Aula 6 de FT II

Prof. Gerônimo

Transferência de calor em superfícies estendidas

- **Superfície estendida** é comumente usado para descrever um caso especial importante envolvendo a transferência de calor por condução no interior de um sólido e a transferência de calor por convecção (e/ou radiação) nas fronteiras do sólido.
- Em uma superfície estendida, a direção da transferência de calor nas fronteiras é perpendicular à direção principal da transferência de calor do sólido.

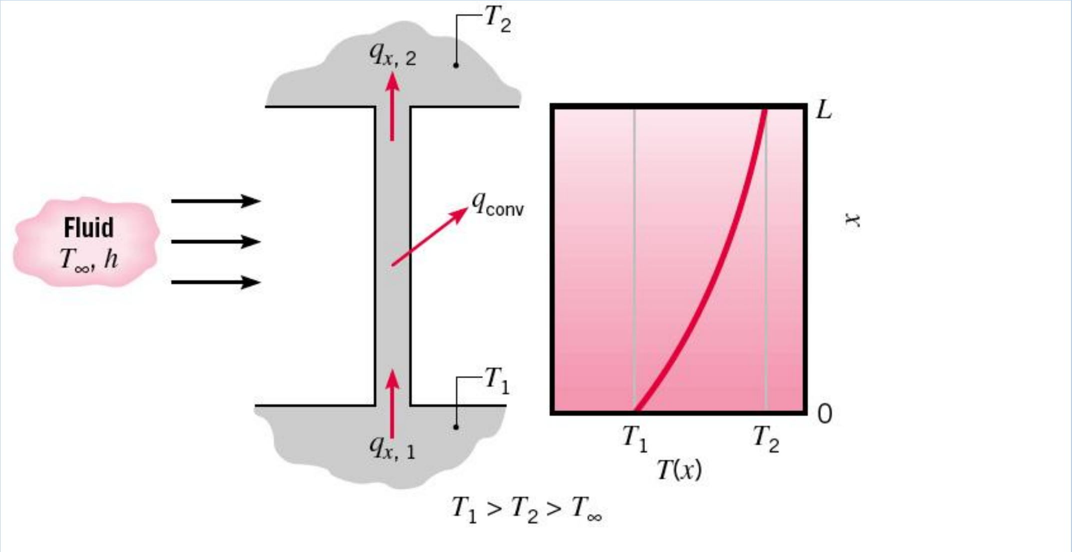


Fig. 1 – Condução e convecção combinadas em um elemento estrutural.

Seja um suporte que une duas paredes a diferentes temperaturas , sobre o qual há um escoamento cruzado de um fluído.

- Com $T_1 > T_2$.
- Haverá transf. de calor por convecção e condução.

Transferência de calor em superfícies estendidas

- Existem várias situações diferentes que envolvem os efeitos combinados de condução/convecção, a aplicação mais frequente é aquela na qual uma superfície estendida é usada especificamente para ***aumentar*** a taxa de transferência de calor entre um sólido e um fluído adjacente. Tal superfície estendida é chamada de ***aleta.***
- **O Objetivo do uso de aletas é aumentar a taxa de transferência de calor**.

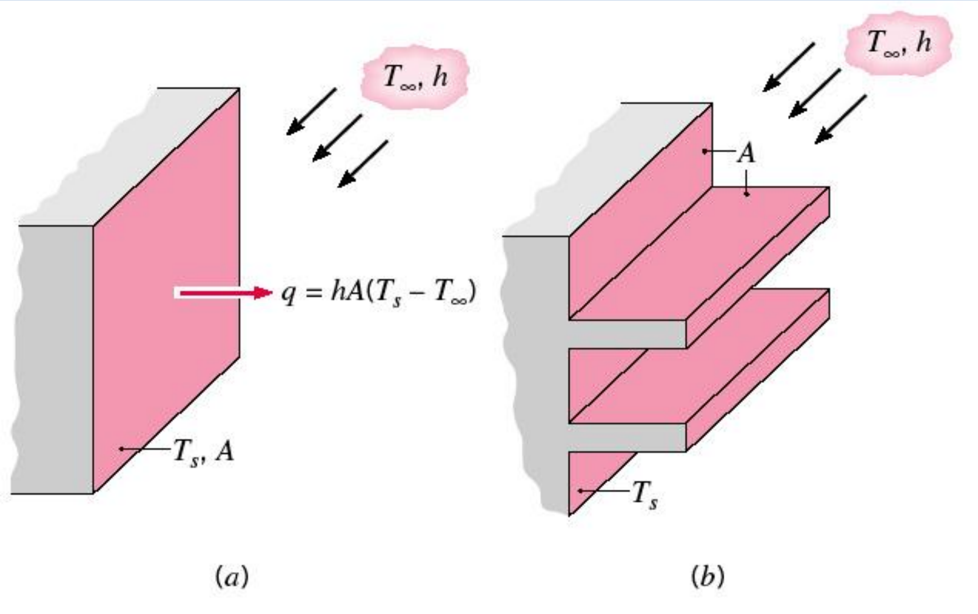
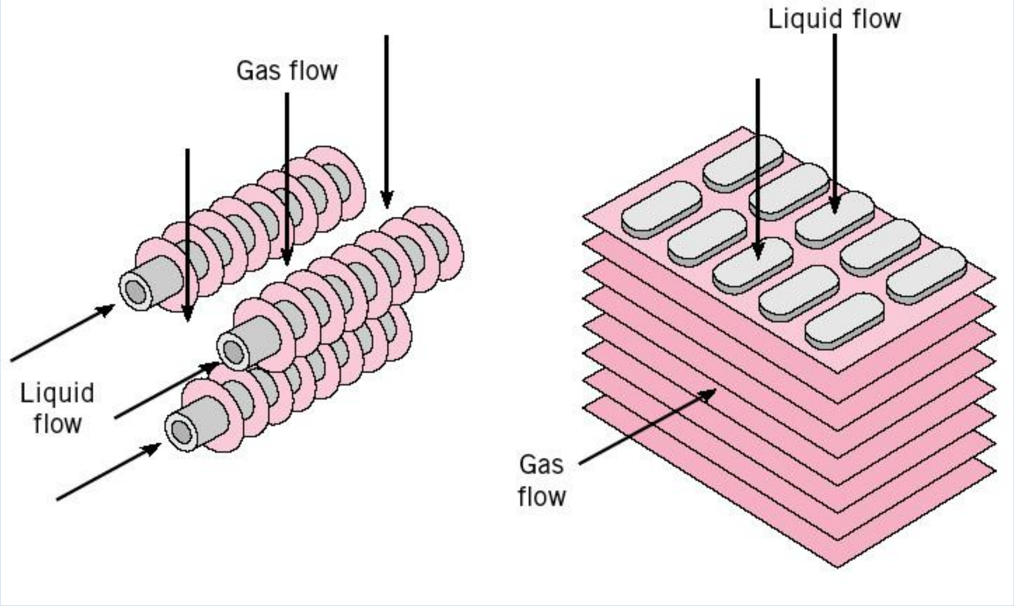


Figura 2 – Uso de aletas para melhorar a taxa de calor: (a) Superfície sem aleta. (b) Superfície com aleta.

