

AULA 9

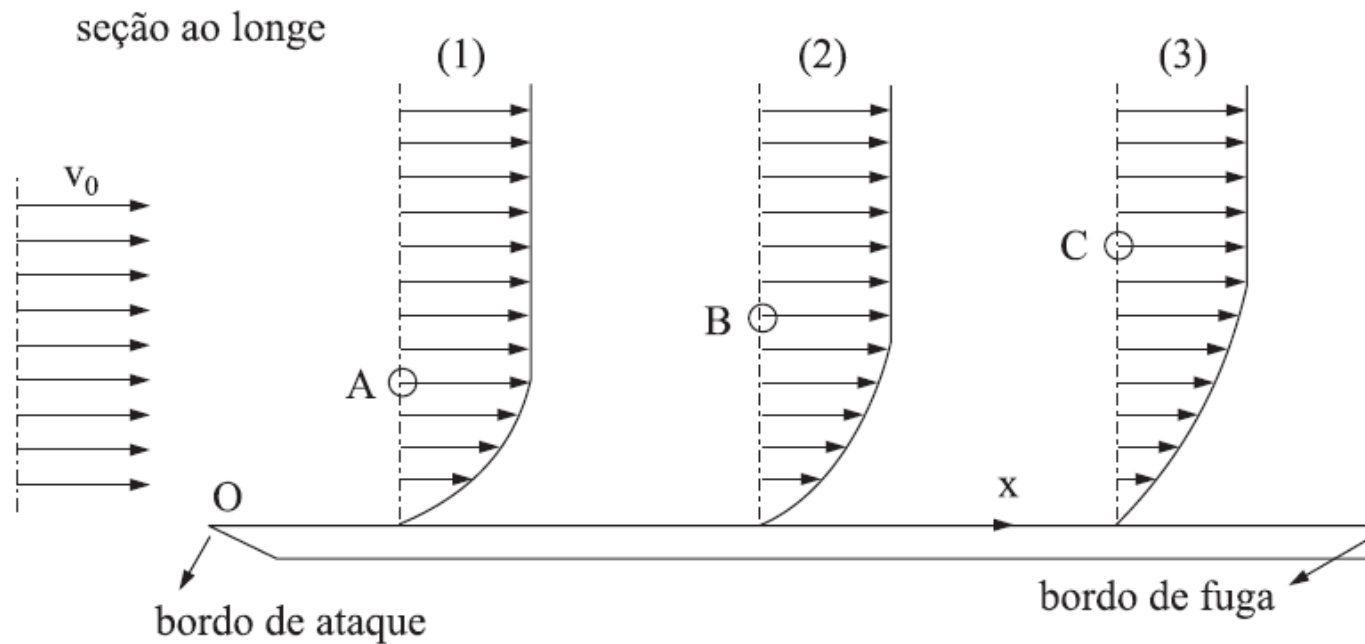
O conceito da camada-limite

Prof. Geronimo Virginio Tagliaferro

Camada-Limite

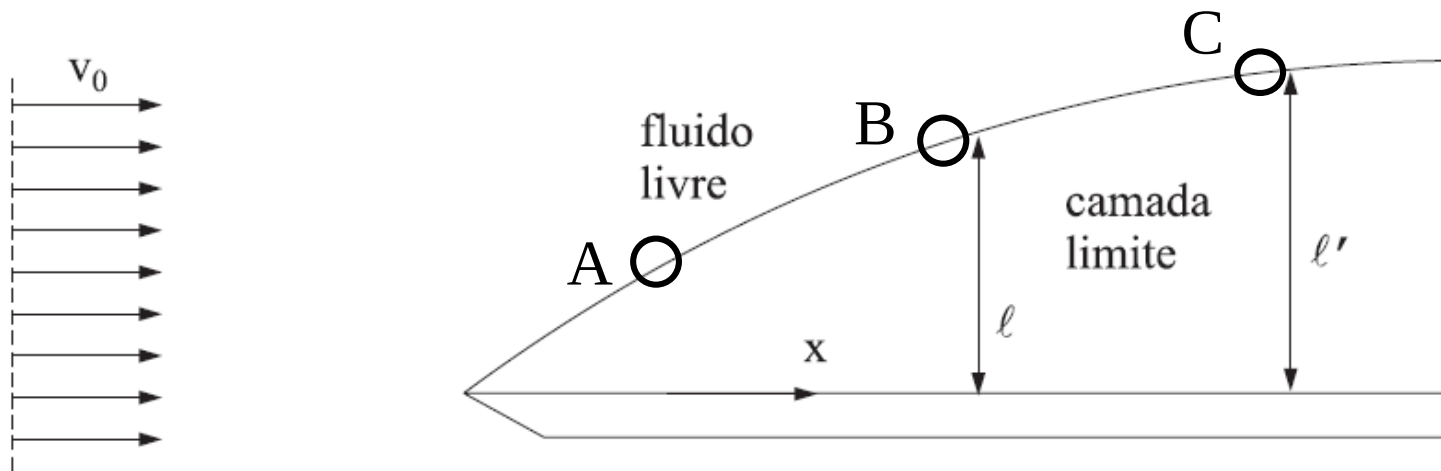
- ✓ Foi introduzida por Prandtl (1904), um estudioso alemão na área da aerodinâmica.
- ✓ O conceito de camada-limite forneceu o elo que faltava entre a teoria e a prática, porque descreve a teoria do arrasto.
- ✓ Na camada-limite, tanto as forças viscosas quanto as forças de inércia são importantes.
- ✓ A introdução do conceito de camada-limite marcou o começo da era moderna da mecânica dos fluidos.

