Aula 3 de FT II

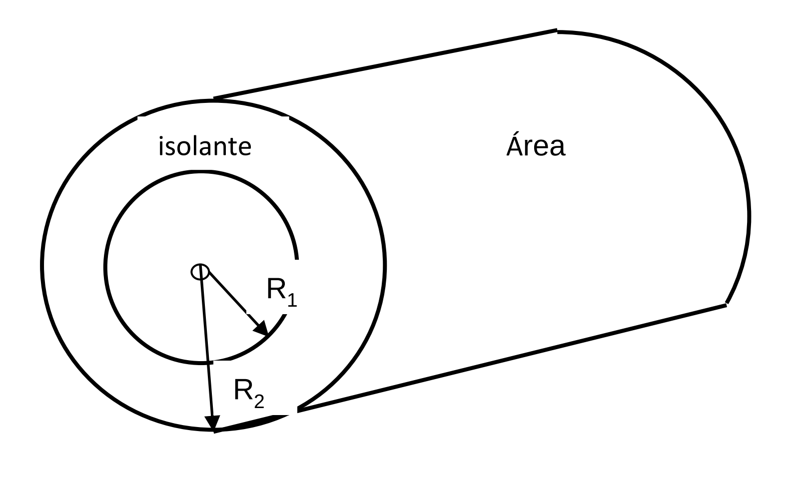
Prof. Geronimo

Raio crítico de isolamento

- O conceito de raio crítico de isolamento, é introduzido para geometrias onde a área de troca de calor varia com uma dimensão especificada. Por exemplo transferência de calor radial em cilindros. Como a área é genericamente dada por A = 2πrL, se aumentarmos o valor do raio, teoricamente aumenta-se a área?
- Como a condução é dada por:

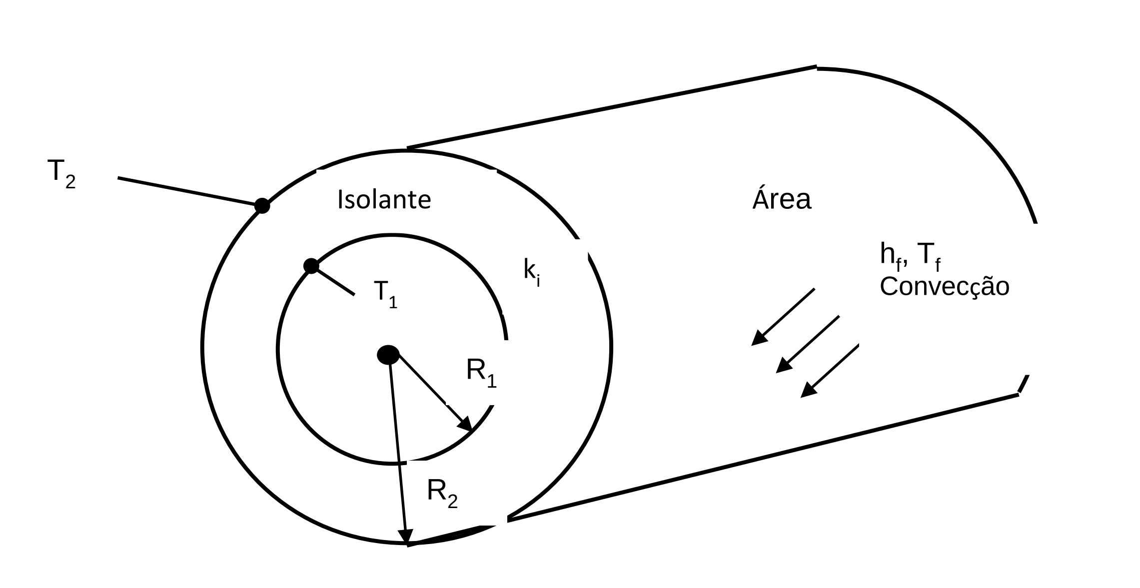
$$q_r = -kA\frac{dT}{dr} \;\rightarrow\; q_r = -k2\pi rL\frac{dT}{dr}$$

- Significa que se for dado um tubo e colocar-se isolamento no mesmo pode-se aumentar a troca de calor em vez de diminuir.