Como podemos aumentar a taxa de transferência de calor?
1 – Aumentando o gradiente de temperatura.
2 – Aumentando o coeficiente de convecção.
3 – **Aumentando a área de contato.**

Transferência de calor em superfícies estendidas

- **Aplicações das aletas:**
- Para resfriar motores a combustão (Radiadores).
- Transformadores de potência elétrica.
- Motores elétricos.
- Trocadores de calor com tubos aletados.



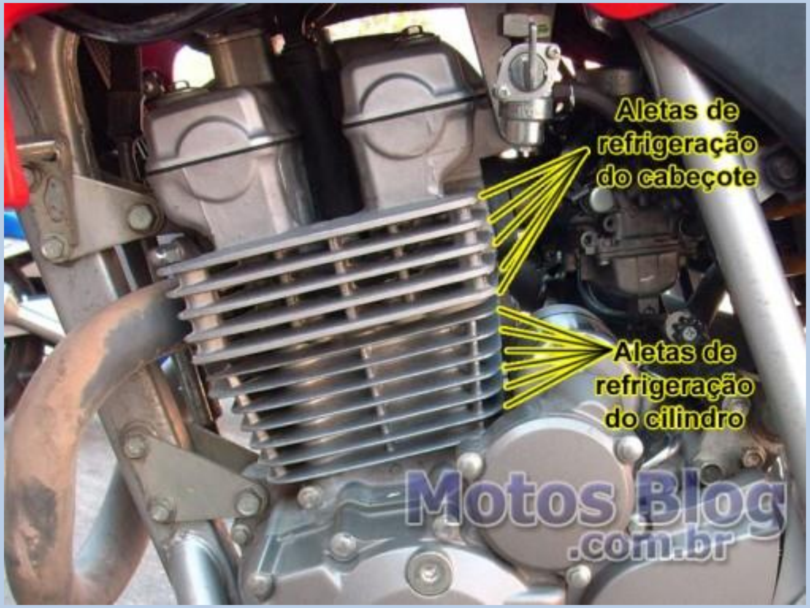


Fig. 3 – Tipos de aplicação das aletas.

Transferência de calor em superfícies estendidas

- Existem diferentes configurações de aletas:

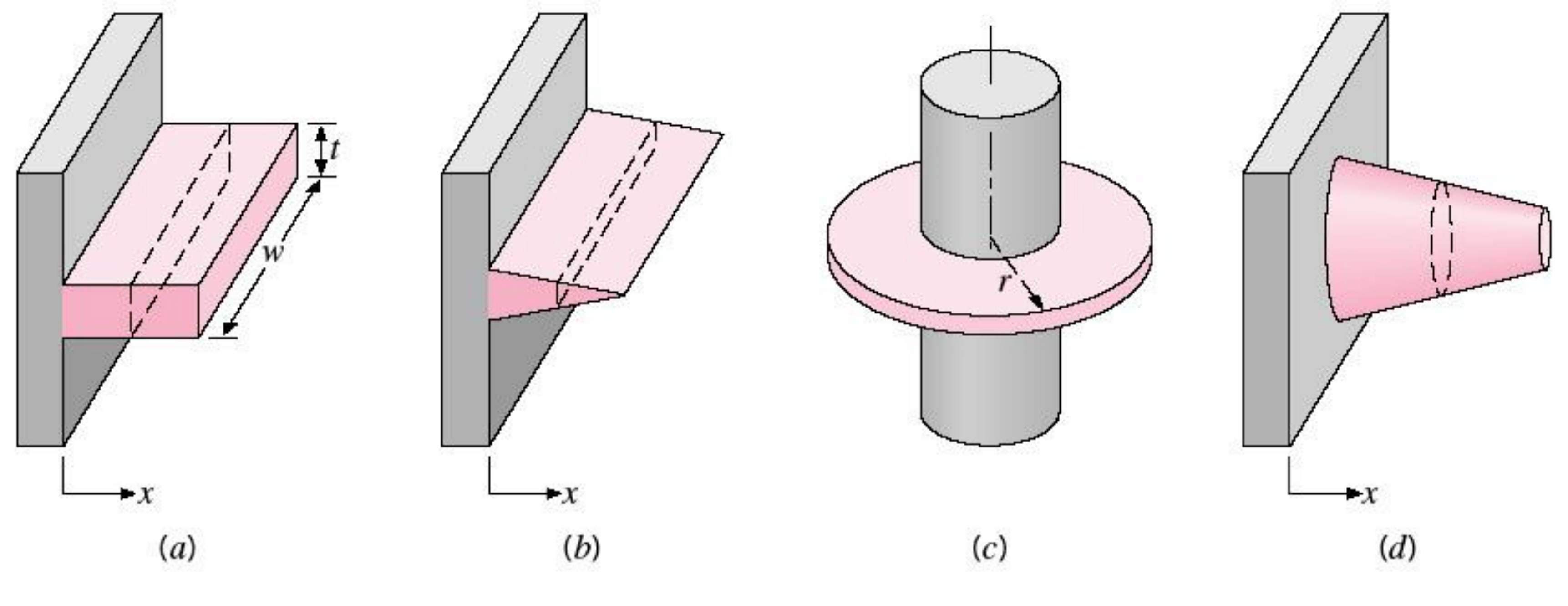
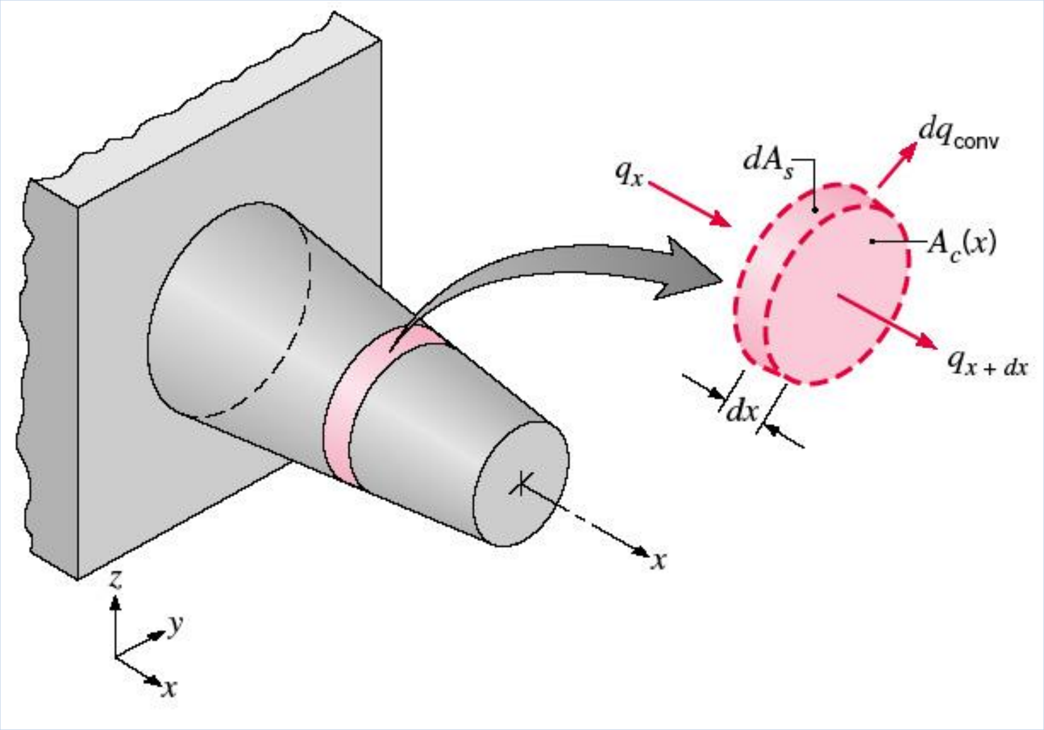


