

# **Laboratório de Engenharia Química I**

## **Aula Prática 02**

### **Determinação do coeficiente de viscosidade em líquidos – Método de Stokes**

**Prof. Dr. Gilberto Garcia Cortez**

## **Introdução**

A viscosidade dinâmica (ou absoluta) ou simplesmente viscosidade é o coeficiente de atrito interno entre várias camadas de um fluido em movimento relativo.

A reologia é o ramo da mecânica dos fluidos que estuda as propriedades físicas que influenciam o transporte de quantidade de movimento num fluido. É o ramo da física que estuda a viscosidade, plasticidade, elasticidade e o escoamento da matéria.

O aparecimento das tensões num fluido pode ser explicado através da sua viscosidade. A viscosidade é a propriedade reológica mais conhecida, e a única que caracteriza os fluidos newtonianos.

## **Objetivos**

- Estudar o movimento de uma esfera em um meio viscoso. Verificação da lei de Stokes.
- Determinar experimentalmente o coeficiente de viscosidade de um fluido newtoniano utilizando o método de Stokes.

## **Viscosidade de um fluido:**

→ É a propriedade pela qual um fluido oferece resistêcia ao corte, ou seja, exprime a resistêcia oposta pelas camadas do fluido ao escoamento relativo entre si ou relativo à parede sólida, quando submetido à ação de uma força cisalhante externa, ou;

→ É a medida da resistêcia do fluido à fluência quando sobre ele atua uma força exterior como por exemplo um diferencial de pressão ou gravidade;

A viscosidade mede a resistêcia de um líquido em fluir (escoar) e não está diretamente relacionada com a densidade do líquido, que é a relação massa/volume. Por exemplo, o óleo de soja utilizado para cozinhar é mais viscoso do que a água, embora seja menos denso.

A maioria dos líquidos viscosos fluem facilmente quando as suas temperaturas aumentam; o comportamento de um fluido quando varia a temperatura, pressão ou tensão depende do tipo de fluido.

## Unidades para as grandezas relacionadas

<b>Grandeza</b>	<b>SI</b>	<b>CGS</b>	<b>Britânico</b>
$\mu$	$\text{N.s/m}^2 = \text{Pa.s}$	$\text{g/cm.s} = \text{poise}$	$\text{lb/ft.s}$
$\nu$	$\text{m}^2/\text{s}$	$\text{cm}^2/\text{s} = \text{stokes}$	$\text{ft}^2/\text{s}$

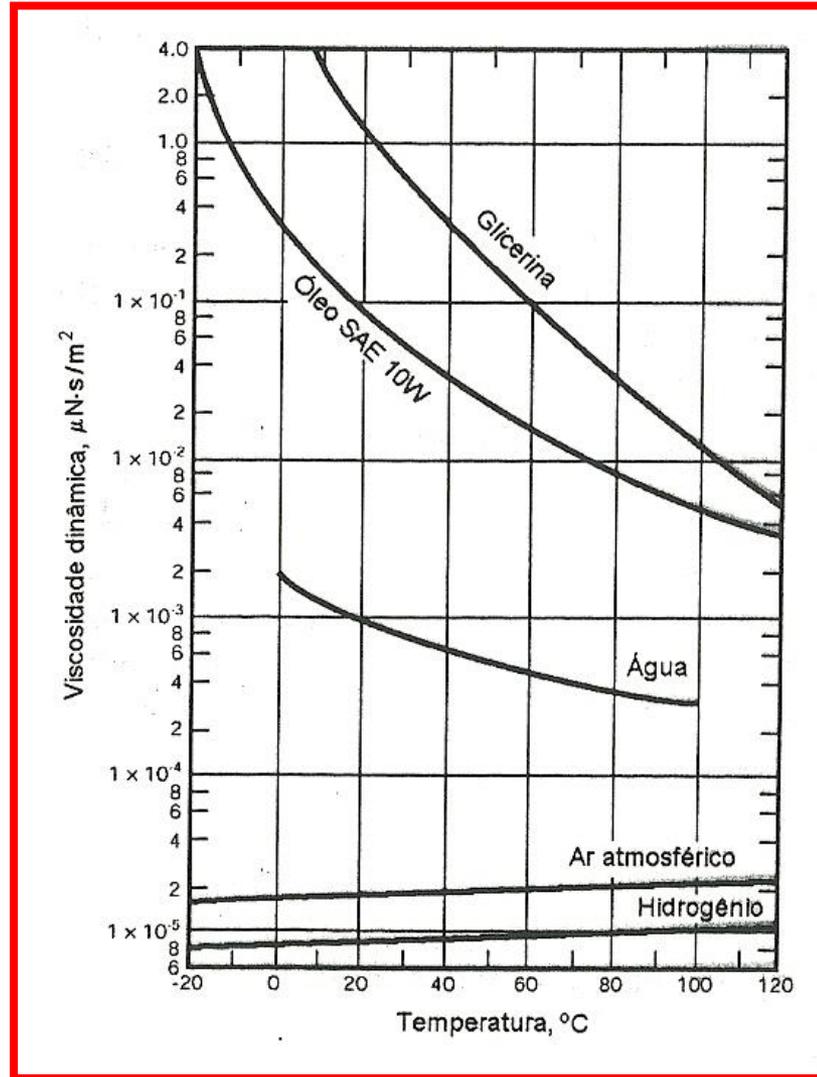
*Nota para unidades da viscosidade:*

A abreviação para “centipoise” é cP.

$1,0 \text{ cP} = 10^{-2} \text{ poise (g/cm.s)} = 10^{-3} \text{ kg/m.s.}$

$1,0 \text{ stokes (St)} = 1 \text{ cm}^2/\text{s. } 1,0 \text{ centistokes (cSt)} = 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$

# Influência da temperatura na viscosidade dinâmica:



Viscosidade dinâmica ( $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ ) versus temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )

# Determinação experimental de propriedades reológicas

## Viscosidade:

- Determinação simultânea da tensão de cisalhamento e da taxa de deformação num mesmo ponto do aparelho de medição
- Há viscosímetros: rotacionais e capilares.

## Classificados em dois grupos: primários e secundários

### Primários

- Instrumentos que realizam medidas diretas da tensão e da taxa de deformação do fluido,  $\mu = \text{tensão de cisalhamento/taxa de deformação}$ ;
- Viscosímetros tipo rotacional: De placas paralelas, de cone-disco, de cilindro concêntricos e misturador;
- Todos eles visando a reprodução do escoamento entre placas planas paralelas.
- Podem ser aplicados para ensaios tanto de fluidos Newtonianos como de fluidos com comportamento tensão versus deformação não-linear e/ou viscoelásticos.

