E_y}{B_z} = c}$$

Ondas eletromagnéticas

Período: T

Comprimento de onda: λ

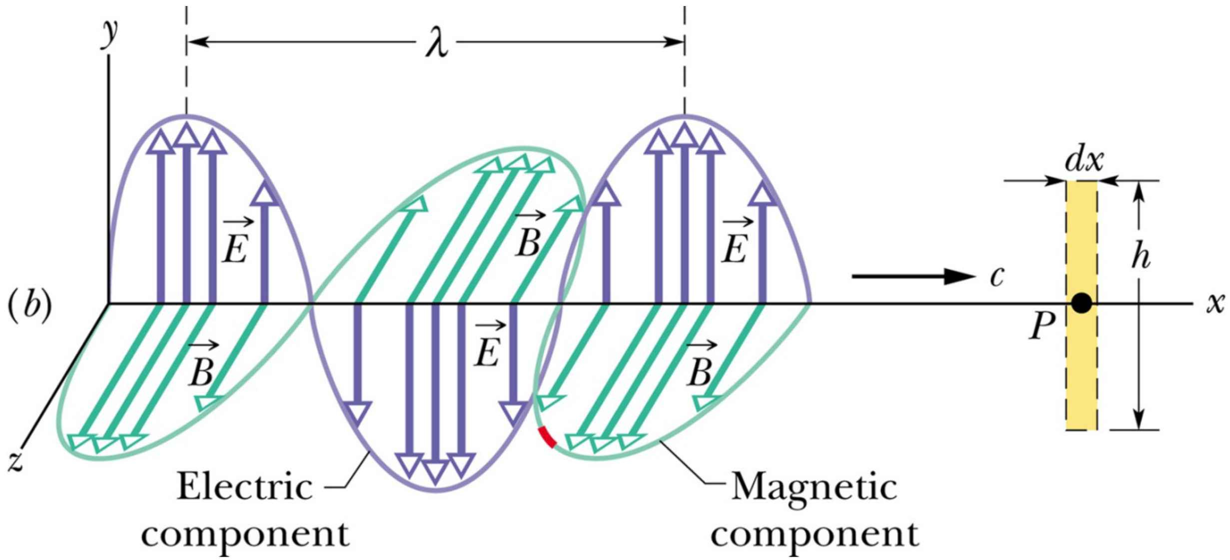
Freqüência: $f = \frac{1}{T}$

Freqüência angular: $\omega = 2\pi f$

Número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

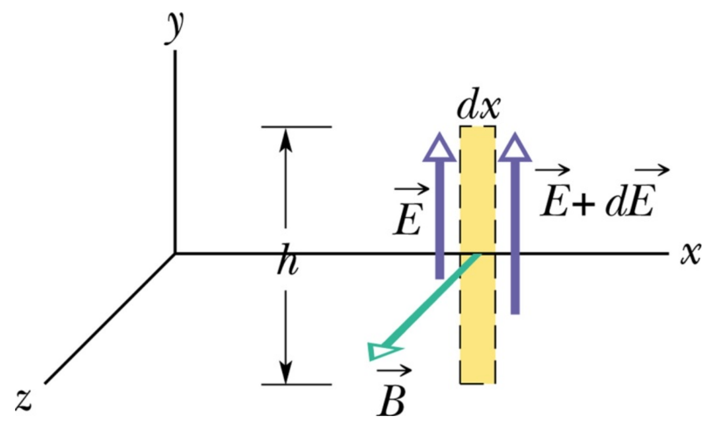
Velocidade de uma onda: $v = \frac{\omega}{k} = \lambda f$

33-4 | Descrição Matemática de uma Onda Eletromagnética



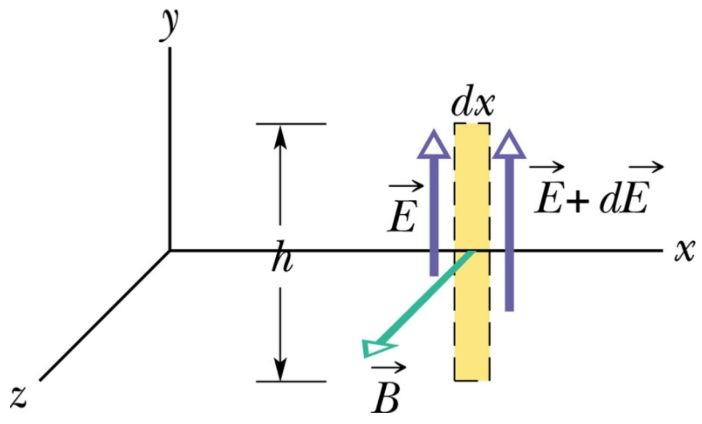
$$E = E_m \text{sen}(kx - \omega t) \qquad (33\text{-}1)$$

$$B = B_m \text{sen}(kx - \omega t) \qquad (33\text{-}2)$$



O retângulo de dimensões dx e h pertence ao plano xy e está parado no ponto P do eixo x. Quando a onda eletromagnética passa pelo retângulo o fluxo magnético Φ_B que atravessa o retângulo varia e, de acordo com a Lei de Indução de Faraday, aparecem campos elétricos induzidos na região do retângulo. Tomamos $\vec{E}$ e $\vec{E} + d\vec{E}$ como sendo os campos induzidos nos dois lados mais compridos do retângulo. Esses campos são, na realidade, a componente elétrica da onda eletromagnética.

33-4 | Descrição Matemática de uma Onda Eletromagnética



Vamos agora aplicar a Lei de Indução de Faraday:

$$\boxed{\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

O lado esquerdo da equação fica:

$$\boxed{\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = (E + dE)h - Eh = hdE}$$

O lado direito da equação fica:

$$\boxed{-\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d\left(Bhdx\right)}{dt} = -hdx\frac{dB}{dt}}$$

Logo:

$$\boxed{hdE = -hdx\frac{dB}{dt}} \quad \therefore \quad \boxed{\frac{dE}{dx} = -\frac{dB}{dt}}$$

Como:

$$\boxed{E = E_m \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad (33\text{-}1)}$$

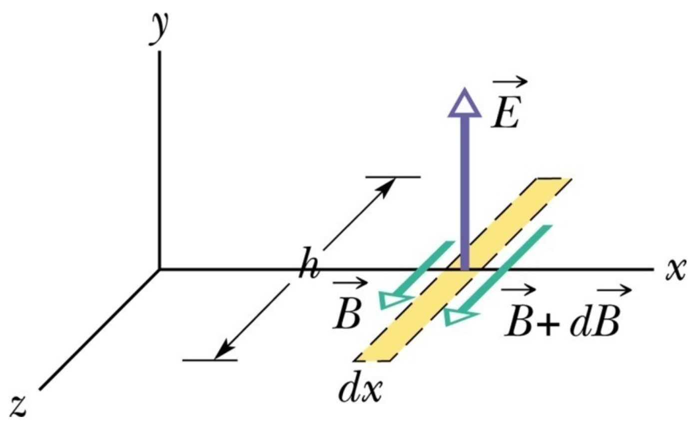
$$\boxed{B = B_m \operatorname{sen}(kx - \omega t) \qquad (33\text{-}2)}$$

$$\therefore \quad \boxed{\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}}$$

Temos:

$$\boxed{kE_m\cos(kx - \omega t) = \omega B_m\cos(kx - \omega t)} \quad \therefore \quad \boxed{\frac{E_m}{B_m} = \frac{\omega}{k} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{T}} \quad \therefore \quad \boxed{\frac{E_m}{B_m} = \frac{E}{B} = c}$$

33-4 | Descrição Matemática de uma Onda Eletromagnética



A figura mostra outro retângulo tracejado no ponto P, dessa vez no plano xz. Quando a onda eletromagnética passa por esse novo retângulo o fluxo elétrico Φ_E que atravessa o retângulo varia e, de acordo com a Lei de Indução de Maxwell, aparecem campos magnéticos induzidos na região do retângulo. Tomamos $\vec{B}$ e $\vec{B} + d\vec{B}$ como sendo os campos induzidos nos dois lados mais compridos do retângulo. Esses campos são, na realidade, a componente magnética da onda eletromagnética.

