

Fenômenos de Transporte III

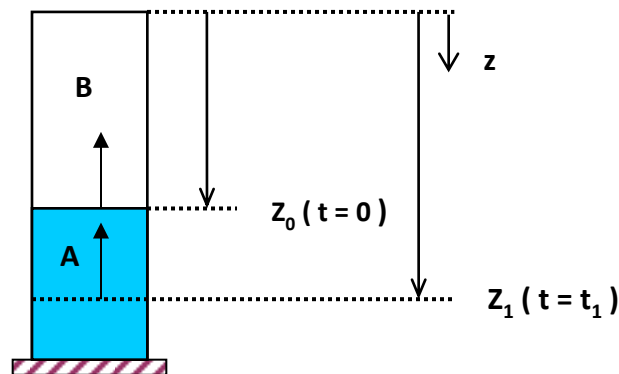
Aula 06

Prof. Gerônimo

6.2.3- Difusão pseudo-estacionária num filme gasoso estagnado

A Figura a seguir ilustra um capilar semipreenchido por líquido puro volátil A. Supondo que sobre esse líquido exista um filme gasoso estagnado B, deseja-se avaliar o coeficiente de difusão do vapor de A nessa película. Após um intervalo de tempo considerável, nota-se a variação do nível do líquido, a partir do topo do capilar desde Z_0 ($t = 0$) até Z_1 ($t = t_1$). A equação que descreve o fluxo mássico de um soluto “A” desde Z_0 até Z_1 em um filme de gás estagnado “B” em um tubo capilar de dimensões infinitas é:

$$N_{A,z} = - \frac{C \cdot D_{A,B}}{1 - y_A} \frac{dy_A}{dz}$$



O fluxo de A na direção oposta de z é:

$$N_{A,Z} = -CD_{AB} \frac{dy_A}{dz} + y_A (N_{A,Z} + N_{B,Z})$$

Considerando o fluxo de B estagnado, temos:

$$N_{B,Z} = 0$$

$$N_{A,Z} = -\frac{CD_{AB}}{(1 - y_A)} \frac{dy_A}{dz}$$

$$N_{A,Z} \int_{z_0}^{z_1} dz = -CD_{AB} \int_{y_{A,S}}^{y_{A,t}} \frac{dy_A}{1 - y_A}$$

$$N_{A,Z}(z_1 - z_0) = CD_{AB} [\ln(1 - y_A)]_{y_{A,S}}^{y_{A,t}}$$

$$N_{A,Z}(z_1 - z_0) = CD_{AB} [\ln(1 - y_{A,t}) - \ln(1 - y_{A,S})]$$

$$N_{A,z} = \frac{C \cdot D_{A,B}}{Z_1 - Z_0} \ln \left(\frac{1 - y_{A,t}}{1 - y_{A,S}} \right) \quad (1)$$

Z_0 = altura entre o topo da coluna e a superfície do líquido antes de iniciar o processo de difusão de “A” em “B” ($t = 0$);

Z_1 = altura entre o topo da coluna e a superfície do líquido após iniciar o processo de difusão de “A” em “B” ($t = \text{qualquer}$);

$y_{A,t}$ = fração molar de “A” no topo do tubo;

$y_{A,S}$ = fração molar de “A” na superfície do líquido;

C = concentração molar global na coluna gasosa;

$D_{A,B}$ = coeficiente de difusão de “A” em “B”.

Em muitas operações de transferência de massa, uma das condições de contorno pode mover-se com o tempo. O modelo pseudo-estacionário pode ser usado quando a difusão varia em pequena quantidade sobre um longo período de tempo. Assim, o fluxo molar $N_{A,z}$ em regime pseudo-estacionário será dado por:

$$N_{A,z} = C_A \cdot v_A = C_A \cdot \frac{dz}{dt} = \frac{\rho_A}{M_A} \cdot \frac{dz}{dt} \quad (2)$$

Substituindo a equação (2) na equação (1) para regime pseudo-estacionário, temos:

$$\boxed{\frac{\rho_A}{M_A} \cdot \frac{dz}{dt} = \frac{C \cdot D_{A,B}}{Z_1 - Z_0} \text{Ln} \left(\frac{1 - y_{A,t}}{1 - y_{A,S}} \right)} \quad (3)$$

ρ_A = concentração mássica de “A”;

M_A = massa molecular de “A”.