# Esquema de viscosímetros primários

$\mu$  = viscosidade;

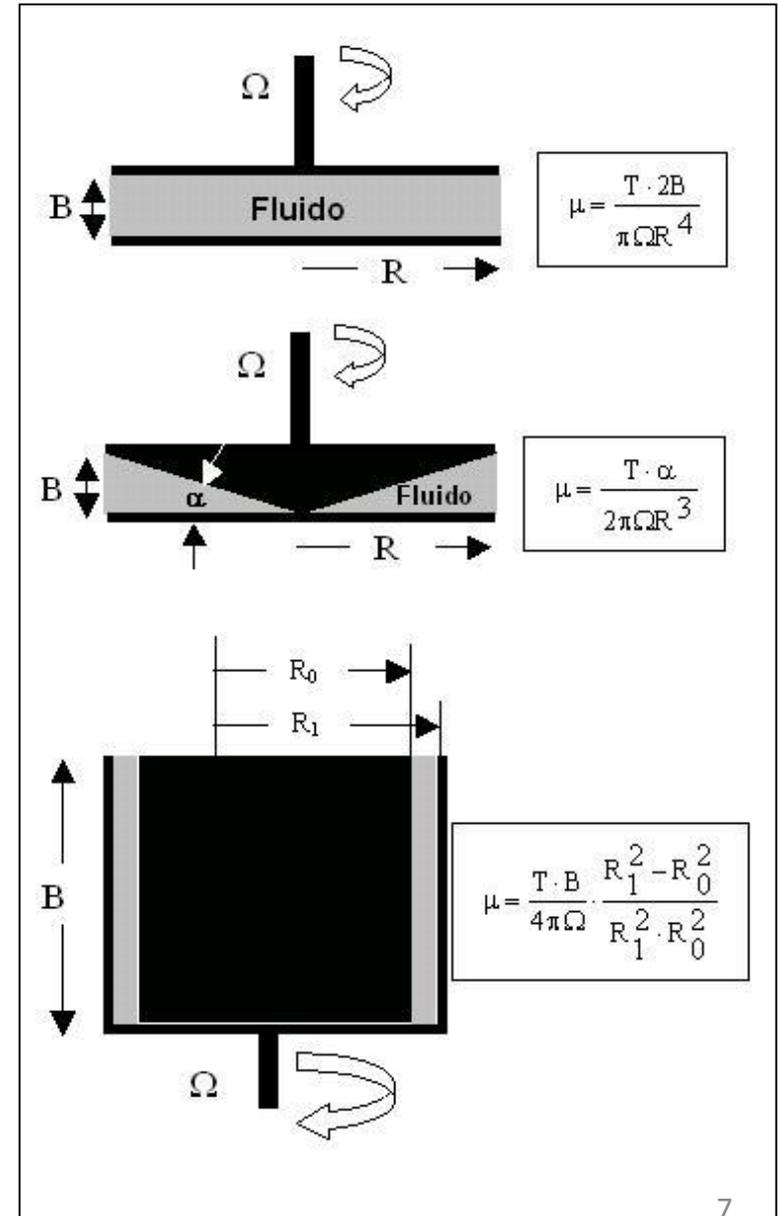
$\Omega$  = velocidade angular aplicada

$\alpha$  = ângulo do cone

$R$  = raio

$B$  = distância;

$T$  = torque medido, que resulta da tensão oriunda da deformação do fluido.



# Viscosímetro primário de Brookfield

■ Mede-se o torque necessário para manter uma determinada velocidade de rotação. A análise da taxa de deformação neste tipo de geometria é bastante complexa sendo, portanto difícil utilizar esse equipamento para análise de fluidos não-newtonianos.



BROOKFIELD ENG. LABS.  
240 Cushing St.  
Stoughton, MA 02072  
from 1993 catalog

**"spindles"** cada um apropriado para medir a viscosidade de fluidos em uma faixa específica:

- Os de menor diâmetro, as maiores viscosidades;
- Os de maior diâmetro, as menores viscosidades.

## Secundários

- O viscosímetro secundário não medem a tensão e a taxa de deformação diretamente.
- Aplicam-se somente a fluidos Newtonianos, por medirem a viscosidade indiretamente.
- Ex.: Viscosímetro de tubo capilar (tipo tubular), viscosímetro de Stokes e Copo Ford.

# Viscosímetro de tubo capilar

Não se usam para medir características de fluidos não-newtonianos porque a força motriz (a pressão hidrostática) varia durante a descarga, e isso afeta a taxa de deformação.

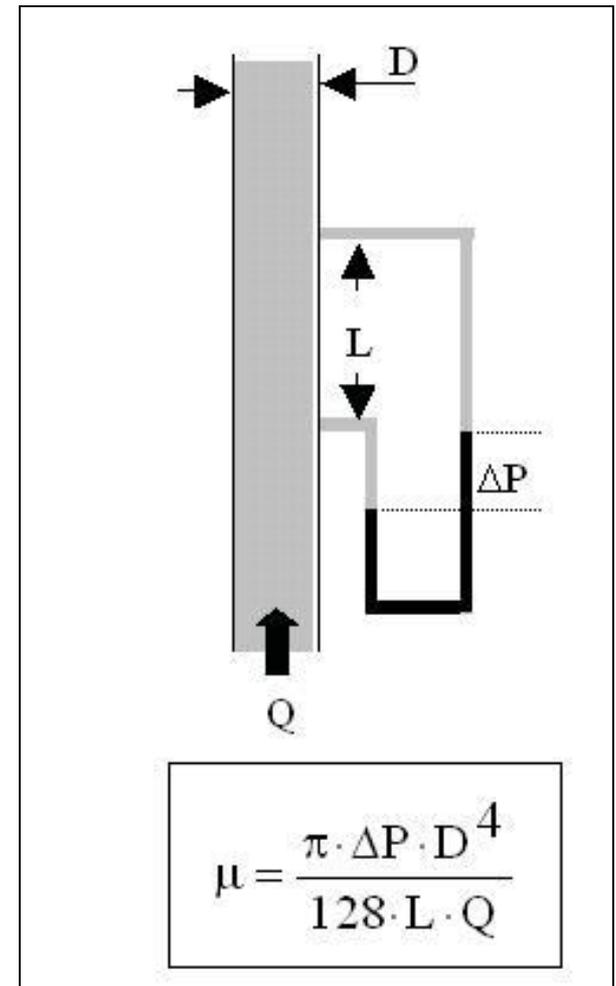
A viscosidade é obtida por meio da medida do gradiente de pressão de um escoamento laminar em um tubo.

**Q** = vazão volumétrica

**L** = distância entre as tomadas de pressão

**$\Delta P$**  = diferença de pressão

**D** = diâmetro do tubo capilar



# Viscosímetro de tubo capilar tipo Cannon-Fenske



**Viscosímetro de Cannon-Fenske**

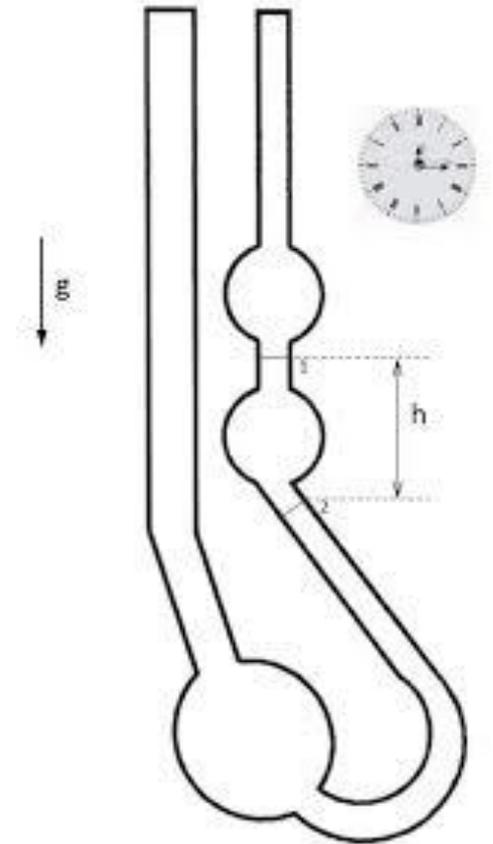
O fluido a ser analisado é colocado no reservatório superior com tubo de diâmetro maior, com um volume conhecido, a partir do qual ele é descarregado através de um tubo capilar como resultado da força motriz (gravidade). É realizada uma sucção no tubo de menor diâmetro de modo que o fluido suba. Retira-se a sucção e o fluido passa a escoar lentamente por gravidade cruzando uma marca. Entre as duas marcas é medido o tempo de escoamento que normalmente está entre 5 e 10 minutos.