Fig. 4 – Configurações de aletas: (a) Aleta plana com seção transversal uniforme. (b) aleta plana com seção transversal não-uniforme . (c) Aleta anular. (d) aleta piniforme.

Transferência de calor em superfícies estendidas

- Equação das aletas.
- Vamos aplicar a lei da conservação da energia:



$$q_x = q_{x+dx} + dq_{conv} \quad (1)$$

Pela lei de Fourier:

$$q_x = -kA_{tr}\frac{dT}{dx}$$

A_{tr} = área da seção transversal.

Mas:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx}dx$$

$$q_{x+dx} = -kA_{tr}\frac{dT}{dx} - k\frac{d}{dx}\left(A_{tr}\frac{dT}{dx}\right)dx$$

Fig. 5 – Balanço de energia em uma superfície estendida, aleta.

Transferência de calor em superfícies estendidas

- A taxa de transferência de calor por convecção pode ser representada:

$$dq_{conv} = hdA_s(T - T_\infty)$$

Onde dA_s = é a área superficial do elemento diferencial.

- Substituindo as equações anteriores na equação de balanço de energia, temos:

$$\frac{d}{dx}\left(A_{tr}\frac{dT}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}(T - T_\infty) = 0$$

Ou

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_{tr}}\frac{dA_{tr}}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_{tr}}\frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}\right)(T - T_\infty) = 0 \ (2)$$

Aletas com seção transversal constante:

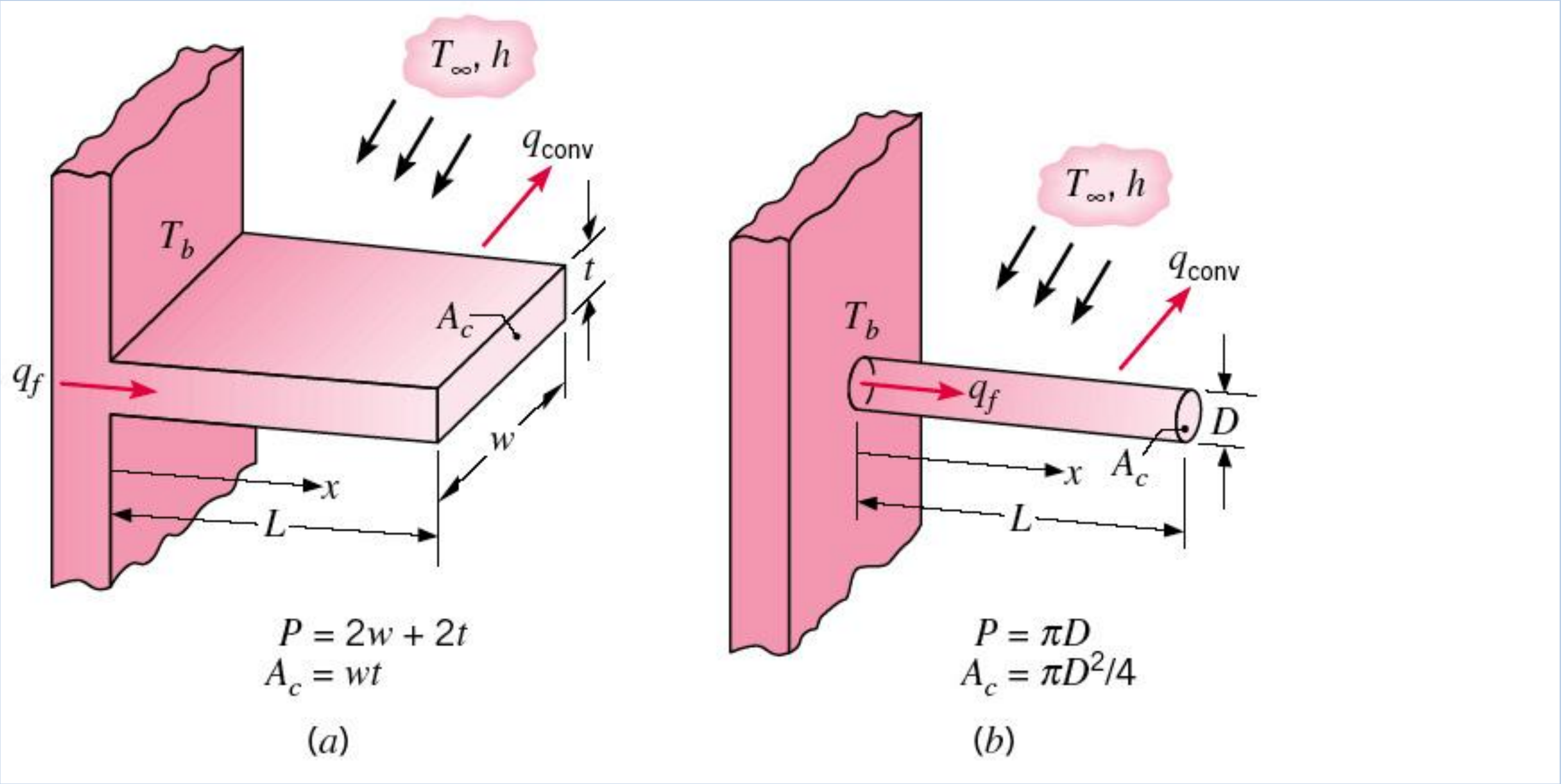


Fig. 6 - Aletas planas de seção transversal uniforme. (a) Aleta retangular. (b) Aleta piniforme.

$A_c = A_{tr}$ e P = Perímetro.