Determine o tempo final de difusão de “A” em “B” (ou num instante qualquer) e o coeficiente de difusão $D_{A,B}$ para um determinado instante qualquer.

$$\left(\frac{\rho_A}{M_A} \right) \cdot \frac{dz}{dt} = \frac{C \cdot D_{A,B}}{Z} \text{Ln} \left(\frac{1 - y_{A,t}}{1 - y_{A,S}} \right)$$

$$\int_0^t dt = \frac{\rho_A}{M_A \cdot C \cdot D_{A,B}} \frac{1}{\text{Ln} \left(\frac{1 - y_{A,t}}{1 - y_{A,S}} \right)} \int_{Z_0}^{Z_1} z \cdot dz$$

$$t = \frac{\rho_A}{M_A \cdot C \cdot D_{A,B}} \frac{1}{\ln\left(\frac{1-y_{A,t}}{1-y_{A,S}}\right)} \left[\frac{z^2}{2} \right]_{z_0}^{z_1}$$

$$t = \frac{\rho_A}{M_A \cdot C \cdot D_{A,B}} \frac{1}{\ln\left(\frac{1-y_{A,t}}{1-y_{A,S}}\right)} \left[\frac{z_1^2}{2} - \frac{z_0^2}{2} \right]$$

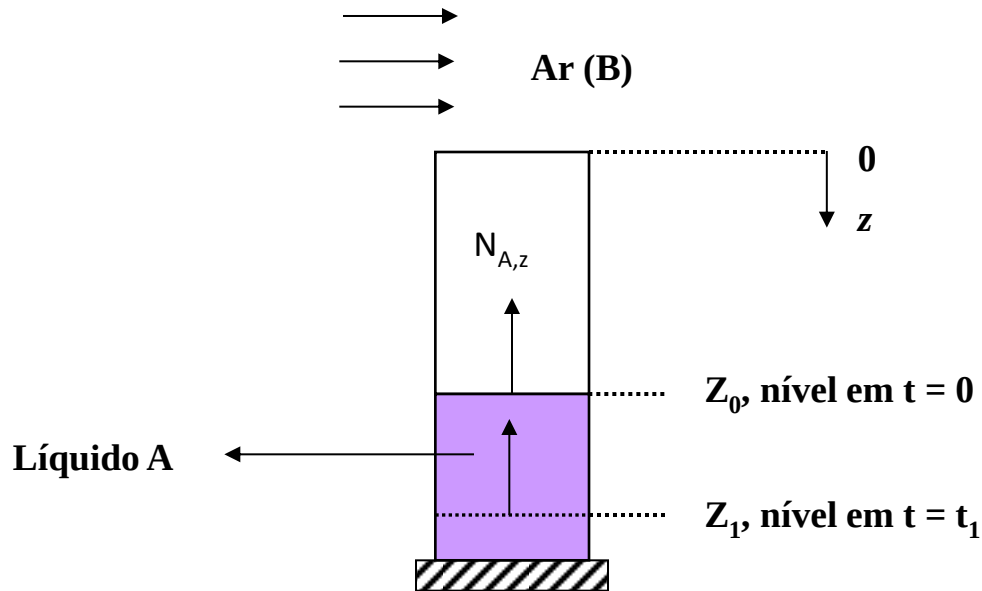
$$t = \frac{\rho_A}{M_A \cdot C \cdot D_{A,B}} \frac{1}{\ln\left(\frac{1-y_{A,t}}{1-y_{A,S}}\right)} \left[\frac{z_1^2 - z_0^2}{2} \right] \quad (4)$$

Onde: t é tempo final de difusão da espécie A em B desde Z_0 a Z_1 , ou:

$$D_{A,B} = \frac{\rho_A}{M_A \cdot C \cdot t} \frac{1}{\ln\left(\frac{1-y_{A,t}}{1-y_{A,S}}\right)} \left[\frac{z_1^2 - z_0^2}{2} \right] \quad (5)$$

Onde: $D_{A,B}$ é o coeficiente de difusão da espécie A em B no tempo t , desde Z_0 a Z_1 .

Exemplo 01: A célula de Arnold é um dispositivo que, de forma simples, permite a medição de coeficientes de difusão mássica. Na figura a seguir, é mostrado um esboço da célula.



No experimento, em um intervalo de tempo $\Delta t = t_1$, mede-se a quantidade de líquido evaporado através da variação do nível $\Delta Z = Z_1 - Z_0$. A difusividade de “A” em “B” é então determinada por:

$$D_{AB} = \frac{\rho_A}{M_A} \cdot \frac{1}{C \cdot \ln \left[\frac{1 - y_{A,t}}{1 - y_{A,s}} \right]} \cdot t_1 \cdot \left(\frac{Z_1^2 - Z_0^2}{2} \right)$$

em que ρ_A é a massa específica do líquido “A”; M_A a sua massa molar; C é a concentração molar global na coluna gasosa; $y_{A,t}$ e $y_{A,s}$ são as frações molares de “A” no topo da célula e sobre a superfície do líquido, respectivamente.

O modelo que permite essa relação tem como hipóteses:

- sistema binário (A + B);
- o gás “B” insolúvel em “A”;
- fluxo difusivo de “A” ao longo da célula dado pela seguinte equação:

$$N_{A,z} = -C \cdot D_{A,B} \frac{dy_A}{dz} + y_A (N_{A,z} + N_{B,z})$$

- regime pseudo-estacionário;
- sistema a T e P constantes;
- difusividade $D_{A,B}$ constante.

