

C. E. P.

]

Prof. MSc. Fabrício Maciel Gomes

Lorena - 2010

ÍNDICE

| | |
|---|----|
| 1. INTRODUÇÃO | 3 |
| 2. OBJETIVOS DO CONTROLE DE PROCESSO | 6 |
| 3. CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO | 6 |
| 4. VARIAÇÕES NUM PROCESSO | 7 |
| 4.1. Gráfico seqüencial | 8 |
| 4.2. Interpretação da variação: | 8 |
| 5. CAUSAS DE VARIAÇÕES NUM PROCESSO | 9 |
| 5.1. Limites de Controle | 9 |
| 6. Gráficos de Controle e Aperfeiçoamento do Processo | 11 |
| 6.1. Introdução | 11 |
| 6.2. Uso Básico dos Gráficos de Controle | 11 |
| 6.3. Tipos de Gráficos de Controle | 13 |
| 6.4. Interpretação dos Gráficos de Controle | 13 |
| 6.5. Gráfico de Controle por Variáveis | 15 |
| 6.5.1. Finalidade das Cartas de Controle por Variáveis | 16 |
| 6.5.2. Fundamentos Estatístico dos Gráficos de Controle | 17 |
| 6.5.3. Gráfico $\bar{X} - R$ | 19 |
| 6.5.4. Gráfico $\bar{X} - s$ | 23 |
| 6.5.5 Gráfico da Amplitude Móvel (R_m) | 26 |
| 6.6. Gráfico de Controle por Atributos | 28 |
| 6.6.1. Gráfico de Controle da Fração Defeituosas (Gráfico p) | 29 |
| 6.6.2. Gráfico do Número de Unidades Defeituosas (Gráfico np) | 31 |
| 6.6.3. Gráfico do Número de Defeitos (Gráfico c) | 34 |
| 6.6.4. Gráfico do Número de Não Conformidades por Unidade (Gráfico u) | 36 |
| 7. Capacidade do processo | 38 |
| 7.1. Índice de Capacidade C_p e C_{pk} : | 39 |
| 7.2. Índice de Capacidade P_p e P_{pk} : | 40 |
| 7.3. Cálculo de Probabilidade da Distribuição Normal | 41 |
| 8. Referências Bibliográfica | 42 |
| ANEXO A | 44 |
| ANEXO B | 45 |
| ANEXO C | 46 |

1. INTRODUÇÃO

Controle da qualidade é um conjunto de ações ou medidas desenvolvidas com o objetivo de assegurar que os serviços ou produtos gerados atendam aos requisitos segundo os quais foram especificados. Segundo a ISO 8402, Controle da Qualidade é definido como sendo o conjunto de “técnicas e atividades operacionais usadas para atender os requisitos para a qualidade”.

Avaliar os resultados das ações, com o objetivo de verificar se os mesmos estão em conformidade com as expectativas, faz parte da natureza do homem. Assim, no sentido **Lato**, pode-se dizer que o controle da qualidade remonta aos primórdios da civilização humana.

Não se pode precisar, no tempo, quando foi que o controle da qualidade começou a ser utilizado, de forma sistemática, de modo a assegurar que os resultados das ações empreendidas viessem a atender aos requisitos dos projetos, na forma como foram concebidos. Entretanto, a perfeição das obras remanescentes das civilizações grega, romana, egípcia, chinesa, e outras, sob a forma de templos, termas, pirâmides, muralhas, etc., nos permite assegurar que alguma forma de controle devia ser por eles empregada.

Os registros históricos nos mostram que até o final do século XVIII, antes do início da era industrial, os empreendimentos eram, na sua maioria, de natureza individual ou familiar e cada um definia e controlava a qualidade dos produtos ou serviços que gerava. Curiosamente, esta é uma postura muito atual. No que se refere a “garantia da qualidade”, “cada um é responsável pela qualidade do que faz”. A diferença entre um profissional do final do século XVIII e o seu colega dos dias atuais está na forma segundo a qual aquele entendia e este entende a função “qualidade”. Para o profissional do século XVIII a “qualidade” estava relacionada ao atendimento as especificações do produto, especificações estas quase sempre ditadas por ele mesmo. Ele definia o que deveria ser “qualidade”, produzia e, eventualmente, quase sempre sem uma programação específica definida, inspecionava o produto para verificar se estava conforme as suas especificações. Hoje, a “qualidade” é definida pelo cliente.

Cabe, também, ao profissional dos dias atuais produzir e controlar a qualidade do que ele produz. Entretanto, o controle da qualidade por ele exercido é feito de forma sistematizada; é planejado de forma a cobrir todas as fases do processo e tem por objetivo assegurar que as necessidades do seu cliente vão ser atendidas. Não se trata mais apenas de uma inspeção final para verificar se o produto tem ou não defeitos de fabricação.

Entretanto, não se pode dizer que a sociedade, até o início do século XIX, encontrava-se totalmente sem estruturas organizacionais orientadas para o controle da qualidade. Registra-se, no decorrer da idade média, intensas atividades de associações de artesões, estabelecendo padrões que visavam proteger ganhos econômicos e sociais de seus associados e regular a economia. Para alcançar esses objetivos essas associações desenvolveram intensos e importantes trabalhos estabelecendo salários, condições de trabalho e especificações para matérias-primas e produtos acabados.

Entre 1900 e 1930, com o advento da era industrial, pressionados pela crescente concorrência e pela complexidade dos processos, iniciou-se uma nova fase para o controle da qualidade. Essa foi à era da inspeção. No início, as inspeções eram feitas no produto acabado e tinha por objetivo evitar que itens defeituosos chegassem ao consumidor. Nenhuma técnica estatística era usada. No final dos anos 20, como decorrência da crescente complexidade dos processos e da maior concorrência do mercado, iniciou-se a utilização de técnicas estatísticas para o controle dos produtos. Em 1924, foi criado o Inspection Engineering Department of Western Electric's Bell Telephone Laboratories, do qual foram membros personalidades como R. B. Miller, G. D. Peterson, H. F. Dodge, G. D. Edwards, P. S. Olmstead, M. N. Torrey e outros, aos quais devemos importantes trabalhos pioneiros de desenvolvimento de teorias e métodos de controle da qualidade, incluindo critérios para seleção e amostragem. A primeira carta de controle da qual se tem registro foi

desenvolvida por Shewhart em 1924 e ficou conhecida como “Carta de Controle de Shewhart”.

Entre 1930 e 1940, o uso da estatística como ferramenta para o controle da qualidade se consolidou como técnica. Destaca-se nesse período os trabalhos do Joint Committee for the Development of Statistical Applications in Engineering and Manufacturing, presidido por Shewhart e apoiado pela American Society for Testing Materials (ASTM), American Society of Mechanical Engineers (ASME), American Mathematical Society (AMS), American Statistical Association (ASA), Institute of Mathematical Statistics (IMS) e o American Institute of Electrical Engineers (AIEE).

Na década de 40, o uso da estatística como ferramenta para o controle da qualidade se consolidou como prática indispensável, principalmente devido às condições impostas pela economia de guerra. A necessidade de massificar a produção levou a uma inevitável deterioração da qualidade dos produtos. Esse fato obrigou o sistema produtivo a utilizar, em escala sem precedentes, as técnicas estatísticas que já haviam sido desenvolvidas para o controle de produtos. Nesse período, intensivos programas de treinamento, orientados para a utilização destas técnicas, foram implementados, com os objetivos de: minimizar perdas, reduzir o custo de produção e, principalmente, assegurar a qualidade dos produtos. Nesse período, as forças armadas dos Estados Unidos e dos países aliados desempenharam um papel importantíssimo no desenvolvimento de novas técnicas estatísticas, na pesquisa de novas teorias de controle, na implementação de programas de controle da qualidade e, principalmente, no estabelecimento de padrões.

De 1950 a 1960, as forças armadas dos países aliados, principalmente devido a guerra fria, que demandava contínuos e intensos programas de desenvolvimentos na área da indústria bélica, continuaram sendo os principais impulsionadores do desenvolvimento da área de controle da qualidade. Os principais esforços dos anos 50 foram orientados para os estabelecimentos de novos padrões. Nessa década, o controle da qualidade deixou de focar o produto e passou a orientar-se para o processo, o que, do ponto de vista estratégico, representou um passo importantíssimo. Na verdade o responsável pelos itens defeituosos é o processo. Se o processo é “capaz” e se está sendo devidamente controlado deve, portanto, gerar produtos sem defeitos.

Na década de 50, o Japão iniciou sua jornada rumo a industrialização. Deming, que havia participado ativamente, na década de 40, dos programas de mobilização para a qualidade, nos Estados Unidos, foi para o Japão e, juntamente com Juran e Ishikawa, tornou-se o principal responsável pela disseminação dos conceitos de controle da qualidade naquele país.

Nos anos 60, o uso prático da estatística como ferramenta para o controle de processo se consolidou e foram lançadas as bases para a implantação dos conceitos de Total Quality Control - TQC, desenvolvidos por Feigenbaum. O parque industrial japonês, ainda infante, serviu de palco para a implementação destes conceitos, na década seguinte.

A década de 70 se caracterizou pela disseminação dos conceitos de TQC, principalmente no Japão e foram lançadas as bases para a implantação dos conceitos de Total Quality Management - TQM. No final desta década, a International Organization for Standardization - ISO criou o Technical Committee 176 (TC - 176) cujos trabalhos levaram a criação das Normas ISO série 9000, aprovadas em 1987.

Os anos 80 se caracterizaram pela implementação, em larga escala, dos conceitos de TQM. O Japão, mantendo a sua posição de vanguarda, liderou os países industrializados na implementação destes conceitos. A aprovação das Normas ISO série 9000, em 1987, representou uma mudança de paradigma e a Europa, berço dessas Normas, ocupou a posição de destaque neste novo cenário.

A partir da década de 60, os problemas relacionados com a preservação da qualidade do meio ambiente passou, cada vez mais, a ocupar o centro das atenções da nossa sociedade. O resultado desse movimento, principalmente nos países mais desenvolvidos, foi o início de pressões social para que os sistemas produtivos utilizassem tecnologias não poluidoras.