Transferência de calor em superfícies estendidas

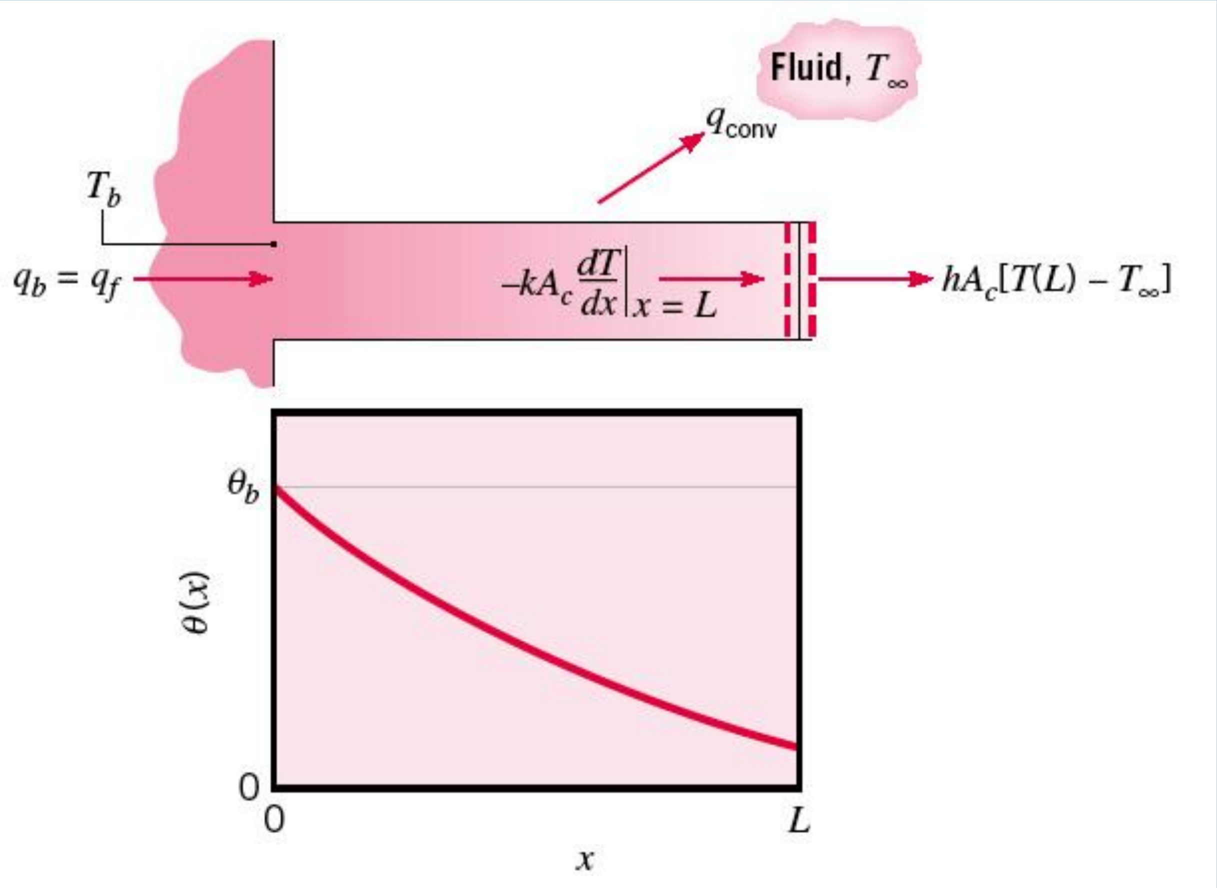
- **Aletas com seção transversal constante:**
- A_{tr} = é uma constante e A_s = Px.
- Onde A_s = é a área da superfície medida desde a base até x,
- E ***P*** é o perímetro.
- Consequentemente: $dA_{tr}/dx = 0$ e $dA_s/dx = P$.
- Portanto a equação (2) se reduz:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_{tr}}\left(T - T_\infty\right) = 0$$

- Para Simplificar a forma dessa equação vamos transformar

$$\theta_{(x)} \equiv T_{(x)} - T_\infty \qquad m^2 \equiv \left(\frac{hP}{kA_{tr}}\right) \qquad \boxed{\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0}$$

Equação de segunda ordem, linear e homogênea com coeficientes constantes.



Condução e convecção em uma aleta de seção transversal uniforme

Transferência de calor em superfícies estendidas

- **Aletas com seção transversal constante:**
- Solução:

$$\theta_{(x)} = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

- Determinando as constantes:
- CC1 – Para x = 0 $T_{(x)} = T_b$ = temp. da base.

$$\theta_{(b)} = C_1 + C_2$$

- CC2 – Para x = L, temos: Várias condições:

A - Convecção: $-kd\theta / dx|_{x=L} = h\theta(L)$

B - Adiabático: $d\theta / dx|_{x=L} = 0$

C - Temperatura especificada: $\theta(L) = \theta_L$

D - Aleta Longa (mL>2.65): $\theta(L) = 0$

Tabela1 – Distribuição de temperatura e perda de calor para aletas de seção transversal uniforme.

Case	Tip Condition ($x = L$)	Temperature Distribution θ/θ_b		Fin Heat Transfer Rate q_f	
A	Convection heat transfer: $h\theta(L) = -kd\theta/dx\vert_{x=L}$	$\dfrac{\cosh m(L-x) + (h/mk)\sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$	(3.70)	$M\dfrac{\sinh mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$	(3.72)
B	Adiabatic $d\theta/dx\vert_{x=L} = 0$	$\dfrac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$	(3.75)	$M\tanh mL$	(3.76)
C	Prescribed temperature: $\theta(L) = \theta_L$	$\dfrac{(\theta_L/\theta_b)\sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$	(3.77)	$M\dfrac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\sinh mL}$	(3.78)
D	Infinite fin ($L \rightarrow \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx}	(3.79)	M	(3.80)

$\theta \equiv T - T_\infty$ $\qquad m^2 \equiv hP/kA_c$

$\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$ $\qquad M \equiv \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b$

Desempenho das aletas

- A utilização das aletas evidencia o aumento da transferência de calor através do aumento da área superficial efetiva.
- Aleta também evidencia uma resistência condutiva à transferência de calor na superfície original.
- Não existe qualquer garantia que a taxa de calor irá aumentar com o uso de aletas.
- Dessa forma será necessário fazer um estudo para verificar se a utilização da aleta será conveniente.

- Efetividade da aleta (ε_a)
- Eficiência da aleta (η_a)

Desempenho das aletas

- Efetividade da aleta (ε_a)

É a razão entre a taxa de transferência de calor da aleta e a taxa de transferência de calor que existiria sem a presença da aleta.

$$\varepsilon_{f(a)} \equiv \frac{q_f}{hA_{c,b}\theta_b}$$

- Eficiência da aleta (η_a)

É a relação entre a taxa de calor transferida pela aleta e a máxima taxa de transferência de calor possível (Imaginária) de ser transmitida.

$$\eta_f \equiv \frac{q_f}{q_{f,\max}} = \frac{q_f}{hA_f\theta_b}$$

O máximo calor transferido pela aleta seria obtido , se a aleta estivesse à temperatura da base em toda a sua extensão. Isso é impossível.