- a) Determine a difusividade mássica de clorofórmio (A) no ar (B), sabendo que, em um experimento com uma célula de Arnold, em 10 horas (36.000 s), a distância entre a superfície do clorofórmio e do topo da célula passou de $Z_0 = 7,40 \text{ cm}$ ($t = 0$) para $Z_1 = 7,84 \text{ cm}$ ($t = t_1$). Considere que no topo da célula escoava ar puro, ou seja, $y_{A,t} = 0$, e que na superfície do clorofórmio as condições eram de saturação. A temperatura e a pressão mantiveram-se constantes e iguais a 298 K e 101,3 kPa, respectivamente. A pressão de vapor do clorofórmio nessa temperatura é igual a 26,6 kPa. Apresente o resultado da difusividade em m^2/s utilizando o mesmo número de algarismos significativos empregados para representar a distância Z.
- b) Qual é a característica do processo que permite a adoção de regime pseudo-estacionário na sua modelagem ?

Dados: $\rho_A = 1480 \text{ Kg/m}^3$, $M_A = 119 \text{ Kg/Kmol}$, $C = 0,0409 \text{ Kmol/m}^3$

$$\text{a)} \quad y_{A,S} = \frac{P_{A,S}^{\text{VAP}}}{P} = \frac{26,6 \text{ kPa}}{101,3 \text{ kPa}} = 0,263$$

$$D_{A,B} = \frac{\rho_A}{M_A} \cdot \frac{1}{C \cdot \ln \left[\frac{1 - y_{A,t}}{1 - y_{A,s}} \right] \cdot t_1} \cdot \left(\frac{Z_1^2 - Z_0^2}{2} \right)$$

$$D_{A,B} = \frac{1480 \text{ Kg/m}^3}{119 \text{ Kg/Kmol}} \cdot \frac{1}{0,0409 \text{ Kmol/m}^3 \cdot \ln \left[\frac{1 - 0}{1 - 0,263} \right] \cdot 36000 \text{ s}} \cdot \left(\frac{(0,0784 \text{ m})^2 - (0,074 \text{ m})^2}{2} \right)$$

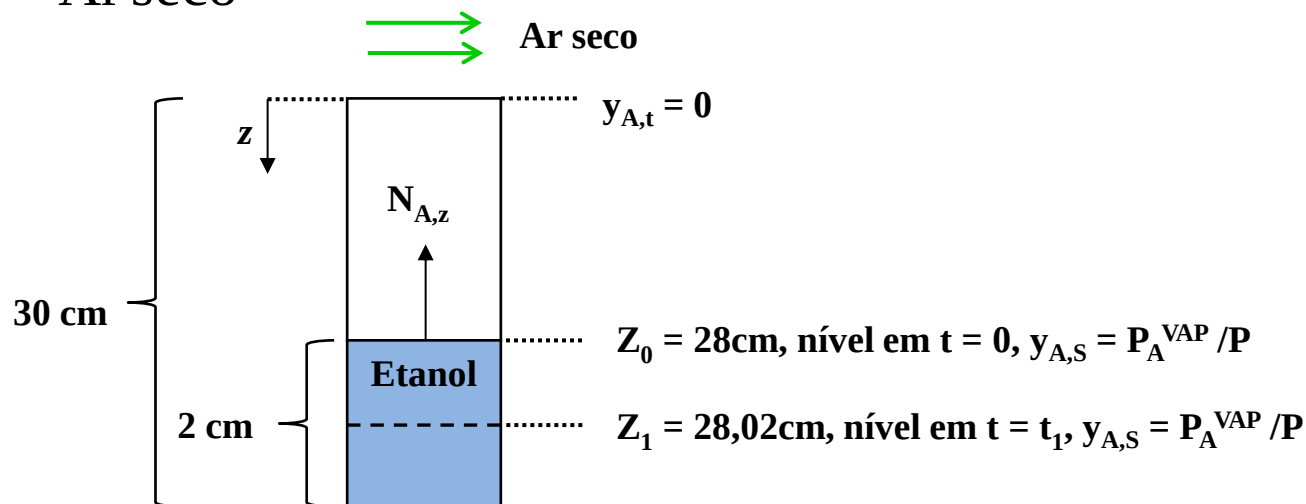
$$D_{A,B} = 9,28 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

- b) É o fato de a taxa de evaporação ser muito pequena.

Exemplo 4: Um capilar de 30 cm de altura contém 2 cm de etanol. Calcule o tempo necessário para que o nível do álcool decresça em 0,02 cm, considerando que o capilar esteja preenchido por ar seco e estagnado a 1 atm e 25 °C. Suponha que o vapor de etanol seja totalmente arrastado no topo do capilar. Nessas condições, são conhecidos:

$$\rho_A = 0,787 \text{ g/cm}^3; P_A^{\text{vap}} = 160,75 \text{ mmHg}; M_A = 46,069 \text{ g/mol}$$