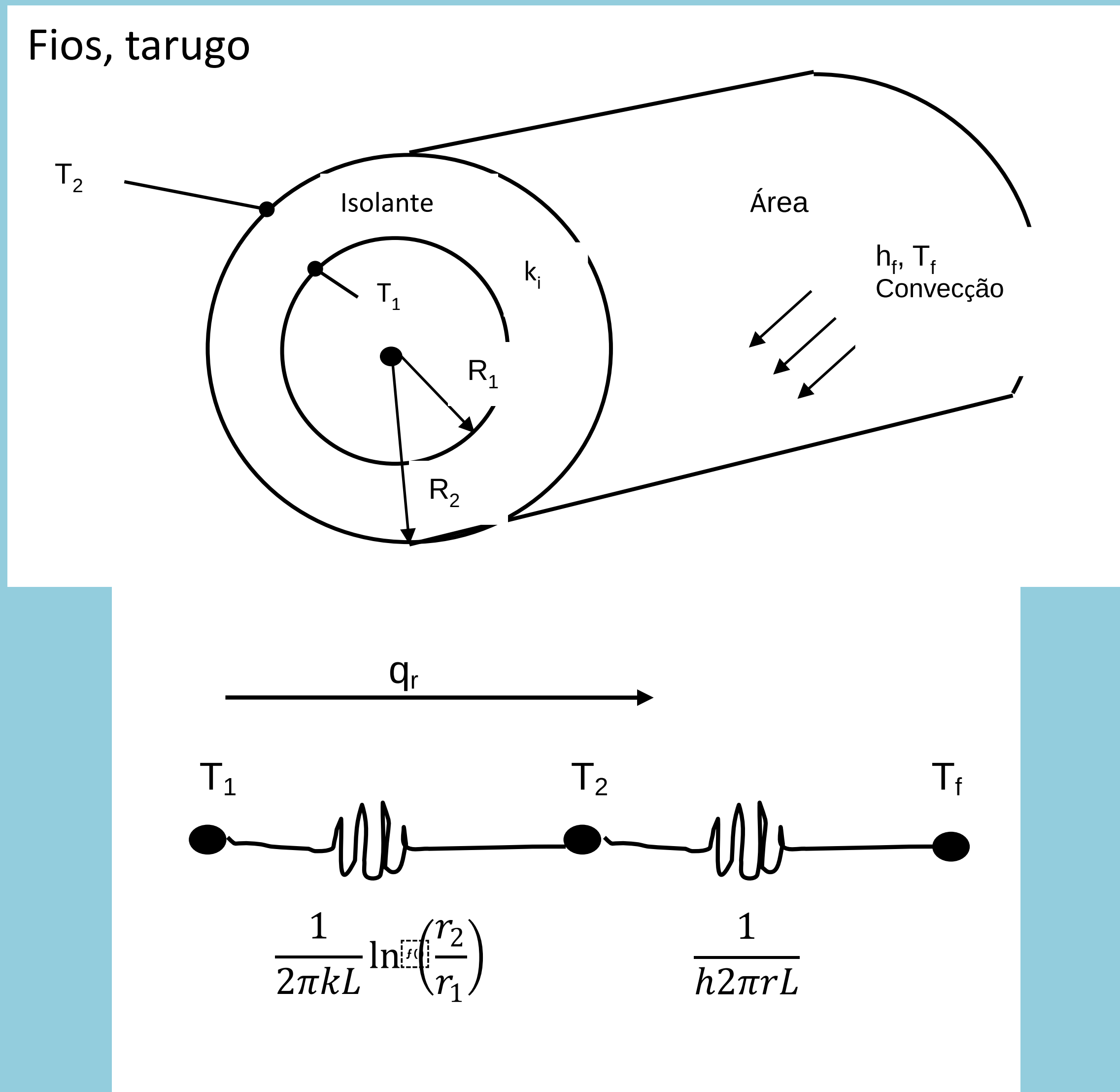
Raio crítico de isolamento

- Considerando a seguinte notação:
- R_1 – Raio interno do isolamento (posição do raio na superfície interna do isolante).
- k_i – Condutividade térmica do isolante.
- T_1 – Temperatura na superfície interna do isolante.
- T_2 – Temperatura na superfície externa do isolante, temp. na parede externa.
- h – Coeficiente de convecção do fluído (ar ambiente).
- T_f – Temperatura do fluído.



