Operações Unitárias Experimental II

Prof. Gerônimo

EMENTA:

Destilação Diferencial - Descrição do processo e aplicações - Equacionamento do processo - Práticas em laboratório.
Filtração - Princípios de filtração - Filtração contínua - Filtração descontínua a pressão constante - Filtração descontínua a vazão constante - Cálculos em filtração - Equipamentos - Práticas em laboratório

Avaliação

P = Prova teórica
R = Relatório experimental (Destilação e Filtração)
MR = Média dos relatórios

Critério
A média do período será MP = P*0,6 + MR*0,4

Recuperação – Prova.

BIBLIOGRAFIA:

1) Operações Unitárias Foust et. al Ed. Guanabara Dois.
2) Operações Básicas de Engenharia Química Mc Cabe/Smith Editorial Reverté S/A.
3) Ingenieria Química Brown, George G. Editorial Marín S/A.
4) Manual de Engenharia Química Perry/Chilton Ed. Guanabara Dois.

Nas primeiras três semanas aulas teóricas depois, formação de grupos e aulas experimentais.

DESTILAÇÃO

Operação baseada na separação de misturas homogêneas (miscíveis) por volatilização parcial da mesma. A separação ocorre devido às diferenças de volatilidade.

O vapor gerado, em equilíbrio com o líquido, é mais "rico" (concentrado) no componente mais volátil em relação à mistura inicial.

Realizada em condições de equilíbrio líquido-vapor.

Pode ser realizado em um único ou múltiplo estágios.

Principais Modalidades:

Destilação diferencial (batelada);
Destilação flash;
Destilação com retificação (Contínuo – multiestágio)
Extração por solvente.

Destilação em um único estágio

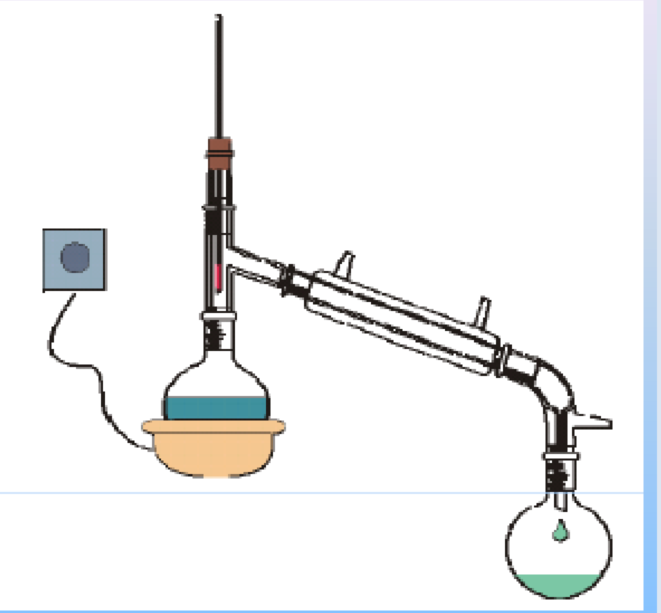
DESTILAÇÃO SIMPLES (BATELADA)

-BAIXA EFICIÊNCIA (UM ÚNICO ESTÁGIO)

-NORMALMENTE UTILIZADA COMO UMA ETAPA INICIAL DE REMOÇÃO DE COMPONENTES MAIS VOLÁTEIS.

-UTILIZADA EM ESCALA DE BANCADA, POR SER DE SIMPLES OPERAÇÃO E BAIXO CUSTO DE IMPLEMENTAÇÃO.

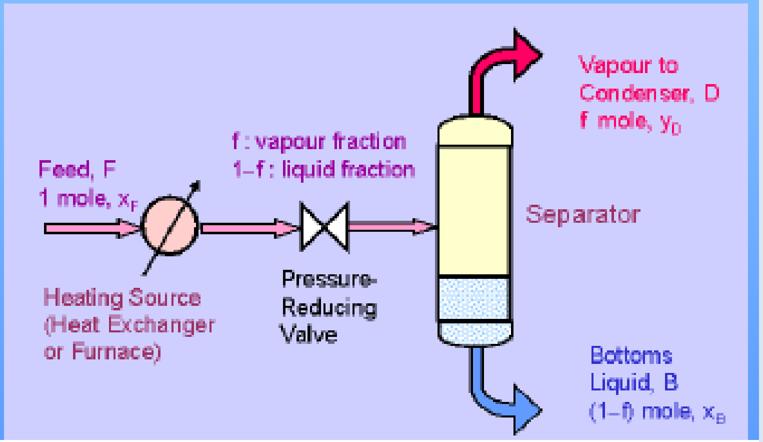
-UTILIZADA TAMBÉM NA INDÚSTRIA DE BEBIDAS.



DESTILAÇÃO FLASH (CONTÍNUA)

-BAIXA EFICIÊNCIA (UM ÚNICO ESTÁGIO)

-NORMALMENTE UTILIZADA COMO UMA ETAPA AUXILIAR À OUTRA OPERAÇÃO DE DESTILAÇÃO



Destilação de múltiplos estágios

-PODEM SER OPERADAS EM BATELADA OU DE FORMA CONTÍNUA;

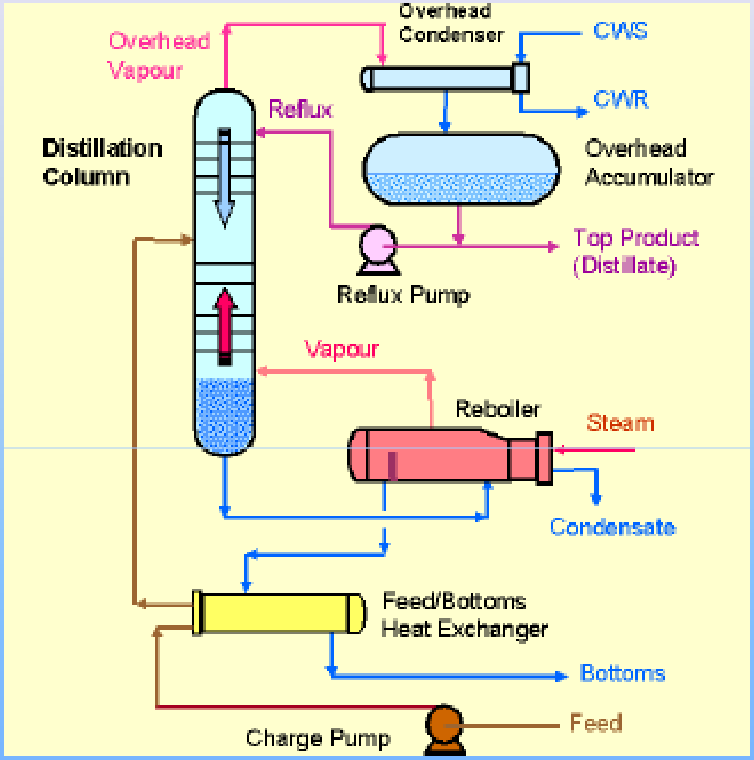
-MELHOR EFICIÊNCIA DE SEPARAÇÃO;

-VÁRIAS FORMAS DE OPERAÇÃO;

-PODEM SER RETIRADAS FRAÇÕES DE DIFERENTES CONCENTRAÇÕES NA COLUNA, POSSIBILITANDO A OBTENÇÃO DE DIFERENTES PRODUTOS EM UMA ÚNICA COLUNA;

-CONCENTRAÇÃO DE MAIS VOLÁTEIS AUMENTA EM DIREÇÃO AO TOPO DA COLUNA;

-AMPLA APLICAÇÃO INDUSTRIAL.

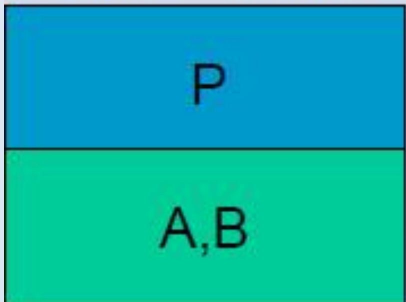


Os métodos de separação diferem um do outro pelo modo de conduzir a operação e pelo tipo de equipamento utilizado, porém todos estão baseados por um mesmo princípio:

o vapor produzido por uma dada mistura está geralmente mais concentrado, com relação ao mais volátil, do que o líquido.

CONCEITOS BÁSICOS DE EQUILÍBRIO LÍQUIDO-VAPOR PARA MISTURAS BINÁRIAS IDEAIS

CONSIDERE UMA MISTURA, EM EQUILÍBRIO LÍQUIDO-VAPOR, DOS COMPONENTES A E B EM UM RESERVATÓRIO FECHADO.



LEI DE DALTON:
$P=P_A+P_B$

LEI DE RAOULT:
$P_A=P_A^o x_A$
$P_B=P_B^o x_B$

MISTURA BINÁRIA:
$x_A+x_B=1$; $y_A+y_B=1$

SENDO:
P=PRESSÃO TOTAL DO SISTEMA
P_A = PRESSÃO PARCIAL DE A
P_B = PRESSÃO PARCIAL DE B
P_A^o = PRESSÃO DE VAPOR DE A
P_B^o = PRESSÃO DE VAPOR DE B
x_A = FRAÇÃO MOLAR DE A NA FASE LÍQUIDA
x_B = FRAÇÃO MOLAR DE B NA FASE LÍQUIDA
y_A = FRAÇÃO MOLAR DE A NA FASE VAPOR
y_B = FRAÇÃO MOLAR DE B NA FASE VAPOR

CONCEITOS BÁSICOS DE EQUILÍBRIO LÍQUIDO-VAPOR PARA MISTURAS BINÁRIAS IDEAIS

A PARTIR DAS LEIS DE DALTON E DE RAOULT, É POSSÍVEL OBTER A FRAÇÃO MOLAR DE UM DOS COMPONENTES A PARTIR DOS VALORES DAS PRESSÕES DE VAPOR E DA PRESSÃO TOTAL NO SISTEMA.