A viscosidade é obtida pela expressão:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\rho_1 \cdot t_1}{\rho_2 \cdot t_2}$$

onde:

- $\mu_1$  é a viscosidade do líquido em teste
- $\mu_2$  é a viscosidade do líquido referência (ex. água)
- $\rho_1$  é a densidade do líquido em teste
- $\rho_2$  é a densidade do líquido referência (ex. água)
- $t_1$  é o tempo de escoamento do líquido em teste
- $t_2$  é o tempo de escoamento do líquido referência (ex. água)



# Viscosímetro Copo Ford

■ O Copo Ford é um viscosímetro de fácil manuseio, no qual a viscosidade está relacionada com o tempo de esvaziamento de um copo de volume conhecido que tem um orifício calibrado na sua base.

■ O Copo Ford possui um conjunto de orifícios-padrão (giglê) feitos de bronze polido que dependem da faixa de viscosidade e tempo de escoamento;

■ Equação: Depende do tempo de esvaziamento e do orifício utilizado (giglê);

■ A viscosidade do fluido a ser analisado deverá estar na temperatura de  $25,0 \text{ }^{\circ}\text{C} \pm 0,2^{\circ}\text{C}$ .





Copo Ford	Equação $v$ (cSt) e $t$ (s)
Copo Ford 1	$v = 0,49(t - 35)$
Copo Ford 2	$v = 1,44(t - 18)$
Copo Ford 3	$v = 2,31(t - 6,58)$
Copo Ford 4	$v = 3,85(t - 4,49)$
Copo Ford 5	$v = 12,1(t - 2,0)$

<b>Copo Ford (número do orifício)</b>	<b>Faixa de viscosidade (centi stokes)</b>	<b>Tempo de efluxo (tempo de escoamento em segundos)</b>
<b>1 (Ø = 1,90 mm)</b>	<b>10 a 35</b>	<b>55 - 100</b>
<b>2 (Ø = 2,53 mm)</b>	<b>25 a 120</b>	<b>40 - 100</b>
<b>3 (Ø = 3,40 mm)</b>	<b>49 a 220</b>	<b>20 - 100</b>
<b>4 (Ø = 4,12 mm)</b>	<b>70 a 370</b>	<b>20 - 100</b>
<b>5 (Ø = 5,20 mm)</b>	<b>200 a 1200</b>	<b>20 - 100</b>

# Viscosímetro de Stokes

A viscosidade é obtida através de medições do tempo de queda livre de uma esfera através de um fluido estacionário.

$g$  = aceleração da gravidade

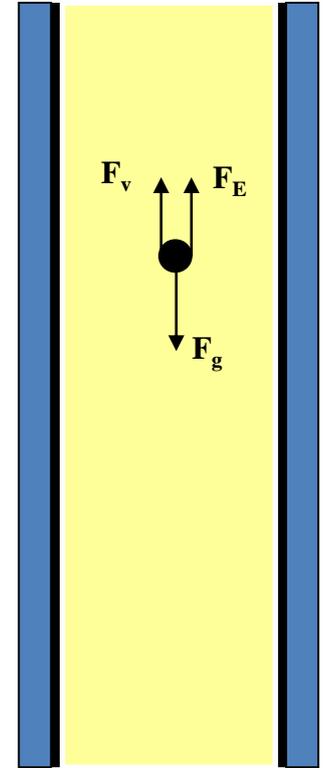
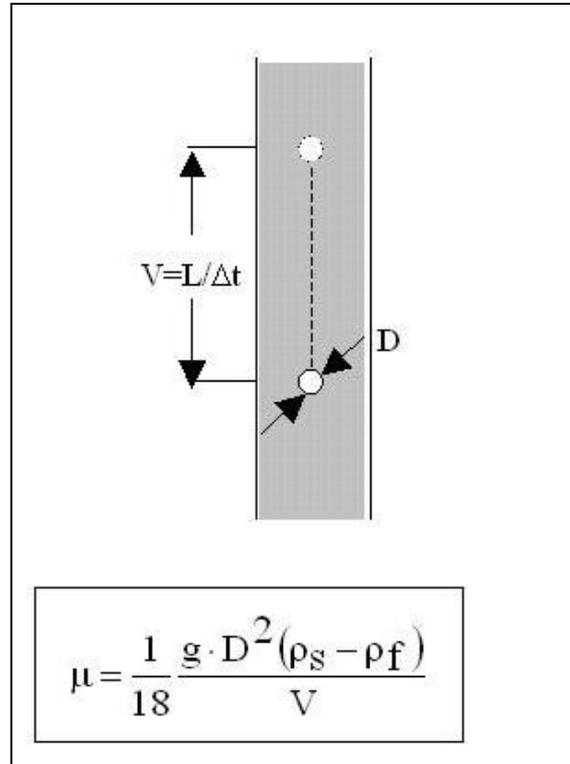
$D$  = diâmetro da esfera

$\rho_s$  = densidade da esfera

$\rho_f$  = densidade do fluido

$V$  = velocidade terminal de queda livre, isto é, a razão entre a distância  $L$  e o intervalo de tempo  $\Delta t$ .

\* Esta relação aplica-se somente para esferas em queda livre em meio infinito, com Reynolds menores do que 1.