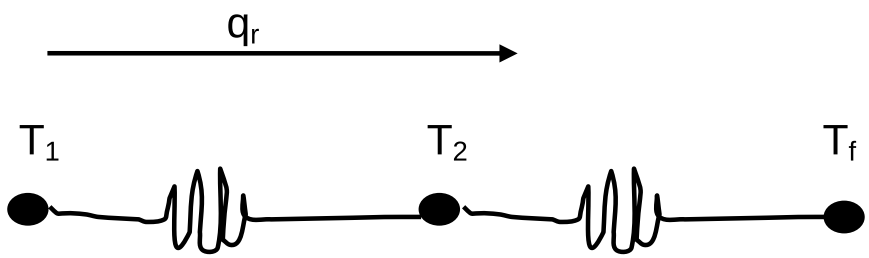
Raio crítico de isolamento

- O circuito térmico correspondente ao circuito elétrico para um fio, tarugos.



Raio crítico de isolamento

- Calculando, temos:



$$\frac{1}{2\pi kL}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \qquad \frac{1}{h2\pi rL}$$

$$R'_{tot} = \frac{\ln\left(r/r_i\right)}{2\pi k} + \frac{1}{2\pi r h_f}$$

- Uma espessura de isolamento ótima poderia ser associada ao valor de r que minimiza q’ ou maximiza R'_{tot} . Tal valor pode ser obtido pela exigência de:

$$\frac{dR'_{tot}}{dr} = 0$$

$$Assim:$$

$$\frac{1}{2\pi kL} - \frac{1}{2\pi r^2 h} = 0 \quad \text{ou} \quad r = \frac{k}{h}$$

Raio crítico de isolamento

- Para determinar o valor máximo ou mínimo da resistência total é necessário avaliar a derivada segunda.

$$\frac{d^2 R'_{tot}}{dr^2} = -\frac{1}{2\pi k r^2} + \frac{1}{\pi r^3 h}$$

ou em r = k/h,

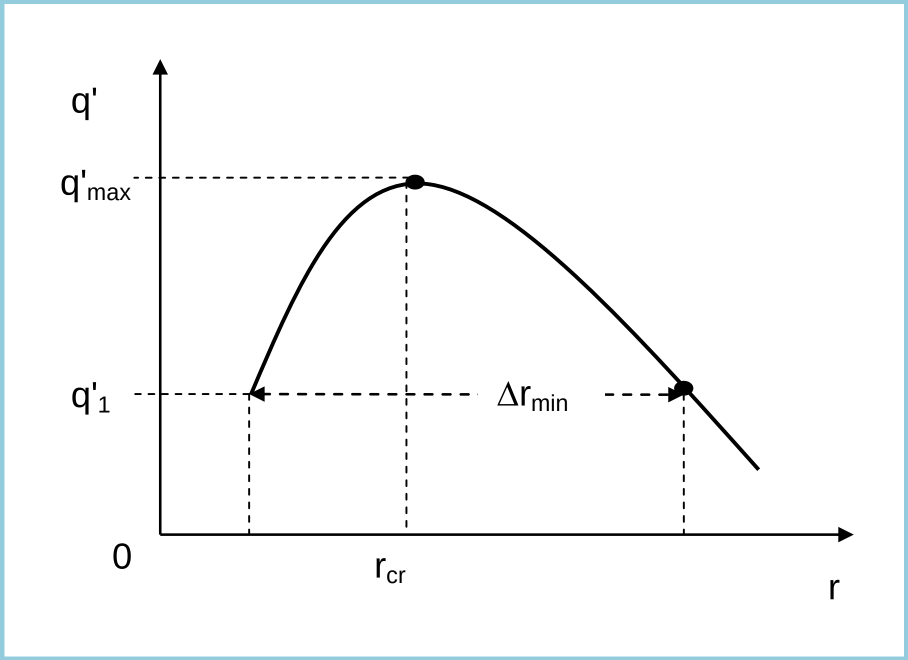
$$\frac{d^2 R'_{tot}}{dr^2} = \frac{1}{\pi (k/h)^2}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{2k}\right) = \frac{1}{2\pi k^3/h^2} > 0$$

