Fenômenos de Transporte II - Prof.ª Janaina

Transferência de calor em superfícies estendidas - Aletas

Obs: material do prof. Gerônimo

- Existem várias situações diferentes que envolvem os efeitos combinados de condução/convecção, a aplicação mais frequente é aquela na qual uma superfície estendida é usada especificamente para ***aumentar*** a taxa de transferência de calor entre um sólido e um fluído adjacente. Tal superfície estendida é chamada de ***aleta.***
- **O Objetivo do uso de aletas é aumentar a taxa de transferência de calor**.

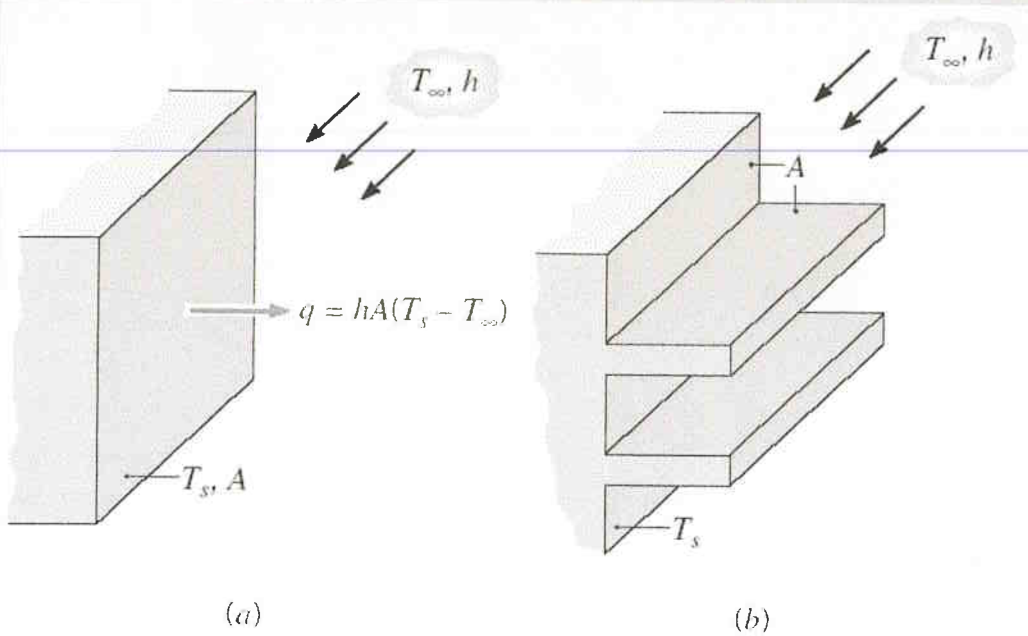


Figura 2 – Uso de aletas para melhorar a taxa de calor: (a) Superfície sem aleta. (b) Superfície com aleta.

Como podemos aumentar a taxa de transferência de calor?

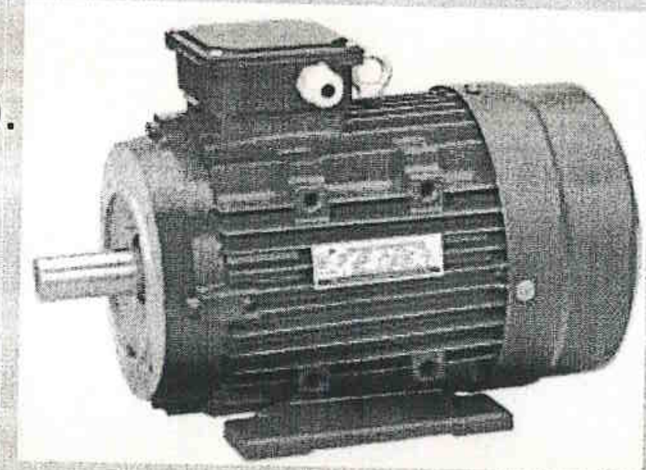
1 – Aumentando o gradiente de temperatura.