A $\equiv$ Etanol; B $\equiv$ Ar seco



Solução:

$$t = \frac{\rho_A}{M_A \cdot C \cdot D_{A,B}} \frac{1}{\ln\left(\frac{1-y_{A,t}}{1-y_{A,S}}\right)} \left[\frac{z_1^2 - z_0^2}{2} \right]$$

$$y_{A,S} = \frac{P_A^{\text{vap}}}{P} = \frac{160,75 \text{ mmHg}}{760 \text{ mmHg}} = 0,2115$$

$$C = \frac{P}{RT} \quad [\text{gmol/cm}^3]$$

$$C = \frac{1 \text{ atm}}{82,05 \text{ atm.cm}^3 / \text{gmol.K} \cdot 298,15 \text{ K}}$$

$$C = 40,88 \times 10^{-6} \text{ gmol/cm}^3$$

$$D_{AB} = 0,132 \text{ cm}^2/\text{s} \quad (\text{Tabela 1.1 M.A. Cremasco})$$

$$t = \frac{\rho_A}{M_A \cdot C \cdot D_{A,B}} \frac{1}{\ln\left(\frac{1-y_{A,t}}{1-y_{A,S}}\right)} \left[\frac{z_1^2}{2} - \frac{z_0^2}{2} \right]$$

$$t = \frac{0,787 \text{ g/cm}^3}{46,069 \text{ g/gmol} \cdot 40,88 \times 10^{-6} \text{ gmol/cm}^3 \cdot 0,132 \text{ cm}^2/\text{s}} \frac{1}{\ln\left(\frac{1-0}{1-0,2115}\right)} \left[\frac{28,02^2}{2} - \frac{28,0^2}{2} \right]$$

$$t = 7462,8 \text{ s ou 2 horas}$$

6.2.4- Difusão pseudo-estacionário num filme gasoso estagnado. Revalidação do experimento da esfera isolada.

A diferença básica entre os estados estacionários (regime permanente) e o pseudo-estacionário é que o último considera a variação espacial no tempo de uma das fronteiras da região onde ocorre a difusão.

A taxa de evaporação do líquido (ou da sublimação de um sólido) de um certo corpo-de-prova, em coordenadas esféricas é dado pela seguinte equação:

$$W_{A,r} = \left(\frac{\rho_A}{M_A} \right) \frac{dV}{dt} \quad (16)$$

na qual ρ_A é a massa específica de A, e V é o volume do corpo-de-prova considerado:

$$V = \frac{4}{3}\pi R_0^3 \quad \longrightarrow \quad dV = 4\pi R_0^2 dR_0 \quad (17)$$

Substituindo (16) em (17) torna-se:

$$W_{A,r} = 4 \pi R_0^2 \left(\frac{\rho_A}{M_A} \right) \frac{dR_0}{dt} \quad (18)$$

Como há decréscimo de R_0 , a equação (18) é posta como:

$$W_{A,r} = -4 \pi R_0^2 \left(\frac{\rho_A}{M_A} \right) \frac{dR_0}{dt} \quad (19)$$

A equação (19) fornece, por exemplo, a taxa molar de evaporação de uma gota líquida ou da sublimação de um sólido como consequência da variação do raio do corpo-de-prova de uma esfera.

Entretanto, a taxa molar decorrente da distribuição da concentração do soluto no meio difusivo é dado pela equação (8) (Aula 5):

$$W_{A,r} = 4 \pi R_0 . C . D_{AB} \text{Ln} \left(\frac{1 - y_{A\infty}}{1 - y_{A0}} \right) \quad (8)$$

Igualando-se a equação (8) com a equação (19) e integrando, obtém-se:

$$4\pi R_0.C.D_{AB}\text{Ln}\left(\frac{1-y_{A\infty}}{1-y_{A0}}\right) = -4\pi R_0^2\left(\frac{\rho_A}{M_A}\right)\frac{dR_0}{dt}$$

$$C.D_{AB}\text{Ln}\left(\frac{1-y_{A\infty}}{1-y_{A0}}\right) = -R_0\left(\frac{\rho_A}{M_A}\right)\frac{dR_0}{dt}$$

$$C.D_{AB}\text{Ln}\left(\frac{1-y_{A\infty}}{1-y_{A0}}\right)\int_0^t dt = -\left(\frac{\rho_A}{M_A}\right)\int_{R_0(t_0)}^{R_0(t)} R_0 dR_0$$

$$C.D_{AB}\text{Ln}\left(\frac{1-y_{A\infty}}{1-y_{A0}}\right)[t]_0^t = -\left(\frac{\rho_A}{M_A}\right)\left[\frac{R_0^2}{2}\right]_{R_0(t_0)}^{R_0(t)}$$

$$C.D_{AB}\text{Ln}\left(\frac{1-y_{A\infty}}{1-y_{A0}}\right).t = -\left(\frac{\rho_A}{M_A}\right)\left[\frac{R_0^2(t)}{2} - \frac{R_0^2(t_0)}{2}\right]$$

Portanto, o coeficiente de difusão D_{AB} é dado por:

$$D_{AB} = \frac{1}{C.t} \left(\frac{\rho_A}{M_A} \right) \frac{1}{\text{Ln} \left(\frac{1-y_{A\infty}}{1-y_{A0}} \right)} \left[\frac{R_{0(t_0)}^2 - R_{0(t)}^2}{2} \right] \quad (20)$$