$x_A=(P-P_B^0)/(P_A^o-P_B^o)$;

A FRAÇÃO MOLAR DE A NA FASE VAPOR PODE SER CALCULADA A PARTIR DA SEGUINTE RELAÇÃO:

$y_A = P_A/P = (P_A^o\, x_A) / P$

DEFINE-SE A VOLATILIDADE RELATIVA DE A PARA B (α_{AB}) COMO SENDO:

$\alpha_{AB}=P_A^o/P_B^o=[y_A(1-x_A)] / [x_A(1-y_A)]$

Podemos calcular a volatilidade relativa utilizando as frações molares da fase vapor ou líquida.

$$\alpha = \left[\frac{y_a}{1-y_a}\right].\left[\frac{1-x_a}{x_a}\right]$$

$$\alpha_{a,b} = \frac{P_a}{P_b} = \left[\frac{y_a}{x_a}\frac{x_b}{y_b}\right] = \left[\frac{y_a}{x_a}\right].\left[\frac{1-x_a}{1-y_a}\right]$$

CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DO DIAGRAMA TEMPERATURA VERSUS COMPOSIÇÃO PARA UMA MISTURA BINÁRIA IDEAL

PARA A CONSTRUÇÃO DO DIAGRAMA TEMPERATURA VERSUS COMPOSIÇÃO, DEVE-SE CONHECER A PRESSÃO DE VAPOR DE CADA COMPONENTE DA MISTURA EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA.

UMA EQUAÇÃO ÚTIL PARA DETERMINAR A PRESSÃO DE VAPOR DE UM DETERMINADO COMPONENTE EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA É A EQUAÇÃO DE ANTOINE:

$$Log P_i^0 (mmHg) = A - \frac{B}{C + T(°C)}$$

ONDE A, B, e C SÃO AS CONSTANTES DA EQUAÇÃO DE ANTOINE PARA UM DETERMINADO COMPONENTE DA MISTURA.

CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DO DIAGRAMA TEMPERATURA VERSUS COMPOSIÇÃO PARA UMA MISTURA BINÁRIA IDEAL

EXEMPLO: PARA A MISTURA METANOL-ETANOL A 760 mmHg

	METANOL (A)	ETANOL (B)
A	8,07240	8,21330
B	1574,990	1652,050
C	238,870	231,480
$T_{eb.}$(ºC)	64,5	78,3

CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DO DIAGRAMA TEMPERATURA VERSUS COMPOSIÇÃO PARA UMA MISTURA BINÁRIA IDEAL

TABELA DE RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DO EQUACIONAMENTO

T (ºC)	$P_A^o=10\wedge[A_A-B_A/(C_A+T)]$	$P_B^o=10\wedge[A_B-B_B/(C_B+T)]$	$x_A=(P-P_B^o)/(P_A^o-P_B^o)$	$y_A=P_A^o x_A/P$
64.5	760	428	1.00	1.00
65	775	438	0.96	0.97
66	806	457	0.87	0.92
67	838	477	0.78	0.86
68	871	498	0.70	0.81
69	905	519	0.62	0.74
70	940	541	0.55	0.68
71	976	564	0.47	0.61
72	1014	588	0.40	0.54
73	1053	613	0.33	0.46
74	1092	639	0.27	0.38
75	1134	665	0.20	0.30
76	1176	693	0.14	0.22
77	1220	721	0.08	0.13
78	1265	750	0.02	0.03
78.3	1278	760	0.00	0.00

CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DO DIAGRAMA TEMPERATURA VERSUS COMPOSIÇÃO PARA UMA MISTURA BINÁRIA IDEAL

DIAGRAMA TEMPERATURA VERSUS COMPOSIÇÃO OBTIDO

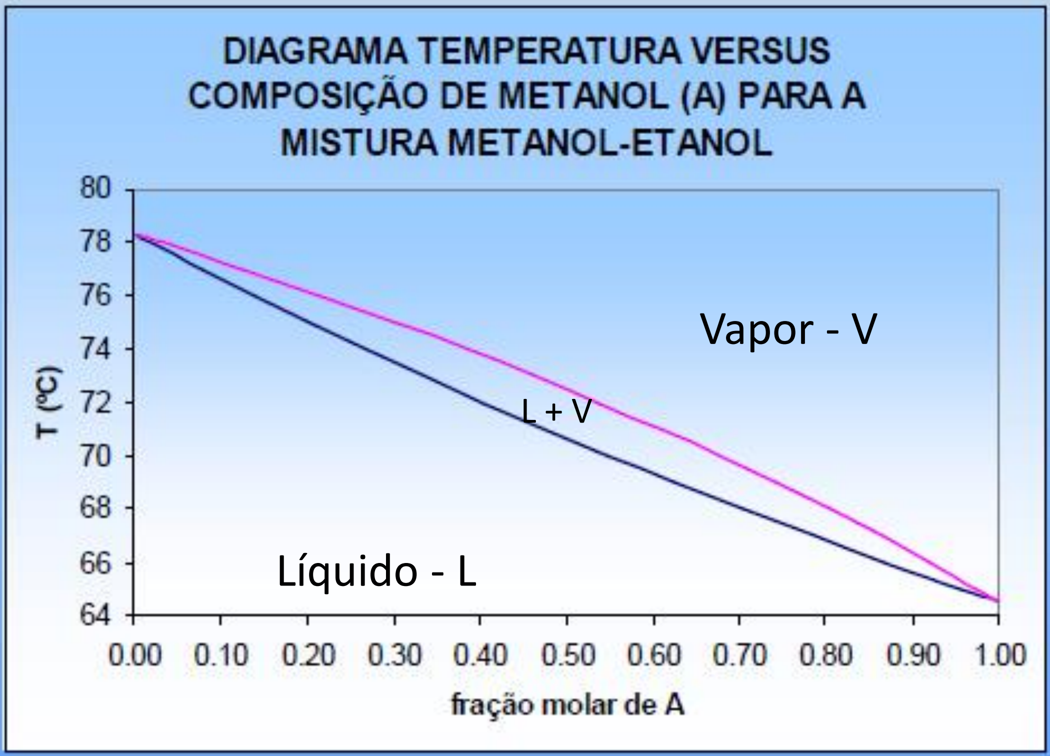
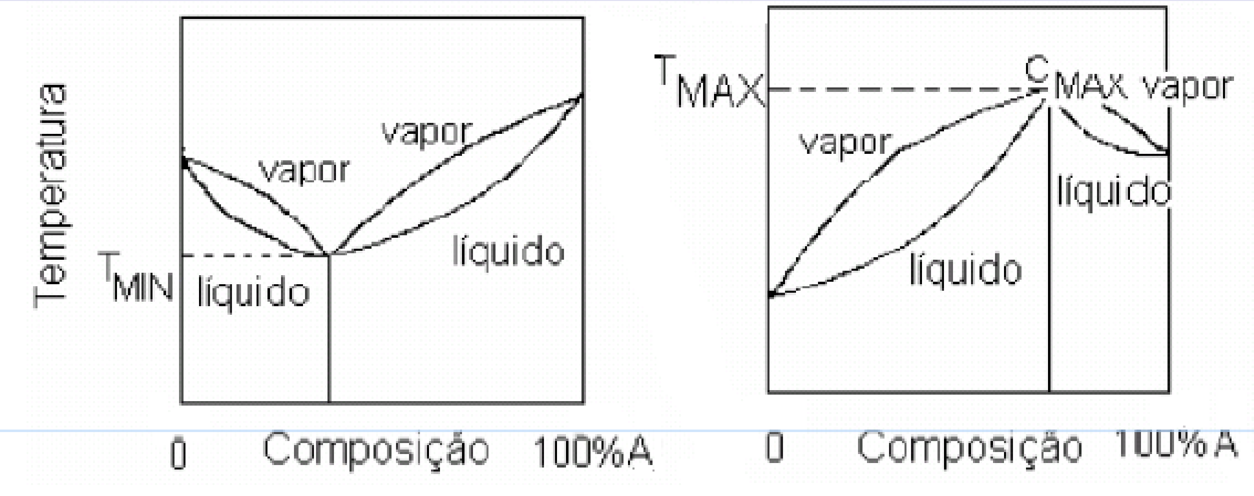


DIAGRAMA TEMPERATURA VERSUS COMPOSIÇÃO MISTURA BINÁRIA NÃO IDEAL – MISTURA AZEOTRÓPICA



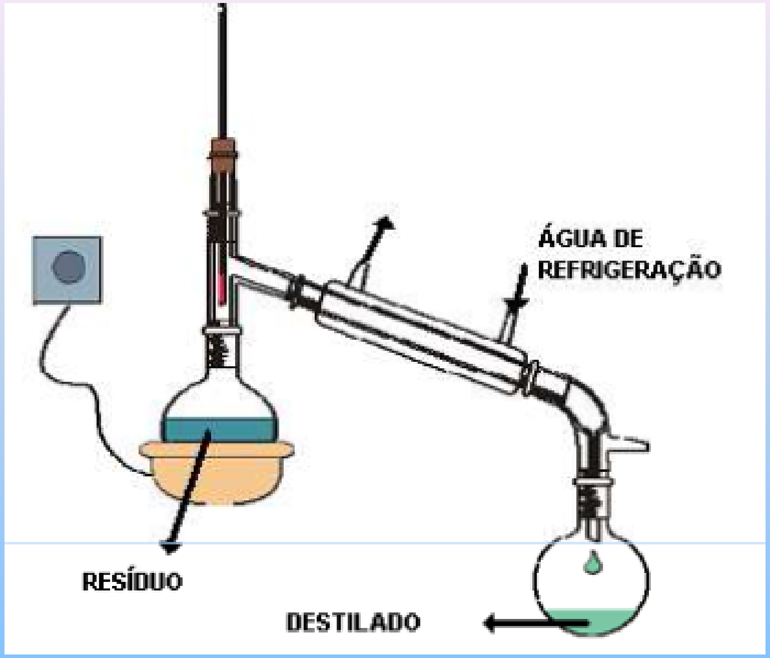
MISTURA AZEOTRÓPICA COM TEMPERATURA DE EBULIÇÃO MÍNIMA

EX: ETANOL-ÁGUA
95,6% ETANOL
4,4% DE ÁGUA

MISTURA AZEOTRÓPICA COM TEMPERATURA DE EBULIÇÃO MÁXIMA

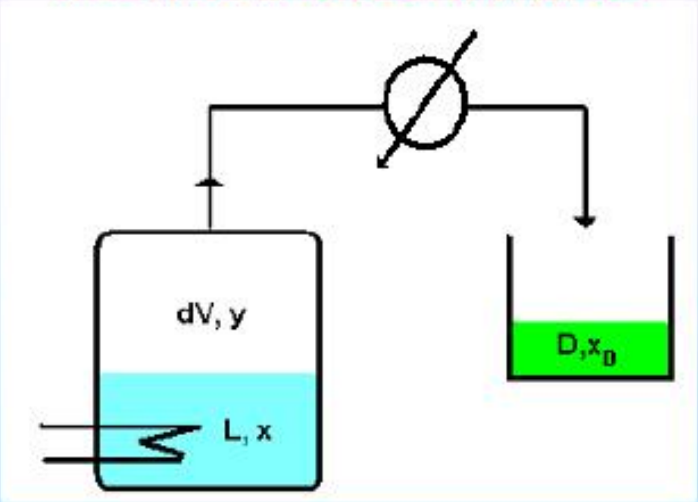
EX: ÁCIDO FÓRMICO – ÁGUA
22,5% ÁCIDO FÓRMICO
77,5% ÁGUA