Vamos agora aplicar a Lei de Indução de Maxwell:

$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}}$$

O lado esquerdo da equação fica:

$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = -(B+dB)h + Bh = -hdB}$$

O lado direito da equação fica:

$$\boxed{\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{d(Ehdx)}{dt} = hdx\frac{dE}{dt}}$$

Logo:

$$\boxed{-hdB = \mu_0\varepsilon_0\left(hdx\frac{dE}{dt}\right)} \quad \therefore \quad \boxed{-\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}}$$

Como:

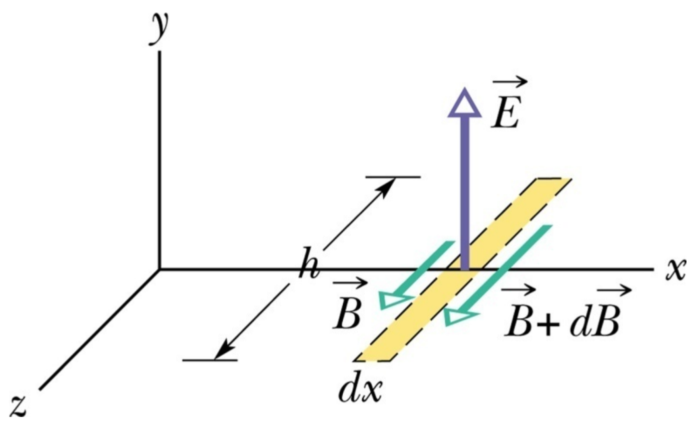
$$\boxed{E = E_m \text{sen}(kx-\omega t) \qquad (33\text{-}1)}$$

$$\boxed{B = B_m \text{sen}(kx-\omega t) \qquad (33\text{-}2)}$$

Temos:

$$\boxed{-kB_m\cos(kx-\omega t) = -\mu_0\varepsilon_0\omega E_m\cos(kx-\omega t)} \quad \therefore$$

33-4 | Descrição Matemática de uma Onda Eletromagnética



A figura mostra outro retângulo tracejado no ponto P, dessa vez no plano xz. Quando a onda eletromagnética passa por esse novo retângulo o fluxo elétrico Φ_E que atravessa o retângulo varia e, de acordo com a Lei de Indução de Maxwell, aparecem campos magnéticos induzidos na região do retângulo. Tomamos $\vec{B}$ e $\vec{B} + d\vec{B}$ como sendo os campos induzidos nos dois lados mais compridos do retângulo. Esses campos são, na realidade, a componente magnética da onda eletromagnética.

Vamos agora aplicar a Lei de Indução de Maxwell:

$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}}$$

O lado esquerdo da equação fica:

$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = -(B+dB)h + Bh = -hdB}$$

O lado direito da equação fica:

$$\boxed{\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{d\left(Ehdx\right)}{dt} = hdx\frac{dE}{dt}}$$

Logo:

$$\boxed{-hdB = \mu_0\varepsilon_0\left(hdx\frac{dE}{dt}\right)} \quad \therefore \quad \boxed{-\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}}$$

Como:

$$\boxed{E = E_m \operatorname{sen}(kx-\omega t) \qquad (33\text{-}1)}$$

$$\boxed{B = B_m \operatorname{sen}(kx-\omega t) \qquad (33\text{-}2)}$$

Temos:

$$\boxed{\frac{E_m}{B_m} = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0(\omega/k)} = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0 c}} \quad \therefore \quad \boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}}$$

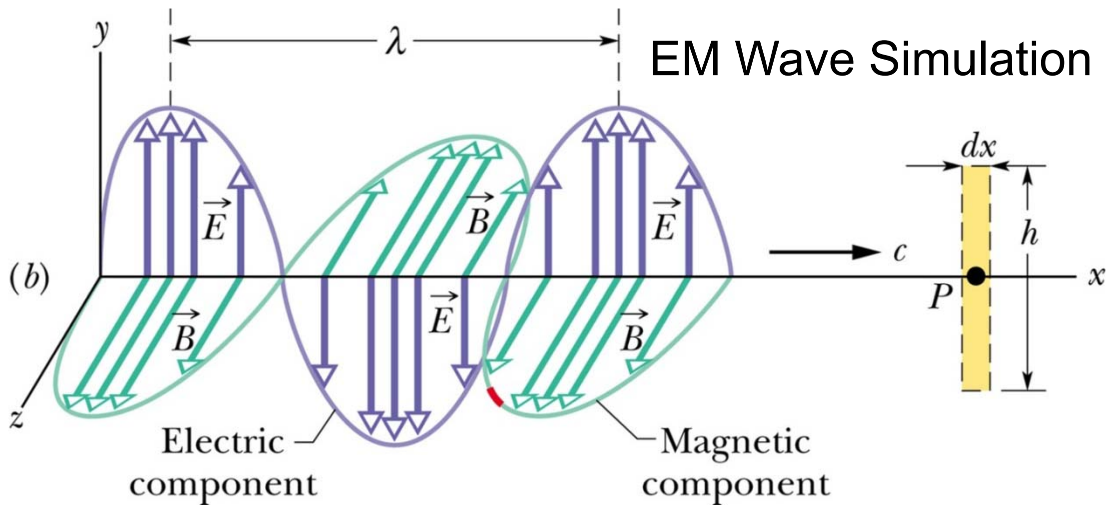
Mathematical Description of Travelling EM Waves

Electric Field: $E = E_m \sin(kx - \omega t)$

Magnetic Field: $B = B_m \sin(kx - \omega t)$

Wave Speed: $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

All EM waves travel a *c* in vacuum



EM Wave Simulation

Wavenumber: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

Angular frequency: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

Vacuum Permittivity: ε_0

Vacuum Permeability: μ_0

Amplitude Ratio: $\dfrac{E_m}{B_m} = c$

Magnitude Ratio: $\dfrac{E}{B} = c$

33-4 | Descrição Matemática de uma Onda Eletromagnética

EXAMPLE 34.1 An Electromagnetic Wave

A sinusoidal electromagnetic wave of frequency 40.0 MHz travels in free space in the x direction, as shown in Figure 34.4. (a) Determine the wavelength and period of the wave.