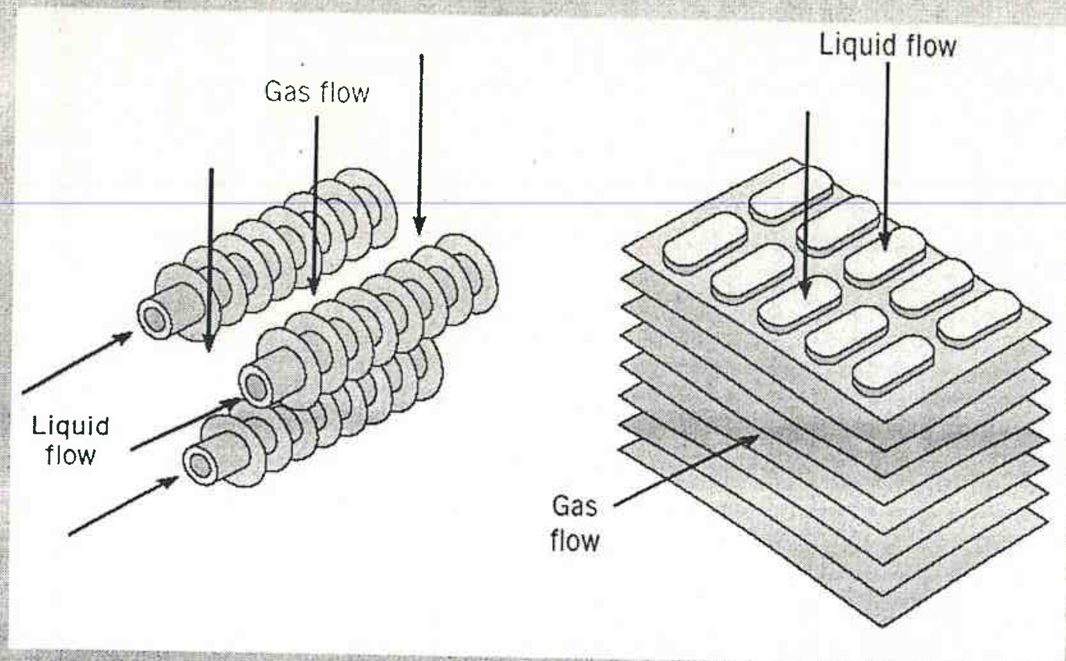
2 – Aumentando o coeficiente de convecção.

3 – **Aumentando a área de contato.**

Transferência de calor em superfícies estendidas

- **Aplicações das aletas:**
- Para resfriar motores a combustão (Radiadores).
- Transformadores de potência elétrica.
- Motores elétricos.
- Trocadores de calor com tubos aletados.





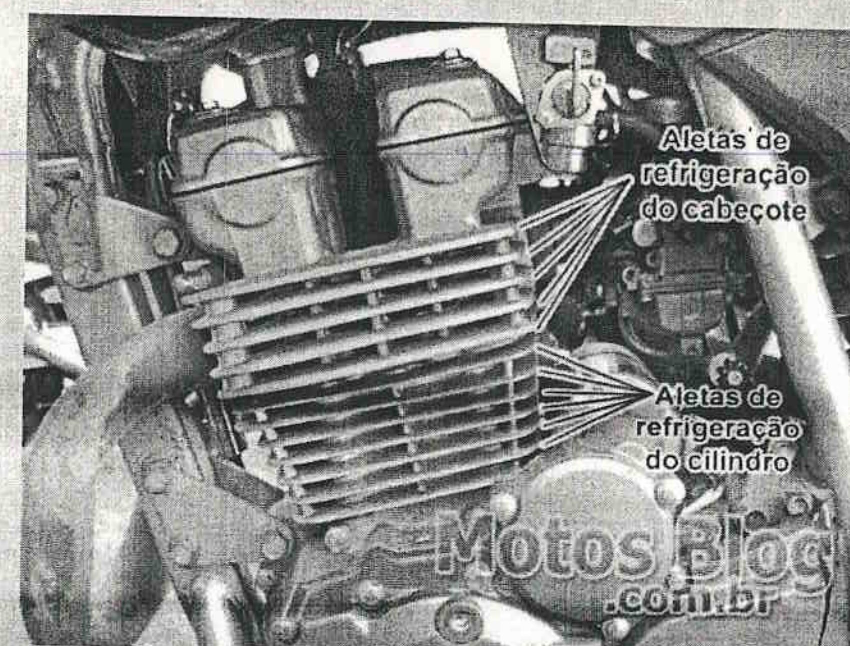


Fig. 3 – Tipos de aplicação das aletas.