Na década de 70, a sociedade, preocupada com os nossos recursos naturais, evoluiu, incorporando conceitos de racionalização de insumos nos processos produtivos. O vertiginoso crescimento das atividades industriais, ocorrido nesse último quarto do século XX, despertou, principalmente nas comunidades mais esclarecidas, uma forte conscientização de que a natureza não é infinita em sua capacidade de absorver os resultados de todas as atividades humanas, no ritmo em que estas vêm ocorrendo, sem que sejam alteradas as condições ambientais globais. Como resultado, seis anos após a realização da ECO-92, foi assinado, no início de 1998, o protocolo de Kyoto que estabelece critérios sobre emissão de CO₂ e outros gases que exercem efeito estufa e prioriza o desenvolvimento e a utilização de tecnologias amigáveis com relação a mudanças climáticas.

Como não poderia deixar de ser, os movimentos conservacionistas influenciaram fortemente os conceitos relativos a qualidade e motivaram a aprovação das **Normas ISO Série 14000**, em 1996. Essas Normas especificam os requisitos relativos a um sistema de gestão ambiental e regem as relações contratuais para o comércio interno e entre países, operacionalizando grande parte dos acordos firmados na ECO-92. Assim, a preservação da qualidade do meio ambiente passou a ter um caráter econômico urgente e como consequência, o sistema produtivo deverá privilegiar, nos próximos anos, em escala crescente, a utilização de tecnologias orientadas para o desenvolvimento sustentável, com enfoque na preservação dos ecossistemas e da biodiversidade.

A função qualidade pode, também, ser analisada pelo objeto do seu foco. Até a década de 40 **o produto** era o ponto de aglutinação de todos os esforços orientados no sentido de lhe agregar qualidade. Essa foi a era da inspeção, do controle da qualidade e a estatística foi a principal ferramenta utilizada.

Nas décadas de 50, 60 e 70, **o processo** passou a ser o ponto principal das atenções, sem que, contudo, o produto tenha saído de cena. Controlar o processo para que os produtos por ele gerados atendam as especificações, certamente é uma forma mais econômica de assegurar qualidade. Nesse período, as inspeções continuaram sendo atividades importantes mas apenas para registrar a qualidade da produção e a estatística consolidou sua posição como ferramenta indispensável para os processos de controle.

Nas décadas de 80 e 90 cresceu no meio empresarial a consciência de que tão ou mais importante do que produzir com qualidade, é oferecer ao cliente o que ele deseja, é atender as suas necessidades. Assim, o **cliente**, como o “parceiro” mais importante do negócio, passa a ser o foco das atenções. Atender às expectativas do cliente e, se possível, superar essas expectativas, passa a ser a política dos negócios de sucesso. As características de uma empresa orientada para o atendimento ao cliente são:

- seus processos são consistentes e adequadamente controlados (eficiência),
- seus produtos são especificados de acordo com as necessidades do seu cliente (eficácia),
- como as necessidades do cliente estão sempre mudando, elas são flexíveis, adaptam-se com rapidez e têm visão do futuro (efetividade).

Para essa empresa, o cliente no sentido lato (a sociedade) aparece no cenário com importância crescente e vai se tornando tão importante quanto o cliente que adquire seus produtos ou serviços (cliente no sentido *strito*).

O controle de processo, para estar de acordo com o enfoque filosófico da era em que estamos vivendo, deve ser dinâmico, deve estar orientado para as necessidades dos clientes (interno e externo, *strito* e *lato senso*) e ser capaz de acompanhar as mudanças das suas necessidades. Dentro deste contexto, a estatística é apenas uma ferramenta, importantíssima sem dúvidas, mas apenas uma ferramenta.

2. OBJETIVOS DO CONTROLE DE PROCESSO

Conforme já foi enfatizado, o controle de processo deve fazer parte do esforço cooperativo de todos os setores da empresa, no sentido de assegurar a sua conformidade e a qualidade da produção, para que seja possível atender às necessidades dos clientes internos e externos.

Atuando em todas as fases do processo produtivo e principalmente nos pontos críticos, seus objetivos são:

- Gerar as informações necessárias ao desenvolvimento dos novos produtos;
- Fornecer os subsídios necessários às tomadas de decisões nos processos de compra e recepção de matérias-primas;
- Assegurar, ao setor de produção, as informações requeridas para o efetivo controle dos processos de fabricação;
- Inspeccionar os produtos acabados;
- Acompanhar o perfil da qualidade dos produtos concorrentes.

3. CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO

A estatística é, sem dúvidas, uma ferramenta de trabalho poderosíssima para quem trabalha em controle da qualidade e controle de processo.

Para os nossos propósitos, a aplicação de técnicas estatísticas ao controle da qualidade pode ser resumida em dois tipos de ações:

- aplicação de técnicas matemáticas na análise dos dados de controle e
- sistematização desses dados de modo a facilitar a análise dos mesmos, auxiliando os responsáveis a tomar decisões.

A aplicação de técnicas estatísticas tem por principal objetivo oferecer aos responsáveis pela tomada de decisões, referências relativas ao grau de confiabilidade dos resultados gerados pelos controles e aos riscos envolvidos nas decisões tomadas. A sistematização dos dados de controle que normalmente é feita sob a forma de “gráficos de controle” tem por objetivo facilitar a “visualização” dos resultados.

São três os principais tipos de gráficos usados em controle da qualidade a saber:

- Gráficos de controle por média;
- Gráficos de controle por amplitude;
- Gráficos de controle para frações defeituosas.

Os controles por média e amplitude são feitos com base na teoria estatística da distribuição normal. Já o controle de frações defeituosas é, mais freqüentemente, fundamentado na distribuição de Poisson. Para alguns casos de controle de frações defeituosas, a aplicação de teoria estatística da distribuição binomial pode ser vantajosa.

A definição de controle estatístico de processo pode ser realizada através da junção dos significados de cada uma das palavras.

Controle – manter algo dentro dos limites (padrões) ou fazer algo se comportar de forma adequada.

Estatística – obter conclusões com base em dados e números que trazem informações.

Controle Estatístico – fazer com que os resultados se mantenham conforme o previsto pelos padrões com a ajuda de dados numéricos.

Processo – é a combinação necessária entre o homem, os materiais, as máquinas, os equipamentos e o meio ambiente para fabricar um produto qualquer. Mais especificamente, um processo é qualquer conjunto de condições ou conjunto de causas (sistema de causas) que trabalham simultaneamente para produzir um determinado resultado.

Portanto, **Controle Estatístico de Processo (CEP)** é um método preventivo de se comparar, continuamente, os resultados de um processo com os padrões, identificando a partir de dados estatísticos as tendências para variações significativas, a fim de eliminar/controlar essas variações. O objetivo principal no CEP é reduzir cada vez mais a variabilidade de um processo.

4. VARIAÇÕES NUM PROCESSO

Em geral as características de um produto manufaturado apresentam **variabilidade**. Isto se deve a flutuações na qualidade dos materiais usados e de variações nas condições de operação do processo de produção. Admitindo esta situação, pode afirmar que:

- As características de qualidade de um produto são afetadas por causas acidentais que provocam variação;
- Existe, associado a qualquer processo de produção, um sistema de causas que provocam variação natural em um produto;
- Se forem só as causas que atuam no processo, diz-se que as variações do processo são aceitáveis e inevitáveis e a eliminação destas causas é inevitável;
- Variações anormais devem ser corrigidas, ou seja, eliminadas;

As causas de variações aceitáveis são chamadas causas aleatórias ou acidentais, as outras são causas especiais.

Logo têm-se:

Processo sob controle: É o processo cujas causas de variação são devidas somente pelas causas aleatórias.

Se o processo esta sob controle:

- A variabilidade das características de qualidade do produto é devida, apenas, ao acaso;
- As causas de variações não afetam de forma significativa o processo;
- Pode ser até impossível, mas é quase sempre antieconômica, a eliminação estas causas;

Existe uma distribuição estatística estável associada ao processo.

Processo fora de controle: É o processo em que se fazem sentir causas especiais.

Se o processo não esta sob controle:

- A variabilidade das características de qualidade do produto é devida a causas especiais, possíveis de serem corrigidas;
- A variabilidade do processo é anormal, com grandes alterações nas características de qualidade;
- Trata-se de uma situação que requer imediata intervenção;
- Há diferenças notáveis entre a média do processo e os valores observados.

4.1. Gráfico seqüencial

É recomendado para quando é preciso apresentar a tendência dos pontos observados sobre um especificado período de tempo.

Gráficos seqüenciais são empregados para representar visualmente um conjunto de dados. São utilizados para monitorar um processo verificando se ao longo do tempo se a média está mudando.

Os gráficos seqüenciais são ferramentas simples para serem construídas e utilizadas. Pontos são marcados no gráfico para serem avaliados.

O gráfico a seguir mostra a quilometragem rodada, por litro de combustível, atingida entre um enchimento e outro do tanque de certo veículo. A quilometragem por litro é dada abaixo para 21 intervalos sucessivos entre os enchimentos do tanque de combustível. Consumo (km/L).

| | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 25,7 | 26,3 | 24,8 | 22,1 | 22,3 | 28,2 | 25,1 |
| 24,8 | 26,3 | 24,5 | 24,9 | 22,8 | 23,0 | 24,8 |
| 23,1 | 24,7 | 24,2 | 23,1 | 25,3 | 24,8 | 26,2 |

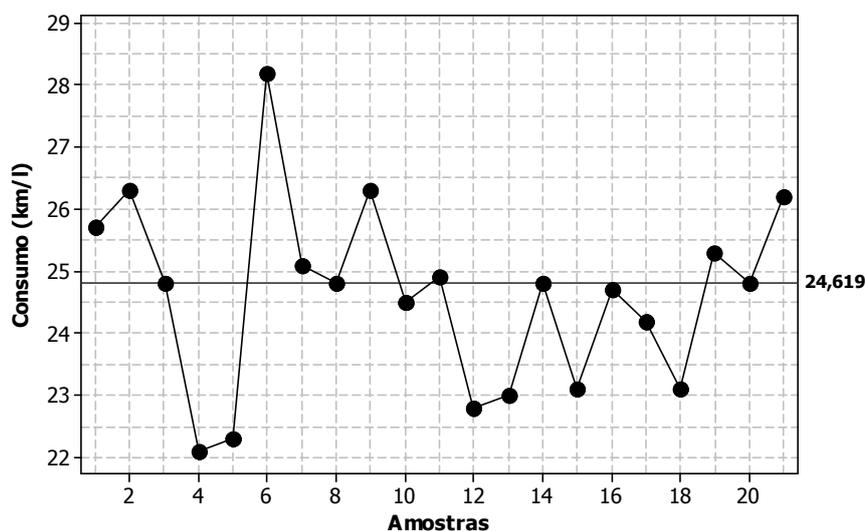


Figura 1 – Variação de um processo.