Solution Using Equation 16.14 for light waves, $c = \lambda f$, and given that $f = 40.0 \text{ MHz} = 4.00 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$, we have

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{4.00 \times 10^7 \text{ s}^{-1}} = \boxed{7.50 \text{ m}}$$

The period T of the wave is the inverse of the frequency:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4.00 \times 10^7 \text{ s}^{-1}} = \boxed{2.50 \times 10^{-8} \text{ s}}$$

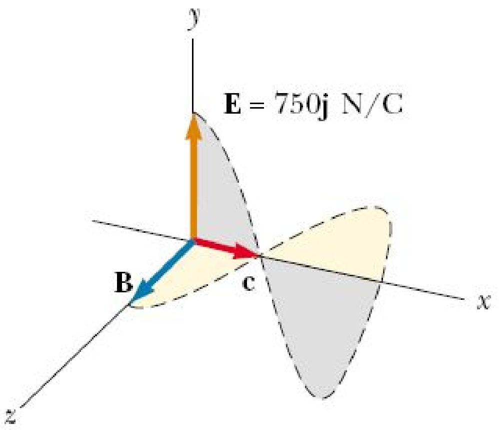


Figure 34.4 At some instant, a plane electromagnetic wave moving in the x direction has a maximum electric field of 750 N/C in the positive y direction. The corresponding magnetic field at that point has a magnitude E/c and is in the z direction.

(b) At some point and at some instant, the electric field has its maximum value of 750 N/C and is along the y axis. Calculate the magnitude and direction of the magnetic field at this position and time.

Solution From Equation 34.13 we see that

$$B_{\text{max}} = \frac{E_{\text{max}}}{c} = \frac{750 \text{ N/C}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}} = \boxed{2.50 \times 10^{-6} \text{ T}}$$

Because **E** and **B** must be perpendicular to each other and perpendicular to the direction of wave propagation (x in this case), we conclude that **B** is in the z direction.

(c) Write expressions for the space-time variation of the components of the electric and magnetic fields for this wave.

Solution We can apply Equations 34.11 and 34.12 directly:

$$E = E_{\text{max}} \cos(kx - \omega t) = (750 \text{ N/C}) \cos(kx - \omega t)$$

$$B = B_{\text{max}} \cos(kx - \omega t) = (2.50 \times 10^{-6} \text{ T}) \cos(kx - \omega t)$$

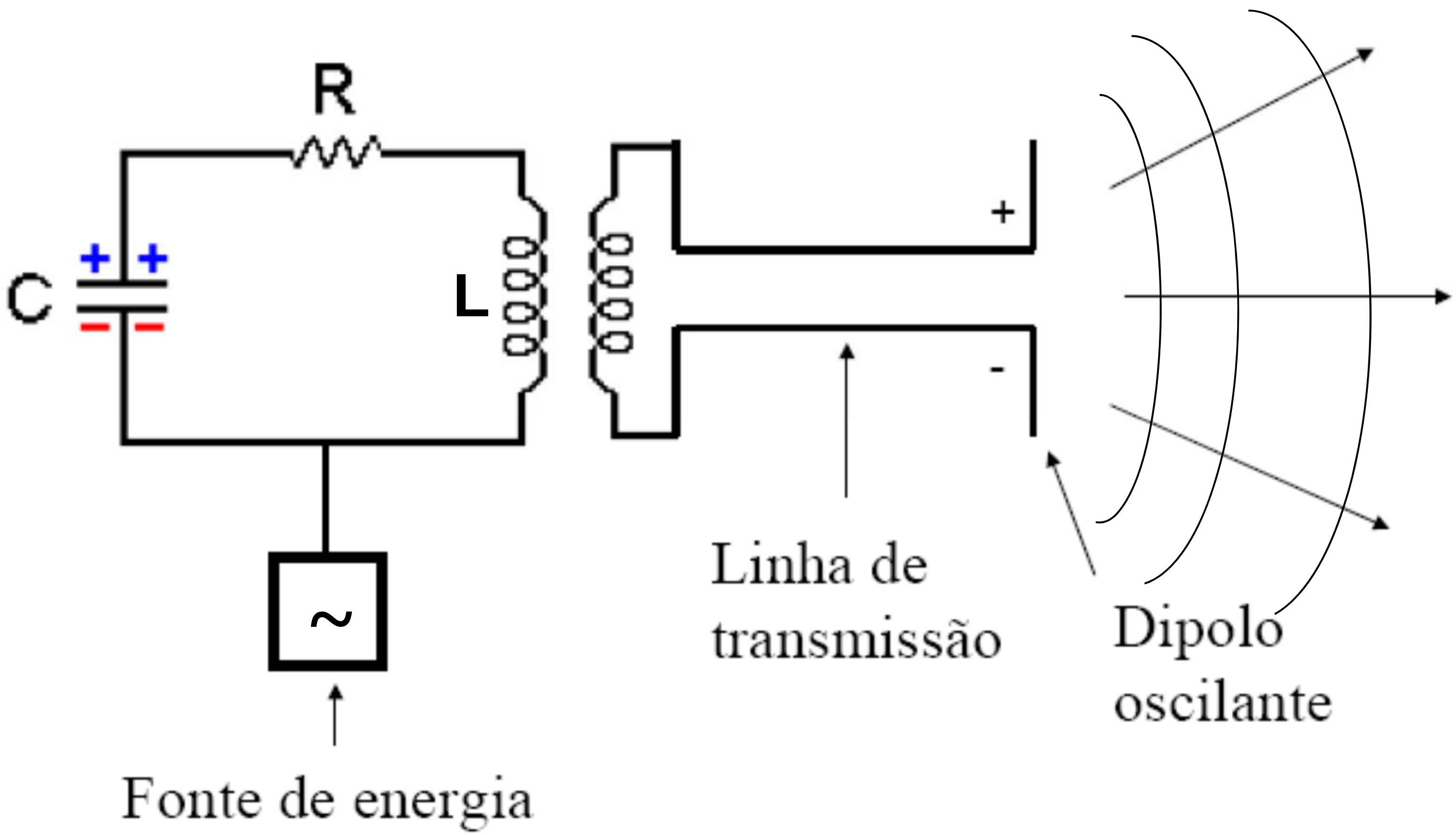
where

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(4.00 \times 10^7 \text{ s}^{-1}) = 2.51 \times 10^8 \text{ rad/s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{7.50 \text{ m}} = 0.838 \text{ rad/m}$$