Transferência de calor em superfícies estendidas

- Existem diferentes configurações de aletas:

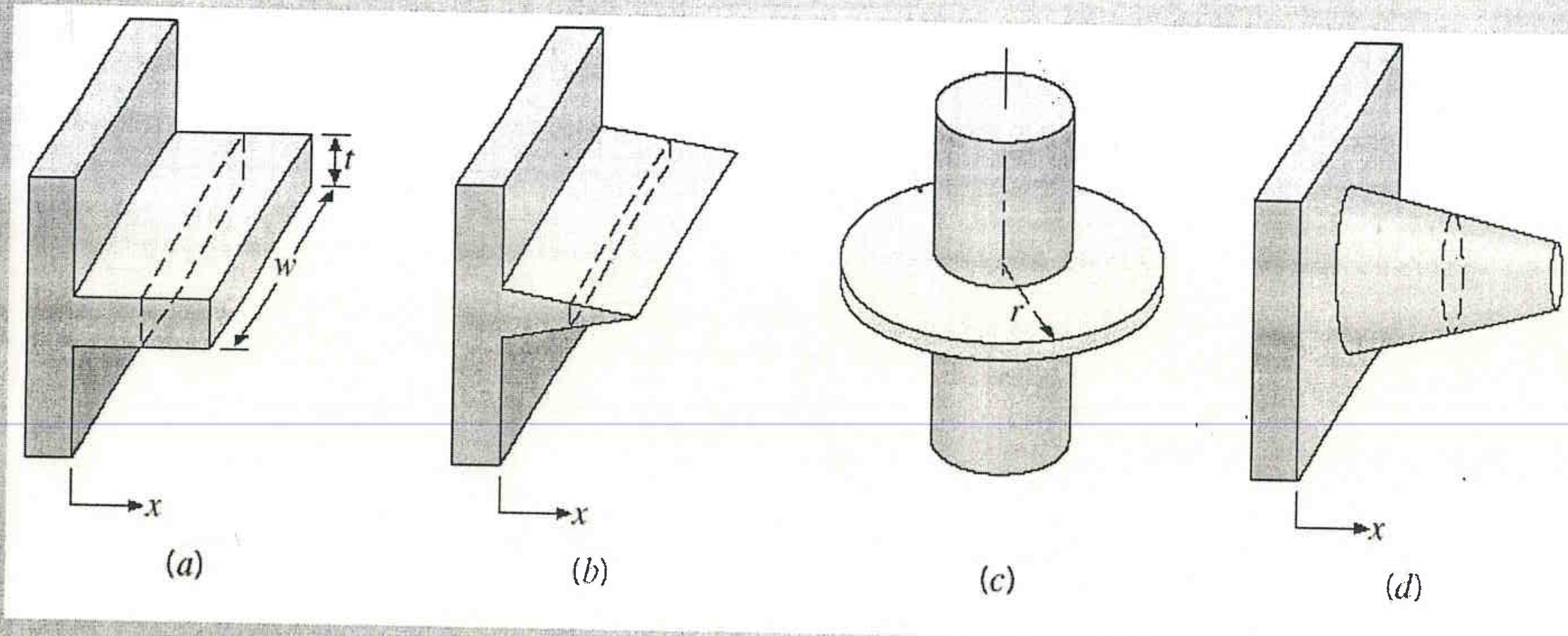
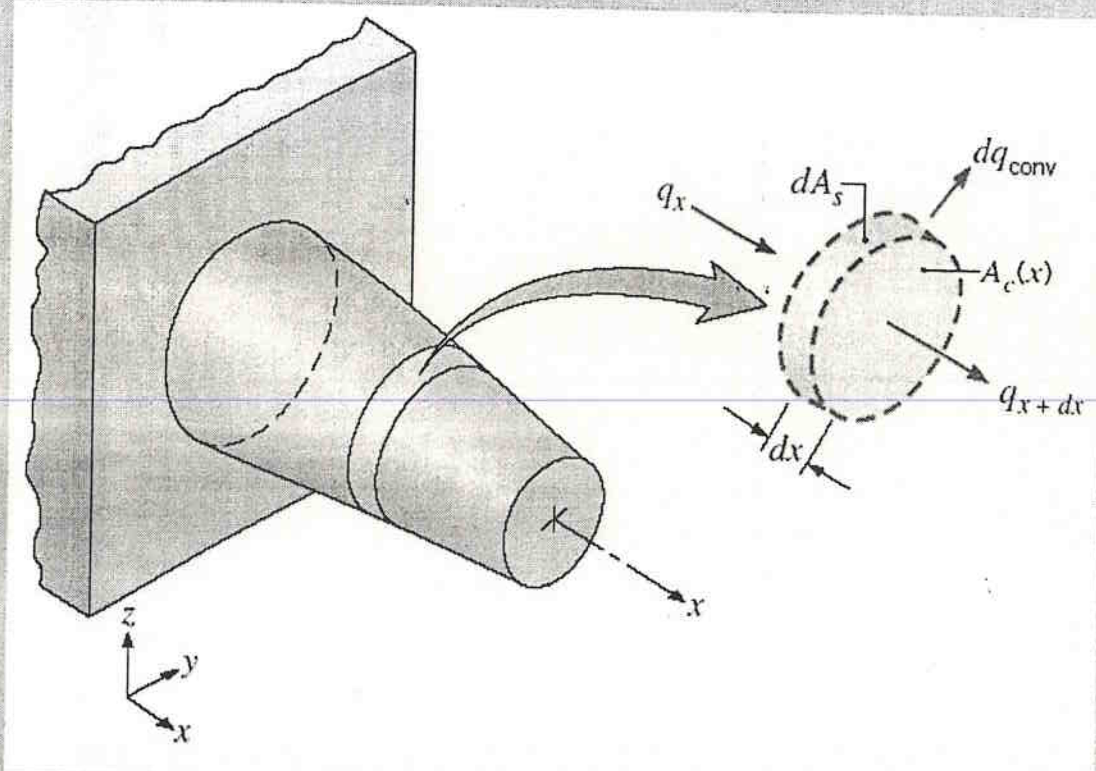