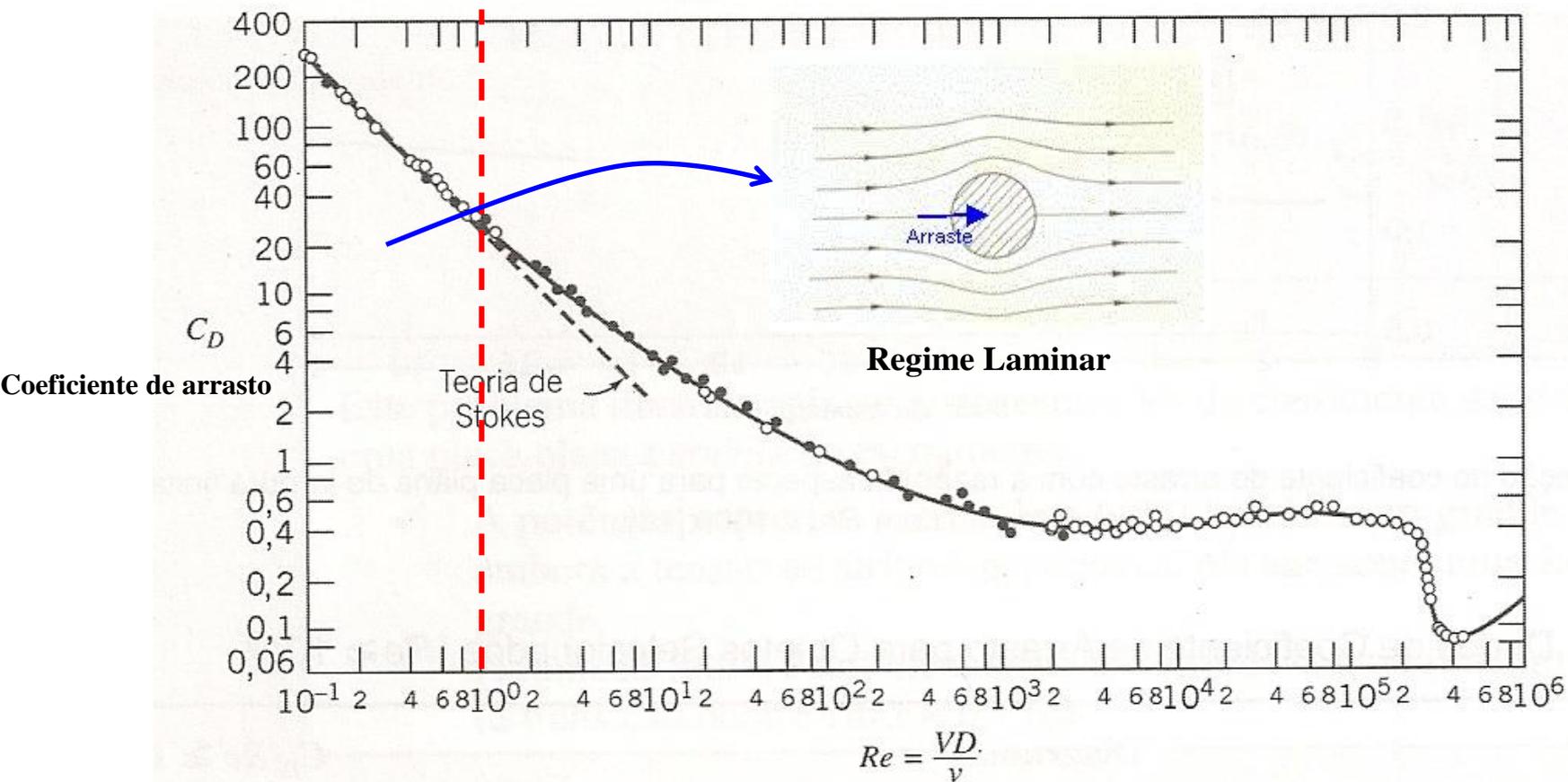
## Lei de Stokes

Quando um corpo se movimenta no interior de um fluido existem também forças de atrito entre eles que tendem a reduzir a velocidade do corpo. Esta resistência depende da velocidade relativa entre o corpo e o fluido de forma que para velocidades relativas baixas (condição associada ao regime de resistência de viscosidade ou regime de Stokes) a resistência do fluido ou força de arrasto ( $F_D$ ) é proporcional à viscosidade do fluido ( $\mu$ ) e à velocidade relativa ( $v$ ):

$$F_D \propto \mu \cdot v$$

Stokes mostrou analiticamente que escoamentos com número de Reynolds muito baixos, a força de arrasto sobre uma esfera de raio  $r$ , movendo-se com uma velocidade  $v$  através de um fluido de viscosidade  $\mu$ , é dada por:

$$F_D = 6 \cdot \pi \cdot \mu \cdot v \cdot r \quad (1)$$



Para número de Reynolds muito baixos,  $Re \leq 1,0$ , não há separação do escoamento para uma esfera; a esteira é laminar e o arrasto é predominantemente arrasto de atrito, conforme foi demonstrado por Stokes.

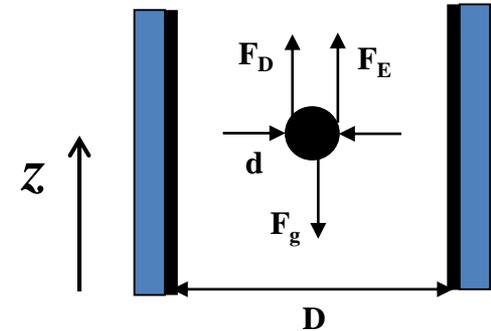
$$F_D = 6.\pi.\mu.v.r \quad (1)$$

## Balanço de forças na esfera em movimento uniforme ( $\vec{a} = 0$ ):

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\vec{F}_D + \vec{F}_E - \vec{F}_g = 0$$



Força Peso = Força Arrasto + Empuxo

Força Arrasto = Força Peso - Empuxo

$$F_D = F_g - F_E$$

$$6 \cdot \pi \cdot \mu \cdot v_L \cdot r = V_{\text{esfera}} \cdot \rho_{\text{esfera}} \cdot g - \rho_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{ES}} \cdot g$$

mas  $V_{\text{esfera}} = V_{\text{ES}}$  (volume da esfera submersa)

$$6.\pi.\mu.V_L.r = \frac{4}{3}\pi.r^3.\rho_{\text{esfera}}.g - \frac{4}{3}\pi.r^3.\rho_{\text{fluido}}.g$$

$$6.\pi.\mu.V_L.r = \frac{4}{3}\pi.r^3.g(\rho_{\text{esfera}} - \rho_{\text{fluido}})$$

$$\mu = \frac{\frac{4}{3}\pi.r^3.g(\rho_{\text{esfera}} - \rho_{\text{fluido}})}{6.\pi.V_L.r} ; r = \frac{d}{2}$$

$$\mu = \frac{1}{18} \frac{(\rho_{\text{esfera}} - \rho_{\text{fluido}}).g.d^2}{V_L} \quad (1)$$

**Foi assumido:**

- **Velocidade pequena, regime laminar ( $Re \leq 1$ );**
- **Distância da parede infinita (efeito de parede);**
- **Distância do fundo infinita (efeito de borda);**
- **No interior do recipiente, a equação (1) deve ser corrigida, para dar conta da influência da parede do recipiente no movimento da esfera. Para um recipiente cilíndrico de diâmetro  $D$ , a velocidade limite média no meio infinito ( $V_C$ ) é dado por:**

$$V_C = V_L \left( \underbrace{1 + X + X^2}_{FL} \right)$$

$$X = \frac{9}{4} \frac{d}{D} \quad ; \quad V_L = \frac{L}{t} \quad (\text{cm/s})$$

**onde FL é conhecida como Fator de Ladenburg, válida para  $d/D < 0,2$ .**

# Procedimento Experimental

**Passo 1:** Determinar a densidade do detergente utilizando uma proveta graduada e uma balança digital;

**Passo 2:** Determinar a densidade das esferas a partir do diâmetro das três esferas utilizando um paquímetro e a massa de cada esfera com uma balança digital;

**Passo 3:** Determinar o diâmetro interno do tubo e com os valores dos diâmetros das esferas, determine o fator de Ladenburg quando  $d/D < 0,2$ ;

**Passo 4:** Adicionar o detergente dentro do tubo do experimento de Stokes;

**Passo 5:** Ajustar o sensor mais baixo próximo do final do tubo e posicione os demais sensores distanciados 10 cm um do outro a partir do sensor mais baixo;

**Passo 6:** Faça o alinhamento dos sensores;

**Passo 7:** Um grupo de três alunos deverá adicionar as esferas de diferentes diâmetros e anotar o valor da velocidade de queda livre de cada uma;

**Passo 8:** Repete-se o experimento pelo menos quatro vezes para se obter uma média dos tempos obtidos;

**Passo 9:** Muda-se o grupo de alunos para a medição do tempo de queda livre para observar o erro cometido por cada grupo;

**Passo 10:** Após realizar as medidas dos tempos, os grupos deverão determinar a velocidade limite média de cada esfera;

**Passo 11:** Determinar a viscosidade do fluido utilizando a equação de Stokes.

**Passo 12:** Qual fluido o detergente se aproxima na literatura?

## Procedimento Experimental

### Determinação da densidade das esferas de aço:

Utilizar um paquímetro e uma balança

	Diâmetro (mm)	Massa (g)
Bolina Pequena	?	?
Bolinha Média	?	?
Bolinha Grande	?	?