4.2. Interpretação da variação:

Do gráfico de dispersão nota-se que de início a quilometragem por litro estava em torno de 25 km/l, sendo que ela pode variar para cima ou para baixo. Mas observa-se no gráfico que a partir do 10º enchimento (a data é uma referência importante) os registros situam-se abaixo da média sucessivamente vezes. Isto é uma coisa difícil de ocorrer supondo que o processo seja estacionário em torno da média. Assim, uma causa especial de variação deve ser procurada. A resposta pode ser qualquer combinação de uma lista de possibilidades, tais como: tempo frio, combustível diferente, troca de motorista, transporte de carga mais pesada ou velas de ignição defeituosas (velhas). Examinando-se estas opções de causa, cada uma delas foi descartada, sobrando as velas de ignição como única explicação. A troca foi feita e o gráfico foi ampliado para mais 3 pontos, os três últimos. Nota-se claramente que a média voltou ao nível histórico. Um registro histórico da quilometragem por litro de combustível, datas de troca de peças, etc., é importante para

empresas que têm veículos. O próprio motorista pode estar encarregado de fazer os registros.

5. CAUSAS DE VARIAÇÕES NUM PROCESSO

Diversos fatores podem contribuir para a variação no nível de defeitos encontrados num processo. Podem ser, por exemplo, irregularidade no material utilizado na produção (não é perfeitamente uniforme), temperatura, manutenção do equipamento, estado físico dos operadores, etc.. Estes fatores, que podem ser identificados, chamam-se **fatores particulares** ou **causas especiais de variação**. Mesmo eliminando-se todos esses fatores particulares, o processo ainda irá produzir artigos defeituosos. Isto ocorre devido a existência dos **fatores inerentes** ao processo, os quais não são identificáveis. Quando se elimina um a um os fatores particulares de variação, o gráfico de controle mostrará somente a **variação aleatória** causada pelos fatores de variação inerentes ao processo. Neste caso, o processo será estável, ou, de acordo com a terminologia criada por Shewhart, o processo estará sob controle. O gráfico mostrará então um **processo aleatório estacionário**. Quando se consegue atingir a estabilidade, eliminando-se as causas especiais, pode-se construir os **limites de controle**, que delimitam uma região onde com uma grande probabilidade o processo irá operar. Estes limites determinam a chamada **capacidade do processo**.

5.1. Limites de Controle

Seja um processo onde determinada característica do produto tem média fixada em $\mu = 74$ mm e desvio-padrão $\sigma = 0,01$ mm. A estatística representada no gráfico será a média amostral \bar{x} (por exemplo), então trabalhando com a distribuição de probabilidade tem-se:

$$E(\bar{x}) = \mu, \quad V(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad \text{e} \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Se o processo está sob controle, variando apenas por força dos fatores inerentes ao processo (não identificáveis), espera-se que:

$$P(LIC \leq \bar{x} \leq LSC) \geq 1 - \alpha$$

onde α é um número arbitrário, mas fixo e pequeno, da ordem de 1%. Os limites LIC (limite inferior de controle) e LSC (limite superior de controle) são chamados de limites probabilísticos e a probabilidade de uma observação da variação aleatória \bar{x} situar-se fora desses limites é muito pequena, dado o valor de α . Sendo assim quando ocorrer de uma observação situar-se fora dos limites de controle, isto terá como causa um fator particular (identificável) de variação. É claro que a observação poderá ficar fora dos limites por obra do acaso, mas isto é pouco provável dado α . Uma alternativa para se construir os limites de controle é defini-los em termos de múltiplos do desvio-padrão da v.a. plotada no gráfico (no caso está-se considerando \bar{x}).

$$LIC = \bar{x} - k\sigma_{\bar{x}} \quad \text{e} \quad LSC = \bar{x} + k\sigma_{\bar{x}}$$

onde k é uma constante positiva. Um valor muito usado para k é 3 e tem-se então os limites a 3 desvios padrões. Estes limites podem ser construídos mesmo nas situações onde a

distribuição de probabilidade da variação aleatória **X não seja conhecida**. Quem garante este fato é a chamada **Desigualdade de Tchebychev**:

$$P(|X - \mu| \geq \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2} \quad \forall \varepsilon > 0$$

Veja que se fizermos $\varepsilon = k\sigma$ tem-se na desigualdade

$$P(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{\sigma^2}{k^2\sigma^2} \quad \text{e} \quad P(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}$$

Quando se quer limites de 3 desvios padrões tem-se:

$$P(|X - \mu| \geq 3\sigma) \leq \frac{1}{3^2}$$

$$P(|X - \mu| \geq 3\sigma) \leq 0,11111$$

Considerando a situação onde $\mu = 74,0$ mm é a média da v.a. que está associada com o diâmetro do anel do pistão e $\sigma = 0,01$ mm é o seu desvio padrão, tem-se para x de amostras aleatórias com tamanho $n = 5$ anéis tomadas de hora em hora do processo, as estatísticas seguintes:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,01}{\sqrt{5}} = 0,0045$$

$$\text{LIC} = 74,0 - 3 \cdot 0,0045 = 73,9865$$

$$\text{LSC} = 74,0 + 3 \cdot 0,0045 = 74,0135$$

Que são os limites de controle a 3 desvios padrões.

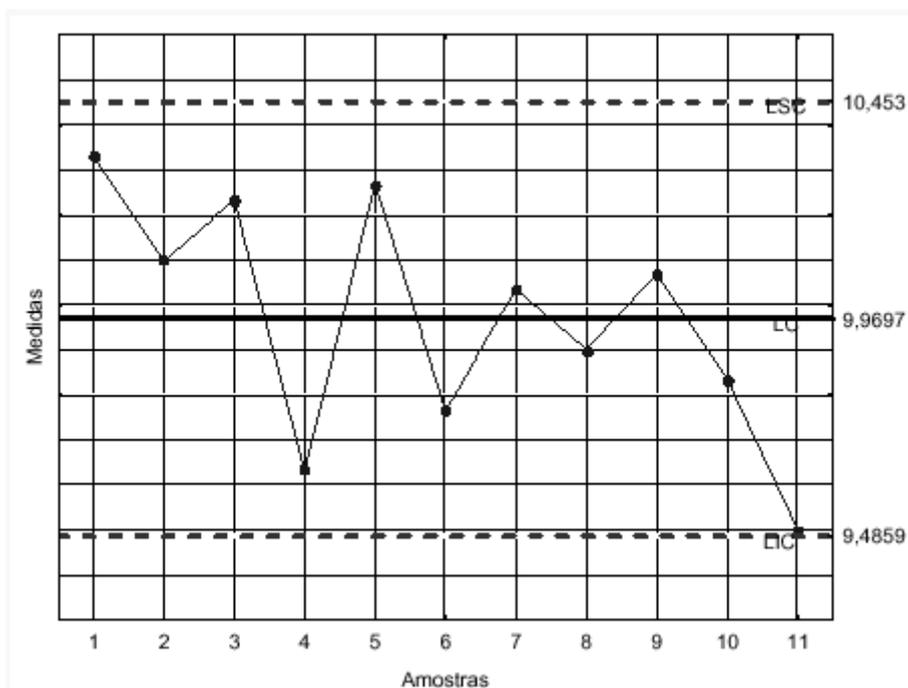


Figura 2 – Exemplo de um gráfico com limites de controle.

6. Gráficos de Controle e Aperfeiçoamento do Processo

6.1. Introdução

Pode-se obter o aperfeiçoamento de um processo de produção de duas maneiras:

- 1) Eliminação de um fator particular (causa especial) de variação.
- 2) Alteração na estrutura do processo.

Os fatores particulares de variação são detectados por pontos fora dos limites de controle ou pela presença de um comportamento sistemático, não aleatório, no gráfico de controle. Um dos principais objetivos no Controle de Qualidade é a redução da variabilidade no produto. Os fatores particulares são o motivo principal da falta de uniformidade dos itens produzidos. Só existe um modo seguro e com base científica de se descobrir as causas da variabilidade, ou seja, de identificar fatores particulares de variação, é a aplicação de Técnicas Estatísticas. É importante levar em conta que alterações no processo com o objetivo de melhorar a performance do produto só devem ser executadas quando ele se encontra sob controle. Caso contrário, os efeitos das modificações poderão ficar camufladas pela presença de causas especiais de variação.

6.2. Uso Básico dos Gráficos de Controle

As aplicações fundamentais dos Gráficos de Controle são:

- 1) Verificar se em determinado período um processo estava sob controle. Isto é feito examinando-se o gráfico correspondente ao período de interesse.
- 2) Orientar a Administração na manutenção do processo sob controle. Se o processo está sob controle é possível ignorar a flutuação caótica das observações, exceto no

caso de ser notado alguma observação fora dos limites de controle. É claro que se deve olhar com atenção a ocorrência de uma tendência (um padrão) em alguma direção. Isto é indicação de que alguma coisa além do acaso está influenciando o valor das observações.

O objetivo principal dos gráficos de controle é como se viu do exposto anteriormente fornecer informações úteis no aperfeiçoamento do processo.

Quando se atinge o controle estatístico do processo tem-se várias vantagens, tais como:

- fração de defeituosos permanece constante (na média);
- custos e índices de qualidade serão previsíveis;
- produtividade será máxima com o sistema corrente.

Existem várias razões para o uso dos gráficos de controle, tais como:

- 1) O gráfico de controle é uma técnica para melhorar a produtividade, pois: reduz desperdício de insumos, de retrabalho e conseqüentemente aumenta a produtividade, diminui os custos e finalmente a capacidade de produção aumenta (medida em números de artigos bons por hora).
- 2) O gráfico de controle é eficaz na prevenção de defeituosos, pois ajuda a manter o processo sob controle e portanto coerente com a filosofia “faça certo na 1 a vez”. Se a empresa não tem um processo eficiente, você está pagando alguém para produzir artigos inadequados.
- 3) O gráfico de controle impede ajustamentos desnecessários no processo, pois distingue entre ruído aleatório e variação anormal. Nenhum outro meio, inclusive o operador humano, é eficiente nesta distinção. Se o processo é ajustado sem base no Gráfico de Controle, freqüentemente, o que ocorre é um aumento da variância do ruído aleatório e isto pode resultar na deterioração da performance do processo. Assim, o gráfico de controle é coerente com a filosofia “se ele não está quebrado, não o conserte”.
- 4) O gráfico de controle fornece informações para que o operador faça um diagnóstico sobre o processo, podendo conduzir a implementação de uma mudança que melhore o desempenho do processo.
- 5) O gráfico de controle fornece informação sobre a capacidade do processo, pois traz informações sobre o valor de importantes parâmetros do processo e sua estabilidade no tempo e, assim uma estimativa da capacidade do processo pode ser feita. Esta informação é muito útil para quem projeta o produto e o processo.