Fig. 4 – Configurações de aletas: (a) Aleta plana com seção transversal uniforme. (b) aleta plana com seção transversal não-uniforme . (c) Aleta anular. (d) aleta piniforme.

Transferência de calor em superfícies estendidas

- Equação das aletas.
- Vamos aplicar a lei da conservação da energia:



$$q_x = q_{x+dx} + dq_{conv} \quad (1)$$

Pela lei de Fourier:

$$q_x = -kA_{tr}\frac{dT}{dx}$$

A_{tr} = área da seção transversal.

Mas:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx}dx$$

$$q_{x+dx} = -kA_{tr}\frac{dT}{dx} - k\frac{d}{dx}\left(A_{tr}\frac{dT}{dx}\right)dx$$

Fig. 5 – Balanço de energia em uma superfície estendida, aleta.

Transferência de calor em superfícies estendidas

- A taxa de transferência de calor por convecção pode ser representada:

$$dq_{conv} = h dA_s (T - T_\infty)$$

Onde dA_s = é a área superficial do elemento diferencial.

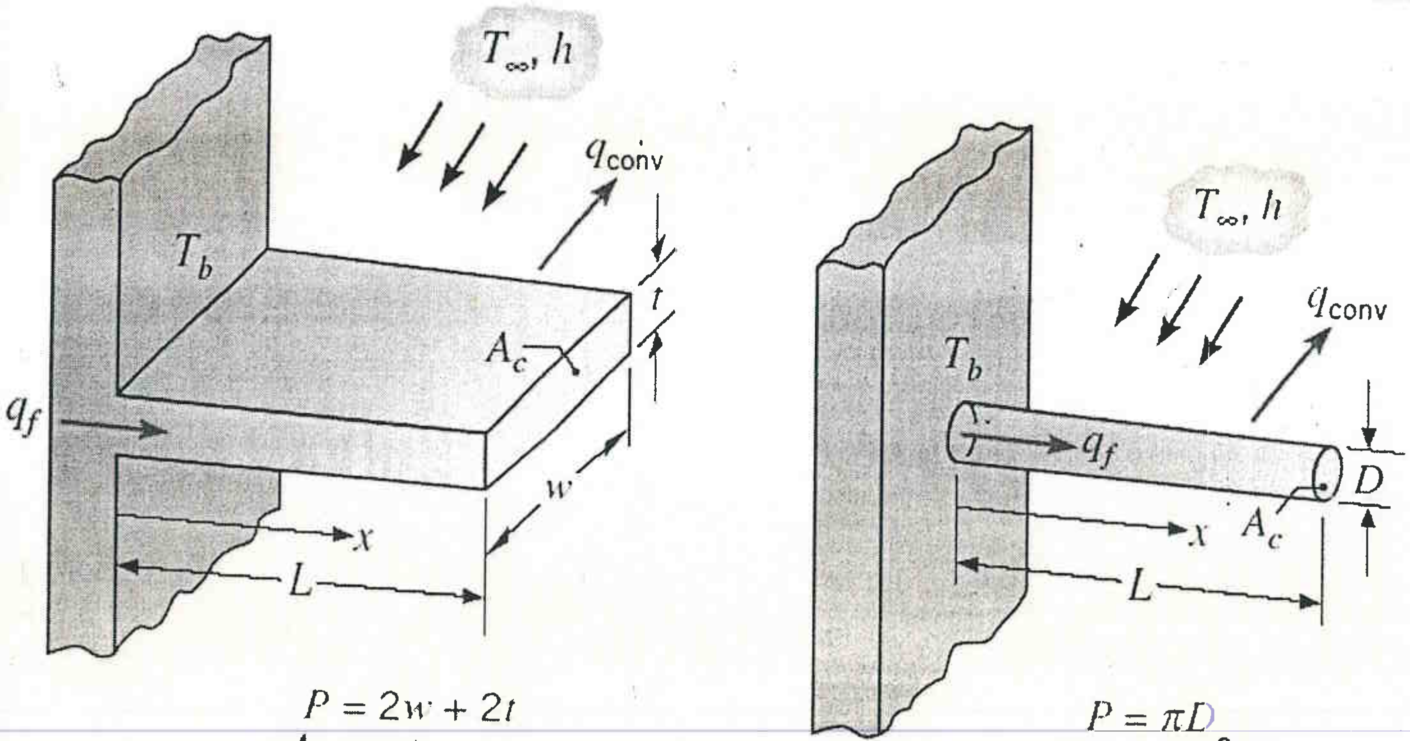
- Substituindo as equações anteriores na equação de balanço de energia, temos:

$$\frac{d}{dx}\left(A_{tr}\frac{dT}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}(T - T_\infty) = 0$$

Ou

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_{tr}}\frac{dA_{tr}}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_{tr}}\frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}\right)(T - T_\infty) = 0 \ (2)$$

Aletas com seção transversal constante:



(a) $P = 2w + 2t$, $A_c = wt$

(b) $P = \pi D$, $A_c = \pi D^2/4$

Fig. 6 - Aletas planas de seção transversal uniforme. (a) Aleta retangular. (b) Aleta piniforme.

$A_c = A_{tr}$ e P = Perímetro.

Transferência de calor em superfícies estendidas

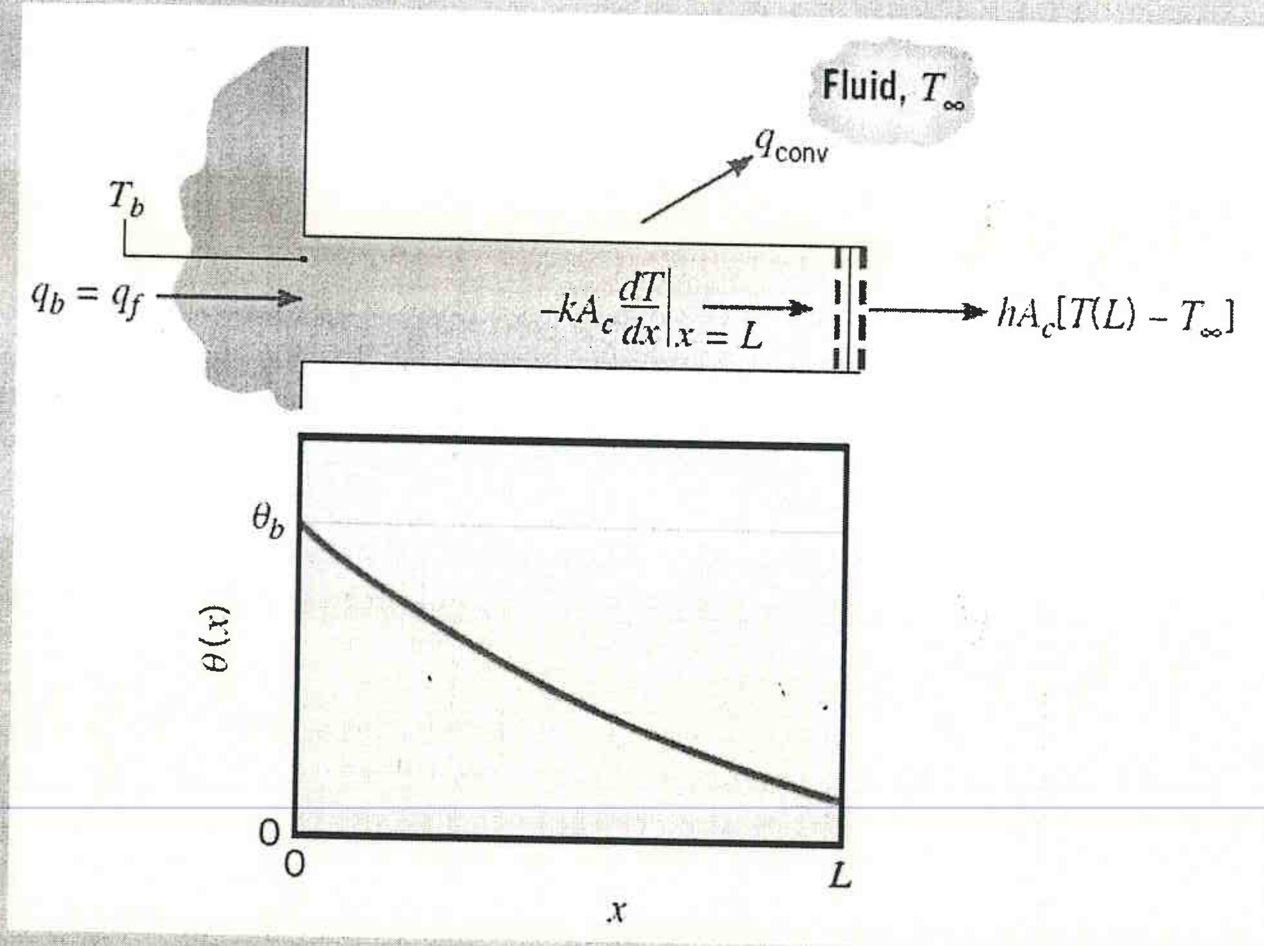
- **Aletas com seção transversal constante:**
- A_{tr} = é uma constante e A_s = Px.
- Onde A_s = é a área da superfície medida desde a base até x,
- E ***P*** é o perímetro.
- Consequentemente: $dA_{tr}/dx = 0$ e $dA_s/dx = P$.
- Portanto a equação (2) se reduz:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_{tr}}\left(T - T_\infty\right) = 0$$