### Determinação da densidade do detergente:

Utilizar uma proveta graduada e um balança

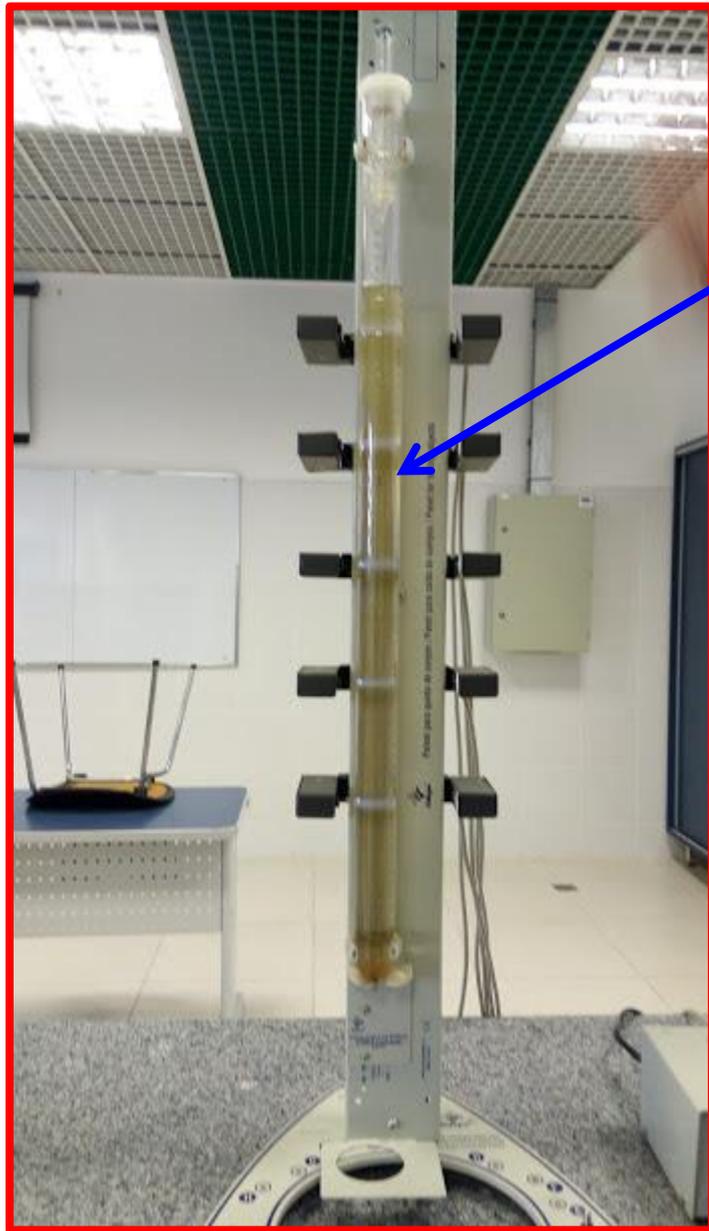


# Arranjo Físico

## Viscosímetro de Stokes

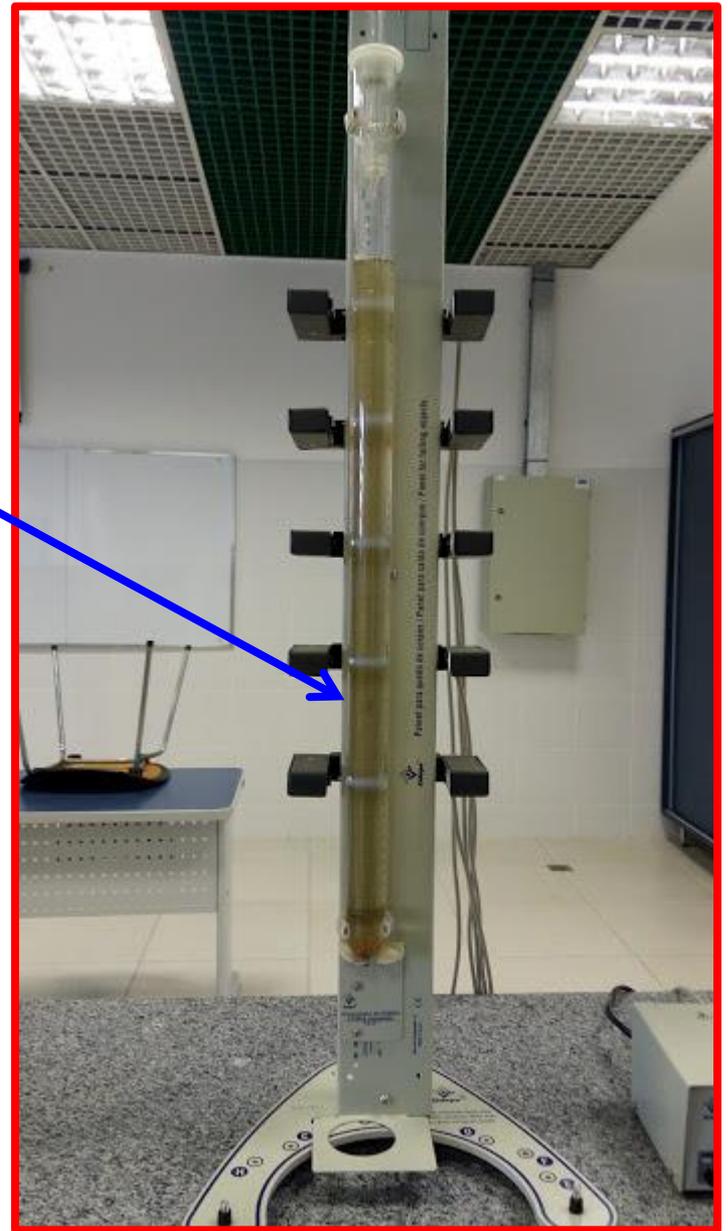
$$\mu = \frac{1}{18} \frac{(\rho_s - \rho_{\text{fluido}})g \cdot d^2}{V_L} \quad (\text{Poise})$$