6.3. Tipos de Gráficos de Controle

Um gráfico de controle varia conforme os dados que ele contenha. Conforme a característica investigada seja uma v.a. contínua ou discreta tem-se um tipo de gráfico. De forma que, se os dados são contínuos ele deverá ser construído com a média amostral, \bar{X} , e com a amplitude amostral, R. Já com dados discretos deve-se trabalhar com as estatísticas amostrais número de defeituosos (np) e com a fração de defeituosos p. Desta forma podemos classificar os Gráficos de Controle nas categorias:

Existem dois tipos de gráficos de controle, um para valor discreto e outro para valor contínuo, que estão descritos no Tabela 1.

Gráficos de Controle por Atributos (discreto)
Gráficos de Controle por Variáveis (contínuo)

Tabela 1 - Tipos de gráficos de controle com algumas adaptações

| Valor Característico | Tipos de Gráficos |
|----------------------|---|
| Valor contínuo | Gráfico \bar{X} - R (média e amplitude) |
| | Gráfico \bar{X} - s (média e desvio padrão) |
| | Gráfico Rm (amplitude móvel) |
| Valor discreto | Gráfico np (número de itens defeituosos) |
| | Gráfico p (fração defeituosa) |
| | Gráfico c (número de defeitos) |
| | Gráfico u (número de defeitos por unidade) |

6.4. Interpretação dos Gráficos de Controle

Se o processo estiver sob controle estatístico, adota-se o gráfico de controle para monitorar as observações atuais e futuras; caso contrário, conduzem-se ações de melhoria até que seja atingido o nível de qualidade desejado ao processo, em que os limites de controle são recalculados, e os pontos que ultrapassarem tais limites, descartados.

A análise dos gráficos de controle possibilita a identificação se o processo está ou não sob controle, o que significa a ausência de causas especiais de variação. Quando um processo está controlado ocorre um padrão normal de variação, pois os pontos distribuem-se aleatoriamente em torno da média, indicando a ausência de tendências crescentes ou decrescentes, ciclos, estratificações ou misturas e pontos que ultrapassaram os limites de controle.

Há uma regra básica para verificar se o processo se encontra estável: basta dividir o intervalo entre os limites superior e inferior de controle em seis faixas, ou seja, cerca de 34% dos pontos devem estar em cada faixa C, 13,5% dos pontos em cada faixa B e 2,5% dos pontos em cada faixa A, conforme mostra a Figura 3, com algumas adaptações.

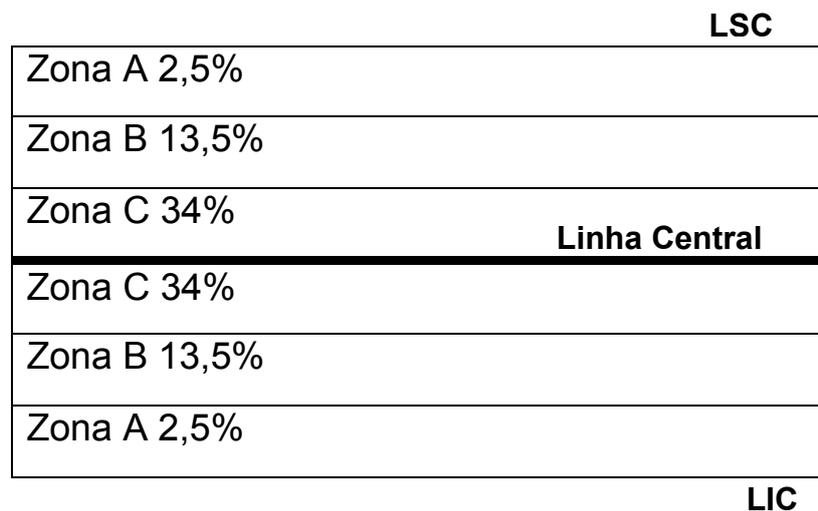
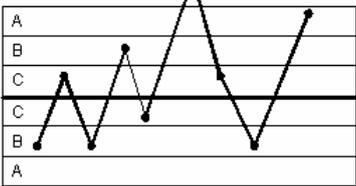
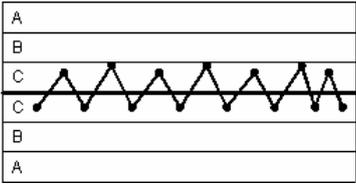
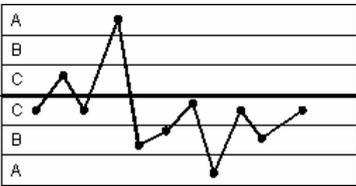
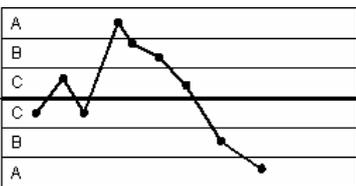
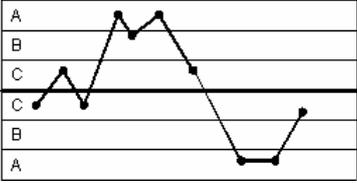
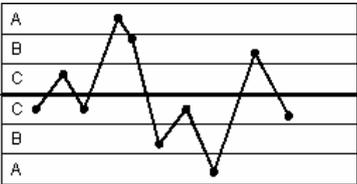
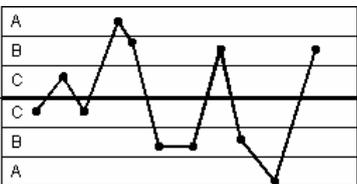


Figura 3 - Zonas de distribuição dos pontos num padrão normal de variação

Um processo também pode ser considerado fora de controle, quando todos os pontos estiverem dentro dos limites de controle. Isto ocorre quando há um padrão de variação anormal no processo. Na Tabela 2, apresenta-se alguns casos de gráficos, nos quais o processo está fora de controle.

Tabela 2 – Casos de padrões anormais de um processo

| | |
|---|--|
| <p>1º Caso: Um ou mais pontos além da Zona A, acima do limite superior de controle ou abaixo do limite inferior de controle.</p> |  |
| <p>2º Caso: Quinze pontos consecutivos na Zona C, acima ou abaixo da Linha Central.</p> |  |
| <p>3º Caso: Sete pontos consecutivos, todos acima ou abaixo da Linha Central.</p> |  |
| <p>4º Caso: Sete pontos consecutivos crescentes ou decrescentes.</p> |  |

| | |
|--|--|
| <p>5º Caso: Dois em Três pontos consecutivos na mesma zona A.</p> |  |
| <p>6º Caso: quatro em cinco pontos consecutivos situados nas Zonas A e B.</p> |  |
| <p>7º Caso: Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central fora da Zona C.</p> |  |

6.5. Gráfico de Controle por Variáveis

No acompanhamento de um aspecto quantitativo da qualidade, em geral, se controla tanto o valor médio daquele como sua variabilidade, através de gráficos separados. O controle do valor médio do desempenho do processo é feito através do gráfico de \bar{X} . A variabilidade do processo é controlada pelo gráfico do desvio-padrão (gráfico s) ou, o que é mais comum pelo gráfico da amplitude (gráfico R). Deve-se manter sob controle tanto o desempenho médio como a variabilidade do processo.

Os gráficos de controle por variáveis são usados para monitorar o processo quando a característica de interesse é mensurada em uma escala de intervalo ou de razão. Estes gráficos são geralmente utilizados em pares. Os gráficos R e s monitoram a variação de um processo, enquanto os gráficos \bar{X} monitoram a média do processo. O gráfico que monitora a variabilidade deve ser examinado sempre em primeiro lugar, pois, se ele indicar a uma condição fora do controle, a interpretação do gráfico para a média será enganosa.

Os gráficos de controle por variáveis permitem o controle de uma única característica quantitativa a cada vez. Se houver mais de uma característica a ser controlada, será necessário aplicar um gráfico de controle para cada uma delas. Para fins de controle, devem ser escolhidas as variáveis que causam rejeição ou retificação do produto, envolvendo custos substanciais.

Os gráficos de controle para atributo não usam toda a informação disponível sobre a distribuição dos valores assumidos pelas variáveis, portanto tendem a serem ineficazes no controle de aspectos quantitativos da qualidade. Desta maneira, percebe-se que procedimentos mais eficientes são necessários para o tratamento dessas situações. Já os gráficos de controle para variáveis fornecem um maior número de informações a respeito do desempenho do processo do que os gráficos para atributos. Quando se quer analisar um aspecto quantitativo da qualidade, em geral, controla-se o valor médio e a variabilidade por meio de gráficos separados.

O gráfico da média (\bar{X}) é utilizado para o controle do valor médio do desempenho do processo. O gráfico do desvio padrão (s) e o mais comum, que é denominado de amplitude (gráfico R), são utilizados para o controle da variabilidade do processo.

Durante o processo de fabricação de um produto ou serviço, a qualidade do mesmo pode estar sujeita a variações, que podem ser classificadas em dois tipos, conforme mostram as Figuras 4 e 5.



Figura 4 – Gráfico de Controle \bar{X} fora de controle

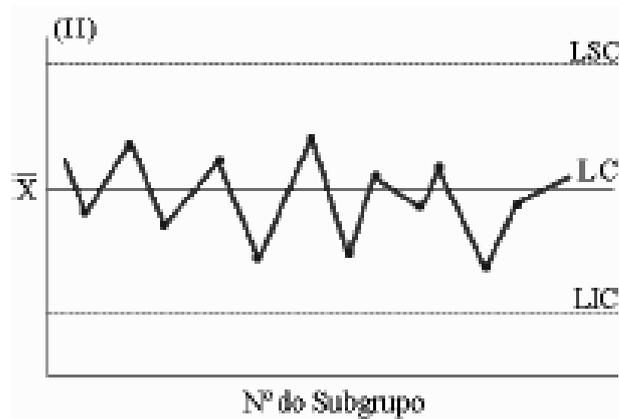


Figura 5 – Gráfico de Controle \bar{X} sob controle

O formato dos gráficos de controle muda de acordo com a natureza dos dados avaliados. Com isso temos os gráficos de variáveis para registrar as características mensuráveis do produto ou serviço e os gráficos de atributos, que registram as características não mensuráveis.

