

AULA 7

EQUAÇÃO DA ENERGIA PARA REGIME PERMANENTE

Prof. Geronimo Virginio Tagliaferro

DEFINIÇÕES

Com base no fato que a energia não pode ser criada nem destruída, mas apenas transformada, é possível construir uma equação que permitirá fazer o balanço das energias.

✓ Equação da energia

1. Tipos de Energia

- Energia potencial;
- Energia Cinética;
- Energia de pressão, ou:
- Energia mecânica total do sistema.

A equação mais simples

- Equação de Bernoulli

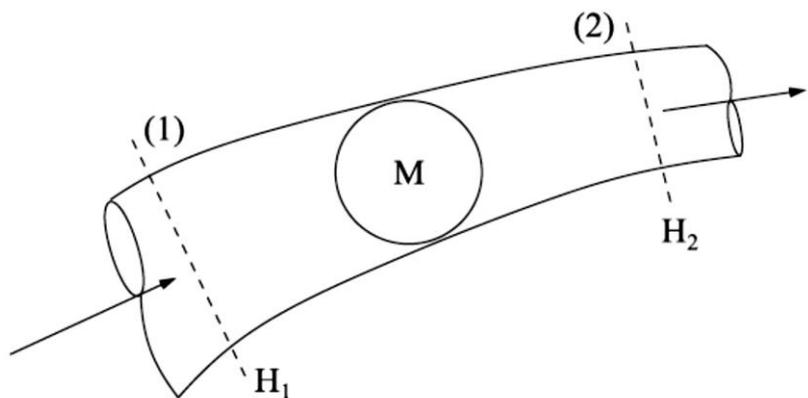
$$H_1 = H_2$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

Mas e se tiver uma máquina entre os trechos??

EQUAÇÃO DA ENERGIA E PRESENÇA DE UMA MÁQUINA

- ✓ Máquina, qualquer dispositivo que introduzido no escoamento, retire ou forneça energia para o sistema, na forma de trabalho.
- ✓ Bombas (fornece energia), ou turbinas (retira energia).
- ✓ Hipóteses: fluido incompressível, temos:



Se não houvesse máquina:

$$H_1 = H_2$$

Se a máquina for uma bomba o fluido receberá um acréscimo De energia.

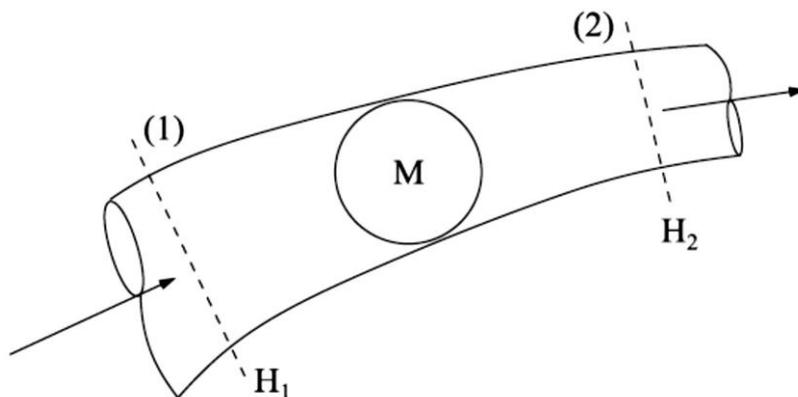
$$H_2 > H_1$$

EQUAÇÃO DA ENERGIA E PRESENÇA DE UMA MÁQUINA

Para restabelecer a igualdade, devemos somar ao primeiro membro a energia fornecida à unidade de peso do fluido da máquina.

$$H_1 + H_B = H_2$$

H_B – a carga ou altura manométrica da bomba. Representa a energia fornecida à unidade de peso do fluido que passa pela bomba.



EQUAÇÃO DA ENERGIA E PRESENÇA DE UMA MÁQUINA

Se a máquina for uma turbina, $H_1 > H_2$, pois por definição, a turbina retira energia do fluido. Para restabelecer a igualdade:

$$H_1 - H_T = H_2$$

H_T – a carga ou altura manométrica da turbina. Representa a energia retirada da unidade de peso do fluido pela turbina.

