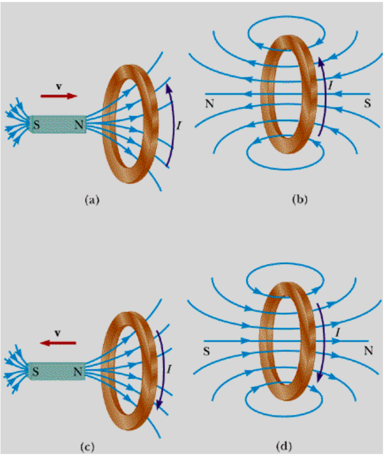
Aula 11

- Lei de Lenz
- FEMS induzidas e campos elétricos
- Auto – Indutância
- Energia armazenada em um indutor

Lei de Lenz

A polaridade da fem induzida em uma espira é tal que produz uma corrente cujo campo magnético se opõe à variação de fluxo magnético através da espira. Isto é, a corrente induzida está na direção tal que o campo magnético induzido tenta manter o fluxo original através da espira

Lei de Lenz - exemplo



(a) Quando o ímã é movimentado uma corrente é induzida na direção mostrada.

(b) Essa corrente induzida produz o próprio campo magnético, que é orientado para a esquerda dentro da espira para se opor ao fluxo externo crescente.

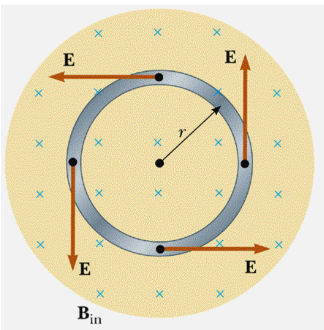
(c) Quando o ímã afasta-se da espira condutora parada, uma corrente é induzida na direção mostrada na figura.

(d) Essa corrente induzida produz o próprio campo magnético, que está orientado para a direita dentro da espira para se opor ao fluxo externo decrescente.

FEM induzidas e campos elétricos

Um campo elétrico sempre é gerado por um fluxo magnético variável (mesmo no vácuo).

$$\varepsilon = -d\phi/dt \;\rightarrow\; I \;\rightarrow E \text{ (campo elétrico)}$$



O campo elétrico sempre é tangente à espira a fim de fornecer uma força elétrica sobre as cargas em torno da espira.

$$W = \Delta U = q\varepsilon$$

$$2\pi r \,.\, F = qE \,.\, 2\pi r = W$$

$$q\varepsilon = q\, E\, (2\pi r) \;\rightarrow\; \boxed{E = \varepsilon / 2\pi r}$$

$$E = \frac{\varepsilon}{2\pi r}$$

Combinando com a Lei de Faraday: ε = -dϕ/dt

$$E = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d\emptyset_B}{dt} = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d(B\pi r^2)}{dt} = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

O campo elétrico induzido E produz uma corrente que se opõe à variação no campo magnético.

Este resultado também é válido na ausência de um condutor ou de cargas.

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\emptyset_B}{dt}$$

O campo elétrico induzido E que aparece na equação acima é um campo não conservativo gerado por um campo magnético variável . (W ≠ 0)

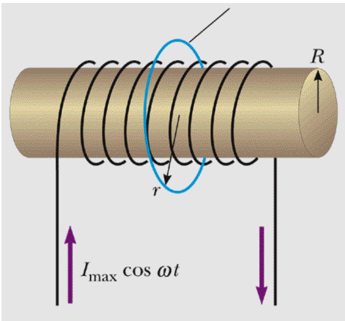
Exemplo 23.6

- Um solenóide longo e de raio R tem n espiras por unidade de comprimento e conduz uma corrente que varia com o tempo de maneira senoidal como $I = I_{max} \cos\omega t$, onde I_{max} é máxima e ω é a freqüência angular da fonte de corrente alternada.

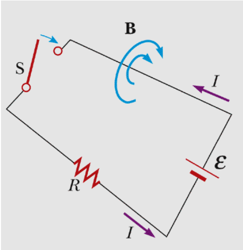
  (a) Determine a magnitude do campo elétrico induzido fora do solenóide, a uma distância r > R.

  (b) Qual a magnitude do campo elétrico induzido dentro do solenóide, a uma distância r do seu eixo?

Linha de integração



Auto-Indutância -1

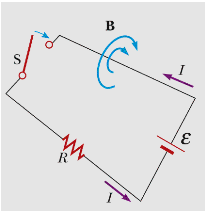


Fecha a chave → corrente aumenta com o tempo.

Há um aumento do fluxo com o tempo.