- Para Simplificar a forma dessa equação vamos transformar

$$\theta_{(x)} \equiv T_{(x)} - T_\infty \qquad m^2 \equiv \left(\frac{hP}{kA_{tr}}\right) \qquad \boxed{\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0}$$

Equação de segunda ordem, linear e homogênea com coeficientes constantes.



Condução e convecção em uma aleta de seção transversal uniforme

Transferência de calor em superfícies estendidas

- **Aletas com seção transversal constante:**
- Solução:

$$\theta_{(x)} = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

- Determinando as constantes:
- CC1 – Para x = 0 $T_{(x)} = T_b$ = temp. da base.

$$\theta_{(b)} = C_1 + C_2$$

- CC2 – Para x = L, temos: Várias condições:

A - Convecção: $-k d\theta / dx|_{x=L} = h\theta(L)$

B - Adiabático: $d\theta / dx|_{x=L} = 0$

C - Temperatura especificada: $\theta(L) = \theta_L$

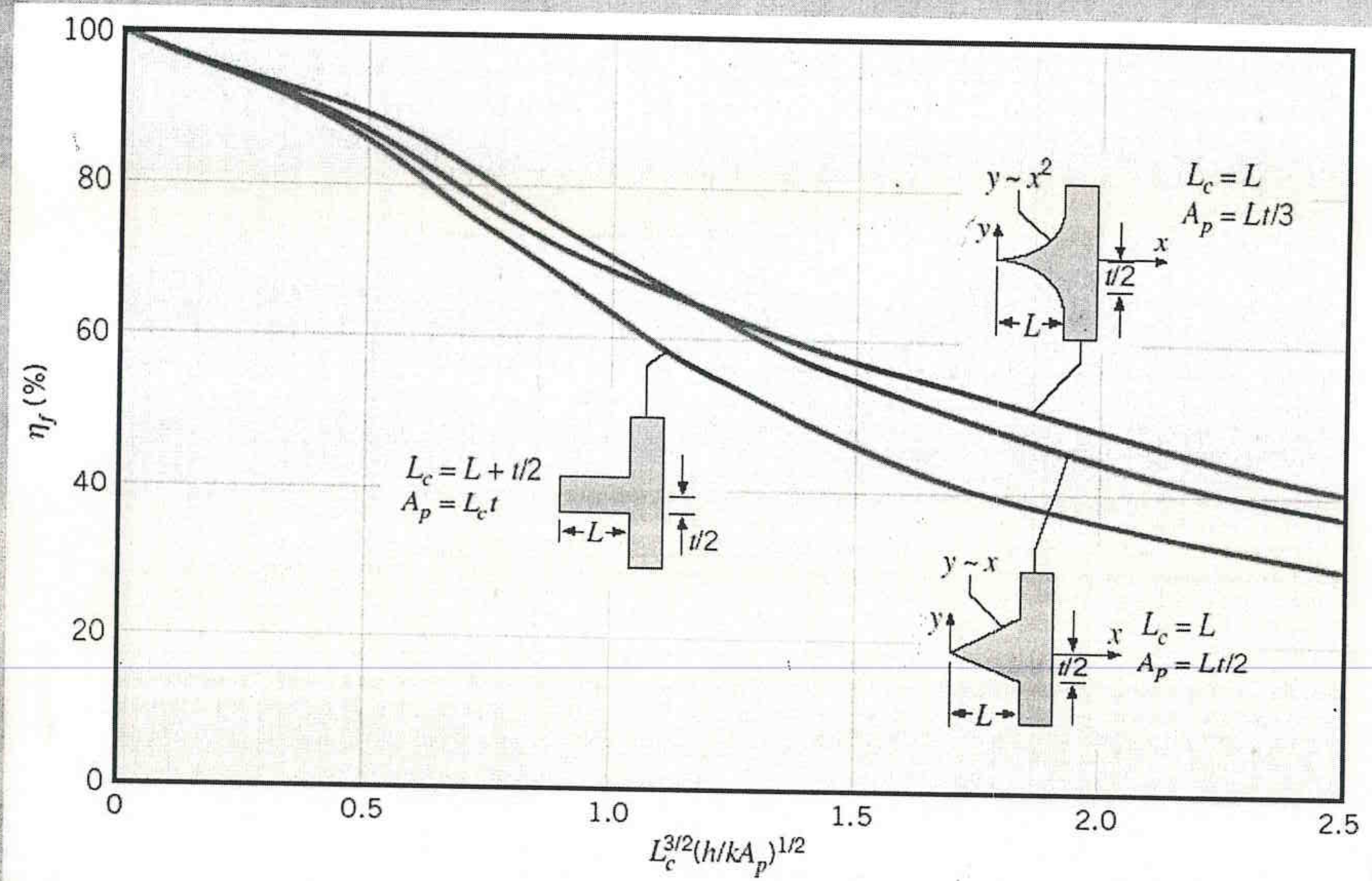
D - Aleta Longa (mL>2.65): $\theta(L) = 0$