Para uma máquina H_M , temos:

$$H_1 + H_M = H_2$$

Lembrando os tipos de energias,

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + H_M = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

POTÊNCIA DA MÁQUINA E NOÇÃO DE RENDIMENTOS

- Potência: é o trabalho por unidade de tempo.
- Como o trabalho é uma energia mecânica, podemos generalizar definindo para o Fluido:

Potência: é qualquer energia mecânica por unidade de tempo.

$$N = \frac{\text{Energia mecânica}}{\text{tempo}} \quad \text{equivalente} \quad \rightarrow \quad N = \frac{\text{Energia mecânica}}{\text{peso}} \times \frac{\text{peso}}{\text{tempo}}$$

A energia por peso é denominada de “carga”.

$$N = \text{carga} \times Q_G$$

$$N = \gamma Q \times \text{carga}$$

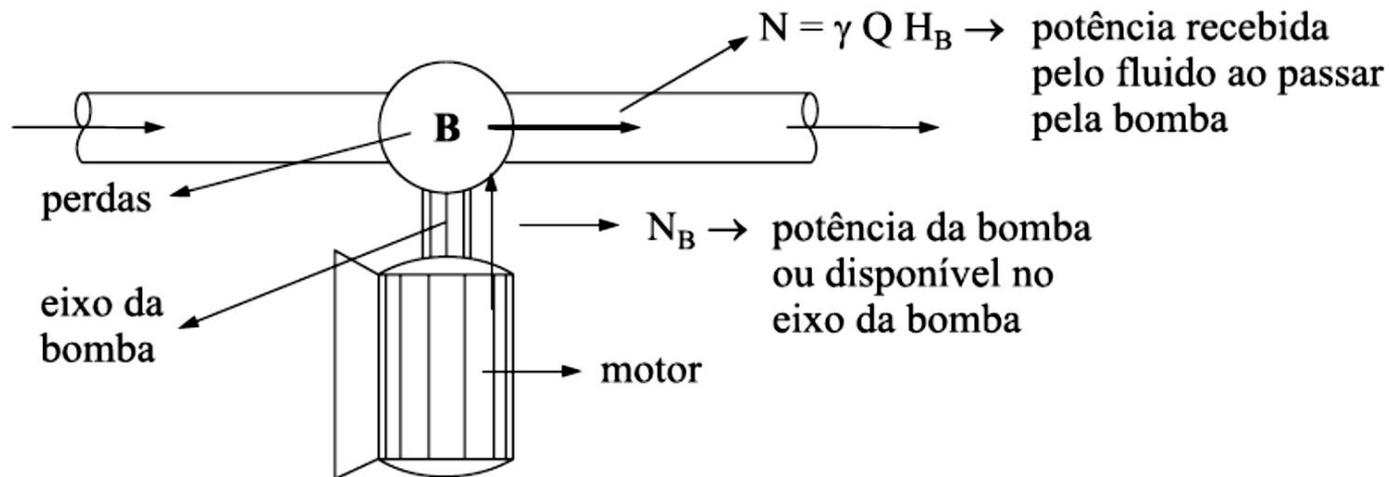
A equação da potência para um fluido será:

$$N = \gamma QH$$

POTÊNCIA E RENDIMENTO DE BOMBAS E TURBINA

Na transferência de energia sempre existem perdas e, portanto, nem toda potência recebida ou cedida pelo fluido coincidirá com a potência da máquina.

Bombas: Potência



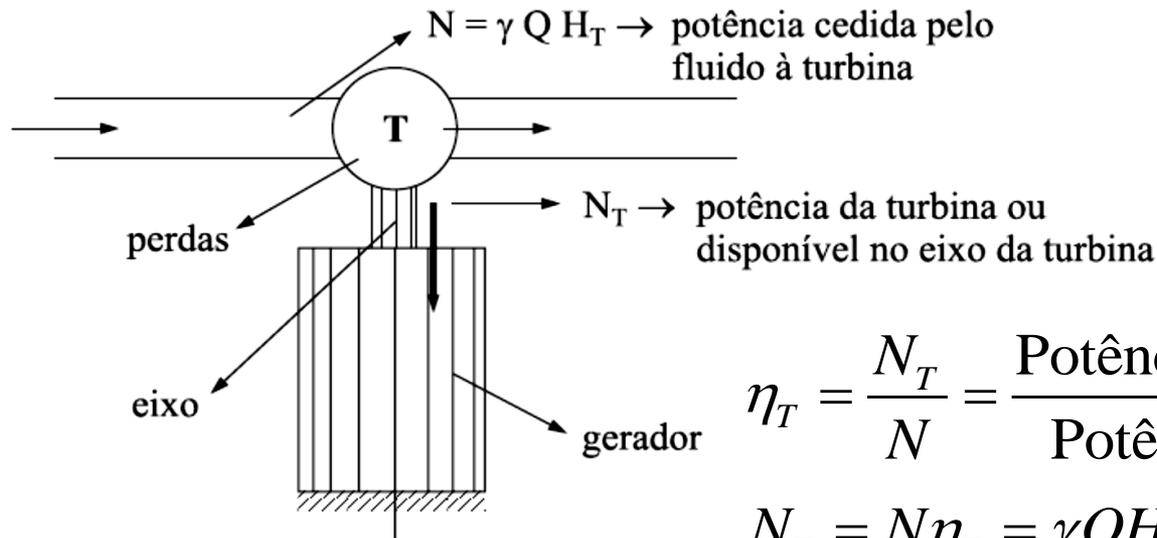
Rendimento:

$$\eta_B = \frac{N}{N_B} = \frac{\text{Potência que o fluido recebeu}}{\text{Potência que a bomba cedeu}}$$

$$N_B = \frac{N}{\eta_B} = \frac{\gamma Q H_B}{\eta_B}$$

POTÊNCIA E RENDIMENTO DE BOMBAS E TURBINA

Na turbina:



$$\eta_T = \frac{N_T}{N} = \frac{\text{Pot\u00eancia que a turbina recebeu}}{\text{Pot\u00eancia que o flu\u00eddo cedeu}}$$

$$N_T = N\eta_T = \gamma Q H_T \eta_T$$

Unidades de pot\u00eancia:

SI: $N.m/s = J/s = W$ (watt) $\rightarrow 1kgm/s = 9,8 W$

MKS: $kgf.m/s = kgm/s$

Outras unidades:

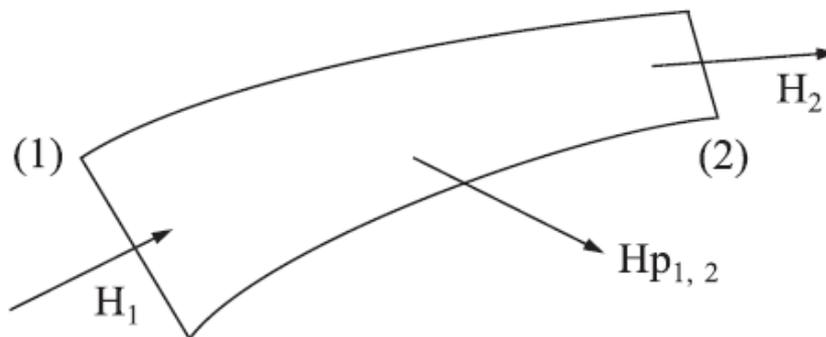
1 CV = 75 kgm/s = 735 W

1 HP = 1,014 CV

EQUAÇÃO DA ENERGIA PARA FLUÍDO REAL

Sabemos, que ocorre atrito no transporte do fluido e portanto não podemos tratar o fenômeno em estudo como um fluido ideal.

Na verdade, temos que considerar como um fluido real, com atrito e perdas de energia no transporte. Com isso,



Durante o transporte, $H_1 > H_2$, querendo restabelecer a igualdade:

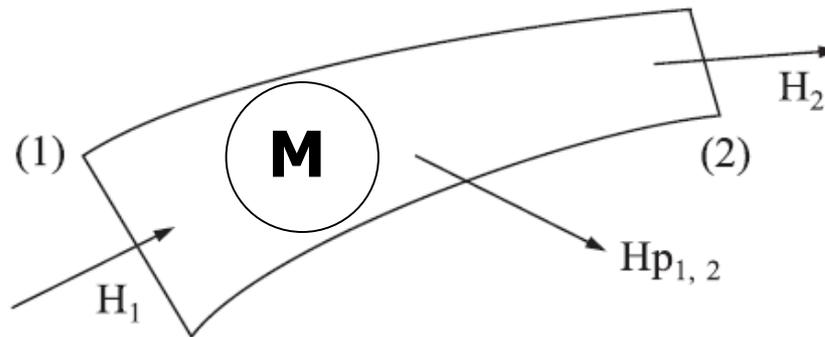
$$H_1 = H_2 + H_{p1,2}$$

$H_{p1,2}$ – energia perdida entre (1) e (2) por unidade de peso do fluido.

“Perda de carga”

EQUAÇÃO DA ENERGIA PARA FLUÍDO REAL

Se for considerada a presença de uma máquina no trecho entre (1) e (2), a equação será:



$$H_1 + H_M = H_2 + H_{p1,2}$$

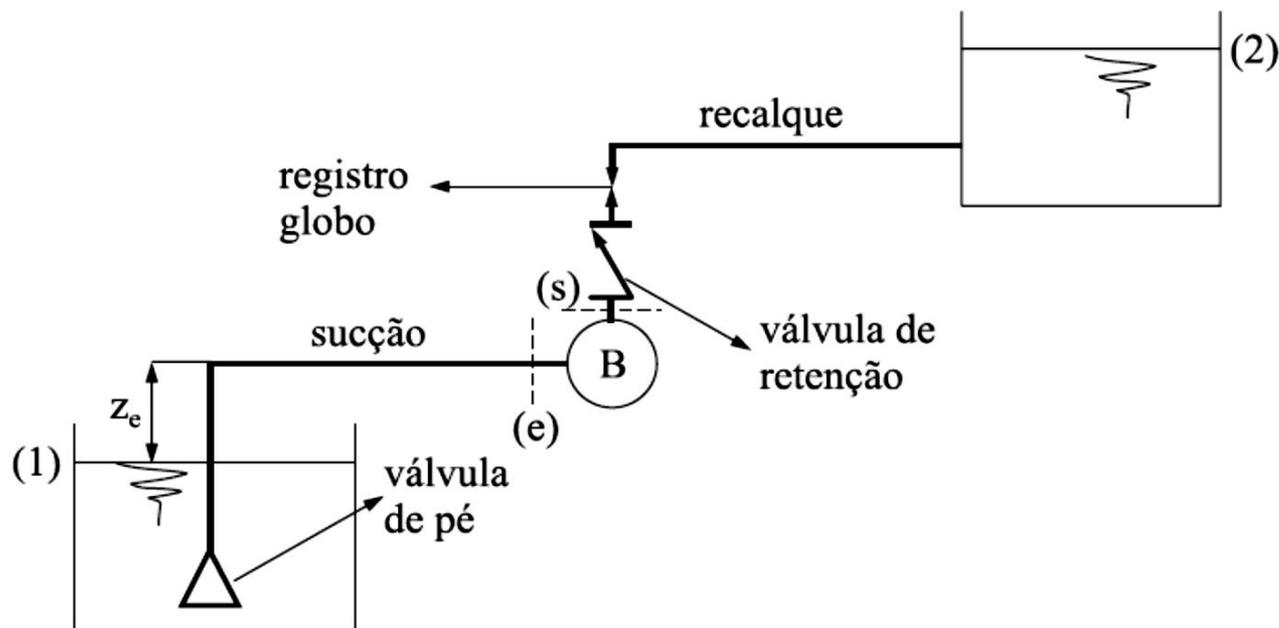
$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + H_M = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + H_{p1,2}$$

Potência referente
ao atrito:

$$N_{diss.} = \gamma Q H_{p1,2}$$

INSTALAÇÕES DE BOMBEAMENTO

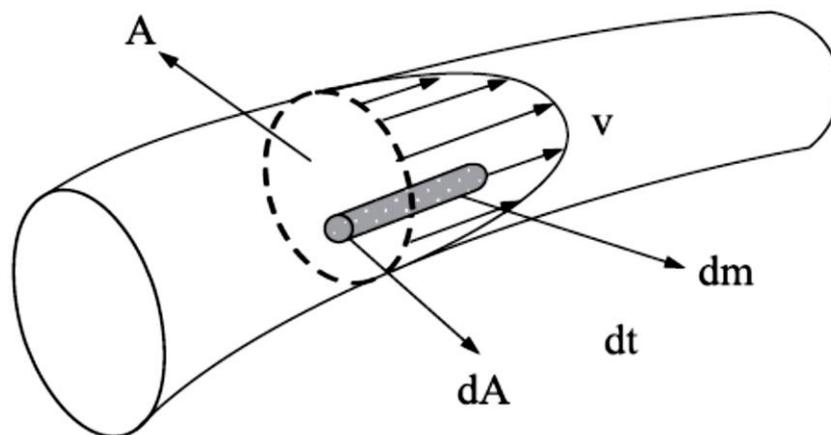
É o conjunto de equipamentos que permite o transporte e controle da vazão de um fluido.



- Sucção: é a seção que vai desde o reservatório até a bomba.
- Recalque: é a seção que liga a bomba até o reservatório de descarga.

DIAGRAMA DE VELOCIDADE NÃO-UNIFORME A SEÇÃO

Até agora, consideramos o escoamento uniforme na seção do tubo, mas pelo princípio da aderência, o diagrama velocidade não será uniforme.



Dessa forma, o termo $\frac{V^2}{2g}$ terá alteração. Da figura, temos:

E_c calculada no intervalo de tempo dt , através de um dA da seção de área A .

$$dE_c = \frac{dmV^2}{2} \quad \div dt$$

$$dC = \frac{dmV^2}{2dt} \quad \text{fluxo de energia cinética}$$

Mas, dm/dt é a vazão em massa através de dA , logo:

$$\frac{dm}{dt} = dQ_m = \rho dQ = \rho V dA$$

$$dC = \rho v dA \frac{V^2}{2} \rightarrow dC = \frac{\rho V^3}{2} dA$$

Integrando:

$$C = \int \frac{\rho V^3}{2} dA$$

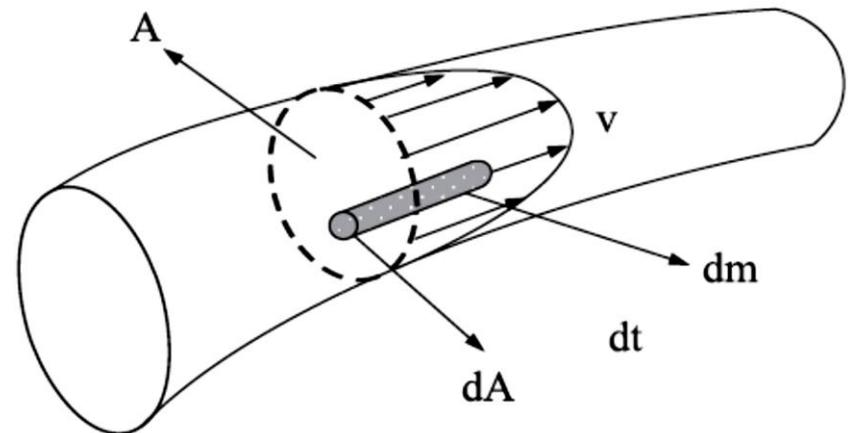
Adotando veloc. média na seção e $\rho=c^{et}$, temos:

$$C = \int \frac{\rho V^3}{2} dA \neq \frac{\rho V_m^3 A}{2}$$

Logo é necessário introduzir um coeficiente que chamaremos de α

$$C = \int \frac{\rho V^3}{2} dA = \alpha \frac{\rho V_m^3 A}{2}$$

α - coeficiente da energia cinética



Determinando o α

$$\alpha = \frac{2}{\rho V_m^3 A} \int \frac{\rho V^3}{2} dA \quad \text{ou}$$

$$\alpha = \frac{1}{A} \int \left(\frac{V}{V_m} \right)^3$$

Tendo a definição de α , o fluxo de energia cinética será:

$$C = \alpha \frac{\rho V_m^3 A}{2}$$

$$\text{Fazendo } \frac{\text{Energia cinética}}{\text{peso}} = \frac{C}{Q_G} = \frac{\alpha \frac{\rho V_m^3 A}{2}}{\rho g V_m A} = \alpha \frac{V_m^2}{2g}$$

Voltando na equação da energia para fluido real

$$\frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + H_M = \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + H_{p1,2}$$

Em tubos de seção circular e escoamento laminar vale o diagrama

$$V = V_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

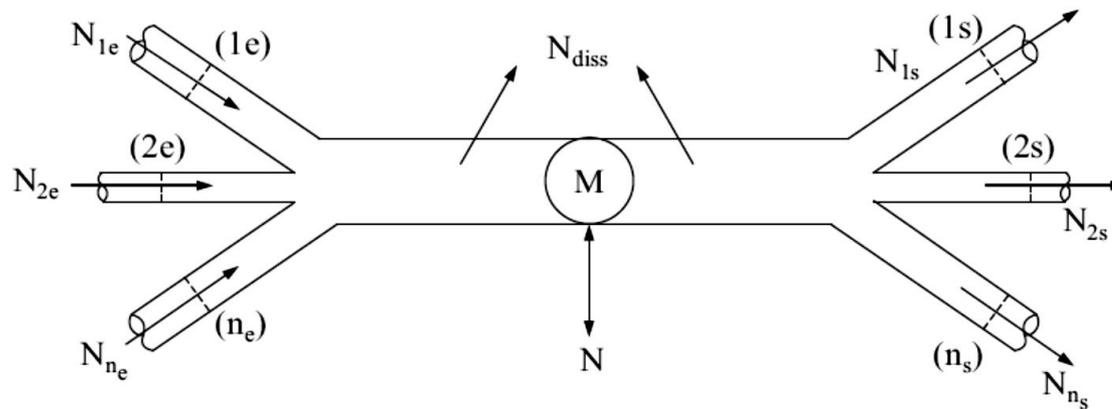
E o $\alpha = 2$.

Se o escoamento for turbulento:

$$V = V_{\max} \left[1 - \frac{r}{R} \right]^{1/7}$$

O coeficiente α é função somente do diagrama de velocidade e será tanto maior que a unidade quanto mais este último se afastar do diagrama uniforme

Equação da Energia para diversas entradas e saídas e escoamento em regime permanente de um fluido incompressível, sem trocas de calor.