Desempenho das aletas

- Eficiência da aleta (η_a)

Para uma aleta plana com seção transversal uniforme e extremidade adiabática (caso B), temos:

$$\eta_{a(f)} = \frac{M \tanh mL}{hPL\theta_b} = \frac{\tanh mL}{mL}$$

- Resistência da aleta

$$R_{t,a} = \frac{\theta_b}{q_a}$$

Podemos relacionar a resistência com efetividade

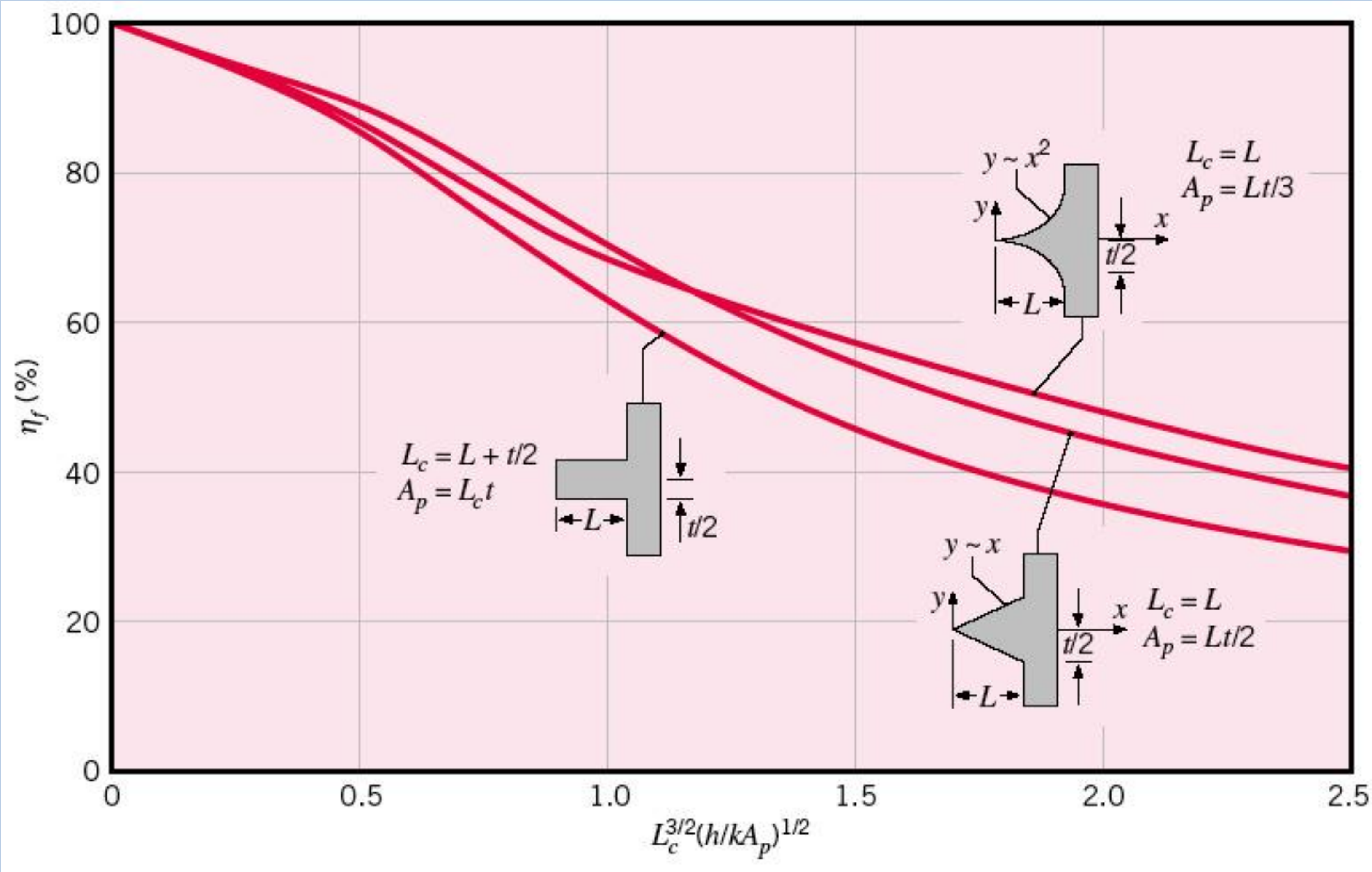
$$\varepsilon_a = \frac{R_{t,b}}{R_{t,a}}$$

Desempenho das aletas

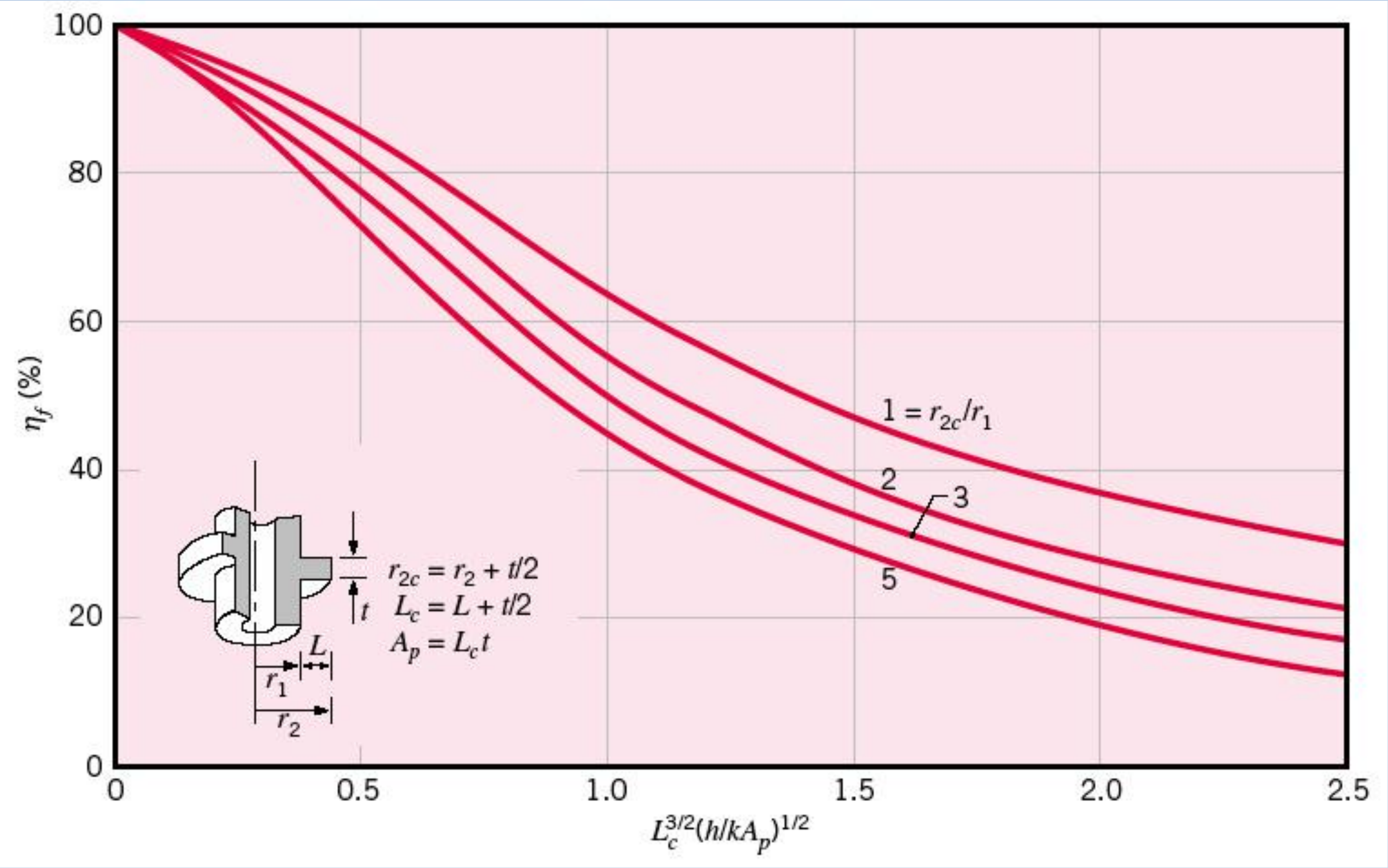
- Relação entre efetividade e eficiência.