DESTILAÇÃO DIFERENCIAL



- LÍQUIDO É SUBMETIDO A UMA EVAPORAÇÃO LENTA;
- O VAPOR PRODUZIDO É LOGO REMOVIDO (NÃO SENDO RECONDENSADO NO INTERIOR DO DESTILADOR), CONDENSADO É COLETADO COMO DESTILADO;
- A PRIMEIRA PORÇÃO É MAIS RICA NOS COMPONENTES MAIS VOLÁTEIS.
- NO DECORRER DA A OPERAÇÃO O VAPOR VAI FICANDO MAIS POBRE NOS COMPONENTES MAIS VOLÁTEIS.

DESTILAÇÃO DIFERENCIAL - EQUACIONAMENTO PARA MISTURAS BINÁRIAS



DEFININDO AS VARIÁVEIS:

L_0 – MOLES NA CARGA INICIAL

x_0 – FRAÇÃO MOLAR NA CARGA INICIAL

L – MOLES DE LÍQUIDO EM UM INSTANTE QUALQUER t

x – FRAÇÃO MOLAR EM L

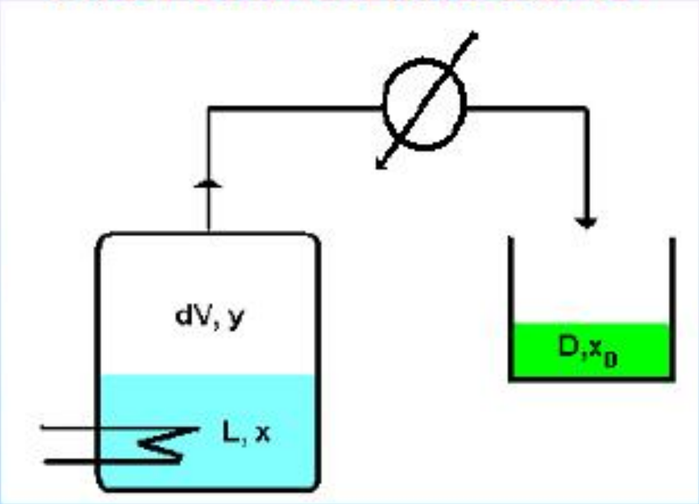
V – MOLES DE VAPOR NO INSTANTE t

y – FRAÇÃO MOLAR EM V

D – MOLES DE DESTILADO COLETADO DESDE O INSTANTE INICIAL ATÉ t

x_D – FRAÇÃO MOLAR EM D

DESTILAÇÃO DIFERENCIAL - EQUACIONAMENTO PARA MISTURAS BINÁRIAS

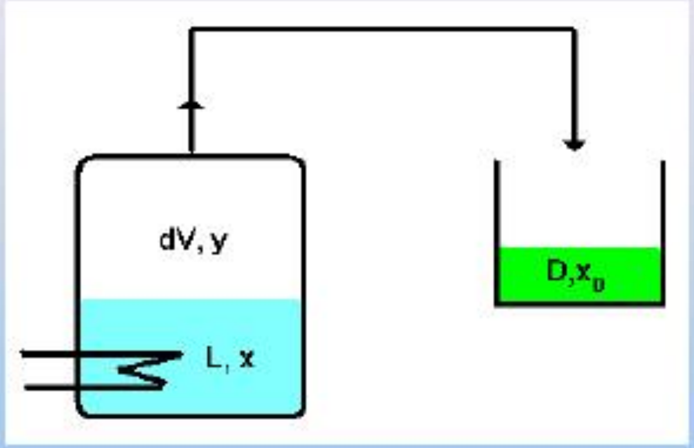


BALANÇO MATERIAL GLOBAL
VOLUME DE CONTROLE → LÍQUIDO NO DESTILADOR

Entra – Sai = Acumula
Entra = 0
Sai = dV
Acumula = -dL

LOGO:
dV = dL (1)

DESTILAÇÃO DIFERENCIAL - EQUACIONAMENTO PARA MISTURAS BINÁRIAS



BALANÇO MATERIAL PARA UM DOS COMPONENTES
VOLUME DE CONTROLE → LÍQUIDO NO DESTILADOR

Entra – Sai = Acumula
Entra = 0
Sai = ydV
Acumula = - d(Lx) = -(Ldx +xdL)

LOGO:

$$ydV = Ldx + xdL \qquad (2)$$

DESTILAÇÃO DIFERENCIAL - EQUACIONAMENTO PARA MISTURAS BINÁRIAS

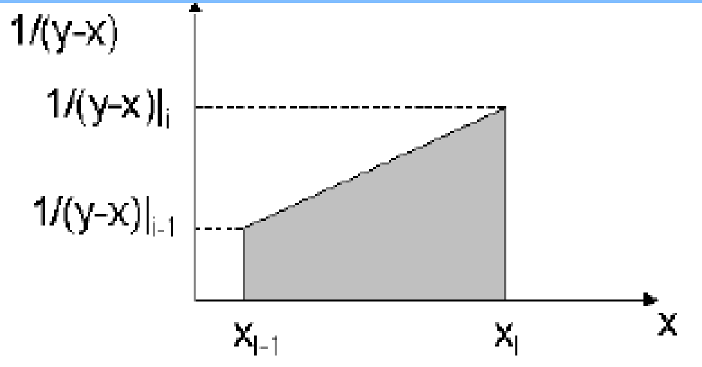
PARTINDO DAS EQUAÇÕES 1 (dV = dL) E 2 (ydV = Ldx + xdL), OBTÉM-SE:

$$\int_{L_0}^{L} \frac{dL}{L} = \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{y - x}$$

INTEGRANDO O LADO ESQUERDO DA EQUAÇÃO E REARRANJANDO:

$$\ln\left(\frac{L_0}{L}\right) = \int_{x}^{x_0} \frac{dx}{y - x}$$

A INTEGRAL DO LADO DIREITO DA EQUAÇÃO PODE SER INTEGRADA UTILIZANDO MÉTODOS NUMÉRICOS, COMO POR EXEMPLO O MÉTODO DOS TRAPÉZIOS.



$$\int_{x}^{x_0} \frac{dx}{y - x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\left.\frac{1}{y - x}\right|_{i} + \left.\frac{1}{y - x}\right|_{i-1}\right)(x_{i-1} - x_i)}{2}$$

n = NÚMERO DE INTERVALOS UTILIZADOS NA INTEGRAÇÃO

DESTILAÇÃO DIFERENCIAL - EQUACIONAMENTO PARA MISTURAS BINÁRIAS

CASO PARTICULAR: VOLATILIDADE APROXIMADAMENTE CONSTANTE:
$\alpha=[y(1-x)] / [x(1-y)] \rightarrow y = \alpha x/[1+(\alpha-1)]$

DESTA FORMA:

$$\ln\left(\frac{L_0}{L}\right) = \frac{1}{\alpha-1}\ln\left(\frac{x_0(1-x)}{1-x_0}\right) + \ln\left(\frac{1-x}{1-x_0}\right)$$

OU

$$\frac{L}{L_0} = \left[\frac{x}{x_0}\left(\frac{1-x_0}{1-x}\right)^{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

OU AINDA:

$$\ln\left(\frac{L_0 x_0}{Lx}\right) = \alpha \ln\left(\frac{L_0(1-x_0)}{L(1-x)}\right)$$

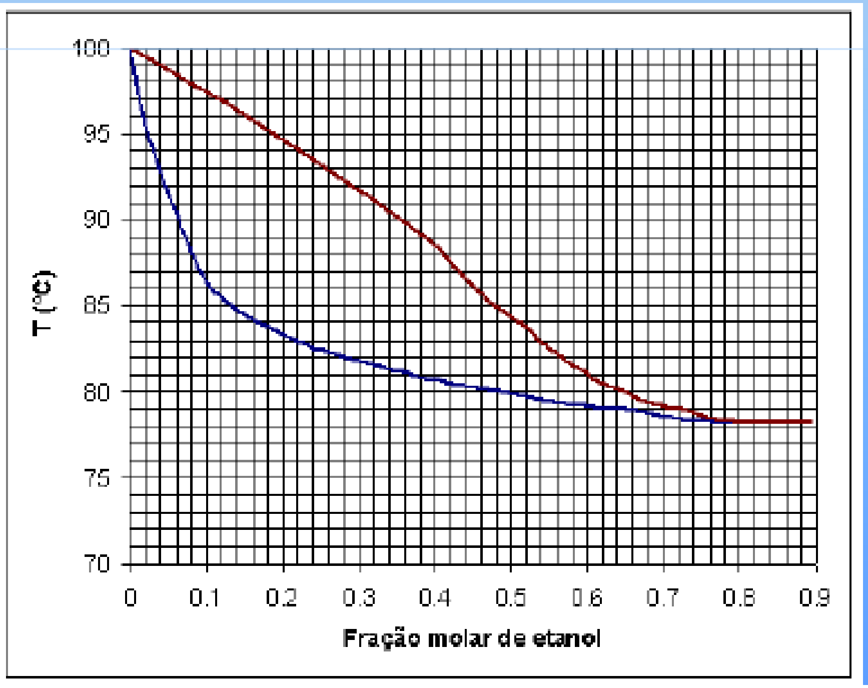
PARA MISTURA DE MULTICOMPONENTES IDEAL PODE-SE RELACIONAR L, L_0 DE DOIS ELEMENTOS QUAISQUER (i E j) E A RESPECTIVA VOLATILIDADE RELATIVA :

$$\ln\left(\frac{L_0 x_{0,i}}{L x_i}\right) = \alpha_{i,j} \ln\left(\frac{L_0 x_{0,j}}{L x_j}\right)$$

DESTILAÇÃO DIFERENCIAL - EXEMPLO

Deseja-se concentrar o etanol de uma mistura contendo, praticamente, etanol e água. Sabendo-se que a temperatura de ebulição da mistura inicial é de 80ºC e que o corte da destilação foi realizado a 85ºC, estime a fração molar de etanol na mistura inicial (x_0), no resíduo (x) e no destilado (x_D). Considere para a estimativa as condições operacionais de destilação diferencial.