**Esfera**

**Esfera**



# Cálculos

**Velocidade limite média ou velocidade de queda livre ( $V_L$ ):**

$$V_L = \frac{\Delta L}{\Delta t} \text{ (cm/s)}$$

**Velocidade limite média no meio infinito ( $V_C$ ) para  $d/D < 0,2$ :**

$$V_C = V_L \left[ 1 + \frac{9d}{4D} + \frac{81}{16} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right]$$

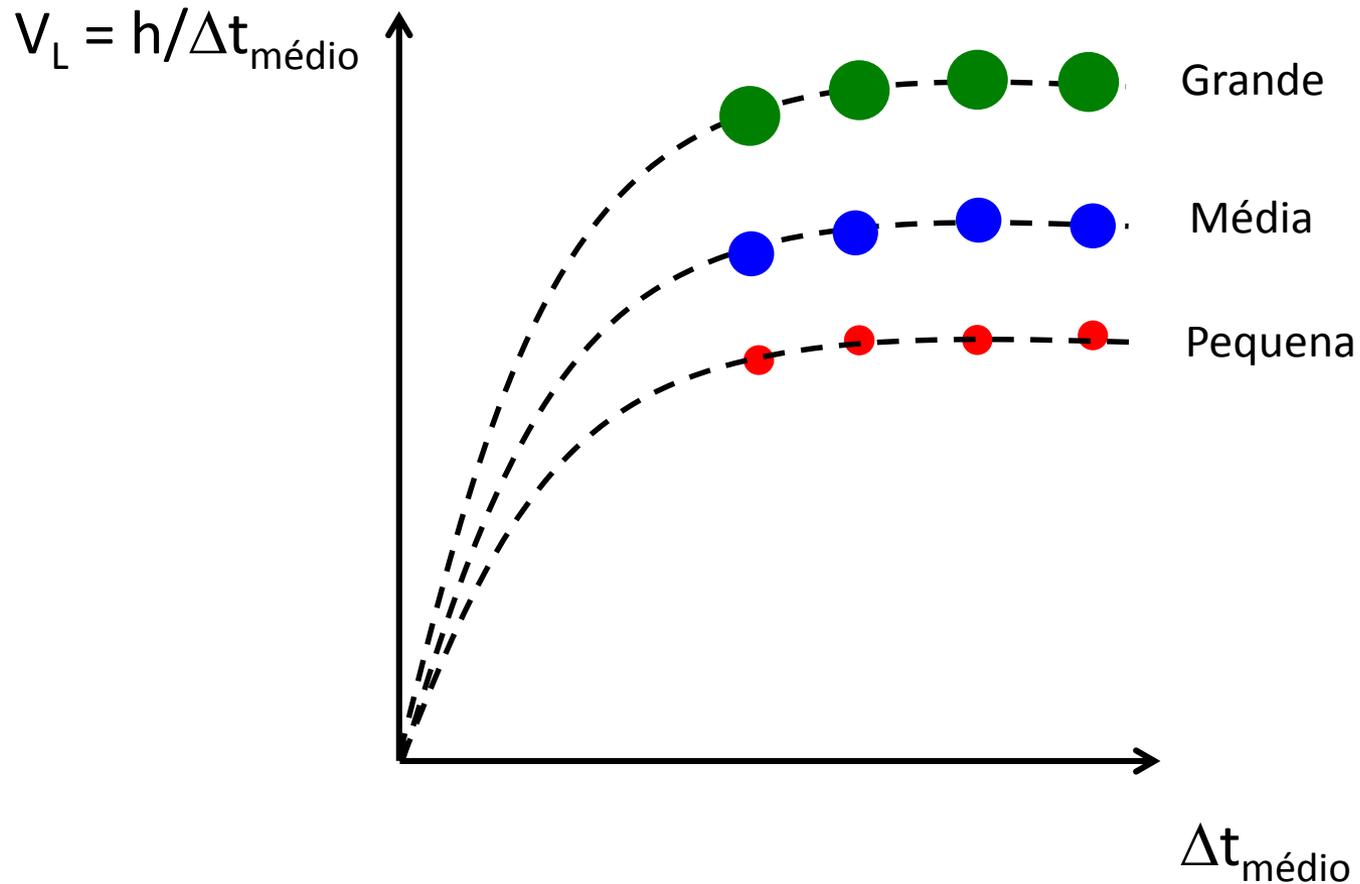
**Cálculo do número de Reynolds:**

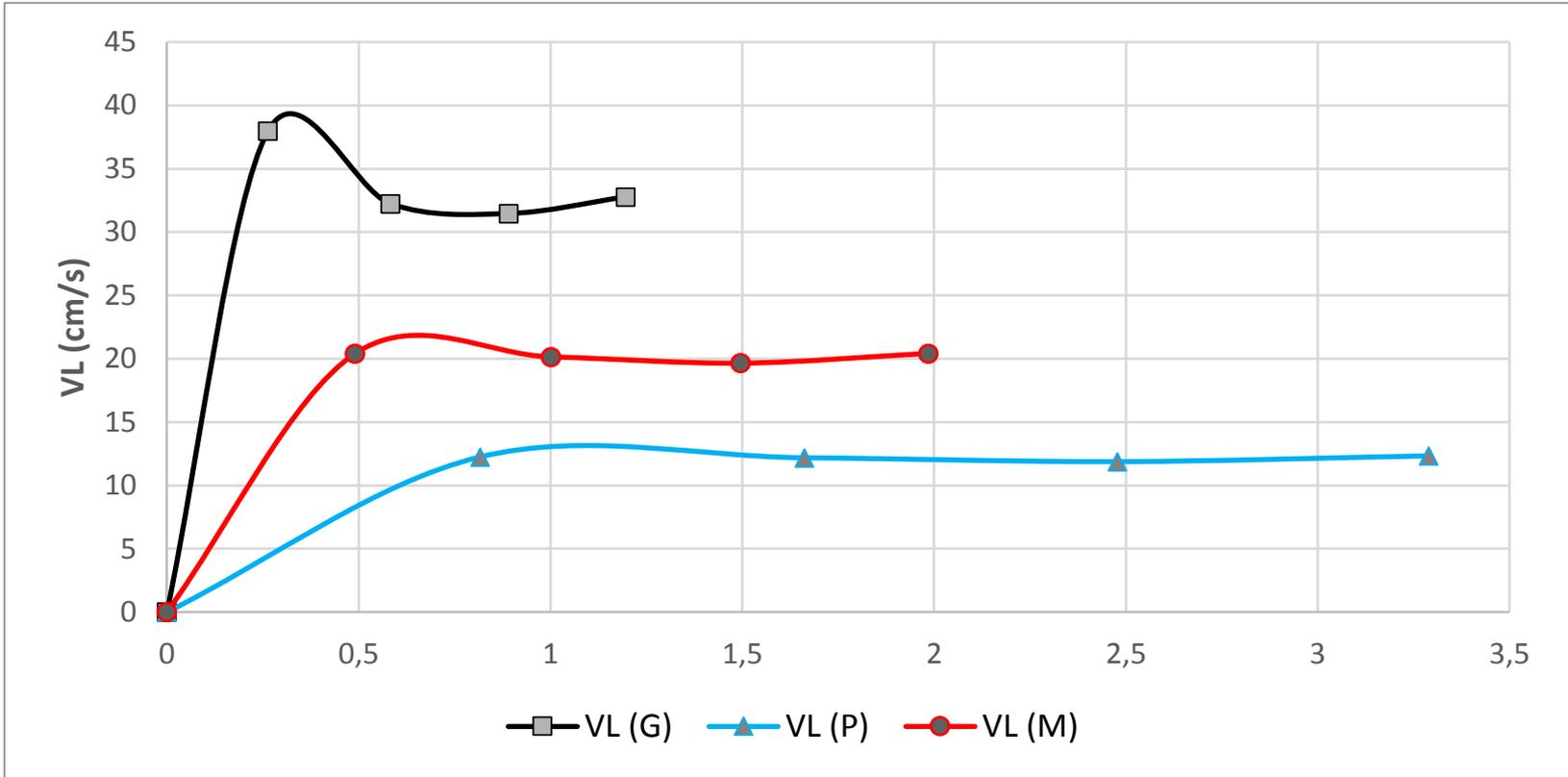
$$N_{Re} = \frac{\rho \cdot V_L \cdot d}{\mu}$$