$$\varepsilon_{a(f)} = \frac{q_f}{q_{\text{base sem aleta}}} = \frac{\eta_f q_{\max}}{q_{\text{base sem aleta}}} = \frac{\eta_f A_{\text{sup.}aleta}}{A_{\text{base sem aleta}}}$$

- Podemos utilizar o gráfico de algumas aletas padrões com o comprimento corrigido. Com extremidade não-adiabática.
- Ex: $L_c = L + (t/2)$ para aleta retangular.
- $L_c = L + (D/2)$ para uma aleta piniforme



Eficiência de aletas planas (retangular, triangular e parabólico).



Eficiência de aletas anulares de perfil retangular.

Eficiências de aletas comuns.

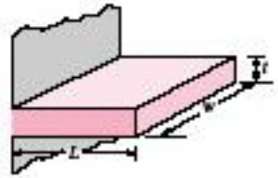
Straight Fins

Rectangular[a]

$A_f = 2wL_c$

$L_c = L + (t/2)$

$A_p = tL$

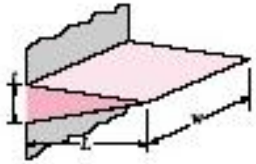


$$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

Triangular[a]

$A_f = 2w[L^2 + (t/2)^2]^{1/2}$

$A_p = (t/2)L$



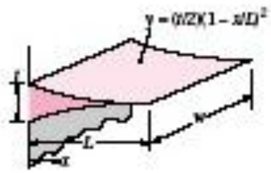
$$\eta_f = \frac{1}{mL}\frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$

Parabolic[a]

$A_f = w[C_1L + (L^2/t)\ln(t/L + C_1)]$

$C_1 = [1 + (t/L)^2]^{1/2}$

$A_p = (t/3)L$



$$\eta_f = \frac{2}{[4(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1}$$

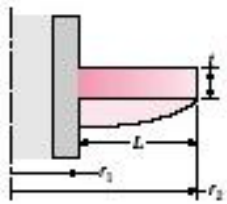
Circular Fin

Rectangular[a]

$A_f = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)$

$r_{2c} = r_2 + (t/2)$

$V = \pi(r_2^2 - r_1^2)t$



$$\eta_f = C_2\frac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$$

$$C_2 = \frac{(2r_1/m)}{(r_{2c}^2 - r_1^2)}$$

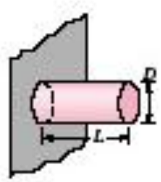
Pin Fins

Rectangular[b]

$A_f = \pi DL_c$

$L_c = L + (D/4)$

$V = (\pi D^2/4)L$

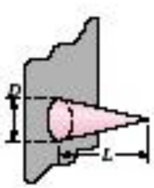


$$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

Triangular[b]

$A_f = \frac{\pi D}{2}[L^2 + (D/2)^2]^{1/2}$

$V = (\pi/12)D^2L$



$$\eta_f = \frac{2}{mL}\frac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)}$$

Eficiência global da superfície η_0

- A eficiência global da superfície caracteriza um conjunto de aletas e a superfície base na qual ele está fixado.

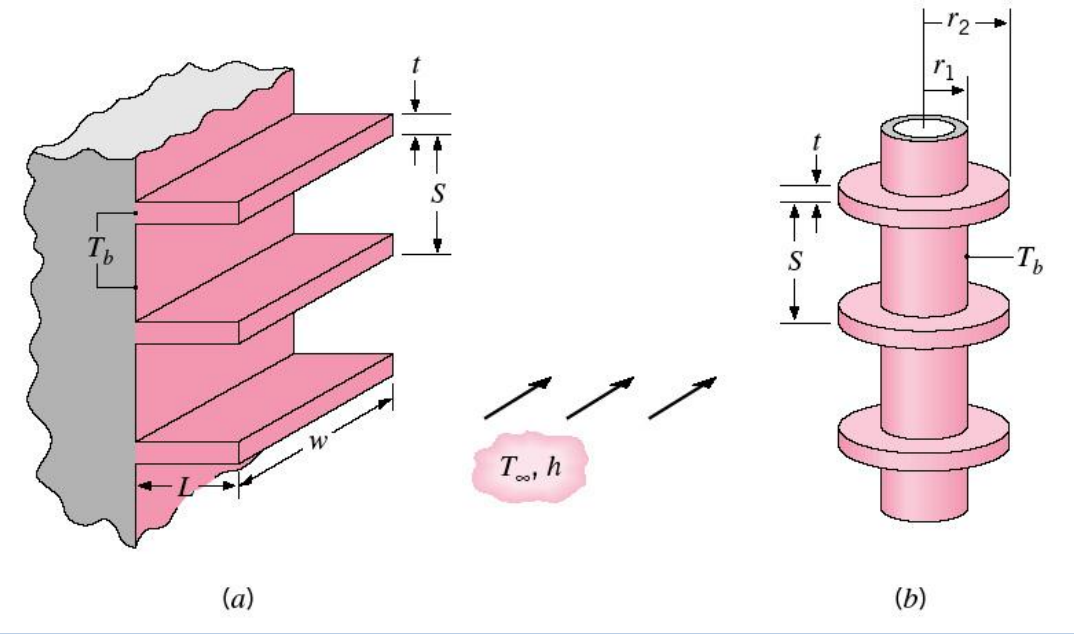
$$\eta_0 = \frac{q_t}{q_{\max}} = \frac{q_t}{hA_t\theta_b}$$

$$A_{total} = NA_a + A_{bsa}$$

A taxa total de transferência de calor

$$q_{total} = N\eta_a hA_a\theta_b + hA_b\theta_b = \eta_0 hA_{total}\theta_b = \frac{\theta_b}{R_{t,0}}$$