Camada limite numa placa plana.



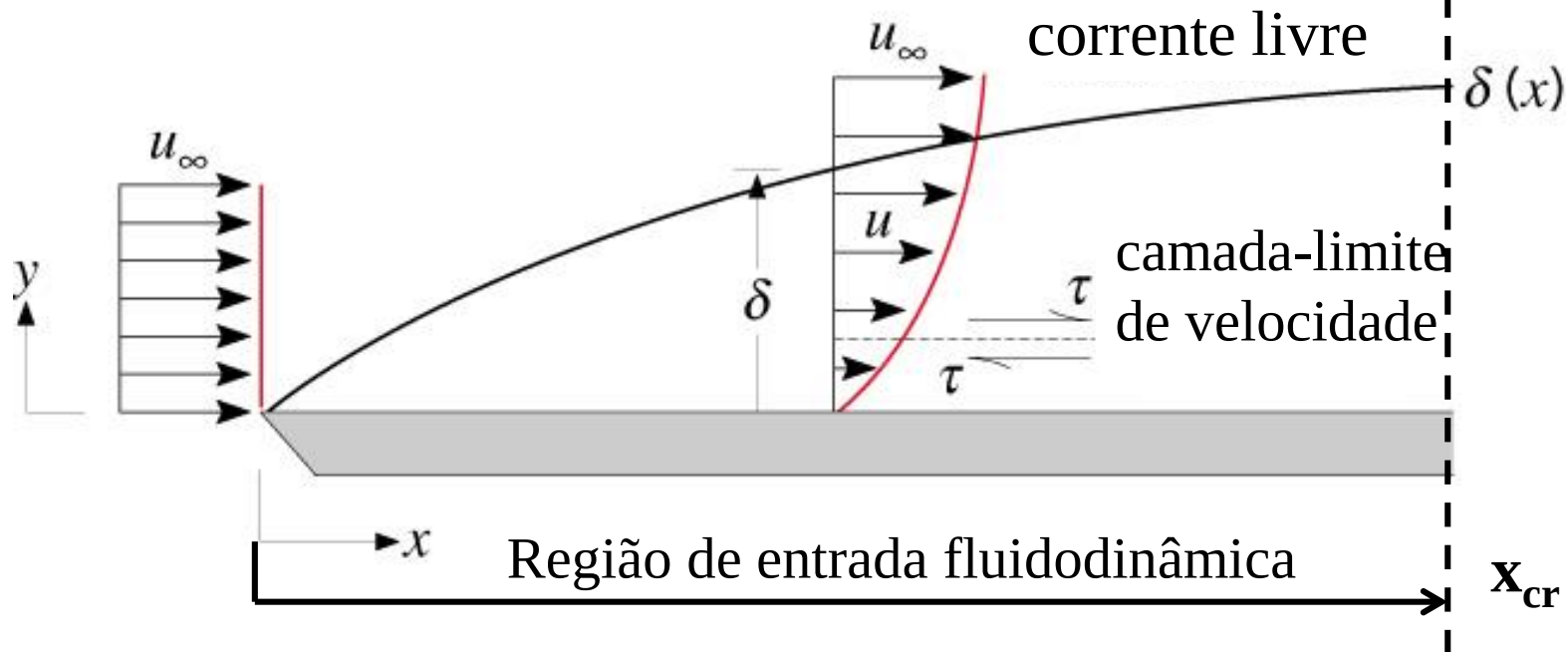
A velocidade será diferente próximo a borda da placa devido ao princípio de aderência.