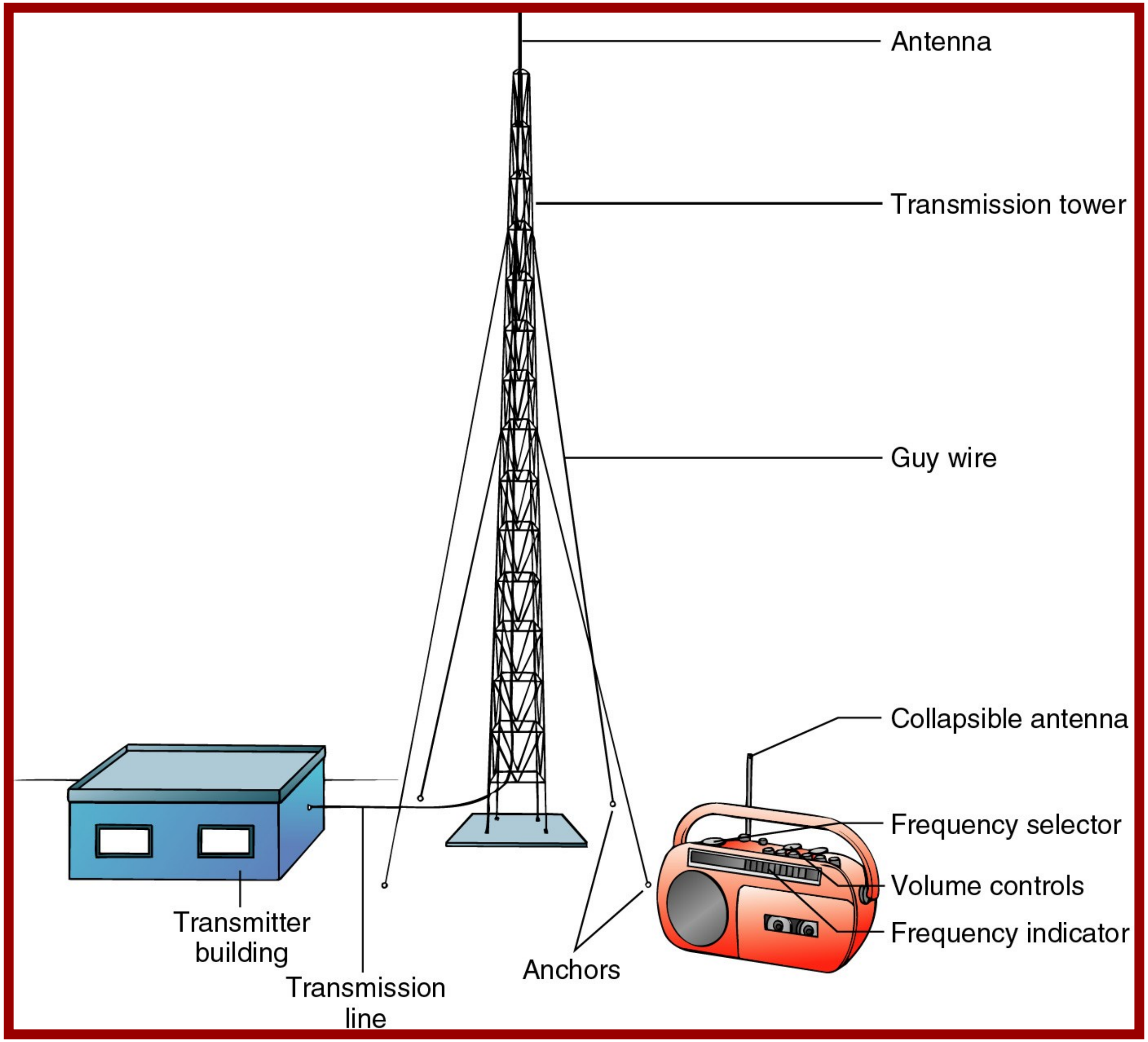
Ondas eletromagnéticas

Transmissor : Gerador de corrente alternada ligado a uma antena

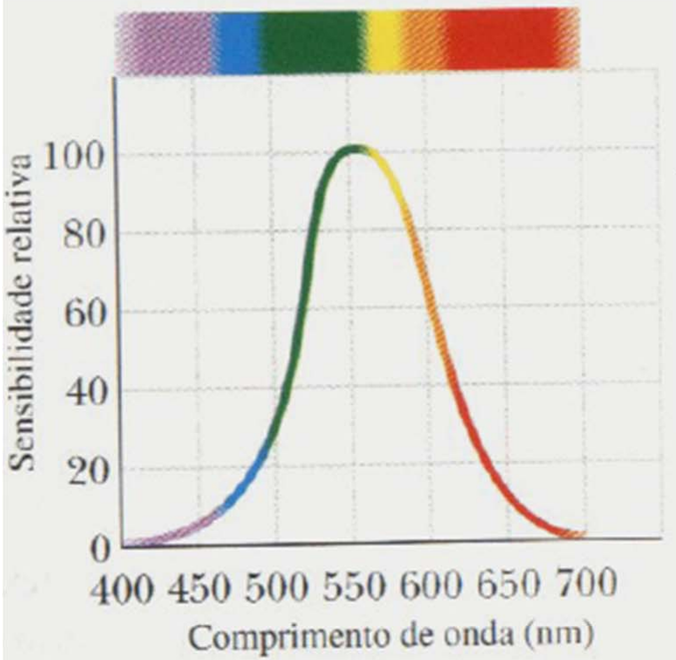


$$\text{Oscilação da corrente} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

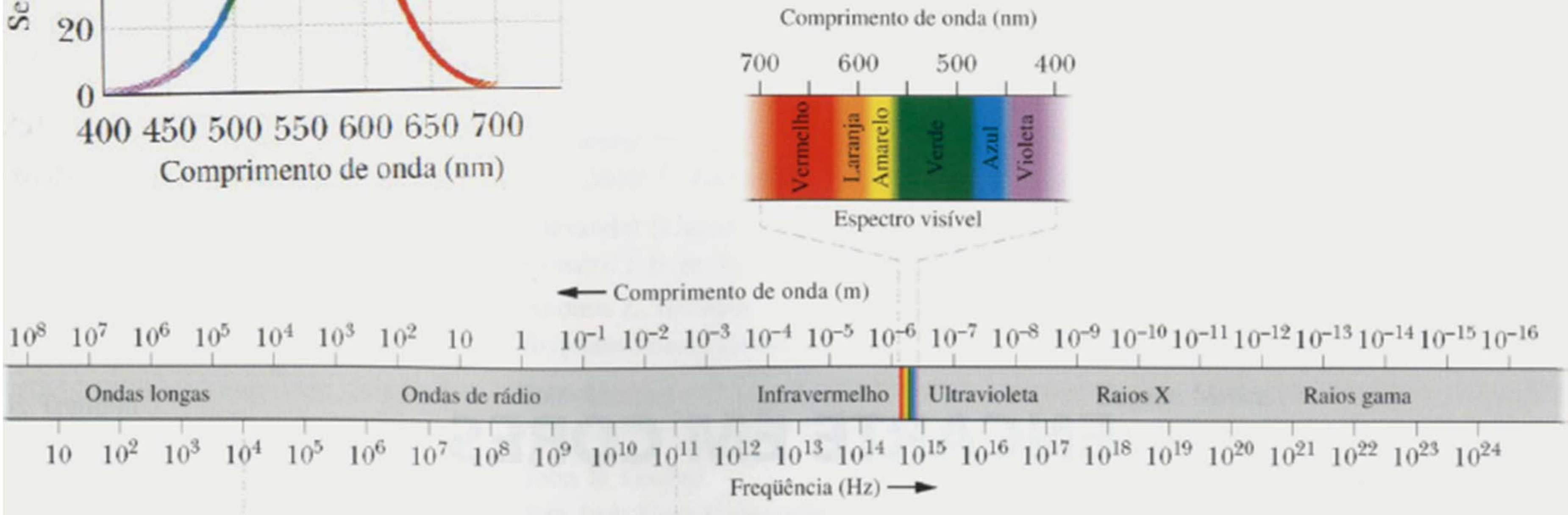
Ondas Eletromagnéticas



Ondas eletromagnéticas



Sensibilidade do olho humano



Ondas eletromagnéticas

Problema 1

Um certo laser de hélio-neônio emite luz vermelha em uma faixa estreita de comprimentos de onda em torno de 632,8 nm, com uma “largura”de 0,0100 nm. Qual é a “largura”, em unidades de frequência, da luz emitida?