$$\eta_0 = 1 - \frac{NA_a}{A_t}(1-\eta_a)$$

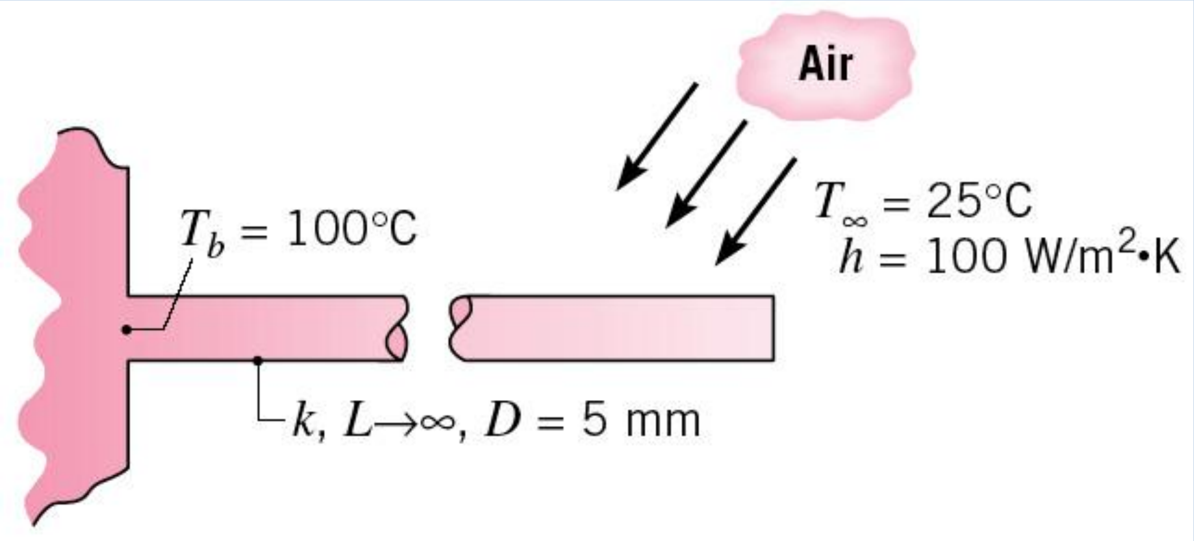


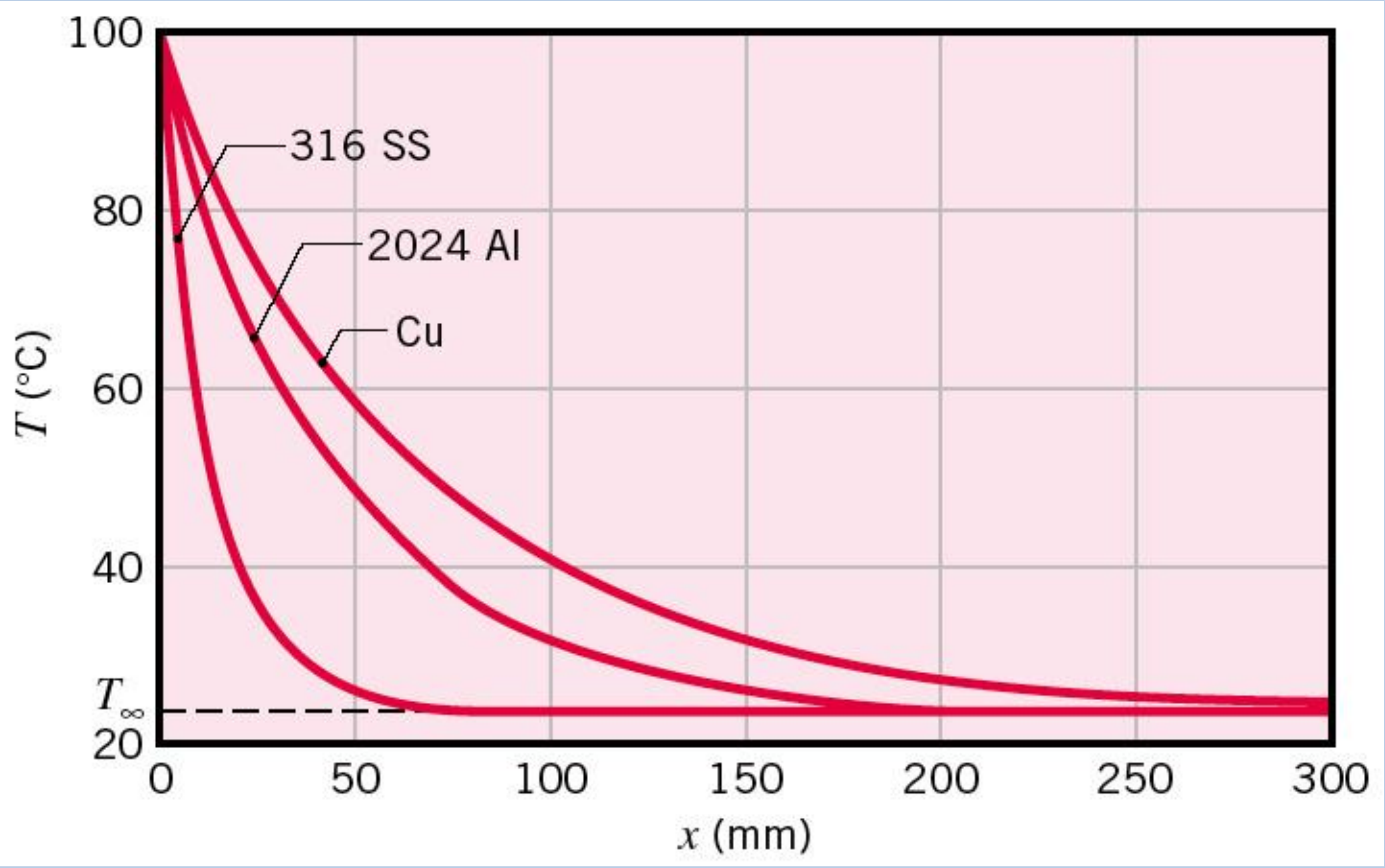
Conjunto representativo de aletas.

Exercício:

1) Um bastão muito longo, com 5 mm de diâmetro, tem uma de suas extremidades mantida a 100 °C. A superfície do bastão está exposta ao ar ambiente a 25 °C com coeficiente de transferência de calor por convecção de 100 W/(m^2.K). Determine:

a. A distribuição da temperatura ao longo de bastões construídos de cobre puro, liga de alumínio 2024 e aço inoxidável AISI 316. Quais são as respectivas perdas de calor nos bastões?
b. Estime o comprimento que devem ter os bastões para que a hipótese de comprimento infinito forneça uma estimativa precisa para a perda de calor.