Dado: Diagrama T versus fração molar de etanol



DESTILAÇÃO DIFERENCIAL - EXEMPLO

Solução:

A fração molar inicial (x_0) e no resíduo (x) podem ser obtidas diretamente no diagrama temperatura versus composição.

$x_0 = 0{,}47$

$x = 0{,}14$

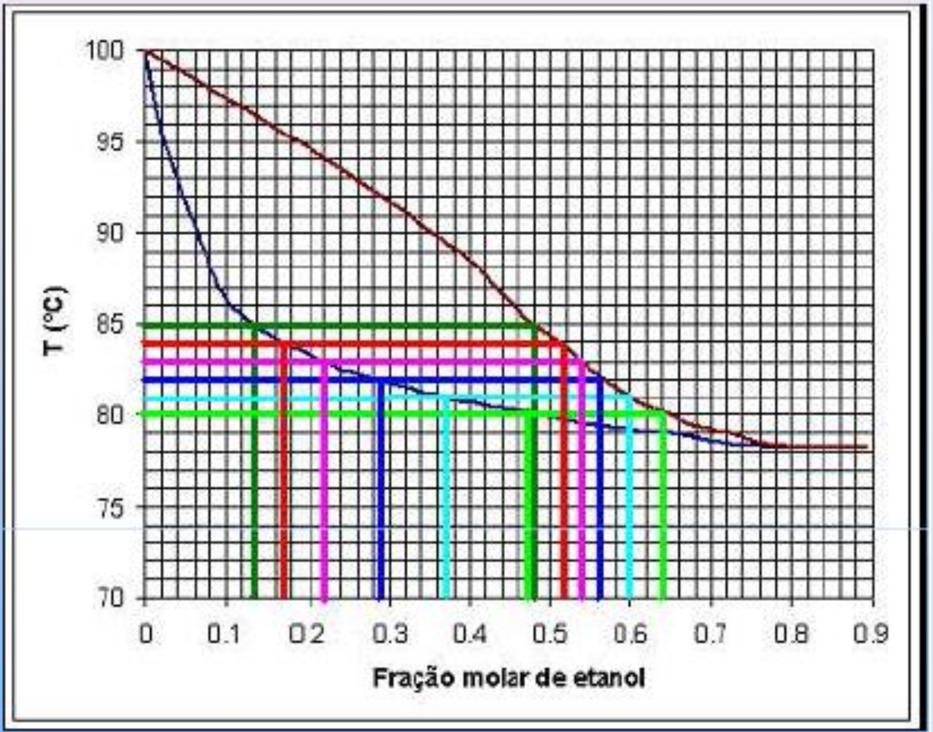
DESTILAÇÃO DIFERENCIAL - EXEMPLO

Deteminação de x_D:

$$\ln\left(\frac{L_0}{L}\right) = \int_{x}^{x_0} \frac{dx}{y - x}$$

Do diagrama:

T	x	y
80	0,47	0,64
81	0,37	0,60
82	0,29	0,56
83	0,22	0,54
84	0,17	0,52
85	0,14	0,48



DESTILAÇÃO DIFERENCIAL - EXEMPLO

CALCULOS: $\ln\left(\frac{L_0}{L}\right) = \int_x^{x_0} \frac{dx}{y - x}$

T	x	y	1/(y-x)	A	
80.00	0.47	0.64	5.88		
81.00	0.37	0.60	4.35	(4.35+5.88)*(0.47-0.37)/2=	0.51
82.00	0.29	0.56	3.70	(3.7+4.35)*(0.37-0.29)/2=	0.32
83.00	0.22	0.54	3.13	(3.13+3.7)*(0.29-0.22)/2=	0.24
84.00	0.17	0.52	2.86	(2.86+3.13)*(0.22-0.17)/2=	0.15
85.00	0.14	0.48	2.94	(2.94+2.86)*(0.17-0.14)/2=	0.09
				soma=	1.31

$\ln(L_0/L) = 1{,}31 \rightarrow L_0 = 3{,}7L$

BALANÇO MATERIAL GLOBAL: $L_0 = L + D \rightarrow D = 2.7L$

BALANÇO MATERIAL PARA O ETANOL:
$L_0x_0 = Lx + Dx_D \rightarrow 3{,}7*L*0.47 = L*0.14 + 2.7*L*x_D$

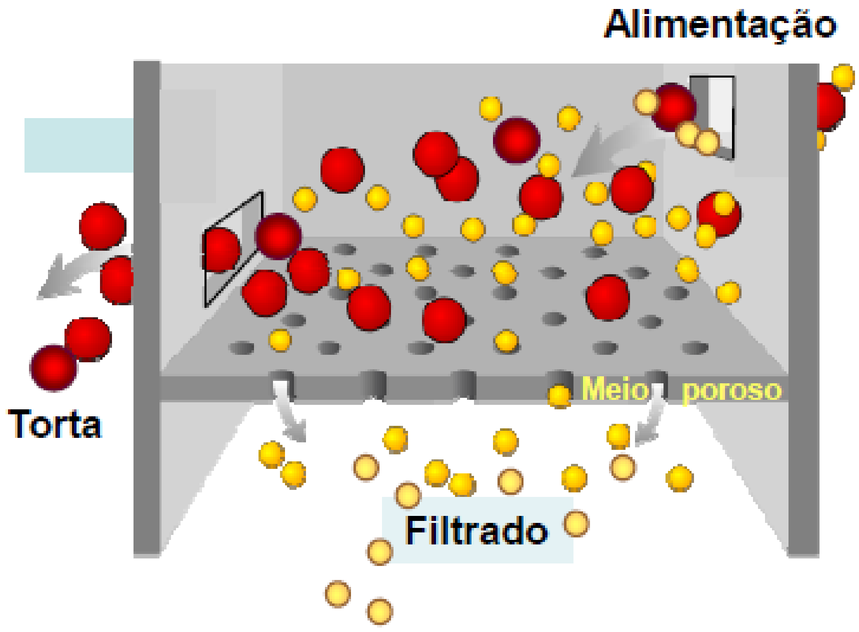
$x_D = 0{,}59$

$F = D + B$ (Balanço geral)

$Fx_F = Dx_D + Bx_B$ (Balanço com relação ao mais volátil)

Aula Filtração

FILTRAÇÃO SÓLIDO-LÍQUIDO



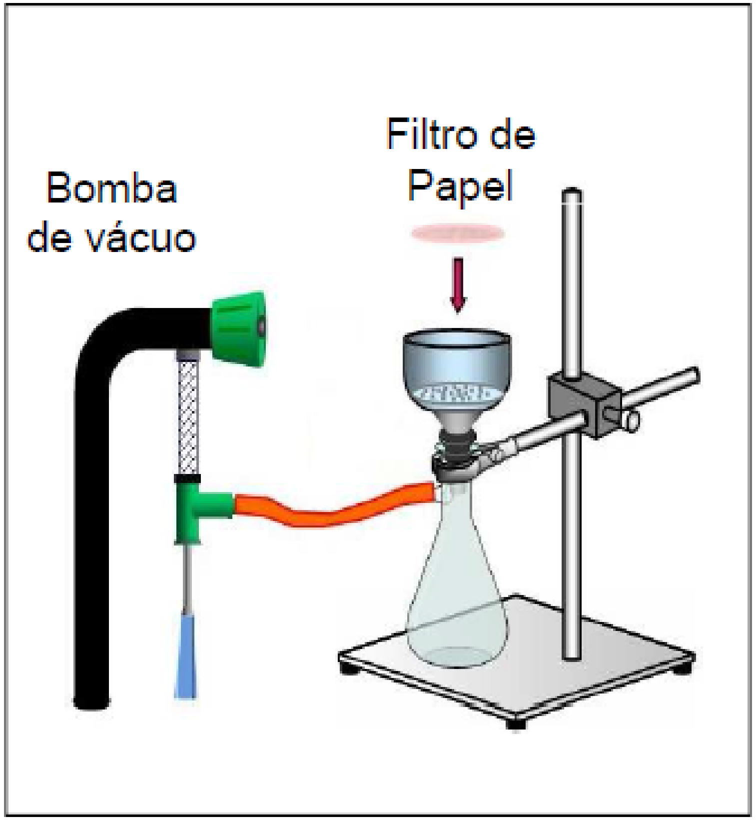
Na filtração, as partículas sólidas suspensas em um fluido são separadas usando um meio poroso.

Ele separa as partículas em uma fase sólida (“torta”) e permite o escoamento de um fluido claro (“filtrado”).

O fluido pode ser um gás ou um líquido.

O produto pode ser tanto o fluido clarificado quanto a torta de partículas sólidas.

O princípio da **filtração industrial** e o do **equipamento de laboratório** é o mesmo, apenas muda a quantidade de material a ser filtrado.



O aparelho de **filtração de laboratório** mais comum é denominado filtro de Büchner.

O líquido é colocado por cima e flui por ação da gravidade e no seu percurso encontra um tecido poroso (um filtro de papel).

Como a resistência à passagem pelo meio poroso aumenta no decorrer do tempo, usa-se um vaso Kitasato conectado a uma bomba de vácuo.