Tabela1 – Distribuição de temperatura e perda de calor para aletas de seção transversal uniforme.

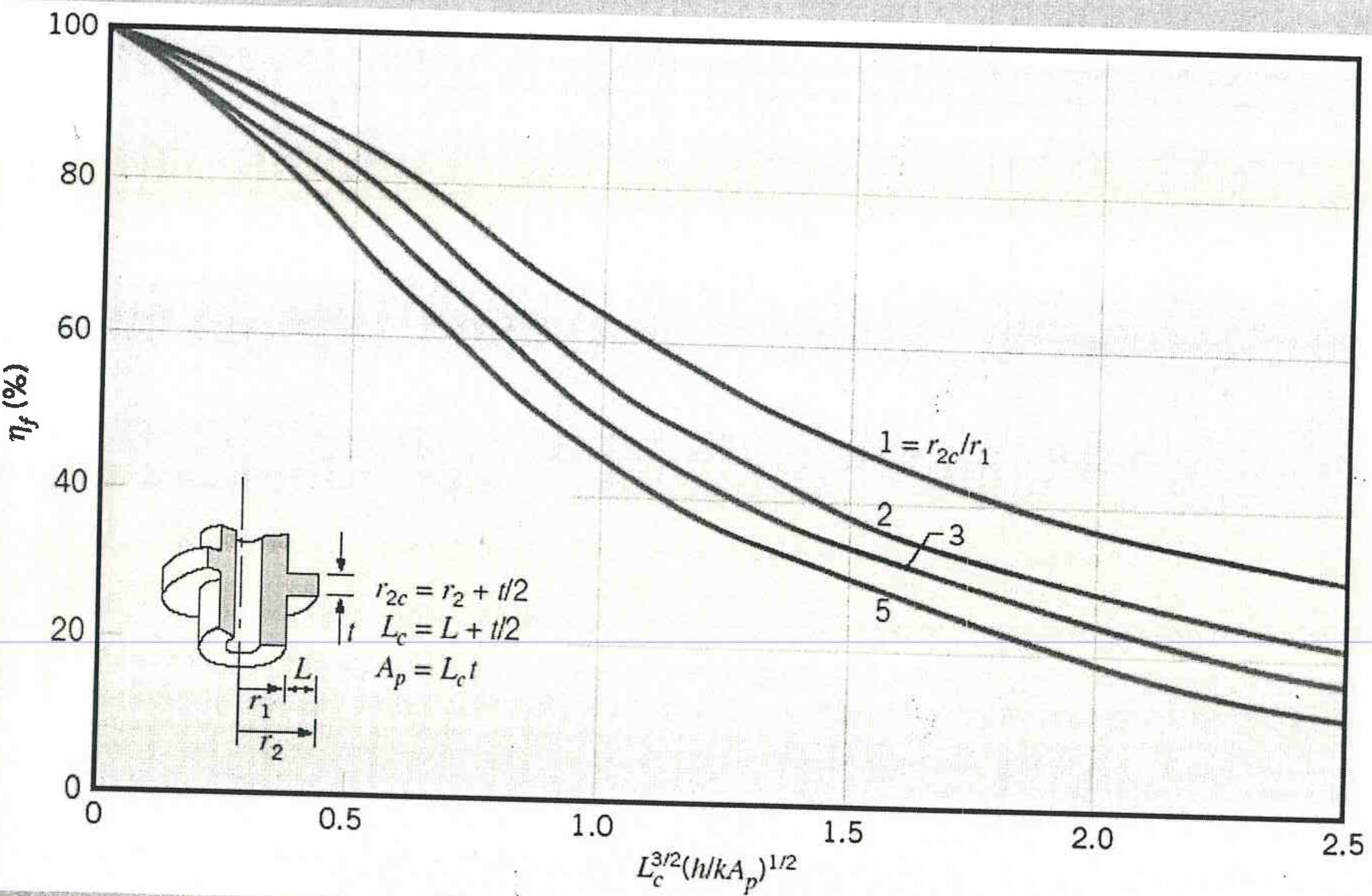
Case	Tip Condition ($x = L$)	Temperature Distribution θ/θ_b	Fin Heat Transfer Rate q_f
A	Convection heat transfer: $h\theta(L) = -kd\theta/dx\vert_{x=L}$	$\dfrac{\cosh m(L-x) + (h/mk)\sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$ (3.70)	$M\dfrac{\sinh mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$ (3.72)
B	Adiabatic $d\theta/dx\vert_{x=L} = 0$	$\dfrac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$ (3.75)	$M \tanh mL$ (3.76)
C	Prescribed temperature: $\theta(L) = \theta_L$	$\dfrac{(\theta_L/\theta_b)\sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$ (3.77)	$M\dfrac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\sinh mL}$ (3.78)
D	Infinite fin ($L \rightarrow \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx} (3.79)	M (3.80)