6.5.1. Finalidade das Cartas de Controle por Variáveis

O uso da carta de controle por variáveis tem a finalidade de fornecer informações:

- 1) **Para a melhoria da qualidade.** Utilizar carta de controle unicamente para comprovar a existência de um programa de controle de qualidade é perda de tempo. A carta de controle por variáveis é a mais efetiva técnica para alcançar a melhoria da qualidade.
- 2) **Sobre a capacidade do processo.** A verdadeira capacidade do processo só pode ser alcançada depois que uma significativa melhoria da qualidade foi obtida. Durante o ciclo de melhoria da qualidade, a carta de controle indicará quando não é mais

possível obter melhoria da qualidade sem investimento significativo. Nesse momento, a verdadeira capacidade do processo pode ser obtida.

- 3) **Para tomada de decisões relativas à especificação do produto.** Uma vez que a verdadeira capacidade do processo foi obtida, as especificações podem ser definidas. Se a capacidade do processo é $\pm 0,003$, então uma especificação de $\pm 0,004$ pode ser, realisticamente, obtida pelo processo.
- 4) **Para tomada de decisões sobre o processo de produção.** A carta de controle é usada para decidir se um padrão normal de variação está ocorrendo e, portanto, o processo está sob controle, ou se um padrão instável de variação está ocorrendo, e há necessidade de eliminação das causas especiais de variação.
- 5) **Para tomada de decisões sobre peças recém-produzidas.** A carta de controle também pode ser usada para decidir se um ou mais itens podem ser liberados para o processo seguinte, ou se é necessária alguma ação do tipo inspeção ou reparo.

6.5.2. Fundamentos Estatístico dos Gráficos de Controle

Para entender a fundamentação dos gráficos de controle, imagine que a característica de qualidade de uma peça seja o seu diâmetro, e que a mesma tenha uma distribuição Normal com média μ e desvio-padrão σ , ambos conhecidos. Na prática não se conhece os parâmetros μ e σ . Deve-se estimá-los a partir de uma amostra em um período anterior quando o processo está sob controle. O tamanho de uma amostra para este tipo de estimativa deve ser de 20 a 25 observações. E, como a estatística pivô Z , abaixo, tem distribuição Normal Padrão $N(0,1)$.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (6.1)$$

Tem-se que:

$$P\left(-Z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \leq Z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha \quad (6.2)$$

$$P\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \quad (6.3)$$

que é o intervalo de confiança de nível $1 - \alpha$ para o parâmetro μ a média do processo. Portanto, pode-se usar os limites do intervalo de confiança como limites de controle para a média:

$$LIC = \bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (6.4)$$

$$LSC = \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (6.5)$$

Suponha, agora que m amostras aleatórias de tamanho n são disponíveis ou seja tem-se m amostras com n observações cada uma. A magnitude de n é da ordem de 4, 5 ou 6 observações. Das m amostras obtêm-se as médias amostrais:

$$\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_m \quad (6.6)$$

e também a média amostral global, considerando todas as m observações.

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + \dots + \bar{X}_m}{m} \quad (6.7)$$

Deste modo \bar{x} é o melhor estimador da média do processo μ . O valor do escore padronizado, em geral, é fixado em 3 para se ter os limites a 3σ (três desvios padrão), $Z_{\alpha/2} = 3$. Agora, para construir os limites de controle está faltando apenas a estimativa do desvio-padrão σ . Em controle de qualidade é tradicional estimar-se o desvio-padrão usando-se a amplitude amostral R , ao invés da expressão baseada em s^2 . É claro que o estimador s também pode ser usado. No caso da estimativa com base na amplitude amostral, se X_1, X_2, \dots, X_n é a amostra de tamanho n , então a amplitude da amostra, R , é dada pela diferença entre o valor máximo e o valor mínimo da amostra, isto é:

$$R = X_{maior} - X_{menor} \quad (6.8)$$

A amplitude da amostra de uma distribuição Normal, R , e o desvio-padrão da distribuição, σ , têm um relacionamento conhecido:

$$W = \frac{R}{\sigma} \quad (6.9)$$

Esta variável aleatória W é chamada amplitude relativa e a média da distribuição de W é representada por d_2 . Assim, um estimador do desvio-padrão σ é dado por:

$$\hat{\sigma} = \frac{R}{d_2} \quad (6.10)$$

o valor de d_2 é função do tamanho da amostra n . Agora, tomando-se as m amostras de tamanho n , disponíveis, obtém-se a amplitude amostral média \bar{R} .

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_m}{m} \quad (6.11)$$

e uma boa estimativa de σ é:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (6.12)$$

Mas, por qual razão se usa o estimador de σ , dado acima quando se dispõe de estatística mais eficiente (s)? A resposta é a simplicidade de cálculo e também porque a eficiência de $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$ é praticamente a mesma de s quando o tamanho da amostra é baixo ($n < 10$). Finalmente, com as estimativas de todos os parâmetros tem-se os limites de controle:

$$LIC = \bar{X} - 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \quad (6.13)$$

$$LSC = \bar{X} + 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \quad (6.14)$$

A quantidade $A_2 = 3/d_2 \sqrt{n}$ é uma constante que depende apenas do tamanho da amostra n , logo pode também ser tabelado como d_2 resultando para os limites a forma:

$$LIC = \bar{X} - A_2 \cdot \bar{R} \quad (6.15)$$

$$LSC = \bar{X} + A_2 \cdot \bar{R} \quad (6.16)$$

Os valores de A_2 , d_2 , e outros que veremos a seguir, por serem constantes que vão depender do tamanho da amostra (n), encontram-se tabelados nos Anexos A e B;

6.5.3. Gráfico $\bar{X} - R$

Este tipo gráfico é usado para controlar e analisar um processo com valores contínuos de qualidade do produto, como o comprimento, o peso ou a concentração. Tais valores fornecem maior quantidade de informações sobre o processo.

O uso dos gráficos de controle \bar{X} e R , deve ocorrer sempre que uma característica da qualidade observada é expressa em unidades reais como peso em quilogramas, comprimento em centímetros, temperatura em graus Celsius.

São descritos a seguir os passos para a construção dos gráficos de controle da média (\bar{X}) e da amplitude (R).

1. Determinar a característica da qualidade a ser controlada. A variável escolhida deve ser uma característica mensurável da qualidade, ou melhor, deve ter a possibilidade de ser expressa em números. Deve-se priorizar aquelas características da qualidade que afetam o desempenho do produto.
2. Definir o método de amostragem e o tamanho da amostra através de um dos métodos especificados na seqüência:
 - a. **Método Instantâneo:** retira-se a amostra correspondente ao subgrupo da produção, de forma simultânea ou consecutiva;
 - b. **Método Periódico:** retira-se aleatoriamente a amostra que corresponde ao subgrupo da produção, realizada durante um determinado período, de maneira que ela seja representativa de toda a produção neste período.

Ainda com relação à amostragem os subgrupos devem ser retirados de lotes homogêneos, compostos por itens produzidos pela mesma máquina, operador e matriz.

A escolha do subgrupo depende da finalidade do gráfico de controle. Conforme Shewhart “o objetivo principal é não somente detectar o problema, mas também descobri-lo”. E tal descoberta naturalmente envolve classificação. O profissional que obtiver sucesso na divisão inicial desses dados em subgrupos racionais, baseados em hipóteses racionais, estará dessa forma em melhor situação no trabalho do que aquele que não tiver obtido esse sucesso.

Não há uma regra definida quanto ao tamanho do subgrupo, o qual dependerá do volume de produção, do custo da inspeção e da importância da informação obtida. Normalmente, preferem-se amostras com tamanho entre quatro e cinco itens e subgrupos que variam de 20 a 25, pois fornecem uma boa estimativa sobre a dispersão do processo.

3. Coletar os dados, utilizando para isso um formulário, no qual os dados são geralmente registrados em colunas.
4. Estabelecer o valor central e os limites de controle, que são obtidos usando-se as fórmulas.

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad \text{e} \quad \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m} \quad (6.17)$$

Onde:

$\bar{\bar{X}}$ = média das médias dos subgrupos;

\bar{X}_i = média do i-ésimo subgrupo;

m = número de subgrupos

\bar{R} = média dos ranges dos subgrupos;

R_i = range do i-ésimo subgrupo.

Os limites de controle para os gráficos \bar{X} e R são estabelecidos de acordo com os desvios padrões desejados, através das fórmulas abaixo.

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \cdot \sigma_{\bar{X}} \quad (6.18)$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (6.19)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \cdot \sigma_{\bar{X}} \quad (6.20)$$

$$LSC_R = \bar{R} + 3 \cdot \sigma_R \quad (6.21)$$

$$LC_R = \bar{R} \quad (6.22)$$

$$LIC_R = \bar{R} - 3 \cdot \sigma_R \quad (6.23)$$

Onde:

LSC = limite superior de controle;

LIC = limite inferior de controle;

LC = limite central;

$\sigma_{\bar{X}}$ = desvio padrão das médias dos subgrupos;

σ_R = desvio padrão das amplitudes dos subgrupos.

Na prática, os cálculos dos limites são simplificados pela utilização dos fatores A_2 , D_3 e D_4 , para encontrar os limites de controle. Estes fatores variam de acordo com o tamanho do subgrupo e são encontrados na tabela do Anexo A.

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \cdot \bar{R} \quad (6.24)$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (6.25)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \cdot \bar{R} \quad (6.26)$$

$$LSC_R = D_4 \cdot \bar{R} \quad (6.27)$$

$$LC_R = \bar{R} \quad (6.28)$$

$$LIC_R = D_3 \cdot \bar{R} \quad (6.29)$$

5. Interpretar os gráficos

Se o processo estiver sob controle estatístico, adota-se o gráfico de controle para monitorar as observações atuais e futuras; caso contrário, conduzem-se ações de melhoria até que seja atingido o nível de qualidade desejado ao processo, em que os limites de controle são recalculados, e os pontos que ultrapassarem tais limites, descartados.