Podemos verificar que a partir dos pontos A, B e C pertencem a uma linha que será o lugar geométrico dos quais a velocidade passa a ter o valor v_0 constante ao longo de cada vertical.



O Fluido dividido em duas regiões distintas. Uma em que as velocidades são menores que v_0 (camada-limite) e outra em que a velocidade é v_0 (fluido livre).

Região de entrada fluidodinâmica



Desenvolvimento da camada-limite de velocidade sobre uma placa plana

- $u_{\infty} = v_0 = v_{\max} \rightarrow$ velocidade do fluido.
- x_{cr} – o comprimento do desenvolvimento da camada-limite.
- $\ell(\delta_{(x)})$ – espessura da camada limite.

A espessura ℓ ($\delta_{(x)}$) da camada limite é crescente ao longo da placa e pode ser verificado que é função do parâmetro adimensional

$$\text{Re}_x = \frac{\rho V_0 x}{\mu} = \frac{V_0 x}{\nu}$$

Portanto ℓ ($\delta_{(x)}$) = f (Re_x)

Se $\text{Re}_x < 5 \times 10^5$ as forças viscosas da camada limite são consideráveis iguais com as das inercia, o escoamento dentro da camada será **laminar**.

$$\text{Re}_x = \frac{\rho V_0 x_{cr}}{\mu} = 5 \times 10^5 \quad \rightarrow \quad x_{cr} = \frac{5 \times 10^5 \mu}{\rho V_0}$$

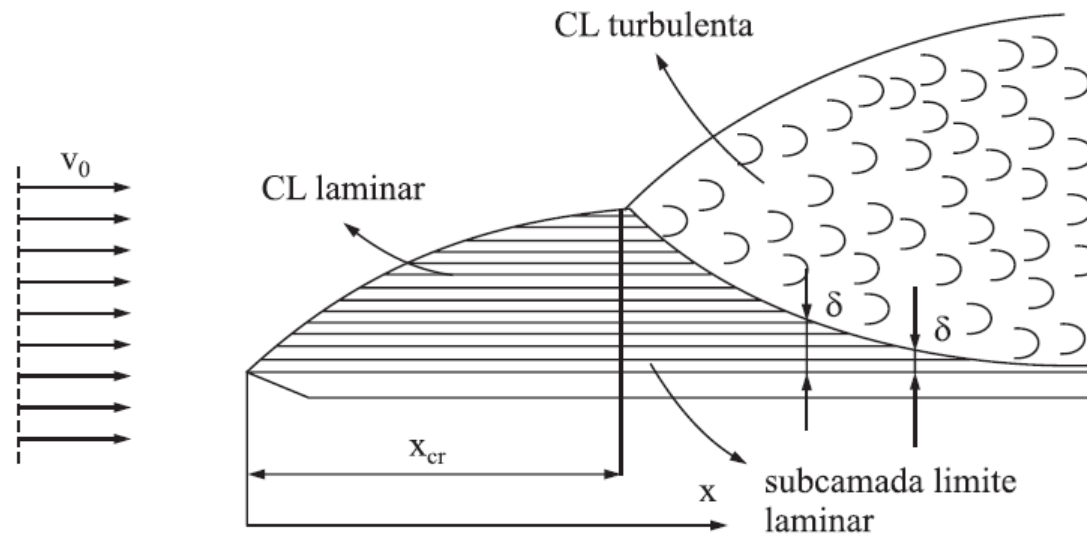
Qual a relação da espessura da camada-limite com a posição x ?

$$\frac{\delta_{(x)}}{x} = \frac{5,0}{\sqrt{\text{Re}_x}} \quad c_f = \frac{\tau_{(w) \text{ parede}}}{\frac{1}{2} \rho v_{\max}^2} = \frac{1,328}{\sqrt{\text{Re}_L}} \quad \begin{array}{l} c_f - \text{coeficiente de arraste} \\ \text{(atrito) médio.} \\ L - \text{comprimento da placa.} \end{array}$$