Quando a contribuição convectiva puder ser considerada desprezível em face à difusiva e não se encontrar traços do soluto antes de começar o fenômeno difusivo no meio considerado, iguala-se a equação (12) (Aula 5) com a equação (19) e integra-se:

$$W_{A,r} = 4\pi R_0.C.D_{AB}y_{A0} \quad (12)$$

$$W_{A,r} = -4\pi R_0^2 \left(\frac{\rho_A}{M_A} \right) \frac{dR_0}{dt} \quad (19)$$

$$4\pi R_0.C.D_{AB}y_{A0} = -4\pi R_0^2\left(\frac{\rho_A}{M_A}\right)\frac{dR_0}{dt}$$

$$C.D_{AB}y_{A0} = -R_0\left(\frac{\rho_A}{M_A}\right)\frac{dR_0}{dt}$$

$$C.D_{AB}y_{A0}\int_0^t dt = -\left(\frac{\rho_{As}}{M_A}\right)\int_{R_0(t_0)}^{R_0(t)} R_0 dR_0$$

$$C.D_{AB}y_{A0}[t]_0^t = -\left(\frac{\rho_A}{M_A}\right)\left[\frac{R_0^2}{2}\right]_{R_0(t_0)}^{R_0(t)}$$

$$C.D_{AB}\frac{C_{A0}}{C}.t = -\left(\frac{\rho_A}{M_A}\right)\left[\frac{R_0^2(t)}{2} - \frac{R_0^2(t_0)}{2}\right]$$

$$D_{AB} = \frac{1}{C_{A0}.t}\left(\frac{\rho_A}{M_A}\right)\left[\frac{R_{0(t_0)}^2 - R_{0(t)}^2}{2}\right] \quad (21)$$

Exemplo 02: Refaça o exemplo 02, considerando o fenômeno pseudo-estacionário. Considere o término do experimento em $t = 330\text{min}$.

Solução: Ao observar os dados do exemplo anterior, verifica-se:

$$t = 0; R_0(t_0) = 0,85\text{cm} \text{ e para } t = 330\text{min}; R_0(t) = 0,82\text{cm}$$

$$C_{A0} = 1,457 \times 10^{-7} \text{ gmol/cm}^3$$

Como no exemplo 2, o meio convectivo foi desprezível, pelo fato de $y_{A0} \ll 1$ e $y_{A\infty} = 0$. Assim o coeficiente de difusão é calculado pela seguinte equação:

$$D_{AB} = \frac{1}{C_{A0} \cdot t} \left(\frac{\rho_A}{M_A} \right) \left[\frac{R_{0(t_0)}^2 - R_{0(t)}^2}{2} \right]$$

$$D_{AB} = \frac{1}{(1,47 \times 10^{-7} \text{ gmol/cm}^3)(330 \times 60\text{s})} \left(\frac{1,14\text{g/cm}^3}{128,16\text{g/gmol}} \right) \left[\frac{(0,85\text{cm})^2 - (0,82\text{cm})^2}{2} \right]$$

$$D_{AB} = 0,0765\text{cm}^2/\text{s}$$

Há de se perceber que esse resultado é para $T = 345,15\text{K}$ (72°C) e o parâmetro de comparação é $T = 25^\circ\text{C}$ ($298,15\text{K}$). Admitindo a predição do D_{AB} para essa nova temperatura, temos:

$$D_{AB}|_{T=298,15\text{K}} = D_{AB}|_{T=345,15\text{K}} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{1,75}$$

$$D_{AB}|_{T=298,15\text{K}} = (0,0765\text{cm}^2/\text{s}) \left(\frac{298,15\text{K}}{345,15\text{K}} \right)^{1,75}$$

$$D_{AB}|_{T=298,15\text{K}} = 0,0592\text{ cm}^2/\text{s}$$

Como o valor experimental é igual a $D_{AB} = 0,0611\text{cm}^2/\text{s}$, determina-se o desvio relativo por:

$$\text{D.R} = \frac{|\text{cal.} - \text{exp.}|}{\text{exp.}} \times 100\% = \frac{|0,0592 - 0,0611|}{0,0611} \times 100\%$$

$$\text{D.R} = 3,09\%$$

Verifica-se que ao adotar o modelo do regime pseudo-estacionário houve uma diminuição do valor do desvio relativo. Neste caso foi considerado a variação do raio do naftaleno, o qual torna o modelo mais preciso para o cálculo do D_{AB} .

6.2.5- Contradifusão equimolar

Este fenômeno ocorre, por exemplo, na simultaneidade da condensação e evaporação de espécies químicas distintas, mas de características físico-químicas semelhantes como o benzeno e tolueno. Para cada mol de tolueno condensado, um mol de benzeno evapora.

Outra situação é aquela em que há dois reservatórios (1 e 2) interligados por um tubo. Nesses reservatórios estão contidas misturas binárias A e B. No reservatório 1, $y_A \gg y_B$; situação inversa para o reservatório 2, $y_A \ll y_B$. Ao provocarmos o contato entre os reservatórios, teremos para cada mol de A que migra de 1 para 2; um mol de B irá de 2 para 1.