Exemplo: Utilize os gráficos \bar{X} - R para analisar o comportamento da temperatura do forno do atomizador. Foram coletadas 120 amostras, sendo que destas resultaram 30 subgrupos com 4 observações.

| Número do Subgrupo | Observações | | | | Média | Amplitude |
|--------------------|-------------|-----|-----|-----|-----------|-----------|
| | X1 | X2 | X3 | X4 | \bar{X} | R |
| 1 | 951 | 923 | 934 | 936 | 936 | 28 |
| 2 | 954 | 949 | 936 | 947 | 947 | 18 |
| 3 | 951 | 937 | 943 | 936 | 942 | 15 |
| 4 | 921 | 933 | 951 | 936 | 935 | 30 |
| 5 | 946 | 939 | 956 | 928 | 942 | 28 |
| 6 | 925 | 932 | 944 | 936 | 934 | 19 |
| 7 | 922 | 937 | 952 | 943 | 939 | 30 |
| 8 | 947 | 932 | 932 | 923 | 934 | 24 |
| 9 | 941 | 930 | 926 | 938 | 934 | 15 |
| 10 | 921 | 918 | 945 | 926 | 928 | 27 |
| 11 | 913 | 923 | 942 | 944 | 931 | 31 |
| 12 | 951 | 942 | 954 | 935 | 946 | 19 |
| 13 | 921 | 929 | 939 | 945 | 934 | 24 |
| 14 | 944 | 921 | 950 | 921 | 934 | 29 |

| | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-------|-----|
| 15 | 925 | 923 | 920 | 951 | 930 | 31 |
| 16 | 940 | 938 | 960 | 918 | 939 | 42 |
| 17 | 940 | 938 | 929 | 947 | 939 | 18 |
| 18 | 936 | 942 | 927 | 931 | 934 | 15 |
| 19 | 944 | 936 | 953 | 932 | 941 | 21 |
| 20 | 942 | 958 | 948 | 950 | 950 | 16 |
| 21 | 954 | 940 | 933 | 912 | 935 | 42 |
| 22 | 910 | 938 | 945 | 936 | 932 | 35 |
| 23 | 941 | 952 | 947 | 922 | 941 | 30 |
| 24 | 948 | 953 | 948 | 950 | 950 | 5 |
| 25 | 956 | 939 | 952 | 946 | 948 | 17 |
| 26 | 945 | 951 | 946 | 926 | 942 | 25 |
| 27 | 930 | 918 | 921 | 926 | 924 | 12 |
| 28 | 946 | 915 | 926 | 946 | 933 | 31 |
| 29 | 947 | 925 | 936 | 947 | 939 | 22 |
| 30 | 934 | 925 | 937 | 950 | 937 | 25 |
| Total | | | | | 28125 | 724 |

- Cálculos:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{X}_i}{m} = \frac{28125}{30} = 937,48$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{m} = \frac{724}{30} = 24,13$$

$$A_2 = 0,729, D_3 = 0 \text{ e } D_4 = 2,202 \text{ (Anexo A)}$$

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{X} + A_2 \cdot \bar{R} = 937,48 + (0,729 \cdot 24,13) = 955,07$$

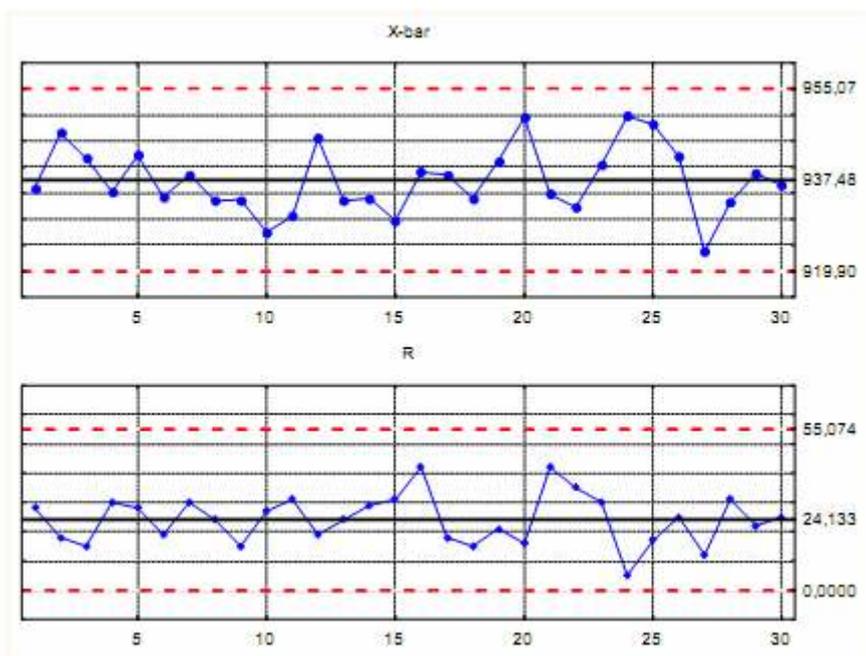
$$LC_{\bar{X}} = \bar{X} = 937,48$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - A_2 \cdot \bar{R} = 937,48 - (0,729 \cdot 24,13) = 919,90$$

$$LSC_R = D_4 \cdot \bar{R} = 2,282 \cdot 24,13 = 55,074$$

$$LC_R = \bar{R} = 24,13$$

$$LIC_R = D_3 \cdot \bar{R} = 0 \cdot 24,13 = 0$$



6.5.4. Gráfico $\bar{X} - s$

Embora os gráficos de controle $\bar{X} - R$ sejam os mais utilizados, algumas empresas preferem usar o gráfico do desvio padrão gráfico (s) para controlar a dispersão do processo de produção. Comparando-se os gráficos R e s , verifica-se que o gráfico R é mais fácil de ser construído e aplicado, enquanto que o gráfico s é mais preciso, visto que no cálculo do desvio padrão, são usados todos os dados dos subgrupos, e não apenas o maior e o menor valor, os quais são usados no cálculo da amplitude. No caso de o tamanho do subgrupo ser menor ou igual a 10, as cartas R e s apresentam o mesmo aspecto gráfico, contudo, a medida que o tamanho do subgrupo aumenta, o gráfico s torna-se mais preciso que o R , e por isso, deve ser utilizado.

A construção dos gráficos de controle \bar{X} e s é semelhante à construção dos gráficos \bar{X} e R , conforme visto anteriormente, diferenciando-se apenas nas fórmulas utilizadas para calcular o valor central e os limites de controle.

As etapas para a construção dos gráficos de controle \bar{X} e s são:

1. Escolher a característica de qualidade a ser controlada;
2. Definir o tamanho da amostra e o método de amostragem;
3. Coletar os dados;
4. Calcular o desvio padrão de cada subgrupo, usando a fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}} \quad (6.30)$$

Onde:

n = tamanho do subgrupo

5. Calcular o valor central através das fórmulas:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad \text{e} \quad \bar{s} = \frac{\sum_{i=1}^m s_i}{m} \quad (6.31)$$

6. Calcular os limites de controle usando as fórmulas

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_3 \cdot \bar{s} \quad (6.32)$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (6.33)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_3 \cdot \bar{s} \quad (6.34)$$

$$LSC_s = B_4 \cdot \bar{s} \quad (6.35)$$

$$LC_s = \bar{s} \quad (6.36)$$

$$LIC_s = B_3 \cdot \bar{s} \quad (6.37)$$

Onde:

s_i = desvio padrão do i-ésimo subgrupo

\bar{s} = média dos desvios padrões dos subgrupos;

A_3, B_3, B_4 = fatores retirados da Tabela do Anexo A, para cálculo dos limites de controle.

7. Construir limites de controle e grafar os valores dos subgrupos.

Exemplo: Utilize os gráficos $\bar{X} - s$ para analisar o comportamento da temperatura do atomizador. Foram coletadas 120 amostras, sendo que destas resultaram 30 subgrupos com 4 observações.

| Número do Subgrupo | Observações | | | | Média | Desvio Padrão |
|--------------------|-------------|-----|-----|-----|-----------|---------------|
| | X1 | X2 | X3 | X4 | \bar{X} | s |
| 1 | 563 | 540 | 542 | 530 | 544 | 13,865 |
| 2 | 543 | 540 | 546 | 550 | 545 | 4,272 |
| 3 | 549 | 550 | 545 | 540 | 546 | 4,546 |
| 4 | 546 | 580 | 593 | 572 | 573 | 19,822 |
| 5 | 590 | 588 | 594 | 597 | 592 | 4,031 |
| 6 | 582 | 584 | 540 | 572 | 570 | 20,355 |
| 7 | 568 | 572 | 580 | 570 | 573 | 5,260 |
| 8 | 559 | 561 | 653 | 640 | 603 | 50,229 |
| 9 | 653 | 565 | 560 | 573 | 588 | 43,828 |

| | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-------|---------|
| 10 | 546 | 531 | 558 | 551 | 547 | 11,446 |
| 11 | 557 | 552 | 558 | 560 | 557 | 3,403 |
| 12 | 564 | 566 | 572 | 577 | 570 | 5,909 |
| 13 | 571 | 567 | 540 | 531 | 552 | 19,755 |
| 14 | 548 | 546 | 554 | 551 | 550 | 3,500 |
| 15 | 560 | 563 | 570 | 576 | 567 | 7,182 |
| 16 | 590 | 578 | 586 | 590 | 586 | 5,657 |
| 17 | 596 | 579 | 572 | 575 | 581 | 10,724 |
| 18 | 574 | 569 | 580 | 576 | 575 | 4,573 |
| 19 | 580 | 580 | 593 | 568 | 580 | 10,210 |
| 20 | 562 | 537 | 566 | 567 | 558 | 14,166 |
| 21 | 567 | 560 | 571 | 570 | 567 | 4,967 |
| 22 | 560 | 558 | 562 | 588 | 567 | 14,095 |
| 23 | 580 | 592 | 586 | 598 | 589 | 7,746 |
| 24 | 598 | 592 | 585 | 591 | 592 | 5,323 |
| 25 | 578 | 586 | 598 | 597 | 590 | 9,535 |
| 26 | 594 | 584 | 591 | 583 | 588 | 5,354 |
| 27 | 601 | 590 | 610 | 606 | 602 | 8,655 |
| 28 | 614 | 594 | 590 | 600 | 600 | 10,504 |
| 29 | 610 | 597 | 594 | 609 | 603 | 8,185 |
| 30 | 602 | 604 | 608 | 580 | 599 | 12,583 |
| Total | | | | | 17249 | 349,681 |

- Cálculos:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} = \frac{17249}{30} = 574,96$$

$$\bar{s} = \frac{\sum_{i=1}^m s_i}{m} = \frac{349,681}{30} = 11,66$$

$A_3 = 1,628$, $B_3 = 0$ e $B_4 = 2,266$ (Anexo A)

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{X} + A_3 \cdot \bar{s} = 574,96 + (1,628 \cdot 11,66) = 593,94$$