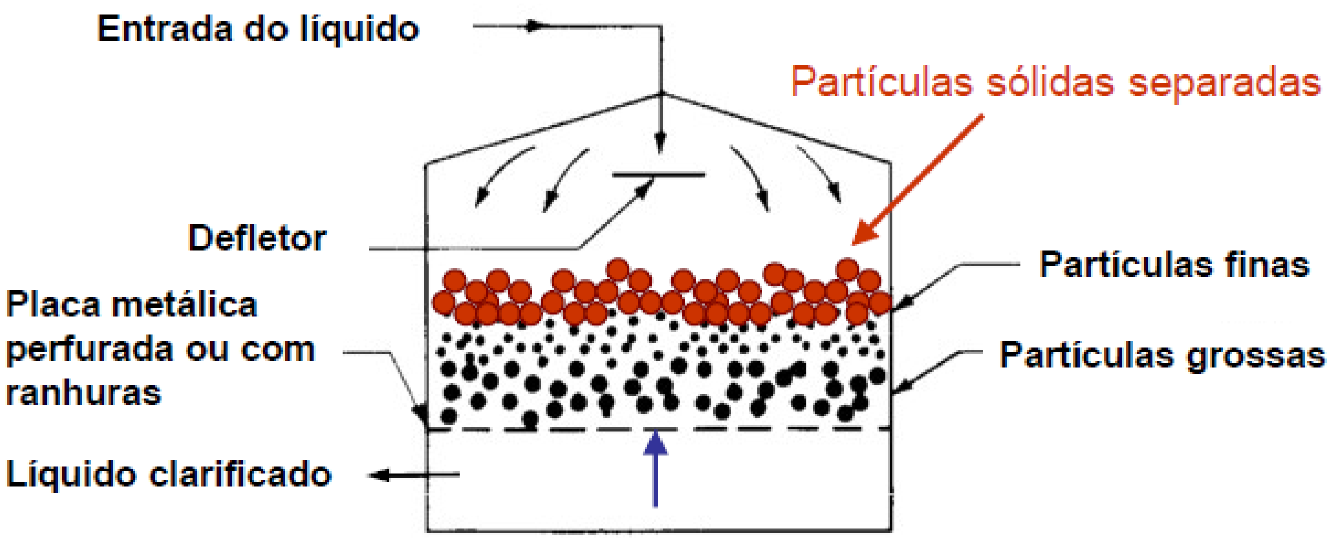
Os filtros industriais podem ser feitos para funcionar:
em batelada (a torta é retirada depois de cada corrida) ou de forma **contínua** (a torta sólida é retirada continuamente).

Os filtros podem funcionar:

- por ação da **gravidade**, o líquido flui devido a existência de uma coluna hidrostática;
- por ação de **força centrífuga**;
- por meio da aplicação de **pressão ou vácuo** para aumentar a taxa de fluxo.

O meio de filtração pode ser:
- um **leito poroso** de materiais sólidos inertes,
- um conjunto de **placas, marcos e telas** em uma prensa,
- um conjunto de **folhas duplas** dentro de um tanque,
- um **cilindro rotativo** mergulhado na suspensão,
- ou **discos rotativos** mergulhados na suspensão.
- ou **bolsas ou cartuchos** dentro de uma carcaça.

Filtros de leito fixo



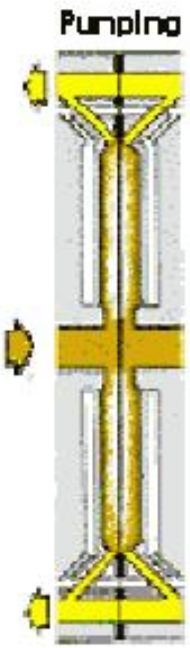
O tipo de filtro mais simples.

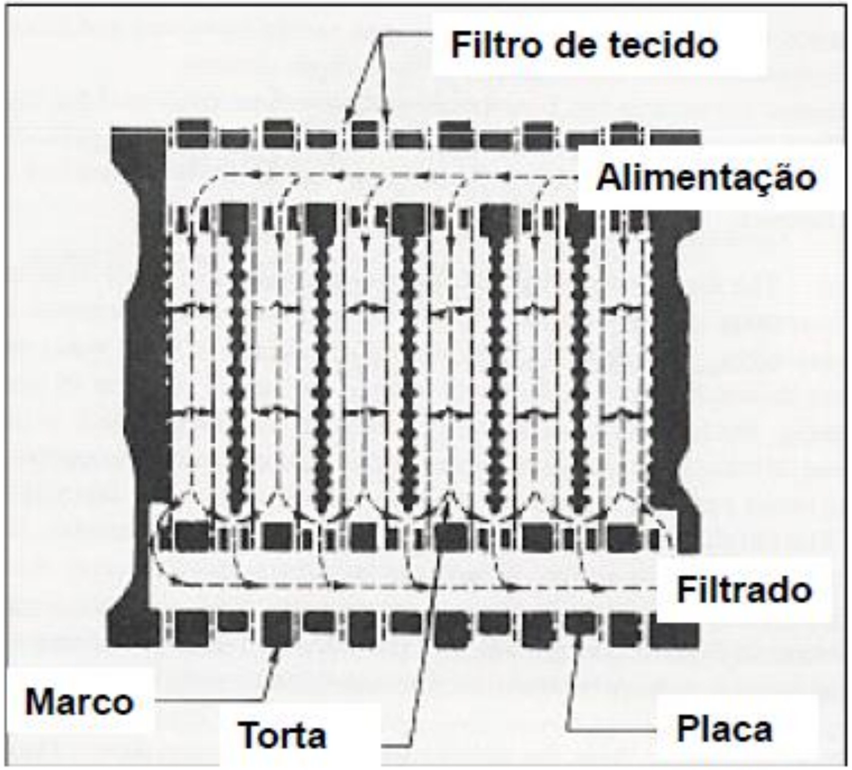
Se usa no tratamento de água potável, quando se tem grandes volumes de líquido e pequenas quantidades de sólidos.

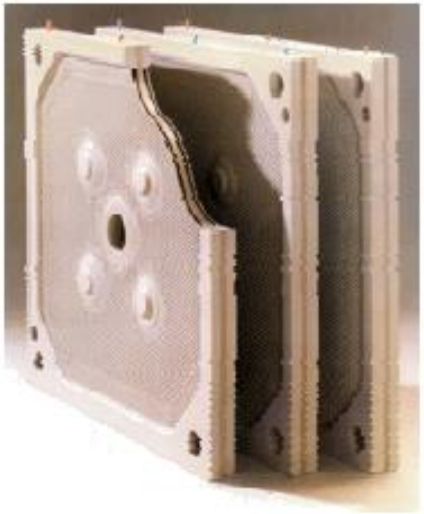
A camada de fundo é composta de **cascalho grosso** que descansa em uma placa perfurada ou com ranhuras. Acima do cascalho é colocada **areia fina** que atua realmente como filtro.

Filtro prensa

Um dos tipos mais usados na industria.
Usam placas e marcos colocados em forma alternada.
Utiliza-se tela (tecido de algodão ou de materiais sintéticos) para cobrir ambos lados das placas.





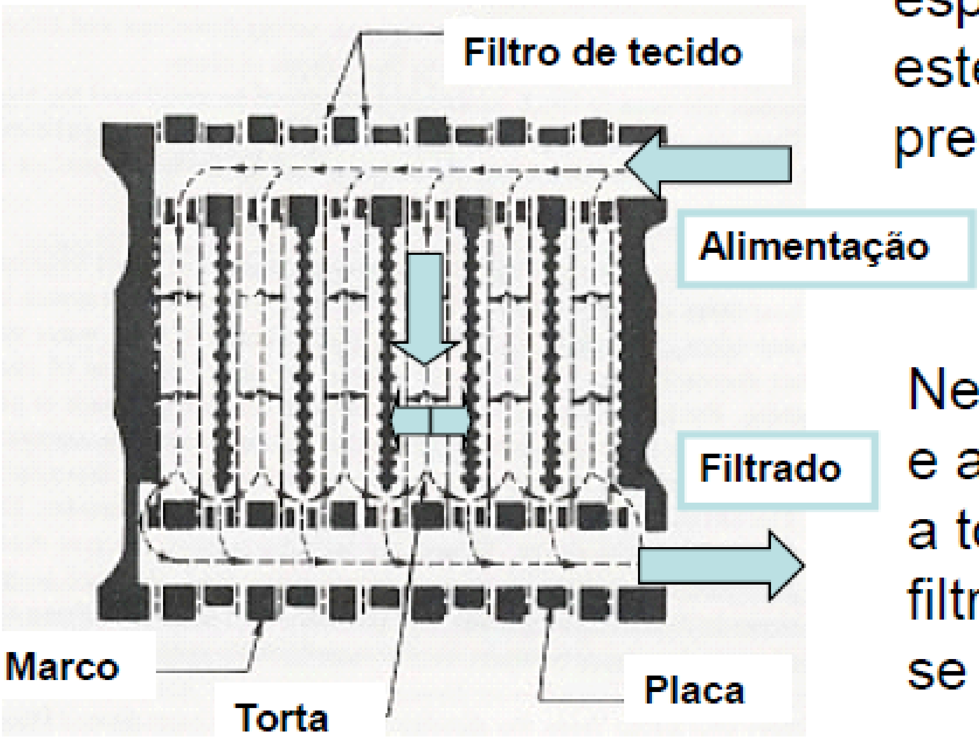


Filtro-Prensa

A alimentação é bombeada à prensa e flui pelas armações.

Os sólidos acumulam-se como “torta” dentro da armação.

O filtrado flui entre o filtro de tecido e a placa pelos canais de passagem e sai pela parte inferior de cada placa.

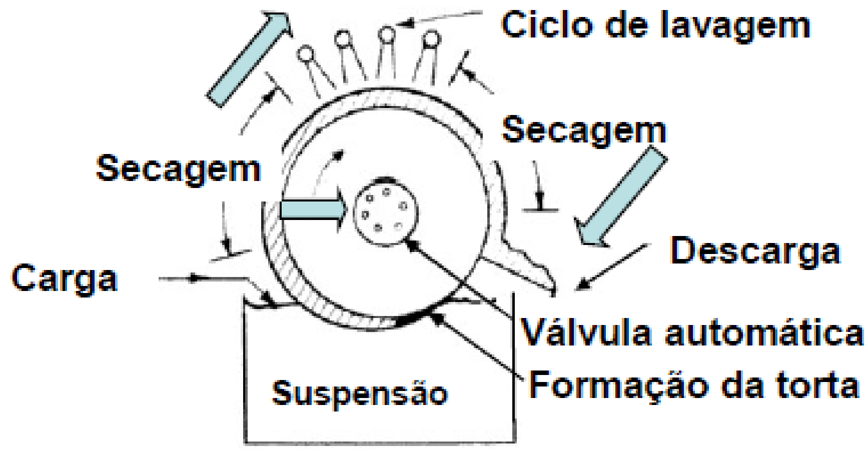


A filtração prossegue até o espaço interno da armação esteja completamente preenchida com sólidos.