**Viscosidade do fluido:**

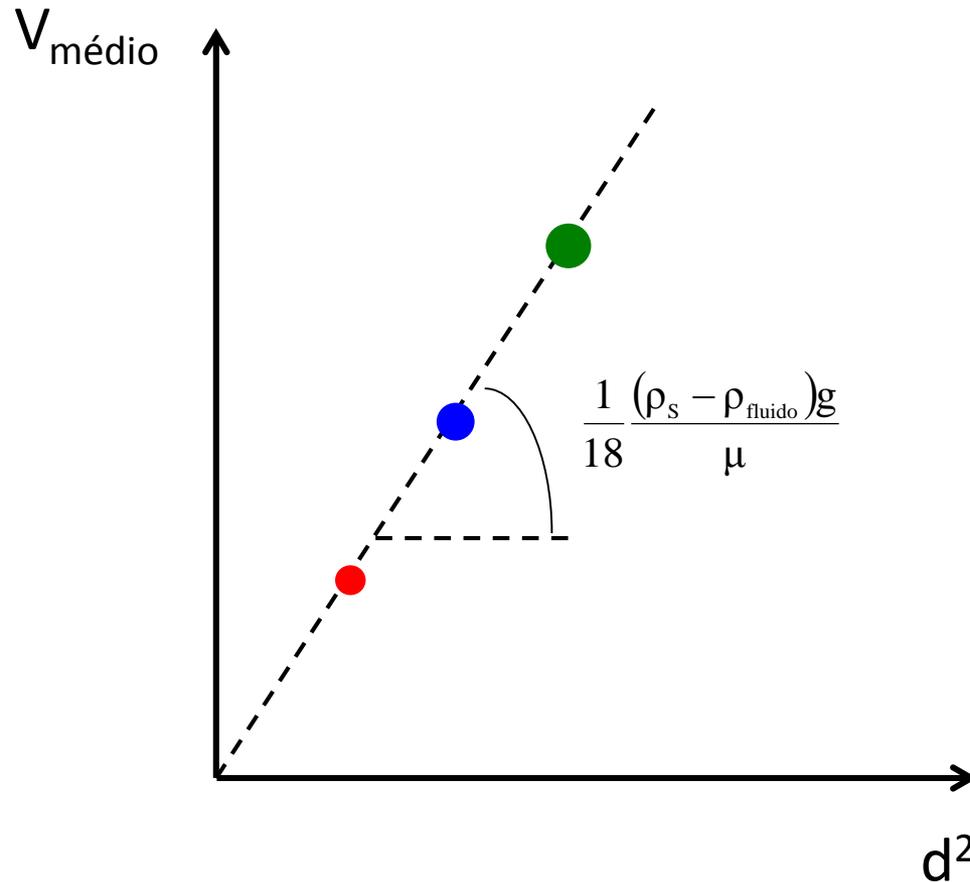
$$\mu = \frac{1}{18} \frac{(\rho_s - \rho_{\text{fluido}})g \cdot d^2}{V_L} \text{ (Poise)}$$

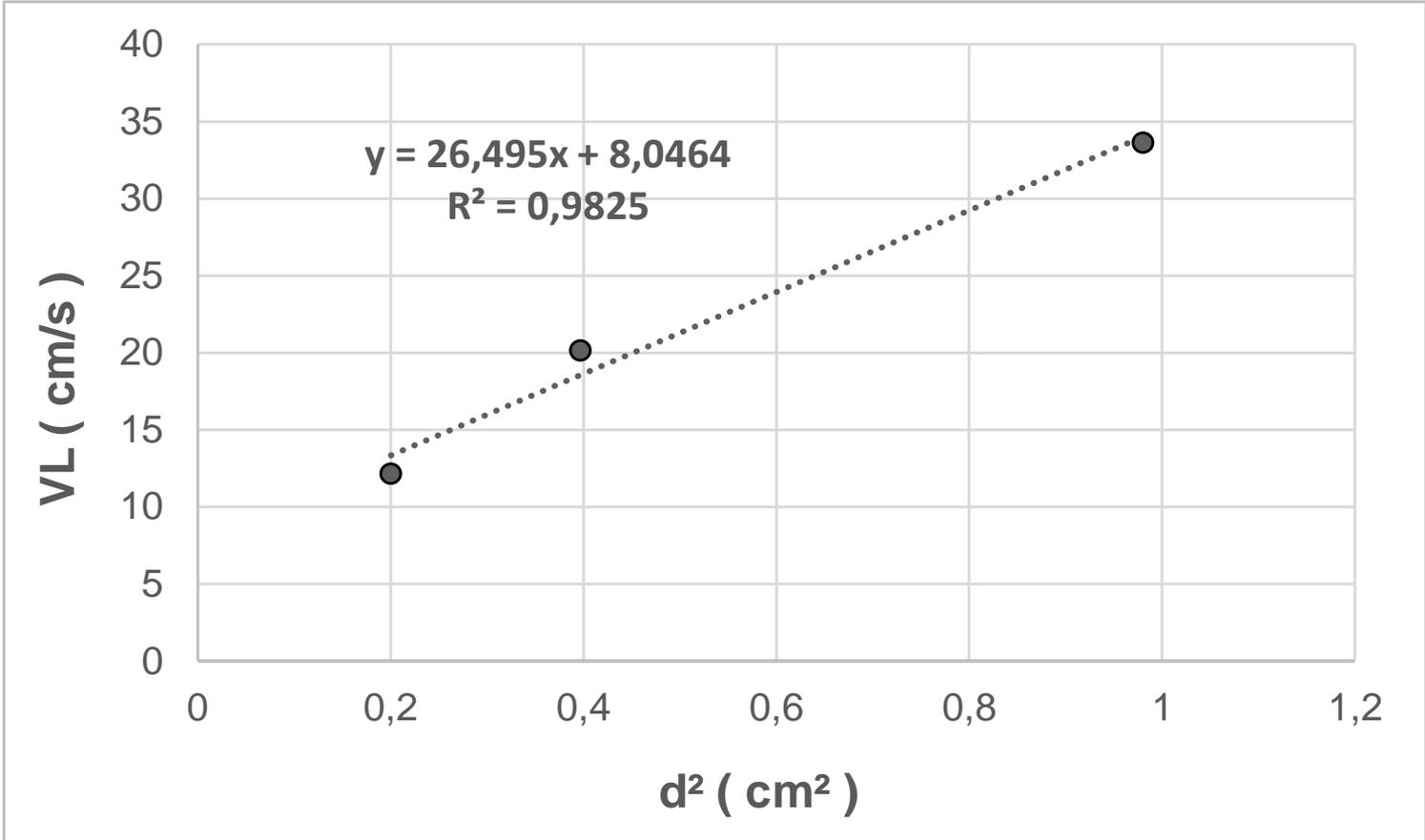
**Construir os gráficos velocidade média ( $V_L$ ) versus tempo de queda ( $\Delta t$ ) para cada corpo de prova utilizado**