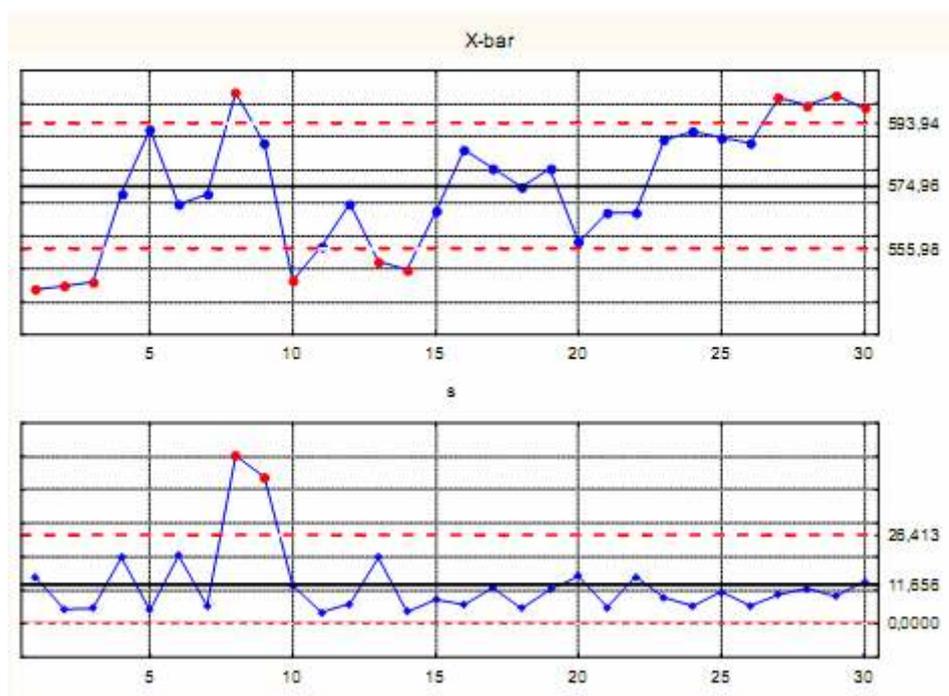
$$LC_{\bar{X}} = \bar{X} = 574,96$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - A_3 \cdot \bar{s} = 574,96 - (1,628 \cdot 11,66) = 555,97$$

$$LSC_s = B_4 \cdot \bar{s} = 2,266 \cdot 11,66 = 26,413$$

$$LC_s = \bar{s} = 11,66$$

$$LIC_s = B_3 \cdot \bar{s} = 0 \cdot 11,66 = 0$$



6.5.5 Gráfico da Amplitude Móvel (Rm)

O gráfico de controle para amplitude móvel pode ser interpretado como um gráfico de controle \bar{X} comum. O gráfico de controle para amplitude móvel é bastante insensível a pequenas mudanças na média do processo e deve ser aplicado em situações no qual o tamanho usado para controle de processo é $n = 1$, ou melhor, nos casos em que a inspeção automática e a tecnologia de medida são usadas, sendo cada unidade fabricada analisada, quando a taxa de produção é muito lenta, não sendo conveniente acumular amostras de tamanho maior que um antes de serem analisadas, ou quando a variabilidade do processo é muito pequena. Em situações como essas, é que o gráfico de controle para medidas individuais torna-se útil.

Na construção do gráfico de controle para amplitude móvel, são efetuados os cálculos:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m X}{m} \quad \text{e} \quad \bar{R}_m = \frac{\sum_{i=1}^{m-1} R_m}{m-1} \quad (6.38)$$

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{X} + E_2 \cdot R_m \quad (6.39)$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{X} \quad (6.40)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - E_2 \cdot R_m \quad (6.41)$$

- Exemplo :Para verificar a estabilidade e a variabilidade da umidade de um determinado produto usou-se o gráfico de controle Rm, devido à amostra desta variável ser unitária, ou seja, n = 1.

| Nº de Subgrupos | Umidade (%) | Amplitude Móvel (Rm) | Nº de Subgrupos | Umidade (%) | Amplitude Móvel (Rm) |
|------------------------|--------------------|-----------------------------|------------------------|--------------------|-----------------------------|
| 1 | 6,1 | - | 61 | 6,1 | 0,4 |
| 2 | 6,0 | 0,1 | 62 | 6,4 | 0,3 |
| 3 | 6,0 | 0 | 63 | 6,2 | 0,2 |
| 4 | 6,5 | 0,5 | 64 | 6,3 | 0,1 |
| 5 | 6,3 | 0,2 | 65 | 6,0 | 0,3 |
| 6 | 6,4 | 0,1 | 66 | 6,2 | 0,2 |
| 7 | 5,8 | 0,6 | 67 | 6,4 | 0,2 |
| 8 | 6,1 | 0,3 | 68 | 6,2 | 0,2 |
| 9 | 6,0 | 0,1 | 69 | 6,3 | 0,1 |
| 10 | 6,3 | 0,3 | 70 | 6,4 | 0,1 |
| 11 | 5,9 | 0,4 | 71 | 6,0 | 0,4 |
| 12 | 6,2 | 0,3 | 72 | 6,3 | 0,3 |
| 13 | 6,4 | 0,2 | 73 | 6,4 | 0,1 |
| 14 | 6,5 | 0,1 | 74 | 6,3 | 0,1 |
| 15 | 6,0 | 0,5 | 75 | 6,5 | 0,2 |
| 16 | 6,6 | 0,6 | 76 | 6,0 | 0,5 |
| 17 | 6,2 | 0,4 | 77 | 6,6 | 0,6 |
| 18 | 6,4 | 0,2 | 78 | 6,1 | 0,5 |
| 19 | 6,3 | 0,1 | 79 | 6,0 | 0,1 |
| 20 | 5,9 | 0,4 | 80 | 6,4 | 0,4 |
| 21 | 6,3 | 0,4 | 81 | 6,5 | 0,1 |
| 22 | 6,4 | 0,2 | 82 | 6,3 | 0,2 |
| 23 | 6,5 | 0,1 | 83 | 6,0 | 0,3 |
| 24 | 6,1 | 0,4 | 84 | 6,5 | 0,5 |
| 25 | 6,3 | 0,2 | 85 | 6,1 | 0,4 |
| 26 | 6,2 | 0,1 | 86 | 6,4 | 0,3 |
| 27 | 5,8 | 0,4 | 87 | 6,2 | 0,2 |
| 28 | 6,0 | 0,2 | 88 | 6,1 | 0,1 |
| 29 | 6,5 | 0,5 | 89 | 6,5 | 0,4 |
| 30 | 6,3 | 0,2 | 90 | 6,2 | 0,3 |
| 31 | 6,6 | 0,3 | 91 | 6,4 | 0,2 |
| 32 | 6,4 | 0,2 | 92 | 6,2 | 0,2 |
| 33 | 6,1 | 0,3 | 93 | 6,3 | 0,1 |
| 34 | 6,3 | 0,2 | 94 | 6,4 | 0,1 |
| 35 | 6,5 | 0,2 | 95 | 6,5 | 0,1 |
| 36 | 6,2 | 0,3 | 96 | 6,2 | 0,3 |
| 37 | 6,4 | 0,2 | 97 | 6,5 | 0,3 |
| 38 | 6,1 | 0,3 | 98 | 6,4 | 0,1 |
| 39 | 6,3 | 0,2 | 99 | 6,2 | 0,2 |
| 40 | 6,0 | 0,3 | 100 | 6,4 | 0,2 |
| 41 | 6,2 | 0,2 | 101 | 6,3 | 0,1 |
| 42 | 6,5 | 0,3 | 102 | 6,0 | 0,3 |
| 43 | 6,3 | 0,2 | 103 | 6,2 | 0,2 |
| 44 | 6,4 | 0,1 | 104 | 6,4 | 0,2 |
| 45 | 6,2 | 0,2 | 105 | 5,8 | 0,6 |
| 46 | 6,5 | 0,3 | 106 | 6,5 | 0,7 |
| 47 | 6,3 | 0,2 | 107 | 6,1 | 0,4 |
| 48 | 6,4 | 0,1 | 108 | 6,3 | 0,2 |
| 49 | 6,1 | 0,3 | 109 | 6,4 | 0,1 |

| | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-------|------|
| 50 | 6,0 | 0,1 | 110 | 6,3 | 0,1 |
| 51 | 6,4 | 0,4 | 111 | 6,5 | 0,2 |
| 52 | 6,6 | 0,2 | 112 | 6,7 | 0,2 |
| 53 | 6,0 | 0,6 | 113 | 6,4 | 0,3 |
| 54 | 6,4 | 0,4 | 114 | 6,3 | 0,1 |
| 55 | 6,4 | 0,0 | 115 | 6,5 | 0,2 |
| 56 | 6,5 | 0,1 | 116 | 6,1 | 0,4 |
| 57 | 6,2 | 0,3 | 117 | 6,5 | 0,4 |
| 58 | 6,6 | 0,4 | 118 | 6,1 | 0,4 |
| 59 | 6,4 | 0,2 | 119 | 5,9 | 0,2 |
| 60 | 6,5 | 0,1 | 120 | 6,5 | 0,6 |
| Total | | | | 753,3 | 31,0 |

- Cálculos:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m X}{m} = \frac{753,3}{120} = 6,28$$

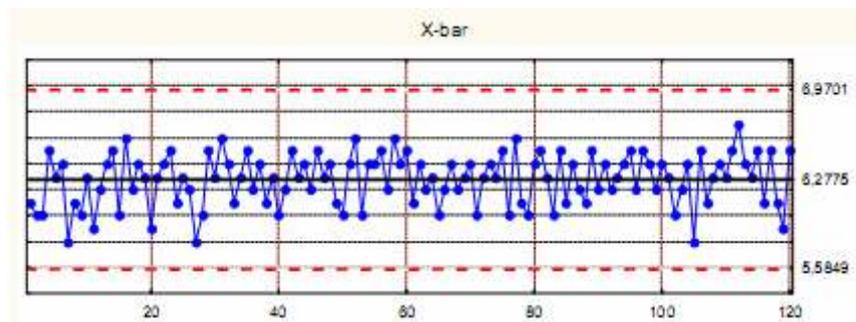
$$\bar{R}_m = \frac{\sum_{i=1}^{m-1} R_m}{m-1} = \frac{31}{120-1} = 0,26$$

$$E_2 = 2,660 \text{ (Anexo B)}$$

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{X} + E_2 \cdot \bar{R}_m = 6,28 + (2,660 \cdot 0,26) = 6,9701$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{X} = 6,28$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - E_2 \cdot \bar{R}_m = 6,28 - (2,660 \cdot 0,26) = 5,5849$$

**6.6. Gráfico de Controle por Atributos**

O termo “atributo”, utilizado em controle de qualidade, refere-se àquela característica da qualidade que pode estar, ou não, conforme as especificações. Para melhor entendimento, é comum utilizar-se os termos “bom” e “defeituoso” no lugar de “conforme” e “não conforme”.