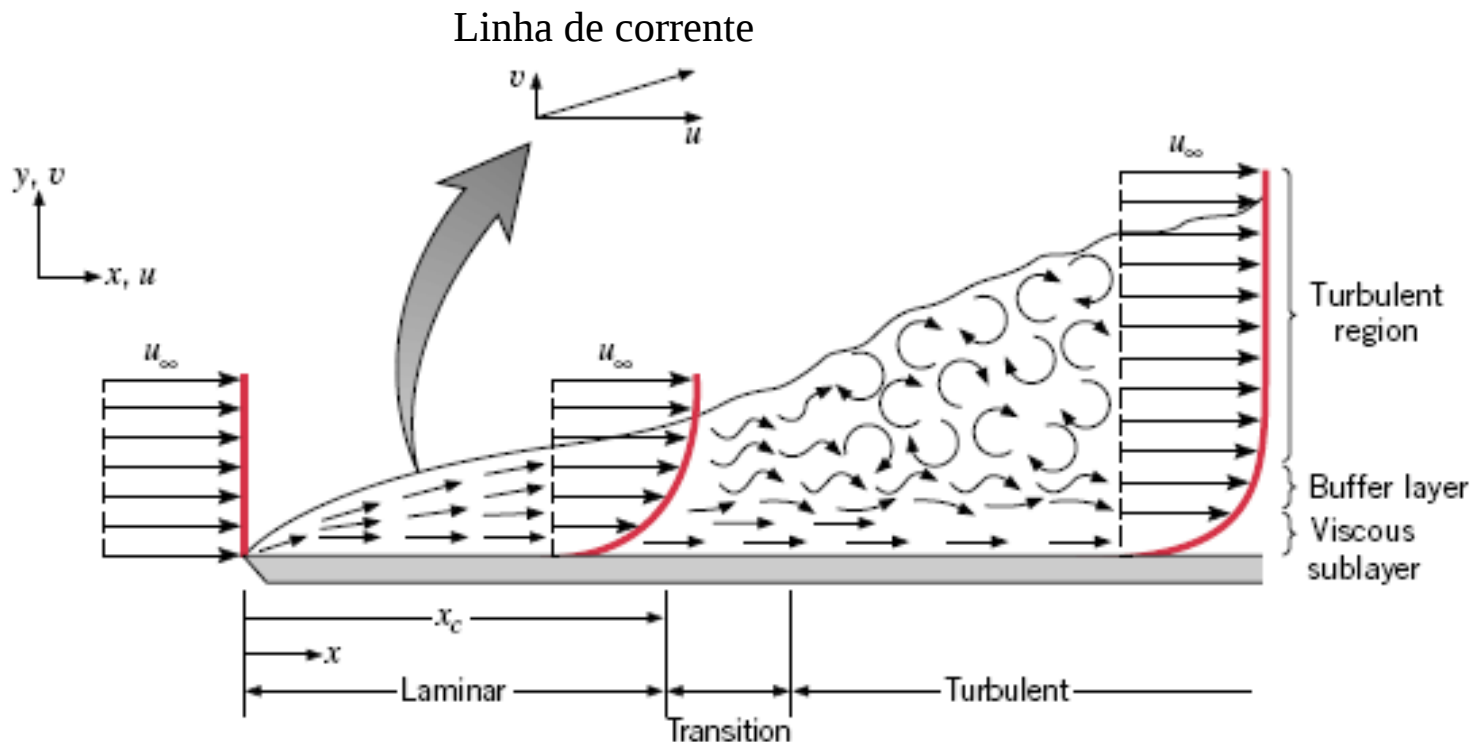
$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_{y=0} \rightarrow \text{substituindo o perfil de velocidade}$$

$$\tau_w = \frac{2\mu v_{\max}}{\delta} = \text{tensão de cisalhamento da parede}$$

Se $Re_x > 5 \times 10^5$ o escoamento passa para **turbulento**.
Dessa forma, a passagem para o escoamento turbulento acontecerá numa abscissa chamada crítica.



Isso sempre acontecerá quando o comprimento da placa for maior que o x_{cr} .