Um certo laser de hélio-neônio emite luz vermelha em uma faixa estreita de comprimentos de onda em torno de 632,8 nm, com uma “largura”de 0,0100 nm. Qual é a “largura”, em unidades de frequência, da luz emitida?

$$\lambda = \bar{\lambda} + |\Delta\lambda| = (632{,}8 \pm 0{,}0100)\,\text{nm}$$

$$\boxed{f = \frac{c}{\lambda} = c\lambda^{-1} \quad \rightarrow \quad \frac{df}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2} \quad \Rightarrow \quad \Delta f = -\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda \quad \rightarrow \quad |\Delta f| = \frac{c}{\lambda^2}|\Delta\lambda|}$$

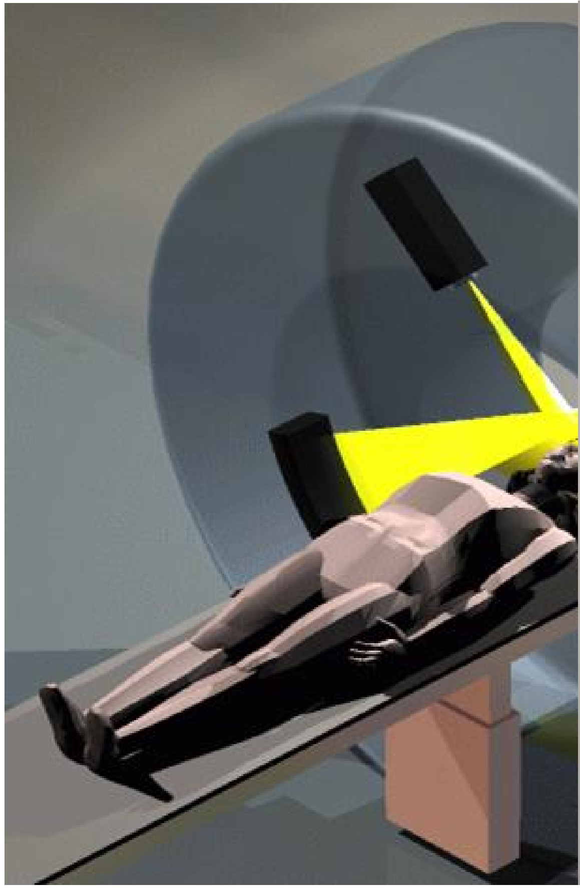
$$\boxed{|\Delta f| = \frac{3\times10^8\, m/s}{(632{,}8\times10^{-9})^2\, m^2}\left|10^{-2}\times10^{-9}\right| m \approx 0{,}75\times10^{10}\, Hz = 7{,}5\, GHz}$$

mas: $$\boxed{f = \frac{3\times10^8}{(632{,}8\times10^{-9})} \approx 4{,}74\times10^{14}\, Hz!}$$

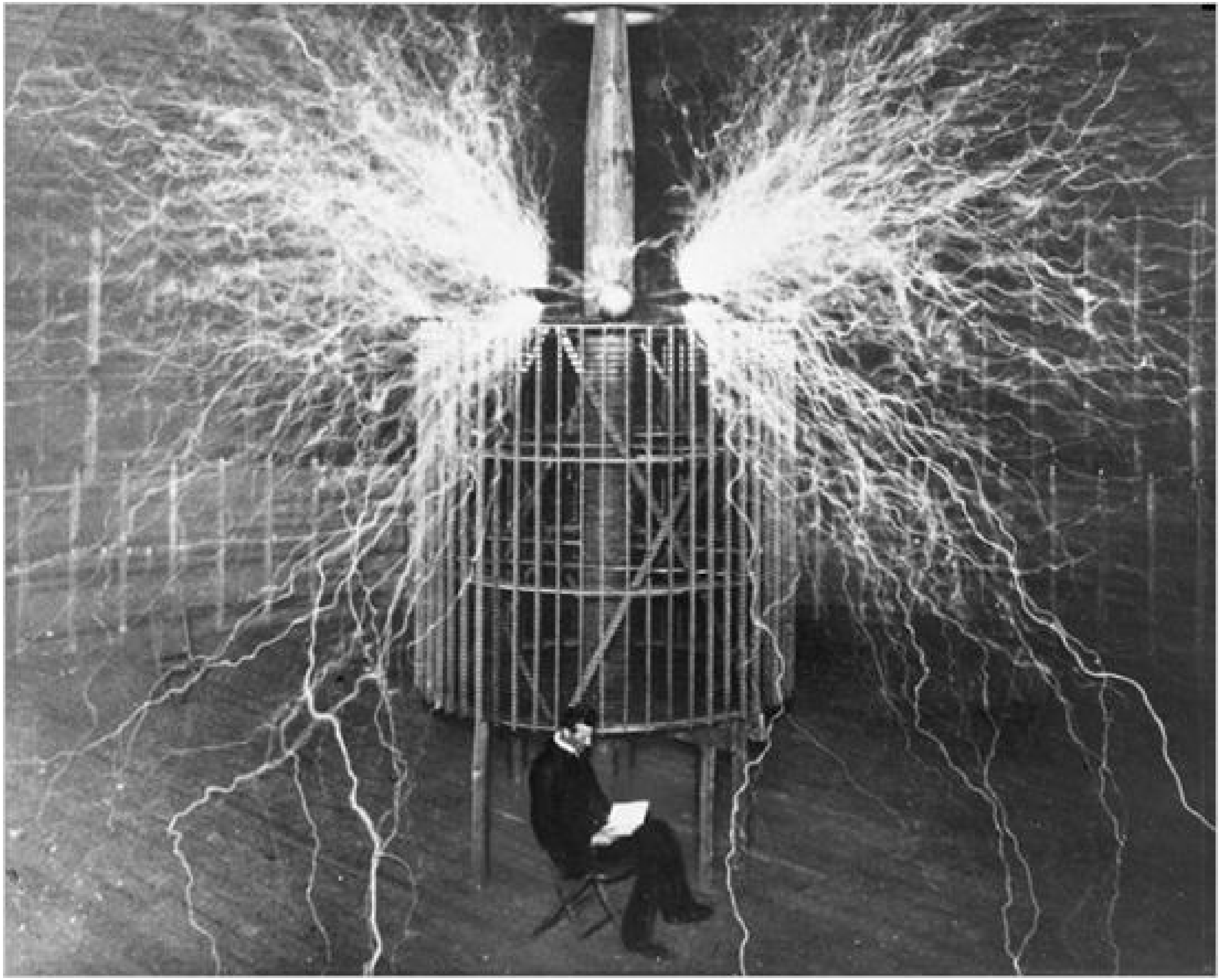
Note que: $$\boxed{|\Delta f| = \frac{\bar{f}}{\bar{\lambda}}|\Delta\lambda| \quad \rightarrow \quad \frac{|\Delta f|}{\bar{f}} = \frac{|\Delta\lambda|}{\bar{\lambda}}}$$

33-5 | Transporte de Energia e o Vetor de Poynting

- Ondas Eletromagnéticas transportam energia.
- Elas podem transferir essa energia para os objetos que se encontram em seu caminho.