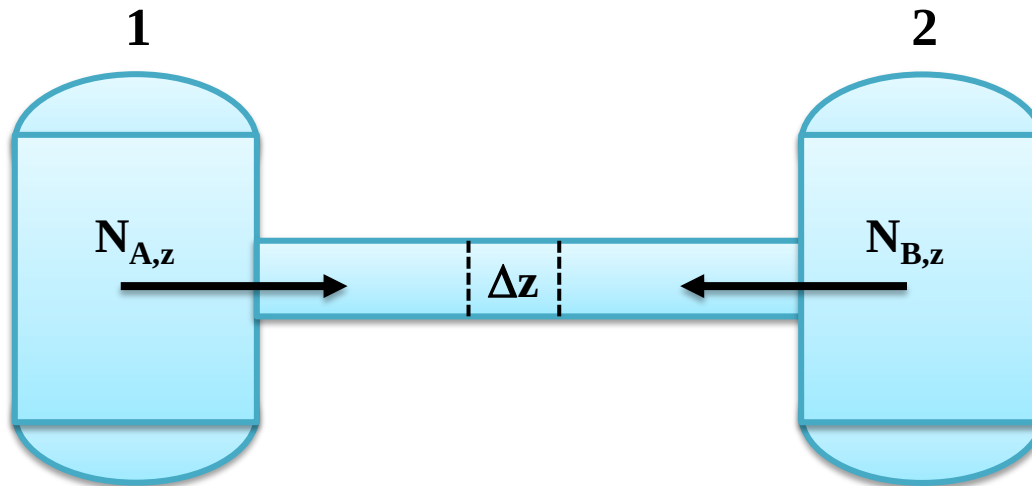


Figura 1: Contradifusão equimolar (reservatórios interligados)

A relação entre os fluxos molares das espécies A e B é:

$$\boxed{N_{A,z} = - N_{B,z}} \quad (1)$$

a qual caracteriza a contradifusão equimolar.

Distribuição de concentração de A:

Como o regime de transferência é permanente e o meio difusivo não é racional, a equação da continuidade de A que rege a contradifusão equimolar, é dado por:

$$\cancel{\frac{\partial C_A}{\partial t}} + \vec{\nabla} \cdot \vec{N}_A = \cancel{R_A''}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{N}_A = \frac{dN_{A,z}}{dz} = 0} \quad (2)$$

Pela equação 2, observe que devemos conhecer o fluxo molar de A, o qual é obtido depois de substituir a igualdade da equação 1 na equação do fluxo molar da espécie A, ou seja:

$$N_{A,Z} = -CD_{AB} \frac{dy_A}{dz} + y_A \left(\underbrace{N_{A,Z}}_{-N_{B,Z}} + N_{B,Z} \right)$$

$$N_{A,Z} = -CD_{AB} \frac{dy_A}{dz}$$

$$N_{A,Z} = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz} \quad (3)$$

Substituindo a equação 3 na equação 2 e considerando o sistema a temperatura e pressão constantes:

$$\boxed{\frac{d^2 C_A}{dz^2} = 0} \quad (4)$$

A solução da equação 4 é uma distribuição linear da concentração de A:

$$\boxed{C_A(z) = C_1 z + C_2} \quad (5)$$

As condições de contorno advêm da análise da Figura 1:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{CC1: em } z = z_1; C_A = C_{A_1} \\ \text{CC2: em } z = z_2; C_A = C_{A_2} \end{array}} \quad (6)$$

Aplicando as condições de contorno (6) na equação (5), obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} C_{A_1} &= C_1 z_1 + C_2 \\ C_{A_2} &= C_1 z_2 + C_2 \end{aligned} \quad (7)$$

Resolvendo o sistema (7), chega-se nas seguintes constantes:

$$C_1 = \frac{C_{A_1} - C_{A_2}}{z_1 - z_2} \quad (8)$$

$$C_2 = C_{A_1} - \left(\frac{C_{A_1} - C_{A_2}}{z_1 - z_2} \right) z_1 \quad (9)$$

Substituindo as soluções das constantes C_1 e C_2 na equação 5, obtém-se a distribuição da concentração do soluto A:

$$\frac{C_A - C_{A_1}}{C_{A_1} - C_{A_2}} = \frac{z - z_2}{z_1 - z_2} \quad (10)$$

Fluxo de matéria de A:

O fluxo global de A é obtido da equação 3 em conjunto com as condições de contorno 6. Visto que o fluxo é constante, temos:

$$N_{A,z} \int_{z_1}^{z_2} dz = -D_{AB} \int_{C_{A_1}}^{C_{A_2}} dC_A$$

$$N_{A,Z} = - \frac{D_{AB}}{z_2 - z_1} (C_{A_2} - C_{A_1}) \quad (11)$$

Ao admitirmos que o fenômeno da transferência de massa ocorra em um meio gasoso ideal, podemos fazer $C_A = P_A/RT$. Desse modo, o fluxo global de A é dado, em termos de pressão parcial de A:

$$N_{A,Z} = - \frac{D_{AB}}{RT(z_2 - z_1)} (P_{A_2} - P_{A_1}) \quad (12)$$

A partir da equação 1, para a espécie B, temos:

$$N_{A,Z} = - N_{B,Z}$$

$$N_{B,Z} = + \frac{D_{AB}}{RT(z_2 - z_1)} (P_{A_2} - P_{A_1}) \quad (13)$$

Estas equações 11, 12 e 13 implicam que a concentração molar (ou fração molar) e a pressão parcial de qualquer gás variam linearmente durante a contradifusão equimolar.