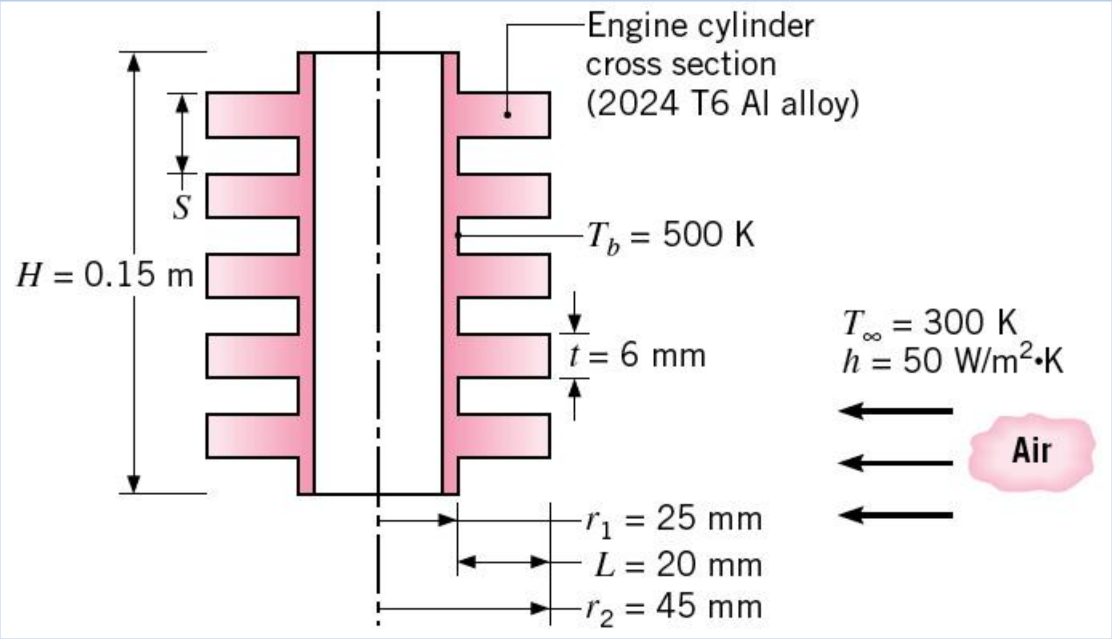




Distribuição da temperatura (T) em função da posição (x) para diversos metais

Exercício:

2) O cilindro do pistão do motor de uma motocicleta é construído em liga de alumínio 2024-T6, tendo uma altura H = 0,15 m e um diâmetro externo D = 50 mm. Sob condições típicas de operação, a superfície externa do cilindro está a uma temperatura de 500 K e encontra-se exposta ao ar ambiente a 300 K, com um coeficiente convectivo de 50 W/(m^2.K). Aletas anulares são fundidas integralmente com o cilindro para aumentar a transferência de calor para a vizinhança. Considere cinco destas aletas, com espessura t = 6 mm, comprimento L = 20 mm e igualmente espaçadas. Qual é o aumento na taxa de transferência de calor devido ao uso das aletas? Dados: k = 186 W/m.K



- Regime estacionário.
- Unidimensional.
- Propriedades constantes

Resolução:

$$q_t = hA_t\left[1-\frac{NA_a}{A_t}(1-\eta_a)\right]\theta_b$$

Temos que calcular a η_a da aleta.

$\eta_a = 0{,}95$

$$\mathrm{q}_t = 50W(m^2.K)\times 0{,}0716m^2\left[1-\frac{0{,}0527m^2}{0{,}0716m^2}0{,}05\right]200K = 690W$$

Sem aletas a taxa seria:

$$\mathrm{q}_{\text{sem aleta}} = h(2\pi r_1 H)\theta_b$$

$$\mathrm{q}_{\text{sem aleta}} = 50W(m^2.K)(2\pi\times 0{,}025m\times 0{,}15m)200K = 236W$$

$$\Delta q = q_t - \mathrm{q}_{\text{sem aleta}} = 690 - 236 = 454W$$

Embora as aletas aumentem significativamente a transfer6encia de calor no cilindro, uma melhora considerável poderia ainda ser obtida pelo aumento do número de aletas.

Podemos calcular q_t em função de N.

Vamos fixar as espessura em t = 6 mm. Aumentar o número de aletas pela diminuição do espaçamento entre elas.

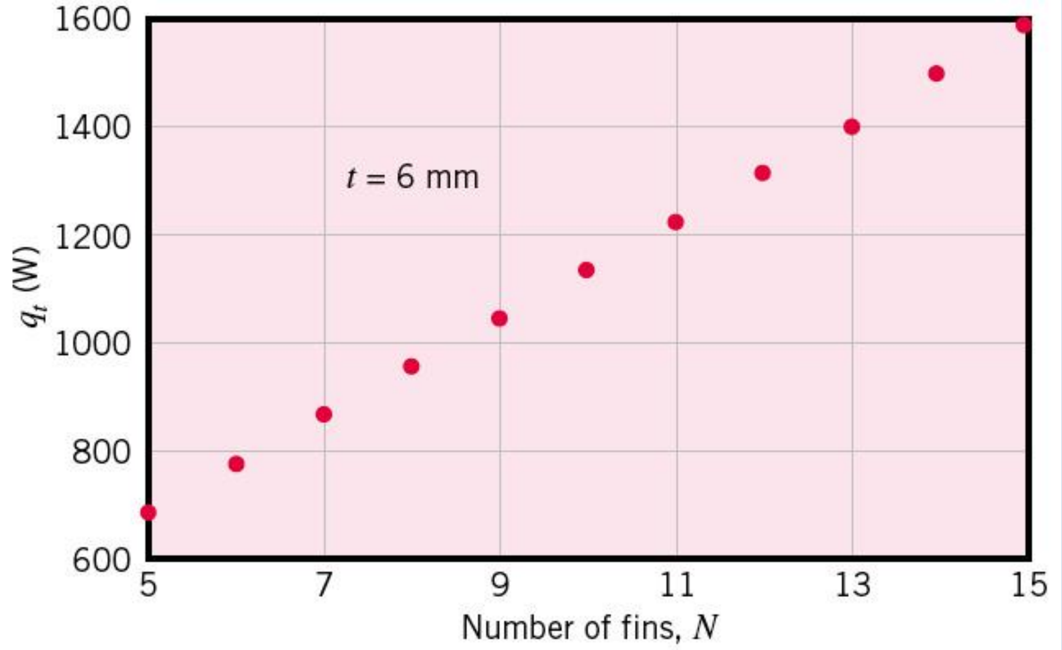
Arbitrar 2 mm de espaço entre as extremidades do cilindro e 4 mm entre as aletas:

O número máximo de aletas será:

N = H/S = 0,15m/(0,004+0,006)m

N= 15.

Dessa forma podemos calcular a taxa total e plotar o gráfico q_t x N.



O número de aletas também poderia ser aumentado pela redução da espessura das aletas. Se o espaçamento entre elas fosse fixado em (S - t) = 4 mm e os limites de fabricação exigissem espessura mínima de 2 mm, até N = 25 aletas poderiam ser acomodadas. Podemos calcular a taxa em função de N novamente.

Obs. Considerando que h (coeficiente de convecção não varia com o aumento da quantidade de aletas).