Nesse momento a armação e as placas são separadas e a torta retirada. Depois o filtro é remontado e o ciclo se repete.

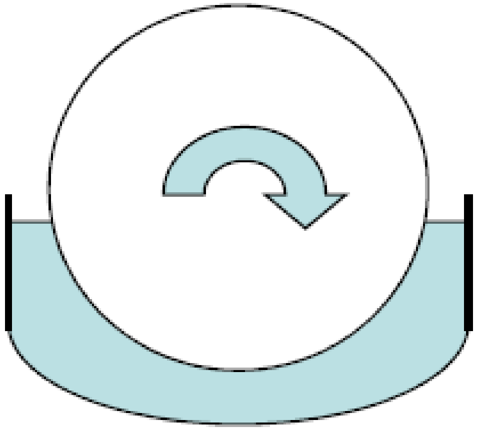
Filtro de tambor a vácuo, rotativo e contínuo.

Ele filtra, lava e descarrega a torta de forma contínua.



O tambor é recoberto com um meio de filtração conveniente. Uma válvula automática no centro do tambor ativa o ciclo de filtração, secagem, lavagem e retirada da torta.

O filtrado sai pelo eixo de rotação.



Existem passagens separadas para o filtrado e para o líquido de lavagem.

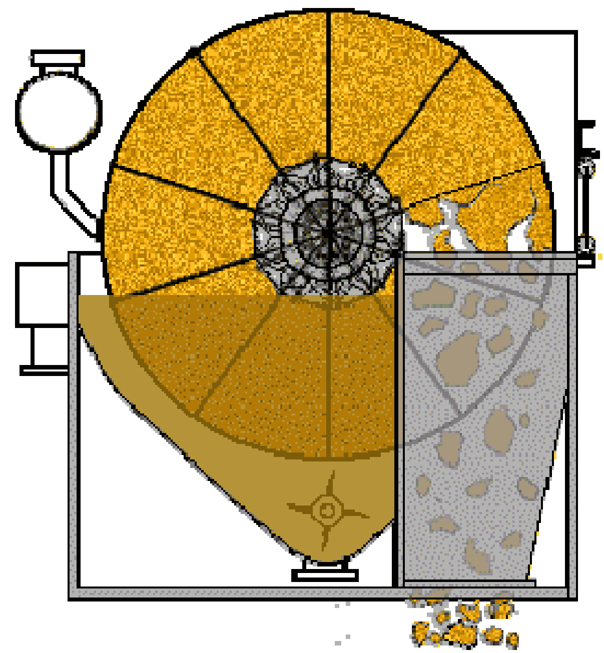
Há uma conexão com ar comprimido que se utiliza para ajudar a raspadeira de facas na retirada da torta.

Filtro de tambor a vácuo, rotativo e contínuo.

Filtro de tambor a vácuo, rotativo e contínuo.

Filtro contínuo de discos rotativos

É um conjunto de discos verticais que giram em um eixo de rotação horizontal. Este filtro combina aspectos do filtro de tambor rotativo a vácuo e do filtro de folhas.
Cada disco (folha) é oco e coberto com um tecido e é em parte submerso na alimentação. A torta é lavada, secada, e raspada quando o disco gira.



Filtro de Cartucho

O filtro de cartucho é de operação contínua e limpeza automática. É composto de uma carcaça onde se colocam cartuchos (ou bolsas).

O gás "sujo" é forçado a passar através dos cartuchos, em cuja superfície as partículas são retidas.

O gás limpo é conduzido à parte interna do filtro e em seguida ao exaustor.

O processo de limpeza do cartucho é feito automaticamente através de pulsos de ar comprimido.

Meios de Filtração e Auxiliares de Filtração

1. Meios de filtração.

O meio para filtração industrial deve:

- Retirar o sólido a ser filtrado da alimentação e gerar um filtrado claro.
- Permitir que a torta com filtro seja removida de forma fácil e limpa.
- Ser forte o suficiente para não rasgar e ser quimicamente resistente às soluções usadas.
- Para que a taxa da filtração não fique muito lenta os poros devem ficar livres e não ser obstruídos.

Auxiliares de Filtração

Certos compostos podem ser usados para ajudar a filtração, como a **terra de diatomáceas** que é formada principalmente de sílica. Também são empregados a celulose de madeira e outros sólidos porosos inertes.

Esses compostos podem ser usados de vários modos:

1. **Como pré-cobertura antes da filtração.**
O auxiliar de filtração prevenirá os sólidos gelatinosos de entupir o filtro e também permitirá um filtrado mais claro.

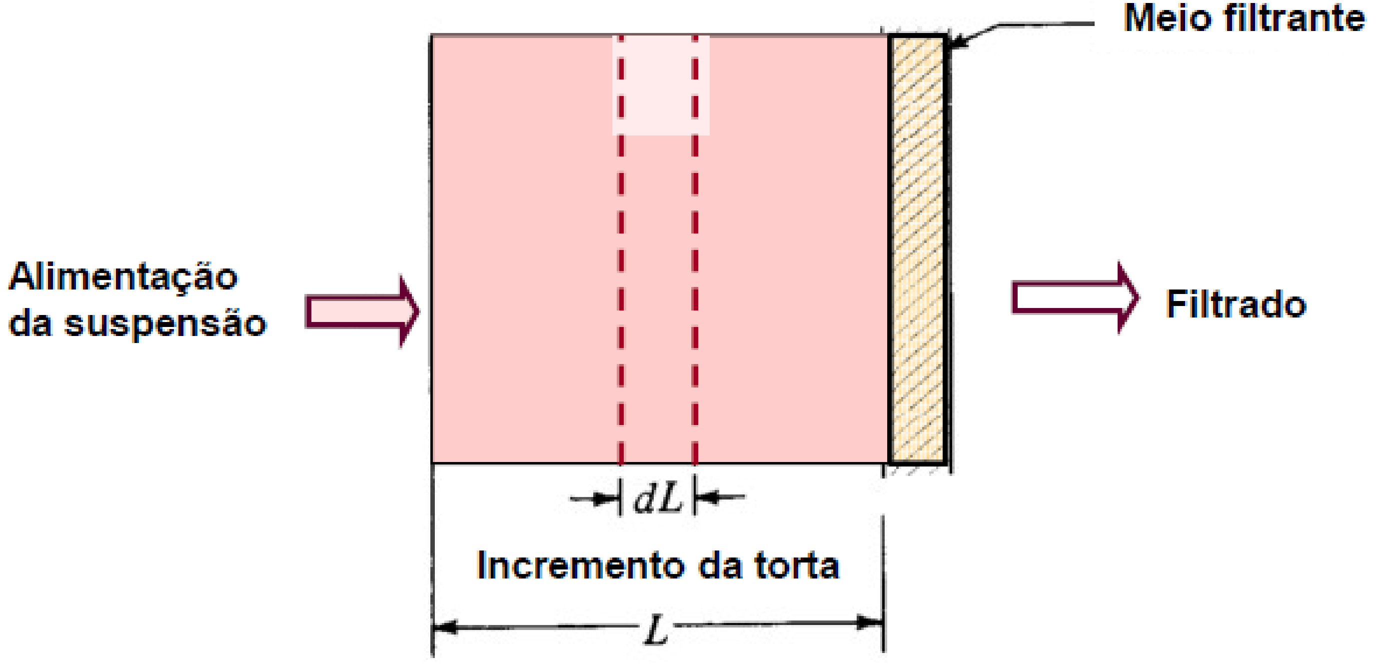
2. **Acrescentados à alimentação antes da filtração.**
Aumenta a porosidade da torta e reduz a resistência da torta durante a filtração.

3. **Em um filtro rotativo, o auxiliar de filtração pode ser aplicado como uma pré-cobertura.** Posteriormente, as fatias finas desta camada são cortadas junto com a torta.

Teoria Básica de Filtração

Queda de pressão de fluido através da torta

A figura mostra uma seção de um filtro em um tempo t (s) medido a partir do início do fluxo. A espessura da torta é L (m). A área da seção transversal é A (m^2), e a velocidade linear do filtrado na direção L é v (m/s)



A **equação de Poiseuille** explica o fluxo laminar em um tubo, que no sistema internacional de unidades (SI) pode ser descrito como:

$$\boxed{\frac{\Delta P}{L} = \frac{32\mu v}{D^2}}$$

Onde:

Δp é a pressão (N/m^2)

v é a velocidade no tubo (m/s)

D é o diâmetro (m)

L é o comprimento (m)

μ é a viscosidade (Pa.s)

No caso de **fluxo laminar** em um **leito empacotado** de partículas a equação de **Carman-Kozeny** tem sido aplicada à filtração com sucesso:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{32 \mu v}{D^2}$$

$$\boxed{\frac{\Delta p_c}{L} = \frac{k_1 \mu v (1-\varepsilon)^2 S_0^2}{\varepsilon^3}}$$

Onde:

k_1 é uma constante para partículas de tamanho e forma definida

μ é a viscosidade do filtrado em Pa.s

v é a velocidade linear em m/s

ε é a **porosidade da torta**

L é a espessura da torta em m

S_0 é a **área superficial específica** expressa em m^2 / m^3

ΔP_c é a diferença de pressão na torta N/m^2

A **velocidade linear** é baseada na área da seção transversal vazia:

$$\boxed{v = \frac{dV / dt}{A}}$$

Onde:

A é a área transversal do filtro (m^2)

V é o volume coletado do filtrado em m^3 até o tempo t (s).