É interessante notar que a mistura é estacionária numa base molar, mas não é estacionária em uma base mássica, a menos que as massas molares de A e B sejam iguais. Embora a vazão líquida molar através do canal seja zero, a vazão mássica líquida da mistura através do canal não é zero e pode ser determinada através de:

$$\dot{m} = \dot{m}_A + \dot{m}_B = W_A M_A + W_B M_B \quad (14)$$

Pela equação 1 temos:

$$N_{A,Z} = -N_{B,Z}$$

Se multiplicarmos pela área da seção transversal do tubo por onde escoam os gases, fica:

$$\underbrace{AN_{A,Z}}_{W_{A,z}} = - \underbrace{AN_{B,Z}}_{W_{B,z}} \quad (15)$$

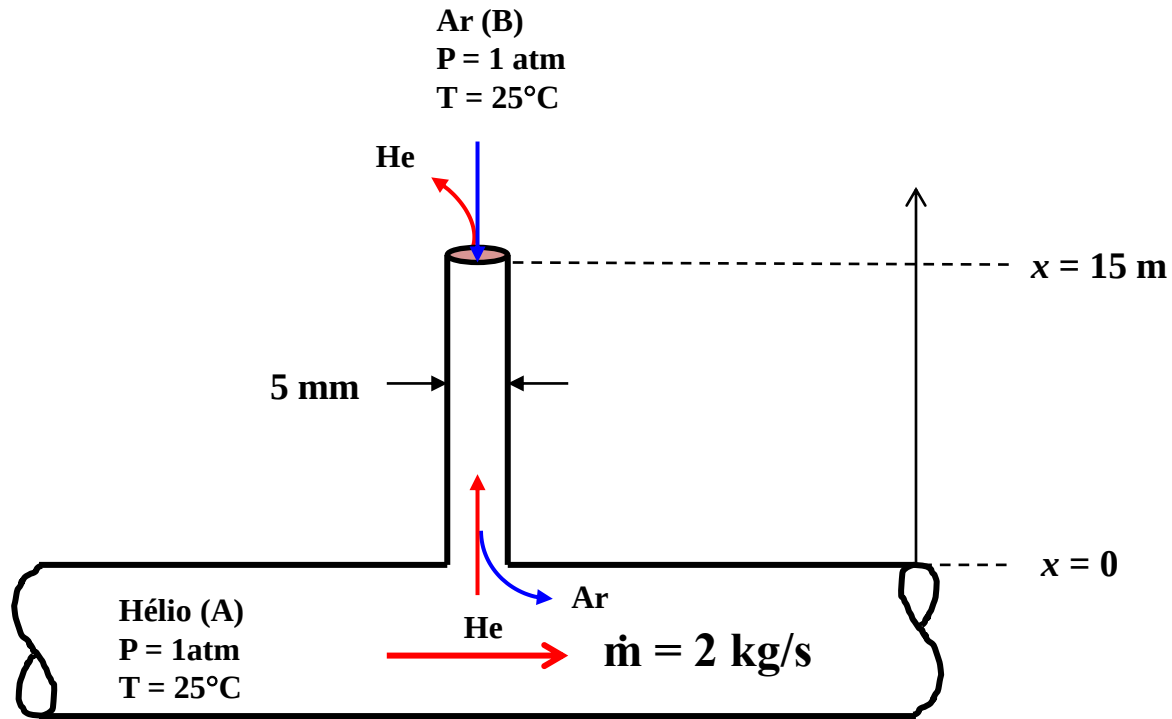
Aplicando a relação 15 na equação 14, fica:

$$\dot{m} = \dot{m}_A + \dot{m}_B = W_A (M_A - M_B) \quad (16)$$

Note que a direção da vazão mássica líquida é a direção do escoamento do gás com a maior massa molar. Um dispositivo de medida de velocidade, como um anemômetro, colocado no canal indicaria uma velocidade de $v = \dot{m}/\rho A$, onde ρ é a densidade (ou concentração mássica) total da mistura no local da medida.