33-5 | Transporte de Energia e o Vetor de Poynting

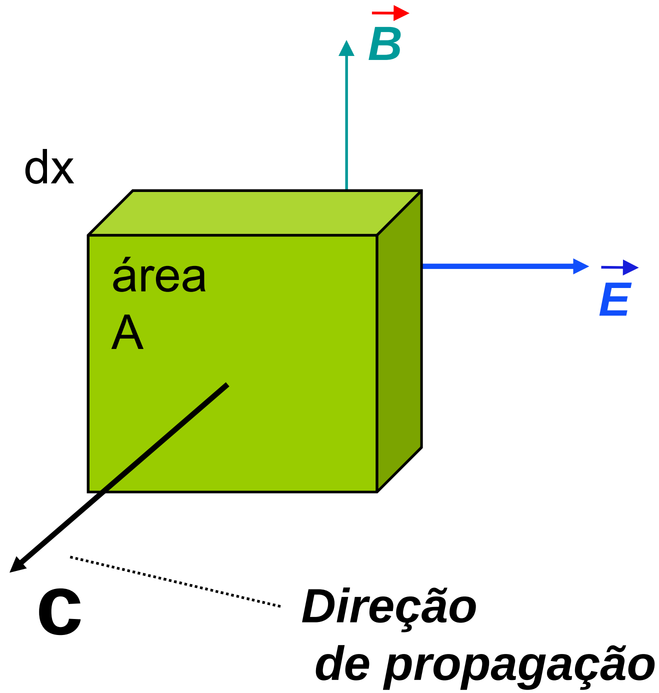


33-5 | Transporte de Energia e o Vetor de Poynting

➢ A taxa de transporte de energia por unidade de área por parte de uma onda eletromagnética é descrita por um vetor $\vec{S}$, denominado **Vetor de Poynting.**

- **O vetor de Poynting é dado por:**

$$\boxed{\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}}$$



$$S = \left(\frac{energia/tempo}{área}\right)_{inst} = \left(\frac{potência}{área}\right)_{inst}$$

- Definimos a intensidade **S** como a taxa de transferência de energia por unidade de área (**W/m²**):

- Como **ExB** são mutuamente perpendiculares em uma onda eletromagnética, o módulo de **ExB** é **E.B**. Assim, o módulo de **S** é:

$$\boxed{S = \frac{1}{\mu_0} EB}$$

- **Onde S, E e B são valores instantâneos.**

- Como existe uma relação entre E e B (E/B=c), podemos trabalhar com apenas uma dessas grandezas. Escolhemos trabalhar com E, já que a maior parte dos instrumentos usados para detectar ondas eletromagnéticas é sensível à componente elétrica da onda e não à componente magnética. Usando a relação B=E/c, reescrevemos a equação acima.

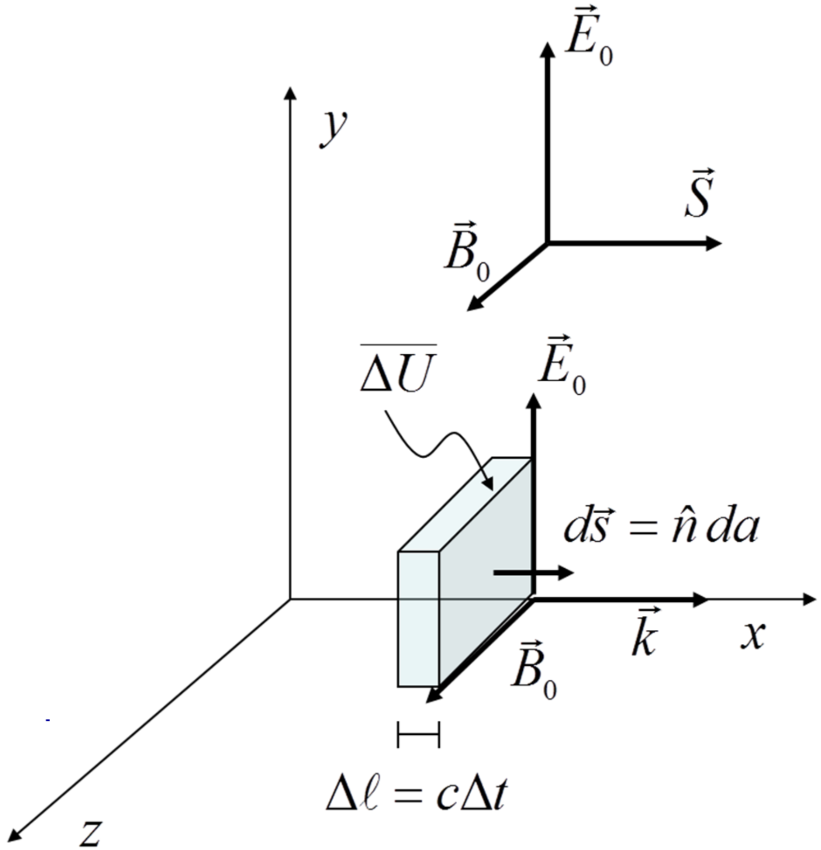
$$\boxed{S = \frac{1}{c\mu_0} E^2}$$

Fluxo Instantâneo de Energia

Ondas eletromagnéticas

<u>Transporte de energia</u>

As densidades de energia elétrica e magnética por unidade de volume são (de Física III):



$$u_E(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

$$u_B(\vec{r},t) = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

como $\quad B = \dfrac{E}{c} \quad \Rightarrow \quad u_B(\vec{r},t) = \dfrac{E^2}{2c^2\mu_0} = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

$$\boxed{u_E = u_B}$$

A densidade total de energia armazenada no campo de radiação

$$u\ (\vec{r},t) = u_E(\vec{r},t) + u_B(\vec{r},t) = \varepsilon_0 E^2$$

Ondas eletromagnéticas

Transporte de energia

Como $E^2(\vec{r},t) = E_0^2 \sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$

A média temporal da densidade de energia é dada por

$$\bar{u} = \varepsilon_0 \overline{E^2} = \varepsilon_0 E_0^2 \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T \sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\,dt}_{=\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$$

Intensidade da radiação (dada por energia/área/tempo)

$$I \equiv \frac{\overline{\Delta U}}{\Delta s\,\Delta t} = \frac{\overline{\Delta U}}{\Delta s\,\Delta \ell}\frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \bar{u}\,c = \frac{1}{2}c\,\varepsilon_0 E_0^2$$