A espessura da torta L depende do volume do filtrado V são obtidas a partir do balanço material.

$$\boxed{m_p = c_s\, V_{total}} \qquad \boxed{LA(1-\varepsilon)\,\rho_p = c_s(V + \varepsilon LA)}$$

Onde:

c_s = kg de sólidos/m^3 do filtrado,

ρ_p é a densidade de partículas sólidas na torta em kg/m^3

$$L = \frac{c_s(V + \varepsilon LA)}{A(1-\varepsilon)\,\rho_p} \qquad v = \frac{dV/dt}{A}$$

$$\frac{\Delta p_c}{L} = \frac{k_1\,\mu v(1-\varepsilon)^2 S_0^2}{\varepsilon^3}$$

$$\frac{dV}{A\,dt} = \frac{\Delta p_c}{\dfrac{k_1(1-\varepsilon)S_0^2}{\rho_p \varepsilon^3}\,\dfrac{\mu c_s V}{A}} \qquad \boxed{\frac{dV}{A\,dt} = \frac{\Delta p_c}{\alpha\,\dfrac{\mu c_s V}{A}}}$$

Para a resistência do leito temos:

$$\boxed{\frac{dV}{A\,dt} = \frac{\Delta p_c}{\alpha \dfrac{\mu c_{sV}}{A}}}$$

Onde α é a resistência específica da torta (m/kg) definida como:

$$\boxed{\alpha = \frac{k_1(1-\varepsilon)S_0^2}{\rho_p \varepsilon^3}}$$

Para a resistência da tela filtrante, podemos usar a Equação de Darcy:

$$\boxed{\frac{dV}{A\,dt} = \frac{\Delta p_f}{\mu R_m}}$$

Onde:

R_m é a resistência ao fluxo do meio filtrante (m^{-1})

ΔP_f é a queda de pressão no filtro

$$\boxed{\frac{dV}{A\,dt} = \frac{\Delta p_c}{\alpha \dfrac{\mu c_{sV}}{A}}}$$

$$\boxed{\frac{dV}{A\,dt} = \frac{\Delta p_f}{\mu R_m}}$$

Como as resistências da torta e do meio filtrante estão em série, podem ser somadas:

$$\boxed{\frac{dV}{A\,dt} = \frac{\Delta p}{\mu\left(\dfrac{\alpha c_s V}{A} + R_m\right)}}$$

Onde $\Delta \mathbf{p} = \Delta \mathbf{p}_{\mathbf{c}\ \mathbf{(torta)}} + \Delta \mathbf{p}_{\mathbf{f}\ \mathbf{(filtro)}}$

$$\boxed{\frac{dV}{A\ dt} = \frac{\Delta p}{\mu\left(\frac{\alpha c_s V}{A} + R_m\right)}}$$

A equação anterior pode ser invertida para dar:

$$\frac{dt}{dV} = \frac{\mu \alpha c_s}{A^2(\Delta p)} V + \frac{\mu}{A(\Delta p)} R_m \longrightarrow \boxed{\frac{dt}{dV} = K_p V + B}$$

Onde $\mathbf{K_p}$ está em s/m^6 e **B** em s/m^3:

$$\boxed{K_p = \frac{\mu \alpha c_s}{A^2(\Delta p)}} \qquad \boxed{B = \frac{\mu R_m}{A(\Delta p)}}$$

Filtração à pressão constante

Para pressão constante e α constante (torta incompressível), **V e t são as únicas variáveis.**

$$\frac{dt}{dV} = \frac{\mu \alpha c_s}{A^2(\Delta p)} V + \frac{\mu}{A(\Delta p)} R_m \qquad \boxed{\frac{dt}{dV} = K_p V + B}$$

Integração para obter o tempo da filtração t em (s):

$$\int_0^t dt = \int_0^V (K_p V + B)\, dV \longrightarrow \boxed{t = \frac{K_p}{2} V^2 + BV}$$

Dividindo por V:

$$\boxed{\frac{t}{V} = \frac{K_p}{2} V + B}$$

Onde V é o volume total do filtrado (m^3) reunido em t (s)

Para saber o tempo de filtração é necessário conhecer α e R_m.

$$\boxed{t = \frac{K_p}{2} V^2 + BV}$$

$$K_p = \frac{\mu \alpha c_s}{A^2 (\Delta p)}$$

$$B = \frac{\mu R_m}{A(\Delta p)}$$

Para isso, posso utilizar a equação dividida por V:

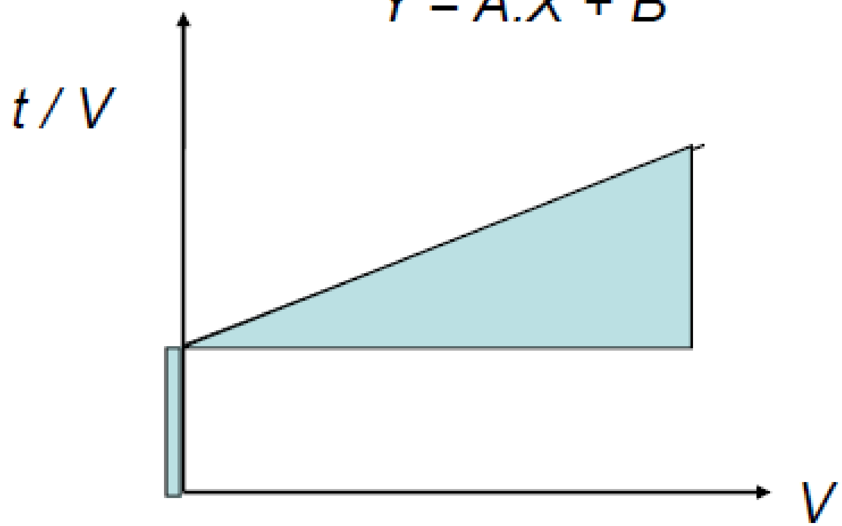
$$\frac{t}{V} = \frac{K_p}{2} V + B$$

E traçar um gráfico de t/V versus V

Preciso dos dados de volume coletado (V) em tempos diferentes de filtração.

$$\frac{t}{V} = \frac{K_p}{2} V + B$$

$$Y = A.X + B$$



$$\frac{K_p}{2} = \frac{1}{2} \frac{\mu \alpha c_s}{A^2 (\Delta p)}$$

$$B = \frac{\mu R_m}{A(\Delta p)}$$

$$\frac{t}{V}=\frac{K_p}{2}V+B$$

K_p = coeficiente angular da reta

B = coeficiente linear da reta

$$\frac{K_p}{2}=\frac{1}{2}\frac{\mu\alpha c_s}{A^2(-\Delta p)} \qquad B=\frac{\mu R_m}{A(-\Delta p)}$$

Com K_p e B pode-se determinar diretamente o tempo de filtração.

$$\boxed{t=\frac{K_p}{2}V^2+BV}$$

Porém o cálculo de α (resistência específica da torta) e de R_m (resistência do meio filtrante) permite obter a equação do tempo de filtração em termos dos parâmetros básicos da operação

$$\boxed{t=\frac{\mu\alpha c_s}{2A^2(\Delta p)}V^2+\frac{\mu R_m}{A(\Delta p)}V}$$

Exercício:
Avaliação das Constantes para Filtração à Pressão Constante

Contam-se com os dados da filtração em laboratório de uma suspensão de $CaCO_3$ em água a 298,2 K (25°C) e a uma pressão constante ($\Delta \mathbf{p}$) de 338 kN /m².

Área do filtro prensa de placa-e-marco
$\mathbf{A} = 0{,}0439\ m^2$

Concentração de alimentação
$\mathbf{c_s} = 23{,}47\ kg/m^3$

Calcule as constantes α e R_m a partir dos dados experimentais de volume de filtrado (m^3) versus tempo de filtração (s). Estime o tempo necessário para filtrar $1m^3$ da mesma suspensão em um filtro industrial com $1m^2$ de área. Se o tempo limite para essa filtração fosse de 1h, qual deveria ser a área do filtro?

Tempo (s)	Volume (m^3)
4,4	$0{,}498 \times 10^{-3}$
9,5	$1{,}000 \times 10^{-3}$
16,3	$1{,}501 \times 10^{-3}$
24,6	$2{,}000 \times 10^{-3}$
34,7	$2{,}498 \times 10^{-3}$
46,1	$3{,}002 \times 10^{-3}$
59,0	$3{,}506 \times 10^{-3}$
73,6	$4{,}004 \times 10^{-3}$
89,4	$4{,}502 \times 10^{-3}$
107,3	$5{,}009 \times 10^{-3}$

A = 0,0439 m^2

$\mathbf{c_s}$ = 23,47 kg/m^3

μ = 8,937 x 10^{-4} Pa.s (água a 298,2 K)

(Δ**p**) = 338 kN/m^2

$$B = \frac{\mu R_m}{A(\Delta p)}$$

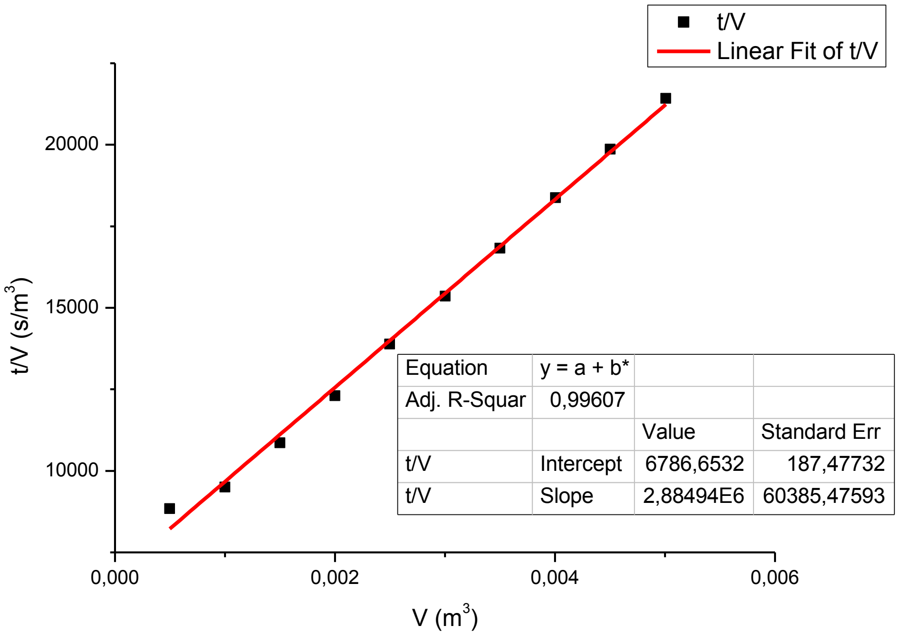
$$K_p = \frac{\mu \alpha c_s}{A^2(\Delta p)}$$

$$t = \frac{\dfrac{\mu \alpha c_s}{A^2(\Delta p)}}{2} V^2 + \frac{\mu R_m}{A(\Delta p)} V$$