Camada-limite de velocidade laminares e turbulentas

Cálculo do x_{cr}

$$\text{Re}_x = \frac{\rho V_0 x_{cr}}{\mu} = 5 \times 10^5 \rightarrow x_{cr} = \frac{5 \times 10^5 \mu}{\rho V_0}$$

O estudo dos escoamentos em **regime turbulento** é muito mais complexo de ser feito analiticamente. Para números de Reynolds médios, $5 \times 10^5 < \text{Re}_x < 10^7$, bons resultados são obtidos se usarmos o perfil de velocidade baseado na relação:

$$\frac{v}{v_{\max}} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \quad \rightarrow \quad \frac{\delta_{(x)}}{x} = \frac{0,382}{\text{Re}_x^{1/5}}$$

$$c_f = \frac{0,0594}{\text{Re}_x^{1/5}}$$

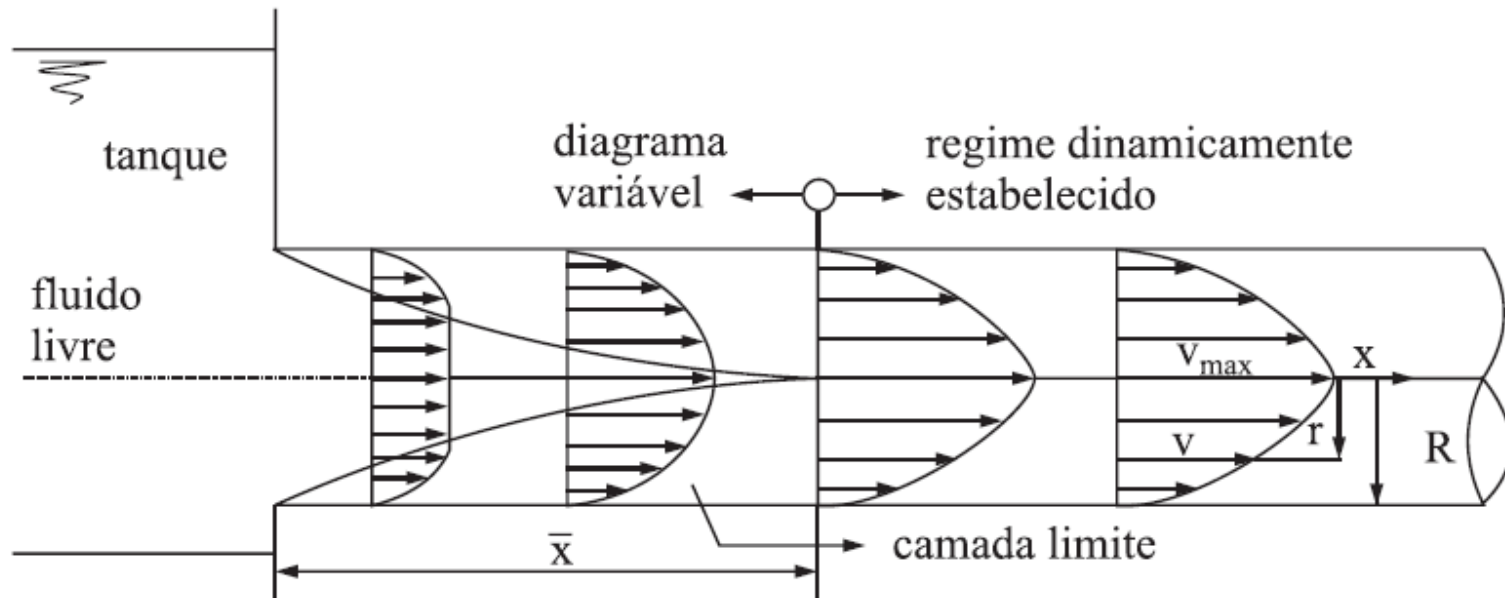
$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho v_{\max}^2} = \frac{0,0594}{\text{Re}_x^{1/5}} \quad \rightarrow \quad \tau_w = \frac{1}{2} c_f \rho v_{\max}^2$$

Assim, resumindo:

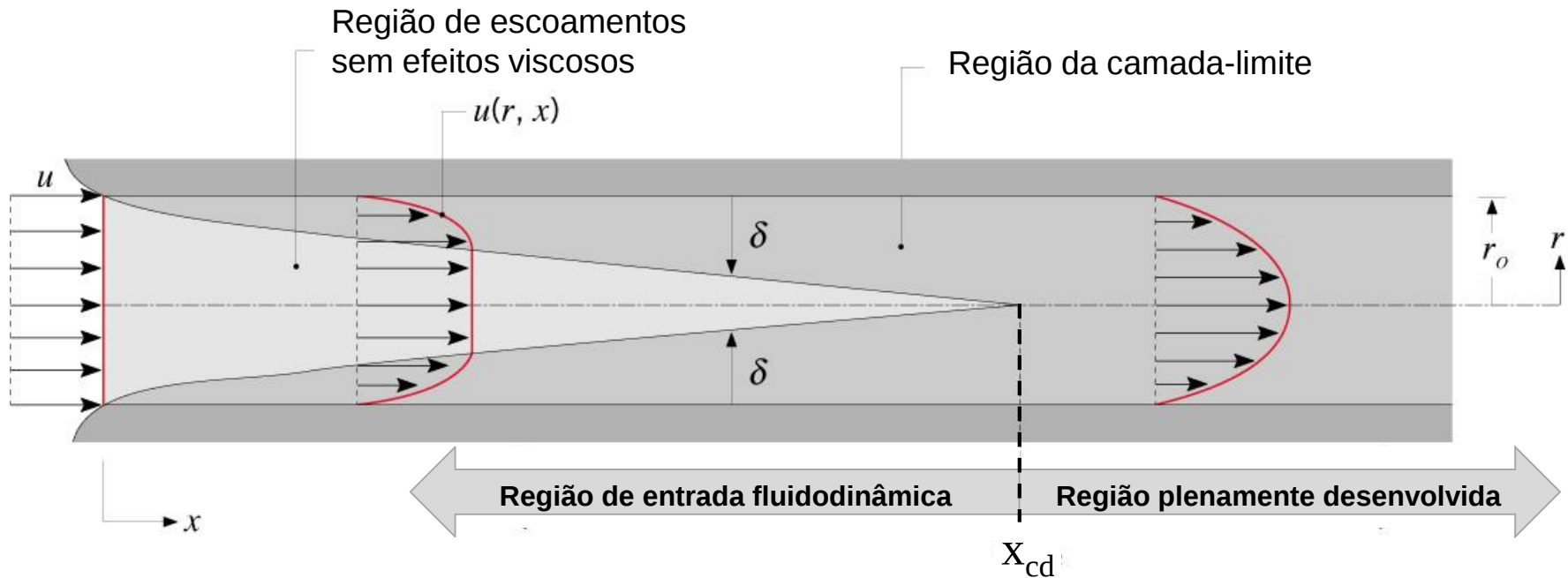
$\delta_{(x)} \approx x^{0,5}$, no regime laminar

$\delta_{(x)} \approx x^{0,8}$, no regime Turbulento

Desenvolvimento da camada limite em condutos forçados



- ✓ Ao penetrar no fluido, pelo princípio de aderência, haverá a formação da camada limite, que é crescente.
- ✓ O diagrama de velocidade vai se ajustando ao longo do tudo, apresentando um gradiente na camada limite e um valor constante no fluido livre.
- ✓ A camada limite cresce até preencher o conduto na abscissa $x = \bar{x}$



Desenvolvimento da camada-limite fluidodinâmica em um tubo circular

Para escoamento laminar ($Re_D \leq 2300$)

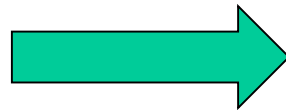
$$\left(\frac{x_{cd}}{D} \right)_{lam} \approx 0,05 Re_D$$

Para escoamento turbulento, vamos fazer uma aproximação

$$10 \leq \left(\frac{x_{cd}}{D} \right)_{turb} \leq 60$$

admitindo escoamento turbulento
plenamente desenvolvido
($x/D > 10$)