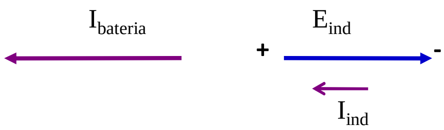
- O fluxo crescente a partir do circuito: $d\phi_B^{circuito}$ /dt
- $d\phi_B^{circuito}$ /dt → - $d\phi_B^{ind}$/dt
- $d\phi_B^{ind}$/dt induz uma fem no circuito : ε_{ind} = - $d\phi_B^{ind}$/dt
- ε_{ind} → $d\phi_B^{circuito}$ /dt

Auto-Indutância - 2



Logo, o campo elétrico induzido causa um aumento gradual da corrente do circuito, já que a corrente tem sentido oposto ao campo elétrico.

=> *auto-indutância =>> fem* ***auto-induzida***



A fem auto-induzida é sempre proporcional à taxa temporal de variação da corrente

- Para uma bobina de N espiras com geometria fixa (toroidal ou solenóide), pode-se expressar:

$$\boxed{\varepsilon = -N\frac{d\emptyset_B}{dt} = -L\frac{dI}{dt}}$$

- L = constante de proporcionalidade $\rightarrow$ indutância da bobina ; <u>depende</u> das <u>características geométricas</u> da bobina e de outras características físicas

$$\boxed{L = \frac{N\emptyset_B}{I}}$$

Significado da Indutância

$$L = -\frac{\varepsilon}{dI/dt} \quad \longleftrightarrow \quad R = -\frac{\Delta V}{I}$$

- **Indutância: medida da oposição <u>à variação da corrente</u>**
- **Resistência: medida da oposição à <u>corrente</u>**

[L] = henry (H)

1H = 1 V.s/A

Exemplo 23.7 – Indutância em um solenóide

Solenóide de N espiras e comprimento ℓ

$$L = \frac{N\emptyset_B}{I}$$

sendo $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ Substitui-se B em ϕ_B $\emptyset_B = BA = \frac{\mu_0 NIA}{\ell}$

$$L = \frac{N}{I}\frac{\mu_0 ANI}{\ell} = \frac{\mu_0 AN^2}{\ell}$$

Seja V o volume do solenóide: V =A. ℓ

$$L = \frac{\mu_0 A\ell N^2}{\ell^2} = \mu_0 V n^2$$

L depende do volume V do solenóide e do número de espiras por unidade de comprimento n.

Problema 23.24

- Um cabo telefônico enrolado forma uma bobina com 70 espiras e de diâmetro 1,30 cm sendo o comprimento não esticado de 60,0 cm. Determine a auto-indutância de um condutor no cabo não esticado.

- Considerando a bobina de cabo telefônico como um solenóide:
- N=70
- ℓ = 0,60 m
- A=π (1,3 x 10^{-2}/2)^2
- μ_0= 4π 10^{-7} T.m/A

$$L = \frac{\mu_0 AN^2}{\ell}$$

Problema 23.28

A corrente em um indutor de 90,0 mH varia com o tempo como

$I = t^2 - 6{,}00t$ (em unidades SI).

Encontre a magnitude da fem induzida

(a) em t= 1,00 s

(b) em t = 4,00 s

(c) em que instante a fem é zero?

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi_B}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

$dI/dt = 2t\text{-}6$

$|\varepsilon| = 90.10^{-3}.(2t-6)$

(a) $\varepsilon = 360.10^{-3}$ V= 360 mV =0,36 V

(b)) $\varepsilon = 180.10^{-3}$ V= -180 mV =0,18V

(c) $t = 3{,}00$ s

Circuitos RL -1

Um circuito que contenha uma bobina, tal como um solenóide, tem uma auto indutância que impede que a corrente aumente ou diminua instantaneamente.

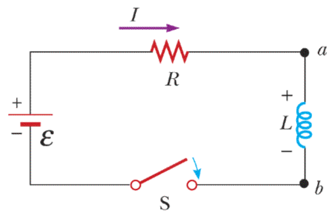
Um elemento de circuito cuja finalidade principal seja fornecer a indutância em um circuito é chamada de indutor.