- Como esse resultado é sempre positivo, tem-se que r = k/h é o raio do isolante para o qual a resistência total é um mínimo e não um máximo. Logo uma *espessura ótima não existe*.
- Como resultado anterior, faz mais sentido dizer que o ***raio crítico de isolamento*** é:

$$\boxed{r_{cr} \equiv \frac{k_{iso}}{h_f}}$$

Raio crítico de isolamento

- Dessa forma, o raio crítico de isolamento maximiza a transferência de calor no qual q' aumenta com o aumento de r até o raio crítico r_{cr} e diminui após o raio crítico. Quanto o raio for crítico o ponto é máximo para q'.



- **Caso 1:** Se $r_{cr} > r_i$ então q aumenta até um máximo no ponto $r = r_{cr}$ e a partir daí a taxa decresce até o valor inicial (sem isolamento). Somente depois do ponto inicial é que a taxa será menor do que sem isolamento.
- **Caso 2**: Se $r_{cr} < r_i$ então para qualquer espessura do isolamento colocado, a taxa de transferência de calor (q) decresce.

Exercícios

1 – Determine o raio crítico em cm para um tubo com asbestos com condutividade térmica k_{iso} = 0,208 W/(mK), se o coeficiente externo de transferência de calor é 8,51 W/(m^2.K). Plote o gráfico q' x r para o sistema se r_i = 1,3 cm, T_i = 121 °C, T_f = 21 °C, com faixa de r = 1,3 cm até r = 6,0 cm. Determine a espessura mínima do isolante.

- Solução:

$$r_{cr} = \frac{k_{iso}}{h_f} = \frac{0,208}{8,51} = 0,0244(m) = 2,44cm$$

- Raio crítico é maior do que o raio interno. Caso 1. Portanto vamos analisar o gráfico.

$$\frac{q}{L} = q' = \frac{2\pi(T_i - T_f)}{\frac{1}{k_{iso}}\ln\left(\frac{r}{r_i}\right) + \frac{1}{hr}} = \frac{2\pi(121-21)}{\frac{1}{0,208}\ln\left(\frac{r}{1,3.10^{-2}}\right) + \frac{1}{8,51r}}$$