**Construir os gráficos velocidade média ( $V_L$ ) versus diâmetro ao quadrado médio para o conjunto de esferas e determinar a viscosidade absoluta média.**

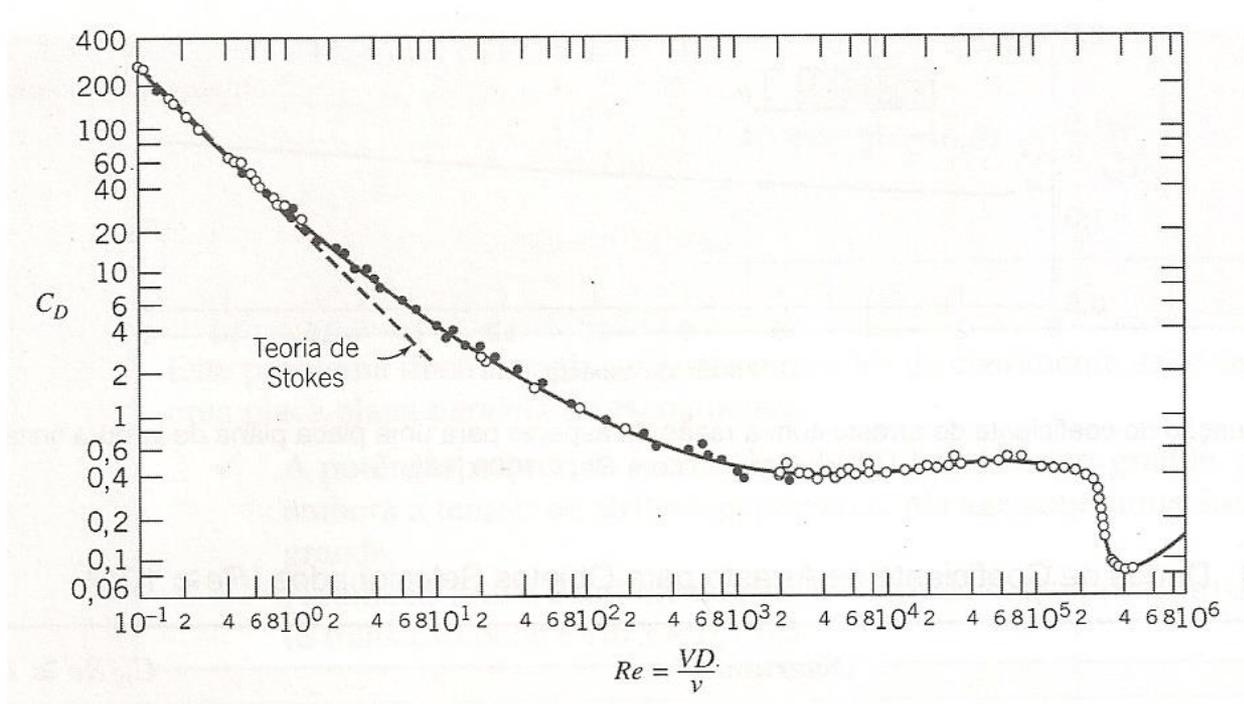




Com o valor do número de Reynolds para cada esfera, determinar o coeficiente de arrasto,  $C_D$  se o regime de escoamento for laminar;

$$N_{Re} = \frac{\rho_{\text{fluido}} \cdot V_L \cdot d_{\text{esfera}}}{\mu_{\text{fluido}}} \leq 1,0 \quad (\text{Lei de Stokes})$$

$$C_D = \frac{24}{R_e} \quad (\text{coeficiente de arrasto})$$



Com o valor da viscosidade absoluta média do detergente, encontre na figura em anexo, o fluido que mais se aproxima da viscosidade do detergente na mesma temperatura.

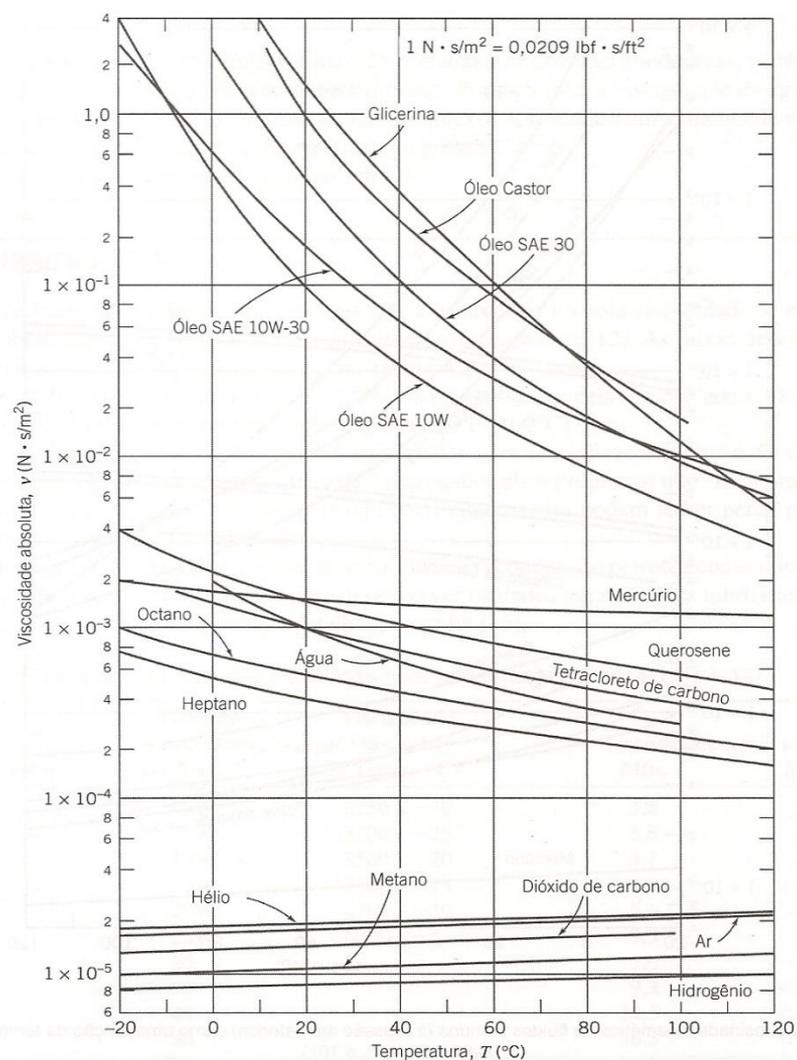


Fig. A.2 Viscosidade dinâmica (absoluta) de fluidos comuns como uma função da temperatura. (Dados de [1, 6, e 10].)