Símbolo do indutor

Consideraremos sempre que:

auto-indutância do circuito é <<<< auto-indutância do indutor

Circuitos RL - 2



- Em t=0 a chave S é fechada.
- A corrente começa a aumentar
- O indutor produz uma fem que se opõe ao aumento da corrente

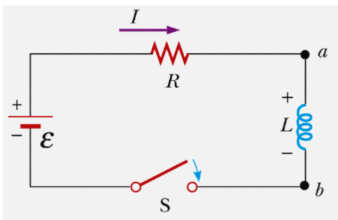
A fem produzida pelo indutor é:

$$\varepsilon_L = -L\frac{dI}{dt}$$

Como a corrente está aumentando dI/dt é positivo => $\varepsilon_L < 0$

Uma queda de potencial de a para b ocorre no indutor ($V_a > V_b$)

Circuitos RL - 3



Aplicando a regra das malhas de Kirchhoff a esse circuito. Se começarmos pela bateria e o deslocamento ocorrer no sentido horário temos:

$$\boldsymbol{\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0}$$

fem da bateria

Queda de potencial no indutor

Queda de potencial no resistor

A ddp no indutor tem sinal negativo pois sua fem está no sentido inverso ao da bateria.

Procurando uma solução para

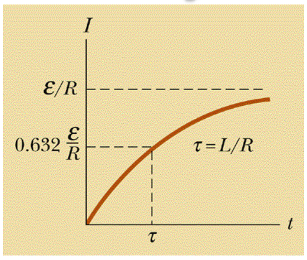
$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

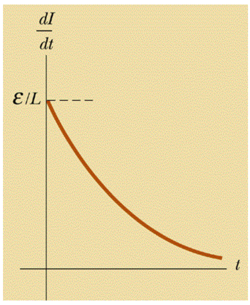
Mudança de variável: $x = (\varepsilon/R)\text{-}I$ ⇨ $\frac{dx}{x} = -\frac{R}{L}dt$

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right) \Rightarrow \boxed{I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

$$\boxed{com\ \tau = \frac{L}{R}}$$

Solução - Circuitos RL





$$\boxed{I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

Para t → ∞ => I → ε/R

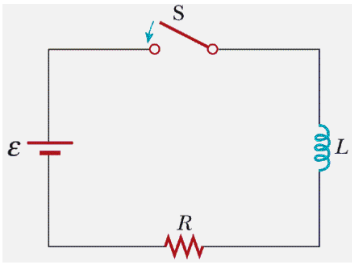
$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} \times \left(-\frac{R}{L}e^{-Rt/L}\right)$$

$$\boxed{\frac{dI}{dt} = -\frac{\varepsilon}{L}e^{-Rt/L}}$$

A taxa de variação da corrente é máxima para t=0.

Problema 23.34

Quando a chave da Figura é fechada, a corrente leva 3,00 ms para alcançar 98,0% de seu valor final. Se R=10, 0 Ω, qual a indutância?



$$I(t) = I_{max}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

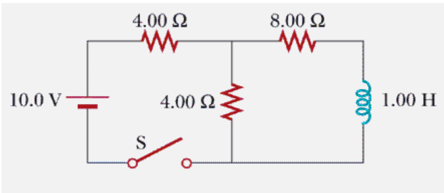
$$I_{max} = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Problema 23.36

A chave da Figura é fechada no instante t=0. Encontre a corrente no indutor e a corrente através da chave como funções do tempo, depois de fechada a chave.

Lei de Kirchhoff



$$(1,00)\frac{dI_3}{dt} + 10I_3 = 5$$

$$I_3(t) = 0,50\left(1 - e^{-10t}\right)$$

Energia Armazenada em Circuito RL

$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$ Multiplica por R

$$\varepsilon I - I^2R - LI\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\varepsilon I = I^2R + LI\frac{dI}{dt}$$

Conservação de energia no circuito isolado

Energia Armazenada no Indutor

Seja U_B é a energia armazenada no indutor, pode-se calculá-la a partir da taxa de variação desta energia:

$$\frac{dU_B}{dt} = LI\frac{dI}{dt}$$

$$dU_B = LIdI$$

$$U_B = \int_0^{U_B} dU_B' = \int_0^I LIdI$$

$$\boxed{U_B = \frac{1}{2}LI^2}$$

Problema 23.39

Um solenóide com 68 espiras com núcleo de ar e cujo comprimento é de 8,00 cm, tem um diâmetro de 1,20 cm. Quanta energia é armazenada em seu campo magnético quando conduz uma corrente de 0,77 A ?

Problema 23.42

Um circuito RL no qual L = 4,00 H e R = 5,00 Ω é conectado a uma bateria de 22,0 V em t=0.

(a) Quanta energia está armazenada no indutor quando a corrente for 0,5 A?
(b) A que taxa a energia está sendo armazenada no indutor quando I = 1,00 A?
(c) Que potência está sendo fornecida ao circuito pela bateria quando I = 0,50 A?