$\theta \equiv T - T_\infty$ $\qquad m^2 \equiv hP/kA_c$

$\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$ $\qquad M \equiv \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b$



Eficiência de aletas planas (retangular, triangular e parabólico).



Eficiência de aletas anulares de perfil retangular.

Eficiências de aletas comuns.

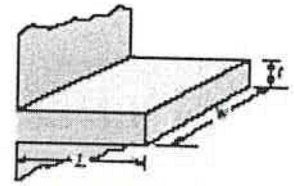
Straight Fins

Rectangular[a]

$A_f = 2wL_c$

$L_c = L + (t/2)$

$A_p = tL$

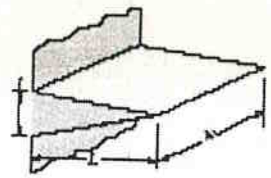


$$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

Triangular[a]

$A_f = 2w[L^2 + (t/2)^2]^{1/2}$

$A_p = (t/2)L$



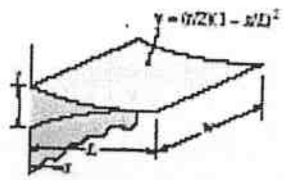
$$\eta_f = \frac{1}{mL}\frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$

Parabolic[a]

$A_f = w[C_1L + (L^2/t)\ln(t/L + C_1)]$

$C_1 = [1 + (t/L)^2]^{1/2}$

$A_p = (t/3)L$



$$\eta_f = \frac{2}{[4(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1}$$

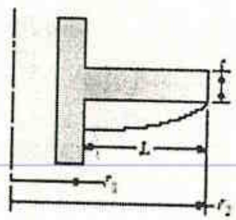
Circular Fin

Rectangular[a]

$A_f = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)$

$r_{2c} = r_2 + (t/2)$

$V = \pi(r_2^2 - r_1^2)t$



$$\eta_f = C_2 \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$$

$$C_2 = \frac{(2r_1/m)}{(r_{2c}^2 - r_1^2)}$$

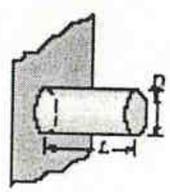
Pin Fins

Rectangular[b]

$A_f = \pi DL_c$

$L_c = L + (D/4)$

$V = (\pi D^2/4)L$

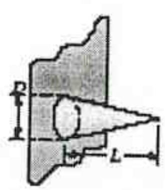


$$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

Triangular[b]

$A_f = \frac{\pi D}{2}[L^2 + (D/2)^2]^{1/2}$

$V = (\pi/12)D^2L$



$$\eta_f = \frac{2}{mL}\frac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)}$$