Ondas eletromagnéticas

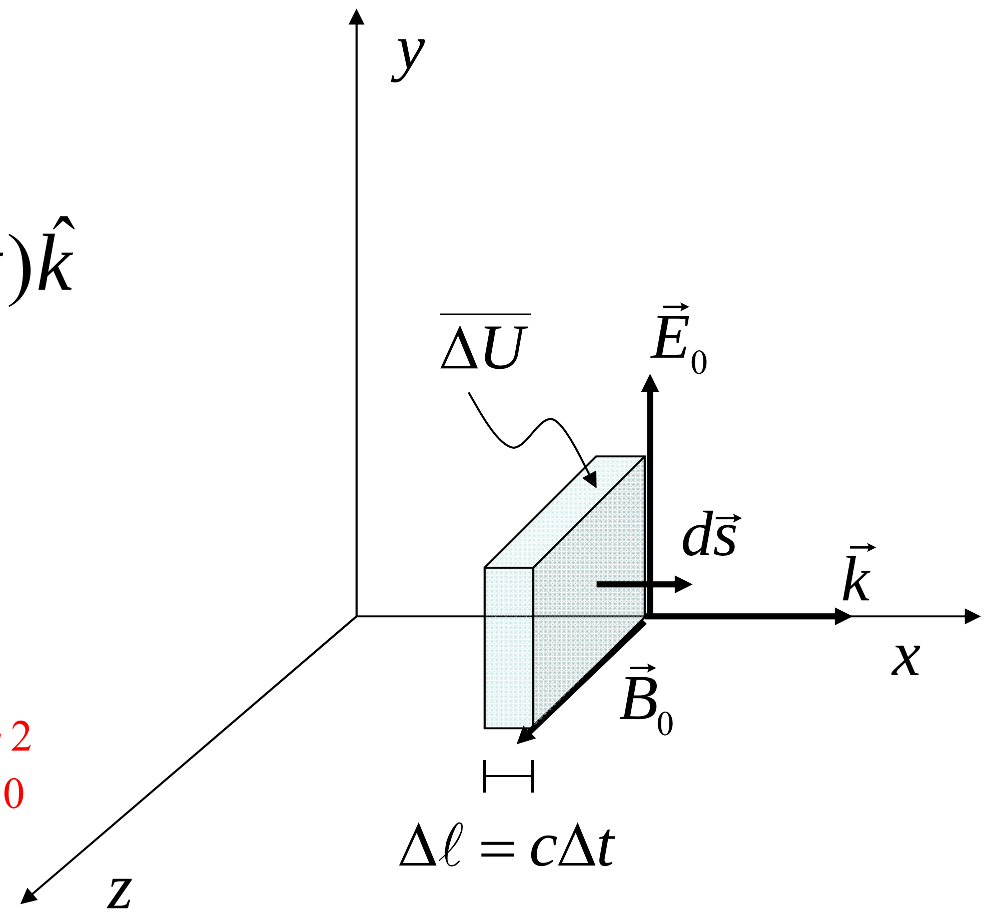
Transporte de energia

Por outro lado

$$\vec{E}\times\vec{B}=\frac{E_0^2}{c}\sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)\hat{k}$$

$$\Downarrow$$

$$\overline{|\vec{E}\times\vec{B}|}=\frac{E_0^2}{2c}=\frac{1}{2}c\mu_0\varepsilon_0E_0^2$$



Ondas eletromagnéticas

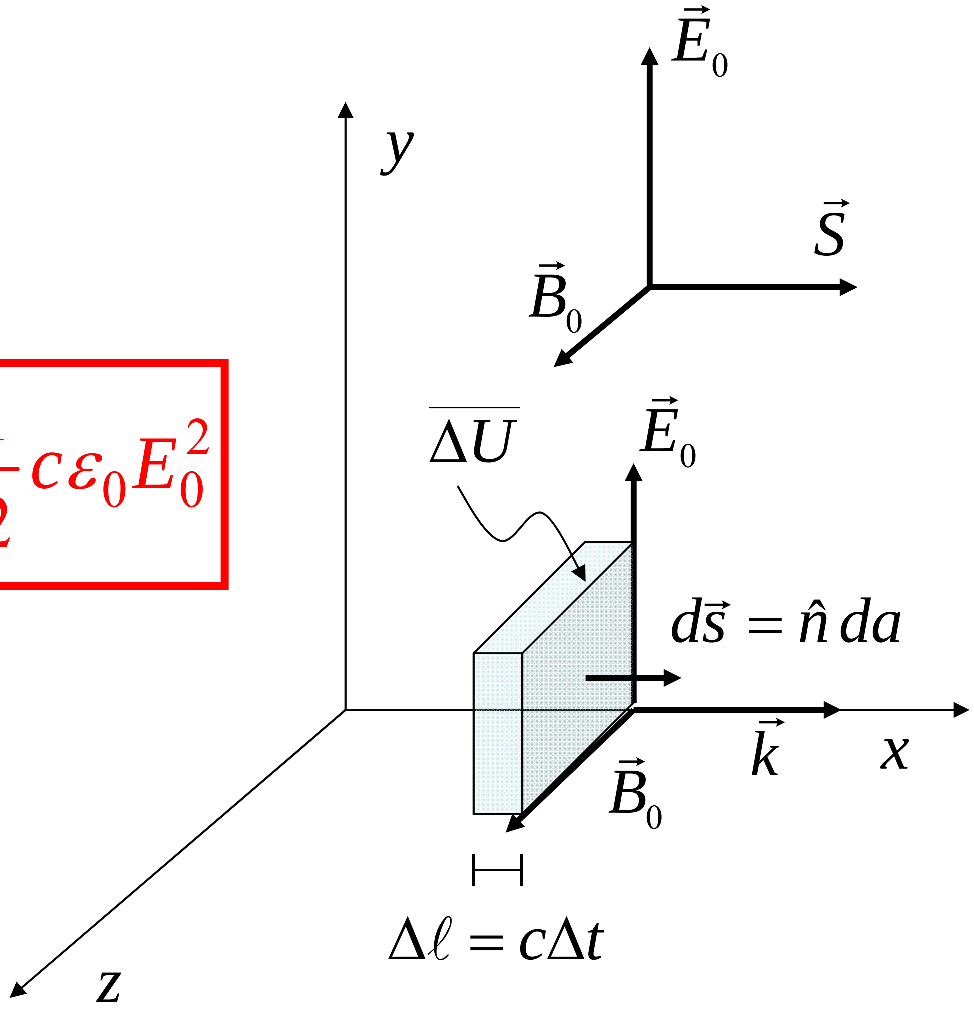
Transporte de energia

Definindo $\vec{S} \equiv \dfrac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$

$$\boxed{I = \left|\overline{\vec{S}}\right| = \frac{1}{\mu_0} \left|\overline{\vec{E} \times \vec{B}}\right| = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2}$$