Exercícios

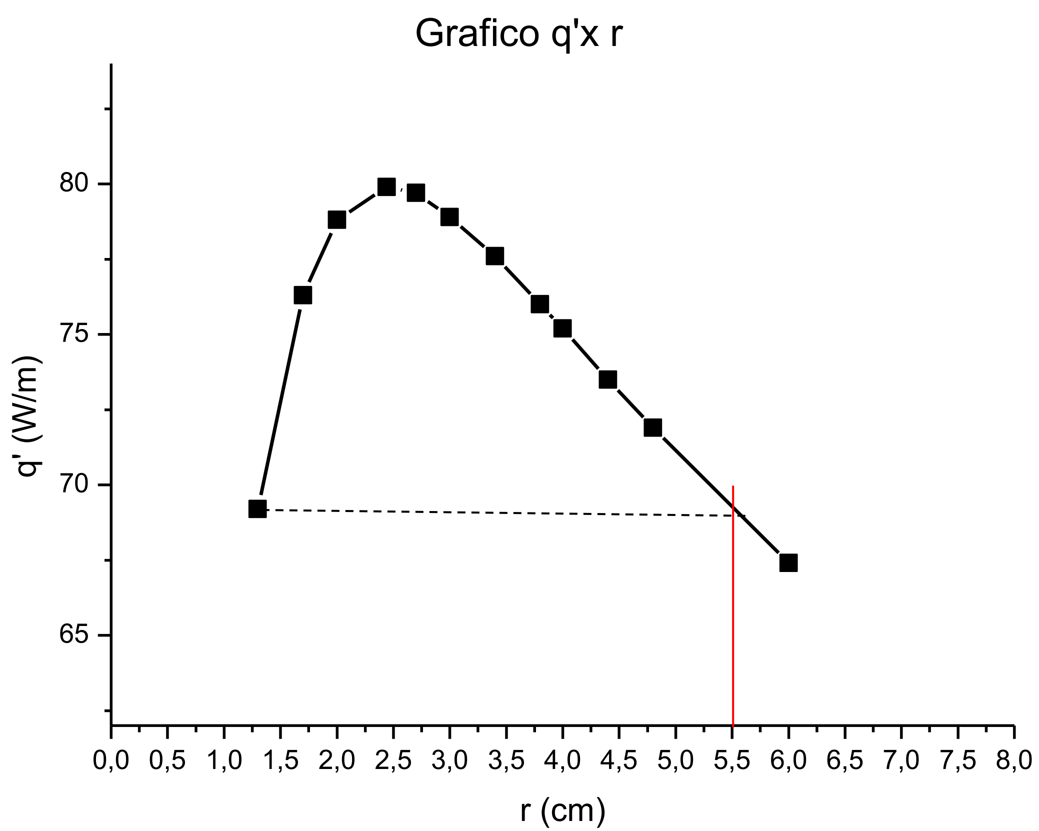
- Calculando a taxa, temos:

$$q' = \frac{628,3}{4,81\ln\left(76,9r\right) + \frac{0,118}{r}}$$

- Vamos calcular os pontos do gráfico.

r.10^{+2} (m)	1,30	1,70	2,00	2,44	2,70	3,00	3,40	3,80	4,00	4,40	4,80	6,00
q‘ (w/m)	**69,2**	**76,3**	**78,8**	**79,9**	**79,7**	**78,9**	**77,6**	**76,0**	**75,2**	**73,5**	**71,9**	**67,4**

- Vamos “plotar” o gráfico



De acordo com o gráfico a colocação do isolamento começa para r = 1,3 cm, e a taxa q‘ aumenta até o raio crítico, r_c = 2,44 cm, e a partir daí decresce, mas assim mesmo ainda é maior que a taxa sem isolamento, até atingir um valor r = 5,5 cm. Ou seja, Para colocar um isolamento nesse material é necessário uma espessura de no mínimo [5,5 – 1,3] = 1,42 cm de isolamento.

2 – Vapor de água saturado, a 175 °C, escoa através de um longo tubo de aço, de 20 cm de diâmetro externo, exposto a uma fonte corrente de ar a 25 °C. A taxa de transferência de calor por comprimento do tubo foi determinada experimentalmente em 80 W/m. Deseja-se reduzir as perdas de calor em 50% (ou mais) utilizando um isolante de condutividade térmica 0,05 W/(m°C). Se o isolante for disponível em camadas de 10 cm de espessura, quantas camadas serão necessárias? Desconsidere as resistências térmicas no filme de condensado (no interior do tubo) e na parede metálica do tubo; suponha que o coeficiente de transferência de calor entre o ar e o tubo, com e sem o isolamento, é o mesmo.

3 - Um tubo, de diâmetro De = 50 mm (diâmetro externo) e espessura de 8 mm, escoa óleo e a temperatura interna do tubo é 90 °C. Esse tubo deve ser recoberto por um isolante de amianto, com condutividade térmica k = 0,15 W/(m°C). Sendo o coeficiente de transferência de calor externo h_∞ = 60 W/(m^2°C) e a temperatura ambiente T = 25 °C. Determine:

a. Justifique se é conveniente isolar o tubo.

b. A perda de calor por metro de tubo com 150 mm de espessura do isolante.