Solução:

Dados são usados para obter **t/V**

t	V x 10^3	(t/V) x 10^{-3}
4,4	0,498	8,84
9,5	1,000	9,50
16,3	1,501	10,86
24,6	2,000	12,30
34,7	2,498	13,89
46,1	3,002	15,36
59,0	3,506	16,83
73,6	4,004	18,38
89,4	4,502	19,86
107,3	5,009	21,42



Equation	y = a + b*		
Adj. R-Squar	0,99607		
		Value	Standard Err
t/V	Intercept	6786,6532	187,47732
t/V	Slope	2,88494E6	60385,47593

Y = ax + b
a = 2,88494E6
b = 6786,65

$$y = 2{,}8849x10^6 + 6786{,}65$$

$$\frac{K_p}{2} = 2{,}8849x10^6 \rightarrow K_p = 5{,}7698\ x10^6\ \frac{s}{m^6}$$

B = 6786,65 s/m^3

$$K_p = 5{,}7698x10^6 = \frac{\mu\alpha C_s}{A^2(-\Delta p)} = \frac{(8{,}937x10^{-4})(\alpha)(23{,}47)}{(0{,}0439)^2(338x10^3)}$$

$\boxed{\alpha = 1{,}7916 \text{ x } 10^{11} \quad m/kg}$

$$B = 6786{,}65 = \frac{\mu R_m}{A\ (-\Delta p)} = \frac{(8{,}937x10^{-4})(R_m)}{(0{,}0439)\ (338x10^3)}$$

$\boxed{R_m = 1{,}1268 \text{ x } 10^{11} \quad m^{-11}}$

Solução:

$$t = \frac{\mu \alpha c_s}{2A^2(\Delta p)} V^2 + \frac{\mu R_m}{A(\Delta p)} V$$

$$t = \frac{(8{,}937x10^{-4})(1{,}7916x10^{11})(23{,}47)}{2(1)^2(338x10^3)} 1^2 + \frac{(8{,}937x10^{-4})(1{,}1268x10^{11})}{(1)\ (338x10^3)}$$

t = 5559,03 + 297,935

t = 5856,97 s

t = 1,62 horas

A área para 1 hora de filtração:

Solução:

$$t = \frac{\mu \alpha c_s}{2A^2(\Delta p)} V^2 + \frac{\mu R_m}{A(\Delta p)} V$$

$$t = \frac{5559{,}03}{A^2} + \frac{297{,}935}{A}$$

t = 3600 s

$3600A^2 – 297{,}935A - 5559{,}03 = 0$

$A = 1{,}3\ m^2$

Compressibilidade da torta

Torta incompressível (α = constante): um aumento na vazão acarreta em um aumento proporcional da queda de pressão (Δp), ou seja, para dobrar a vazão da filtração, deve-se dobrar (Δp).

$$\boxed{\frac{dV}{A\,dt} = \frac{\Delta p}{\mu\left(\frac{\alpha c_s V}{A} + R_m\right)}}$$

Torta compressível (α = $f(\Delta p)$): um aumento na vazão acarreta em um aumento maior que o proporcional da queda de pressão (Δp), ou seja, para dobrar a vazão da filtração, deve-se utilizar uma (Δp) maior que o dobro.

Equação empírica comumente utilizada:

$$\boxed{\alpha = \alpha_0 (\Delta p)^s}$$

s é o fator de compressibilidade varia entre 0,2 e 0,8, na prática.

s = 0 para torta incompressível

Exercício:

Filtrações a pressão constante foram realizadas para uma suspensão de $CaCO_3$ em H_2O sendo obtidos os resultados apresentados na tabela. A superfície total de filtração foi 440 cm², a massa de sólidos por volume de filtrado foi de 23,5 g/L e a temperatura foi de 25 °C (μ_{H2O}=0,886x10^{-3}kg/[m s]). Calcule os valores de α e R_m em função da diferença de pressão e elabore uma correlação empírica entre α e ΔP.

Experimento:	1	2	3	4	5
ΔP	$5x10^4$	$1x10^5$	$2x10^5$	$4\ x10^5$	$8\ x10^5$
V(L)	t1	t2	t3	t3	t5
0,5	13,7	8,2	4,9	2,9	1,7
1	46,7	28,2	17,2	10,4	6,3
1,5	99,1	60,2	36,7	22,3	13,6
2	170,8	104,1	63,7	38,8	23,6
2,5	261,8	159,9	97,9	59,8	36,5
3	372,2	227,5	139,4	85,3	52,1
3,5		307,1	188,3	115,3	70,5
4		398,6	244,5	149,8	91,7
4,5			308,1	188,8	115,6
5			378,9	232,3	142,4
5,5				280,4	171,9
6				332,9	204,1

Solução:

V	t1/V	t2/V	t3/V	t4/V	t5/V
0,0005	27391	16333	9844	5870	3481
0,001	46728	28236	17172	10380	6258
0,0015	66065	40140	24499	14891	9034
0,002	85402	52043	31826	19401	11811
0,0025	104739	63946	39153	23912	14587
0,003	124076	75849	46481	28422	17364
0,0035		87753	53808	32933	20140
0,004		99656	61135	37443	22917
0,0045			68463	41953	25693
0,005			75790	46464	28470
0,0055				50974	31247
0,006				55485	34023

Regressão linear:

$t/V = aV + B \rightarrow a = K_p/2 = c\alpha\mu/(2A^2\Delta p)$, $B = R_m\mu/(A\Delta p)$

$\alpha = \alpha_0\, \Delta p^s \rightarrow \log(\alpha) = \log(\alpha_0) + s\log(\Delta p)$

Solução:

Regressão linear:

$t/V = aV + B \rightarrow a = c\alpha\mu/(2A^2\Delta p),\ B = R_m\mu/(A\Delta p)$

$\alpha = \alpha_0\ \Delta p^s \rightarrow \log(\alpha) = \log(\alpha_0) + s\ \log(\Delta p)$

ΔP	a (s/m^6)	B(s/m^3)	α(m/kg)	R_m(1/m)	log(Δp)	log(α)
$5\ x10^4$	$3{,}8674x10^7$	8054,5	$3{,}6x10^{11}$	$2{,}0x10^{10}$	4,69897	11,55582
$1\ x10^5$	$2{,}3806x10^7$	4430,0	$4{,}43x10^{11}$	$2{,}2x10^{10}$	5,00000	11,64613
$2\ x10^5$	$1{,}4655x10^7$	2517,0	$5{,}45x10^{11}$	$2{,}5x10^{10}$	5,30103	11,73644
$4\ x10^5$	$9{,}0210x10^6$	1359,2	$6{,}71x10^{11}$	$2{,}7x10^{10}$	5,60206	11,82675
$8\ x10^5$	$5{,}5530x10^6$	704,8	$8{,}26x10^{11}$	$2{,}8x10^{10}$	5,90309	11,91706

$\log(\alpha_0) = 10{,}146 \rightarrow \alpha_0 = 1{,}4x10^{10}\ m/kg$

$s = 0{,}3$

$$\alpha = 1{,}4 \cdot 10^{10}\ \Delta P^{0{,}3}$$

Exercício:

Um filtro prensa com a área de abertura do quadro igual a 1 m^2 e espessura do quadro de 1 cm utiliza 20 quadros para filtrar a suspensão de $CaCO_3$ utilizada no ensaio anterior. Admitindo que a pressão compressiva utilizada seja de 300 kPa, que a massa específica da torta (seca) formada seja de ρ_{torta}=1600 kg/m³ *e a do* $CaCO_3$ *seja* $\rho_{sólido}$=2800 kg/m³.

a) Calcule a área total de filtração;

b) Calcule o volume total dos quadros;

c) Calcule a porosidade ε da torta;

d) Calcule o volume total de filtrado a ser coletado até que os quadros fiquem cheios;

e) Calcule o tempo de filtração total até que os quadros fiquem cheios (considere que tenha sido utilizado a mesma lona filtrante do experimento apresentado no exercício anterior).

Solução:

a) $A = 2$ (lados) x 1 (área de 1 lado) x 20 (quadros) $= 40\ m^2$

b) $V_{quadros} = 1$ (área de 1 lado) x 10^{-2} (espessura) x 20 (quadros) $= 0{,}2\ m^3$

c) $\varepsilon = V_{poros}/V_{torta} = (V_{torta} - V_{sólidos})/V_{torta} = 1 - V_{sólidos}/V_{torta}$

$\varepsilon = 1 - (m/\rho_{sólido})/(m/\rho_{torta}) = 1 - \rho_{torta}/\rho_{sólido} = 1 - 1600/2800 = 0{,}43$

d) $V_{torta} = V_{quadros} = 0{,}2 m^3$;

$m_{torta} = \rho_{torta} V_{torta} = 1600 \times 0{,}2 = 320\ kg$

$V = m_{torta}/c = 320/23{,}5 = 13{,}6\ m^3$

e) $\alpha = \alpha_0 \Delta P^s = 1{,}4\ 10^{10} \times (3\ 10^5)^{0{,}3} = 6{,}16\ 10^{11}\ m/kg$

Por interpolação: $R_m = 2{,}6\ 10^{10}\ m^{-1}$

$a = c\alpha\mu/(2A^2\Delta P) = 23{,}5 \times 6{,}16\ 10^{11} \times 0{,}886\ 10^{-3}/(2 \times 40^2 \times 3\ 10^5) = 13{,}36\ s/m^6$

$b = R_m \mu/(A\Delta P) = 2{,}6\ 10^{10}\ 0{,}886\ 10^{-3}/(40 \times 3\ 10^5) = 1{,}92\ s/m^3$

$t = aV^2 + bV = 13{,}36 \times 13{,}6^2 + 1{,}92 \times 13{,}6 = 2497\ s = 41{,}6\ min$