$\vec{S}$ é o vetor de Poynting e

$$\frac{dU}{dt} = \int_A \vec{S} \cdot \hat{n}\ da$$

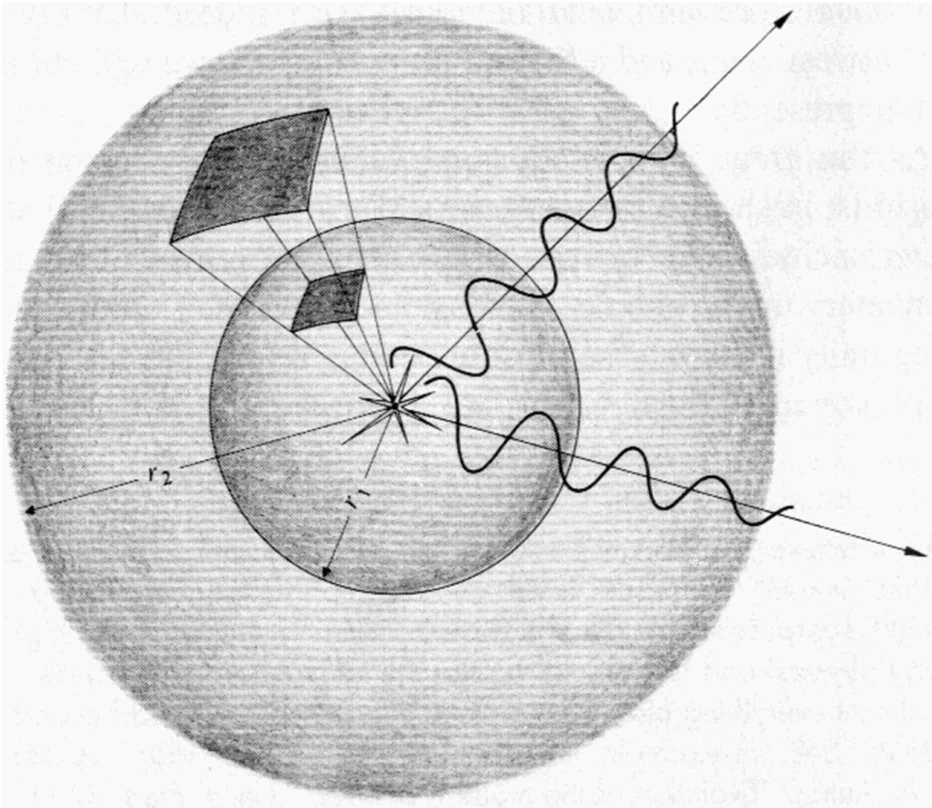


Ondas eletromagnéticas esféricas

Transporte de energia

Se a potência fornecida pela fonte é P_f temos

$$P_f = \int_A \vec{S} \cdot \hat{n} \; da$$



Emissão isotrópica

$$\vec{S} \cdot \hat{n} = \vec{S} \cdot \hat{r} = S$$

$$\Downarrow$$

$$I = S = \frac{P_f}{4\pi R^2}$$

33-5 | Transporte de Energia e o Vetor de Poynting

Exemplo 33-1

Quando olhamos para a Estrela Polar (Polaris) recebemos a luz de uma estrela que está a 431 anos-luz da Terra e emite energia a uma taxa $2{,}2 \times 10^{3}$ vezes maior que o Sol ($P_{sol} = 3{,}90 \times 10^{26}$ W). Desprezando a absorção da luz pela atmosfera terrestre, determine os valores rms do campo elétrico e do campo magnético da luz que chega até nós.

Resposta (a): $$\boxed{E_{rms} = 1{,}24 \times 10^{-3}\,\mathrm{V/m}}$$

Resposta (b): $$\boxed{B_{rms} = 4{,}1 \times 10^{-12}\,\mathrm{T}}$$

Capítulo 33: Ondas Eletromagnéticas

Idéias chave:

1. O valor rms do campo elétrico está relacionado à intensidade luminosa

$$I = \frac{1}{c\mu_0} E_{rms}^2$$

2. Como a fonte está muito distante e emite ondas com igual intensidade em todas as direções, a intensidade I a uma distância r da fonte está relacionada à potência da fonte.

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{P_s}}{4\pi \mathrm{r}^2}$$

3. Os módulos do campo elétrico e do campo magnético de uma onda eletromagnética em qualquer instante e em qualquer ponto do espaço estão relacionados pela equação **E/B=c**. Assim, os valores rms desses campos também estão relacionados por $\mathbf{E_{rms}/B_{rms}=c}$.

$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2} = \frac{E_{rms}^2}{c\mu_o}$$

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{P_s c\mu_o}{4\pi r^2}}$$

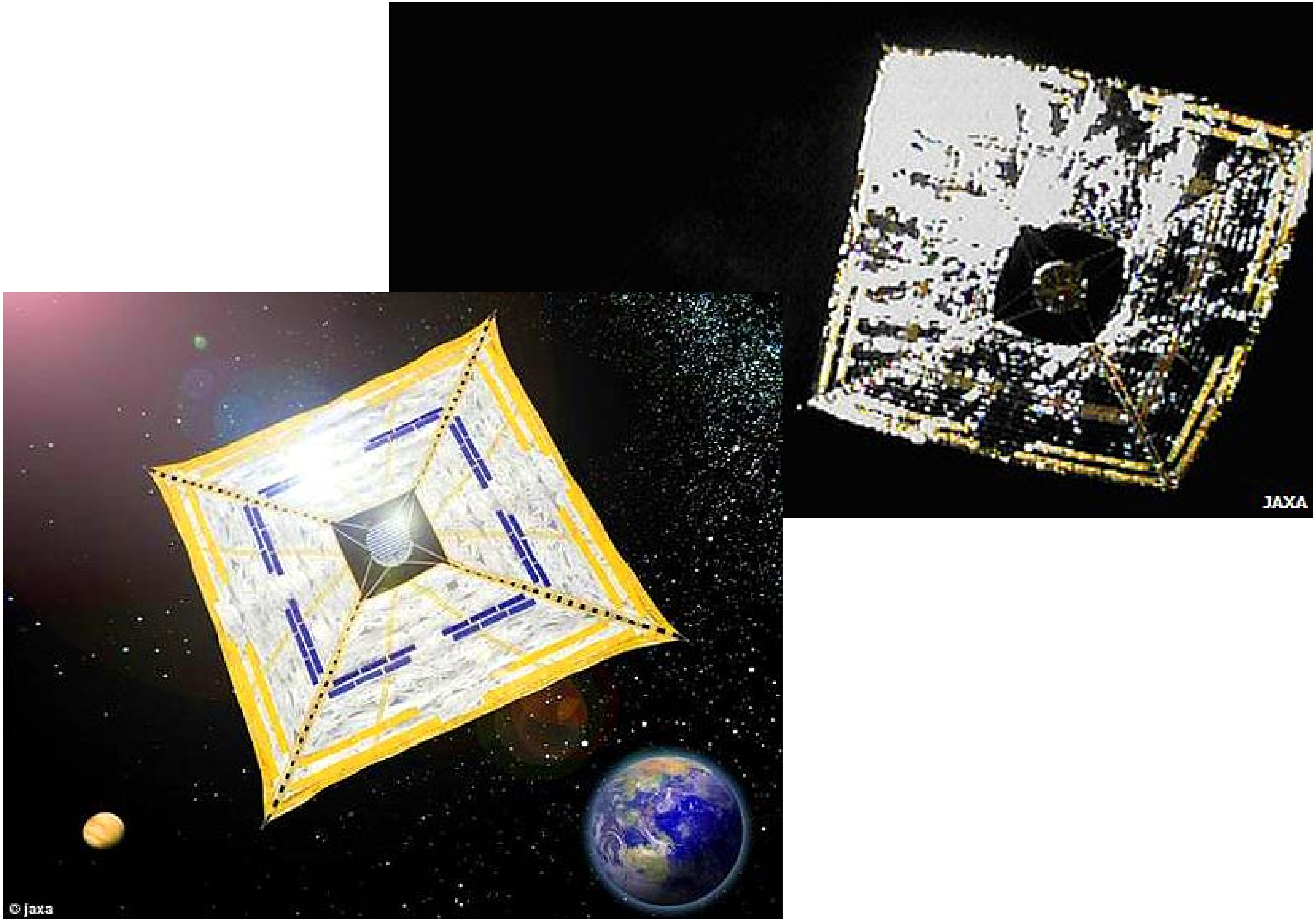
Substituindo os valores conhecidos: $E_{rms} = 1,24x10^{-3} V/m$

$$B_{rms} = \frac{E_{rms}}{c} = \frac{1,24x10^{-3} V/m}{3x10^{8} m/s} = 4,1x10^{-12} T$$

33-6 | Pressão de Radiação

Japão lança sonda que viaja impulsionada pela luz do Sol

http://g1.globo.com/ciencia-e-saude/noticia/2010/05/japao-lanca-sonda-que-viaja-impulsionada-pela-luz-do-sol.html


JAXA
© jaxa