Exemplo 03: A pressão em uma tubulação que transporta gás hélio a uma taxa de 2 kg/s é mantida a 1 atm pela ventilação de hélio para a atmosfera através de um tubo de 5 mm de diâmetro interno, que se estende 15 m no ar, como mostrado na Figura. Supondo que ambos, o hélio e o ar atmosférico, estão a 25 °C, determinar:

- (a) a vazão mássica de hélio perdido para a atmosfera através do tubo,
- (b) a vazão e a fração mássica de ar que se infiltra na tubulação,
- (c) a velocidade do escoamento no fundo do tubo onde este está ligado à tubulação que vai ser medida por um anemômetro em regime permanente



Suposições:

- 1- Existem condições de funcionamento permanentes.
- 2- O hélio e o ar atmosférico são gases ideais.
- 3- Não ocorrem reações químicas no tubo.
- 4- A concentração de ar na tubulação e a concentração de hélio na atmosfera são insignificantes, de forma que a fração molar do hélio é 1 na tubulação e 0 na atmosfera (vamos verificar essa hipótese depois).

Dados: O coeficiente de difusão do hélio no ar (ou ar no hélio) em condições atmosféricas normais é $D_{AB} = 7,2 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. As massas molares do ar e do hélio são 29 e 4 kg/kmol, respectivamente.

A constante universal dos gases $R = 8,314 \text{ kPa.m}^3/\text{kmol.K}$

Solução: Este é um processo típico de contradifusão equimolar, uma vez que o problema envolve dois grandes reservatórios de misturas de gases ideais ligados entre si por um canal e as concentrações das espécies em cada reservatório (a tubulação e a atmosfera) permanecem constantes.

a) A vazão mássica de hélio perdido para a atmosfera através do tubo.

A área do escoamento, que é a área da seção do tubo, é:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0,005 \text{ m})^2}{4} = 1,963 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

Notando que a pressão parcial do hélio é de 1 atm ($y_{A1} = 1$) no fundo do tubo ($x = 0$) e zero ($y_{A2} = 0$) no topo ($x = 15\text{m}$), a sua vazão (ou taxa) molar é determinada a partir da equação 12 como:

$$W_{A,z} = AN_{A,z} = -\frac{AD_{AB}}{RT(z_2 - z_1)}(P_{A_2} - P_{A_1})$$

$$W_{A,z} = -\frac{1,963 \times 10^{-5} \text{ m}^2 (7,2 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})}{8,314 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kmol} \cdot \text{K} (298 \text{ K}) (15 \text{ m})} (0 - 1 \text{ atm}) \frac{101,3 \text{ kPa}}{\text{atm}}$$

$$W_{A,z} = 3,85 \times 10^{-12} \text{ kmol/s}$$

Portanto, a vazão mássica do hélio, $\dot{m}_A$, é dado por:

$$\dot{m}_A = W_A M_A$$

$$\dot{m}_A = (3,85 \times 10^{-12} \text{ kmol/s}) (4 \text{ kg/kmol})$$

$$\dot{m}_A = 1,54 \times 10^{-11} \text{ kg/s}$$

(b) a vazão e a fração mássica de ar que se infiltra na tubulação.

Observando que $W_A = -W_B$, durante um processo contradifusão equimolar, a vazão molar de ar para dentro da tubulação é igual a vazão molar do hélio dentro da tubulação. Portanto, a vazão mássica de ar para dentro da tubulação é:

$$\dot{m}_B = W_B M_B$$

$$\dot{m}_B = (-3,85 \times 10^{-12} \text{ kmol/s})(29 \text{ kg/kmol})$$

$$\dot{m}_B = -1,12 \times 10^{-10} \text{ kg/s}$$

A fração mássica de ar na tubulação é:

$$w_B = \frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_{\text{total}}} = \frac{1,12 \times 10^{-10} \text{ kg/s}}{(2 + 1,12 \times 10^{-10} - 1,54 \times 10^{-11}) \text{ kg/s}}$$

$$w_B = 5,6 \times 10^{-11} \approx 0$$

o que valida a suposição inicial de ar desprezível na tubulação.

c) A vazão mássica líquida através do tubo capilar.

$$\dot{m}_{\text{líquida}} = \dot{m}_A + \dot{m}_B = (1,54 \times 10^{-11} - 1,12 \times 10^{-10}) \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_{\text{líquida}} = -9,66 \times 10^{-11} \text{ kg/s}$$

A fração de massa do ar no fundo do tubo é muito pequena, como demonstrado anteriormente e, assim, a densidade da mistura em $x = 0$ pode simplesmente ser considerada a densidade do hélio, que é de:

$$\rho_{\text{He}} = \frac{PM}{RT} = \frac{(101,3 \text{ kPa})(4 \text{ kg/kmol})}{(8,314 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kmol} \cdot \text{K})(298 \text{ K})}$$

$$\rho_{\text{He}} = 0,1637 \text{ kg/m}^3$$

Então, a velocidade média do escoamento na parte do fundo do tubo se torna:

$$v = \frac{\dot{m}_{\text{liq}}}{\rho M} = \frac{(-9,66 \times 10^{-11} \text{ kg/s})}{(0,1637 \text{ kg/m}^3)(4 \text{ kg/kmol})}$$

$$v = -3,01 \times 10^{-5} \text{ m/s}$$