$$\sum_e N = \sum_s N$$

$$\sum_e \gamma QH = \sum_s \gamma QH$$

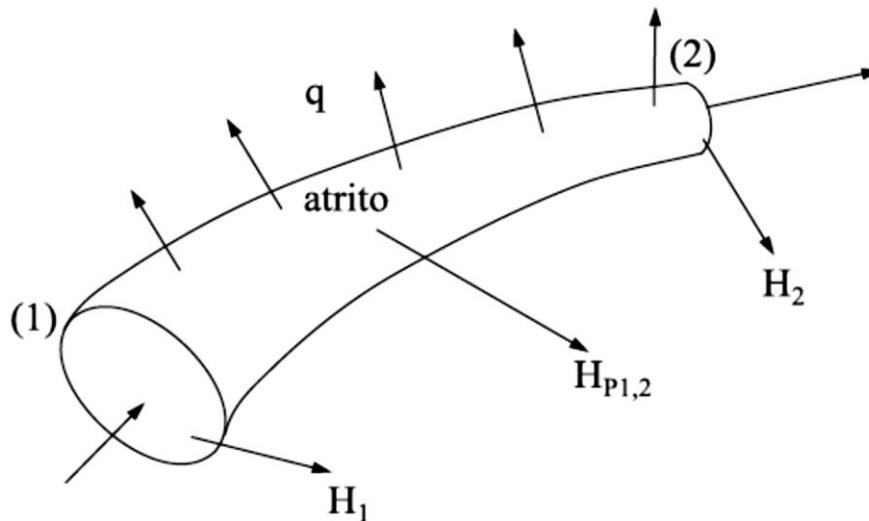
lembrando que $H = \frac{\alpha V^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z$

e se tiver presença de máquina e perdas por atrito,

$$\sum_e \gamma QH + N_M = \sum_s \gamma QH + N_{diss.}$$

Interpretação da perda de carga por atrito

- Como essa energia é perdida?
- Aquecendo o fluido!
- Haverá troca de calor do fluido com o meio.



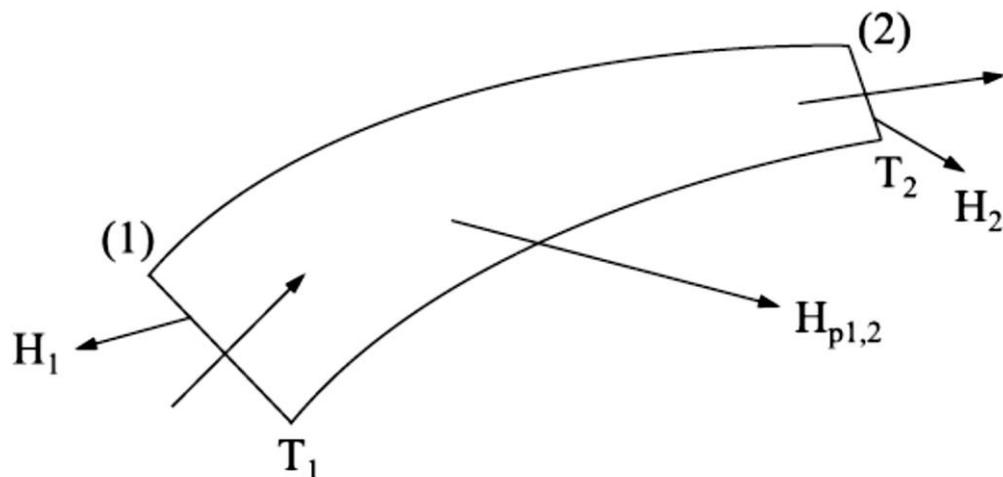
Calor por unidade de peso

$q > 0$ quando fornecido ao fluido

$q < 0$ quando retirado do fluido

É obvio que o calor gerado pelo atrito
é sempre perdido pelo fluido

Vamos supor um escoamento adiabático, sem trocas de calor. Nesse caso, haveria um aquecimento entre o trecho (1) e (2).



O aumento de temperatura do fluido promove um aumento de energia térmica ou interna. Vamos chamar de i e na ausência de outros fenômenos i será proporcional a T .

$$i = \frac{c_e}{g} T$$

Onde: c_e – calor específico do fluido = calor necessário para que a unidade de massa do fluido sofra uma variação de temperatura de um grau.

g – aparece pelo fato de c_e ser definido por unidade de massa e i por unidade de peso.

Pelo princípio da conservação da energia, o aumento de energia térmica do fluido deverá ser acompanhado por uma diminuição da energia mecânica.

$$H_{p1,2} = i_2 - i_1 = \frac{c_e}{g} (T_2 - T_1)$$

Em regime permanente, o escoamento não será nem adiabático nem isotérmico e haverá uma simultaneidade de trocas de calor e variação de temperaturas entre as seções devido ao atrito de forma,

$$H_{p1,2} = (i_2 - i_1) - q$$

A equação acima deve ser levada em conta com efeito de conceito. Devido ao fato de que os valores da variação de temperatura serem muitos pequenos e difíceis de calcular.