Para laminar
 $Re < 2.000$



$$v = v_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

$$c_f = \frac{f}{4}$$

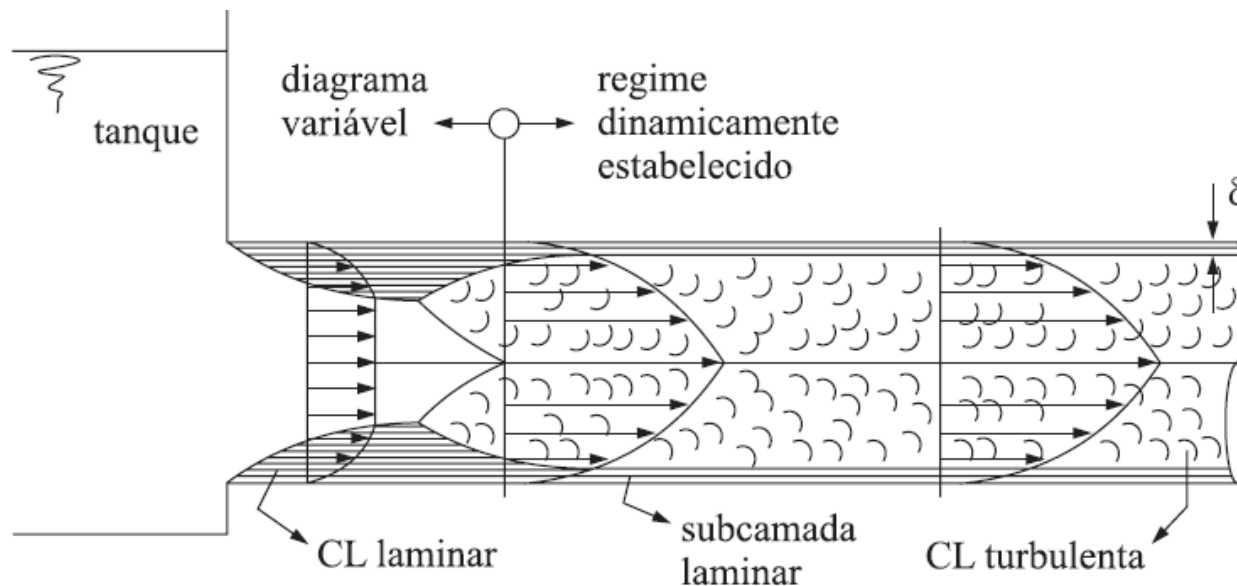
$$f = \frac{64}{Re_D}$$

Para Turbulento
 $Re > 2.400$



$$v = v_{\max} \left[1 - \frac{r}{R} \right]^{1/7}$$

f – definido experimentalmente, no diagrama Moody



Exemplo1:

Um líquido ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 0,0012 \text{ kg/m.s}$) escoia ao longo de uma placa com velocidade igual a $4,5 \text{ m/s}$. Para um ponto distante 5 cm da borda de ataque, encontre:

- a) A espessura da camada limite;
- b) A tensão cisalhante da placa, considerando o comprimento 5 cm ;
- c) A força cisalhante por unidade de largura atuando entre a borda e o ponto em questão.

Exemplo 1

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 0,0012 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$$

$$V_0 = 4,5 \text{ m/s}, \quad d = 5 \text{ cm}$$

a) $\delta(x)$ - Espessura da camada limite

$$\rightarrow Re_x = \frac{\rho V_0 x}{\mu} \Rightarrow Re_x = \frac{1000 \times 4,5 \times 0,05}{0,0012} = 187500 //$$

$$\rightarrow \frac{\delta(x)}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}} \Rightarrow \delta(x) = \frac{0,05 \times 5}{\sqrt{187500}} = 5,77 \times 10^{-4} \text{ m} //$$

b) $\tau_w = ?$

$$\tau_w = \frac{2\mu V_0}{\delta(x)} \Rightarrow \tau_w = \frac{2 \times 0,0012 \times 4,5}{5,77 \times 10^{-4}} = 18,71 \text{ N/m}^2 //$$

$$c) F = \frac{\tau_w}{A} \Rightarrow F = \frac{18,75}{0,05} \Rightarrow F = 374,2 \text{ N/m} //$$

↳ largura //

Exemplo2:

A velocidade de decolagem de um Boeing 757 é 260 km/h ($\rho_{\text{ar}} = 1,21 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1,81 \times 10^{-5} \text{ N.s/m}^2$). Se o Boeing estava em velocidade de cruzeiro de 850 km/h a 10.000 m e com $\mu = 1,458 \times 10^{-5} \text{ N.s/m}^2$ e $\rho_{\text{ar}} = 0,414 \text{ kg/m}^3$ a que distância aproximadamente a camada-limite sobre as asas se tornará turbulenta?