Para fluido compressível:

Para ser verificado a hipótese de fluido incompressível o número Mach do fluido seja menor que 0,2.

$$M = \frac{V}{c} < 0,2$$

V = velocidade do fluido;

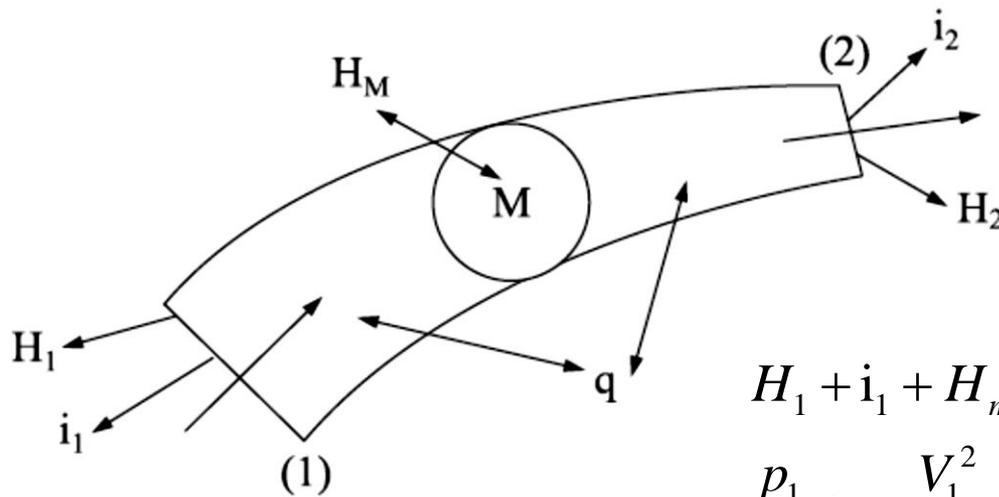
c = velocidade do som.

$c = 343 \text{ m/s}$ (ar a 20 °C)

Quando o fluido for compressível e houver trocas térmicas induzidas de calor, não será mais possível ignorar as energias térmicas, pois interfere na energia interna do fluido, em outras palavras:

$$H_{p1,2} \neq (i_2 - i_1) - q$$

Dessa forma, a equação geral da energia válida para fluidos compressível e com efeitos térmicos, deve ser feito considerando a variação de energia térmica e ou calor.



$$H_1 + i_1 + H_m + q = H_2 + i_2$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + i_1 + H_m + q = \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + i_2$$

Como a entalpia $h = \frac{p}{\gamma} + i$, temos:

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_1 + H_m + q = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_2$$

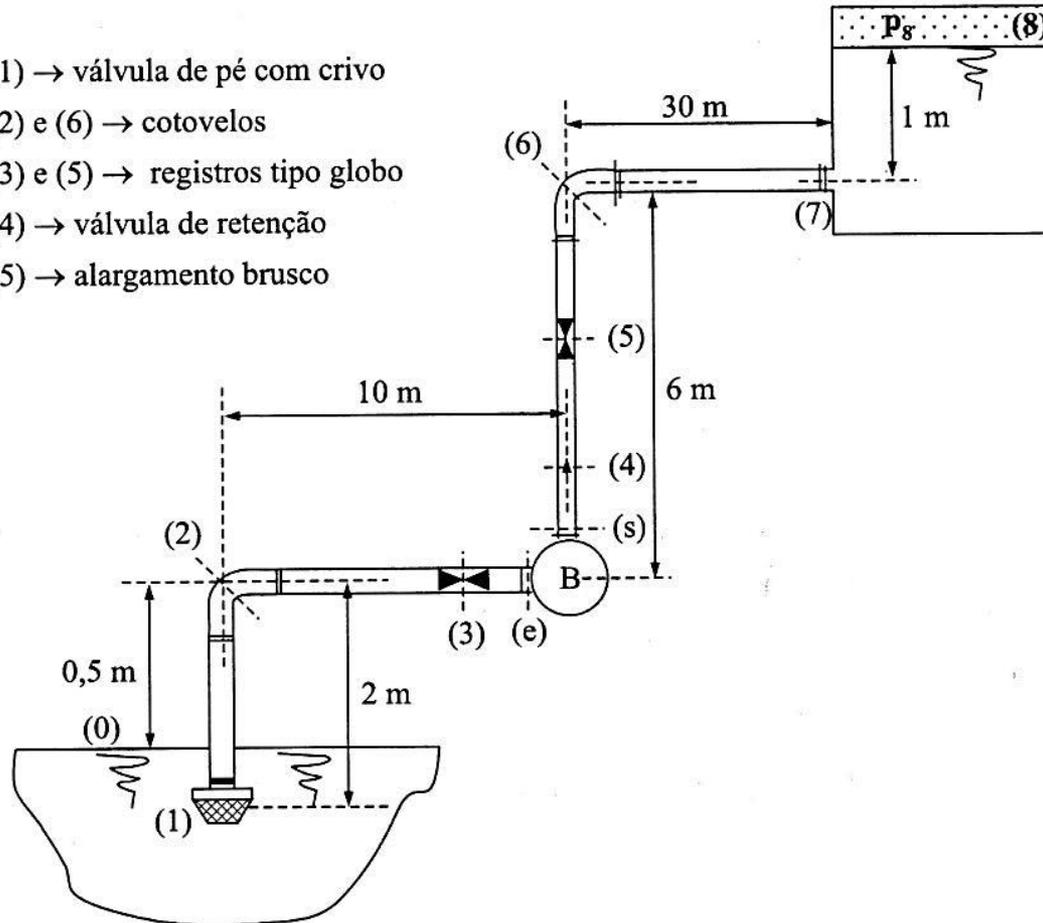
É a 1ª lei da TD
Para volume de
controle

Exercícios

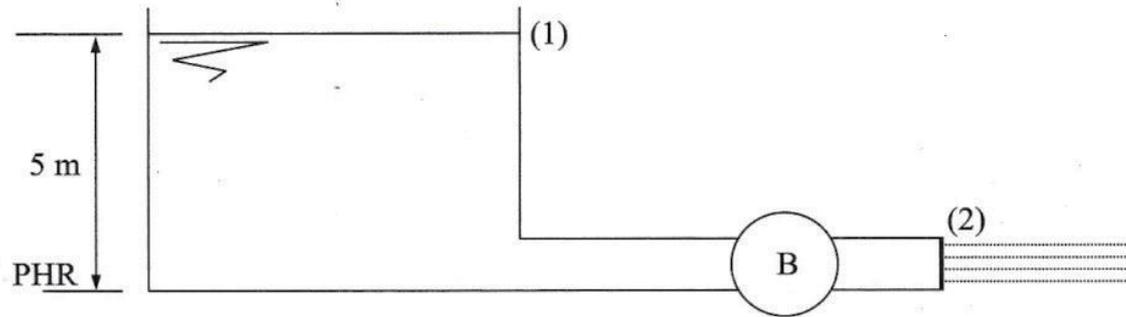
Sendo a pressão p_8 mantida igual a 532 kPa constante, determinar a potência da bomba de rendimento 0,7 e a pressão na entrada dela se a vazão for 40 L/s. Dados: tubos de ferro galvanizado ($k = 0,15 \times 10^{-3} \text{ m}$); $k_{s_1} = 15$; $k_{s_2} = k_{s_6} = 0,9$; $k_{s_3} = k_{s_5} = 10$; $k_{s_7} = 1$; $k_{s_4} = 0,5$; $p_{v_{H_2O}} = 1,96 \text{ kPa (abs)}$; $\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$; $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $p_{atm} = 101 \text{ kPa}$.

Indica-se com índice S o que se refere à sucção e com R o que se refere ao recalque. Dados: $D_S = 15 \text{ cm}$; $D_R = 10 \text{ cm}$.

- (1) → válvula de pé com crivo
- (2) e (6) → cotovelos
- (3) e (5) → registros tipo globo
- (4) → válvula de retenção
- (5) → alargamento brusco



- 2) Na instalação da figura, a máquina é uma bomba e o fluido é água. A bomba tem uma potência de 5 kW e seu rendimento é 80%. A água é descarregada à atmosfera com uma velocidade de 5 m/s pelo tubo cuja área da seção é 10 cm². Determinar a perda de carga do fluido entre (1) e (2) e a potência dissipada ao longo da tubulação. $\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Solução

Temos

$$H_1 + H_B = H_2 + H_{p_{1,2}}$$

$$H_1 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = 0 + 0 + 5 = 5 \text{ m}$$

$$H_2 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = \frac{5^2}{2 \times 10} + 0 + 0 = 1,25 \text{ m}$$

Com

$$N_B = \frac{\gamma Q H_B}{\eta_B} \rightarrow H_B = \frac{\eta_B N_B}{\gamma Q} = \frac{\eta_B N_B}{\gamma v A}$$

$$H_B = \frac{0,8 \times 5 \times 10^3}{10^4 \times 5 \times 10 \times 10^{-4}} = 80 \text{ m}$$

$$H_{p_{1,2}} = H_1 - H_2 + H_B = 5 - 1,25 + 80$$

$$H_{p_{1,2}} = 83,75 \text{ m}$$

$$N_{\text{diss}_{1,2}} = \gamma Q H_{p_{1,2}} = 10^4 \times 5 \times 10 \times 10^{-4} \times 83,75 \times \frac{1}{1.000} = 4,19 \text{ kW}$$