No gráfico de controle por atributos um produto é classificado como possuindo ou não um atributo ou qualidade. Assim, o produto atende ou não a uma especificação. Os itens que não satisfazem a especificação são denominados defeituosos. Muitas vezes o interesse da Administração está na fração de unidades defeituosas em produção. Por outro lado, freqüentemente está-se interessado na evolução de uma característica quantitativa (diâmetro de um pino, por exemplo).

Existem duas situações em que se utilizam atributos:

1. Quando as medidas não são possíveis, tais como as características inspecionadas visualmente (cor, brilho, arranhões e danos).
2. Quando as medidas são passíveis, mas não são tomadas por questões econômicas, tempo, ou de necessidades. Em outras palavras, quando o diâmetro de um furo pode ser medido com um micrômetro interno, mas utiliza-se um calibre passa-não-passa para determinar a sua conformidade com as especificações.

6.6.1. Gráfico de Controle da Fração Defeituosas (Gráfico p)

O gráfico de controle p é muito versátil, podendo ser usado para controlar uma característica de qualidade, um grupo de características de qualidade de mesmo tipo ou o produto todo.

Esse gráfico possui uma grande faixa de utilização e as vantagens de poder ser usado para uma grande diversidade de problemas, disponibilizar a informação normalmente sem custo adicional da coleta, e de forma a ser rapidamente correlacionada com os custos, proporcionar maior facilidade de entendimento por parte de pessoas não familiarizadas com outros gráficos, além de ser mais facilmente implantado que os demais.

A fração defeituosa consiste na razão entre o número de peças defeituosas em uma amostra e o número total de peças dessa mesma amostra.

$$p = \frac{np}{n} \quad (6.42)$$

Onde:

p = fração defeituosa;

n = número de peças na amostra ou subgrupo;

np = número de peças defeituosas na amostra ou subgrupo.

Dentre os objetivos do gráfico p, encontra-se: determinar o nível de qualidade de um produto, ficar alerta para qualquer mudança no nível de qualidade, avaliar o desempenho relativo à qualidade do pessoal envolvido como operador e gerentes, indicar o uso de gráficos de controle por variável, além de definir critérios de aceitação de produtos, antes do embarque, para o cliente.

São descritos a seguir os passos para a construção de um gráfico de controle p:

1. Definir o objetivo: determinar qual a finalidade do gráfico de controle, o que se quer controlar (objetos, produtos, operários, características de qualidade).
2. Determinar o tamanho do subgrupo: o tamanho do subgrupo é uma função da fração defeituosa. Para determinar o tamanho do subgrupo, é preciso ter uma primeira estimativa da fração defeituosa do processo e do número médio de defeitos para cada subgrupo afim de que se possa construir o gráfico de forma adequada.
3. Coletar os dados: é necessário coletar dados suficientes, pelo menos 20 subgrupos, para construir o gráfico. Para cada subgrupo a fração defeituosa é calculada pela fórmula $p = np/n$

4. Determinar o valor central e os limites de controle: as fórmulas para calcular os limites de controle são dadas por:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m p}{m} \quad (6.43)$$

$$LSC_p = \bar{p} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}} \quad (6.44)$$

$$LC_p = \bar{p} \quad (6.45)$$

$$LIC_p = \bar{p} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}} \quad (6.46)$$

Onde:

\bar{p} = fração defeituosa média para todos os subgrupos;
 m = número de amostras ou de subgrupos.

O gráfico p pode ser imediatamente introduzido, calculando-se somente os limites de controle. Sendo o gráfico p baseado na distribuição binomial, a probabilidade de selecionar um produto defeituoso deve ser constante, caso contrário, o mesmo não deve ser usado.

- **Exemplo** : De uma amostra de produção de uma fábrica de pequenos recipientes, foram retiradas 25 amostras com 50 observações, sendo retiradas 4 amostras por dia.

| Número do Subgrupo | Número de Recipientes | Número de Itens Defeituosos | Proporção de Defeituoso |
|--------------------|-----------------------|-----------------------------|-------------------------|
| 1 | 50 | 4 | 0,08 |
| 2 | 50 | 2 | 0,04 |
| 3 | 50 | 5 | 0,10 |
| 4 | 50 | 3 | 0,06 |
| 5 | 50 | 2 | 0,04 |
| 6 | 50 | 1 | 0,02 |
| 7 | 50 | 3 | 0,06 |
| 8 | 50 | 2 | 0,04 |
| 9 | 50 | 5 | 0,10 |
| 10 | 50 | 4 | 0,08 |
| 11 | 50 | 3 | 0,06 |
| 12 | 50 | 5 | 0,10 |
| 13 | 50 | 5 | 0,10 |
| 14 | 50 | 2 | 0,04 |
| 15 | 50 | 3 | 0,06 |
| 16 | 50 | 2 | 0,04 |
| 17 | 50 | 4 | 0,08 |
| 18 | 50 | 10 | 0,20 |
| 19 | 50 | 4 | 0,08 |
| 20 | 50 | 3 | 0,06 |
| 21 | 50 | 2 | 0,04 |

| | | | |
|-------|------|----|------|
| 22 | 50 | 5 | 0,10 |
| 23 | 50 | 4 | 0,08 |
| 24 | 50 | 3 | 0,06 |
| 25 | 50 | 4 | 0,08 |
| Total | 1250 | 90 | --- |

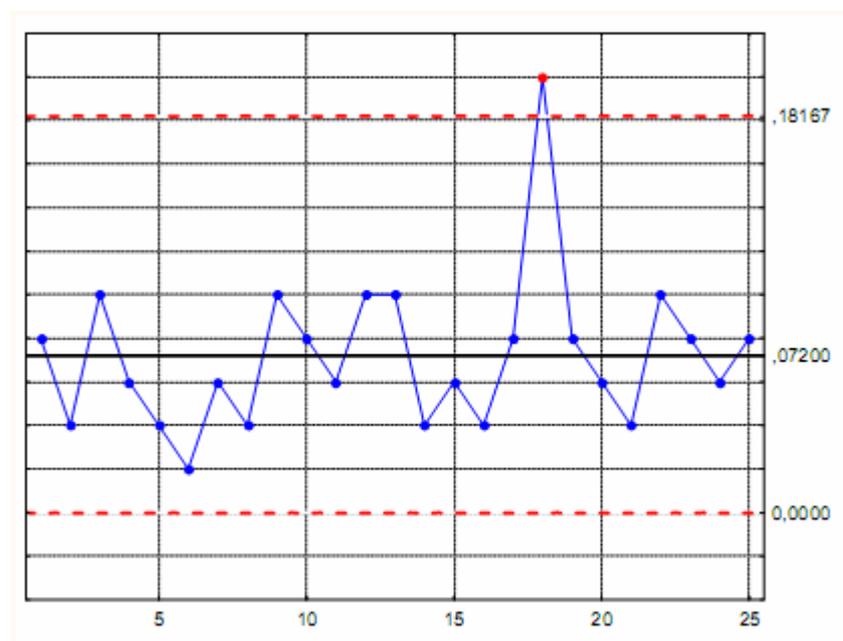
- Cálculos;

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m p}{m} = \frac{90}{1250} = 0,072$$

$$LSC_p = \bar{p} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}} = 0,072 + 3 \cdot \sqrt{\frac{0,072 \cdot (1 - 0,072)}{50}} = 0,18167$$

$$LC_p = \bar{p} = 0,072$$

$$LIC_p = \bar{p} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}} = 0,072 - 3 \cdot \sqrt{\frac{0,072 \cdot (1 - 0,072)}{50}} = -0,038 = 0$$



6.6.2. Gráfico do Número de Unidades Defeituosas (Gráfico np)

Também conhecido como Gráfico do Número de Defeitos, pode ser usado como alternativa ao gráfico da fração defeituosa, apresentando as mesmas vantagens já mencionadas. Neste caso as amostras devem ter o mesmo tamanho, ao contrário do gráfico anterior, que permite a observação de amostras de diferentes tamanhos. As etapas para construção do gráfico np são dadas a seguir.

O gráfico é chamado de np quando a amostra é acompanhada do número de artigos defeituosos em vez da fração de itens defeituosos. Quando as amostras que vão ser mostradas em um determinado gráfico são do mesmo tamanho, torna-se mais simples

compreendê-lo se for marcado o número de não-conformidades encontradas em cada amostra em vez de calcular a percentagem.

São descritos a seguir os passos para a construção de um gráfico de controle np

1. Coletar as amostras de dados.
2. Calcular o valor de $n\bar{p}$.

$$n\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m di}{m} \quad (6.47)$$

Onde:

di = número de defeitos de cada amostra

m = total de amostras

3. Calcular o valor de \bar{p} :

$$\bar{p} = \frac{n\bar{p}}{n} \quad (6.48)$$

Onde:

n = tamanho de cada amostra (fixo)

4. Calcular os limites de controle

$$LSC_{np} = n\bar{p} + 3 \cdot \sqrt{n\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})} \quad (6.49)$$

$$LC_{np} = n\bar{p} \quad (6.50)$$

$$LIC_{np} = n\bar{p} - 3 \cdot \sqrt{n\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})} \quad (6.51)$$

- Exemplo: A amostra a seguir é de uma loja de departamentos onde se pretende verificar se existe variabilidade ou não, relativa ao grau de insatisfação dos clientes. Para isso, foram coletados 20 subgrupos, onde cada um deles possui 300 observações.

| Número do Subgrupo | Observações | Número de Clientes insatisfeitos |
|--------------------|-------------|----------------------------------|
| 1 | 300 | 10 |
| 2 | 300 | 12 |
| 3 | 300 | 8 |
| 4 | 300 | 9 |
| 5 | 300 | 6 |
| 6 | 300 | 11 |
| 7 | 300 | 13 |
| 8 | 300 | 10 |
| 9 | 300 | 8 |
| 10 | 300 | 9 |

| | | |
|-------|-----|-----|
| 11 | 300 | 6 |
| 12 | 300 | 19 |
| 13 | 300 | 10 |
| 14 | 300 | 7 |
| 15 | 300 | 8 |
| 16 | 300 | 4 |
| 17 | 300 | 11 |
| 18 | 300 | 10 |
| 19 | 300 | 6 |
| 20 | 300 | 7 |
| Total | | 184 |

- Cálculos:

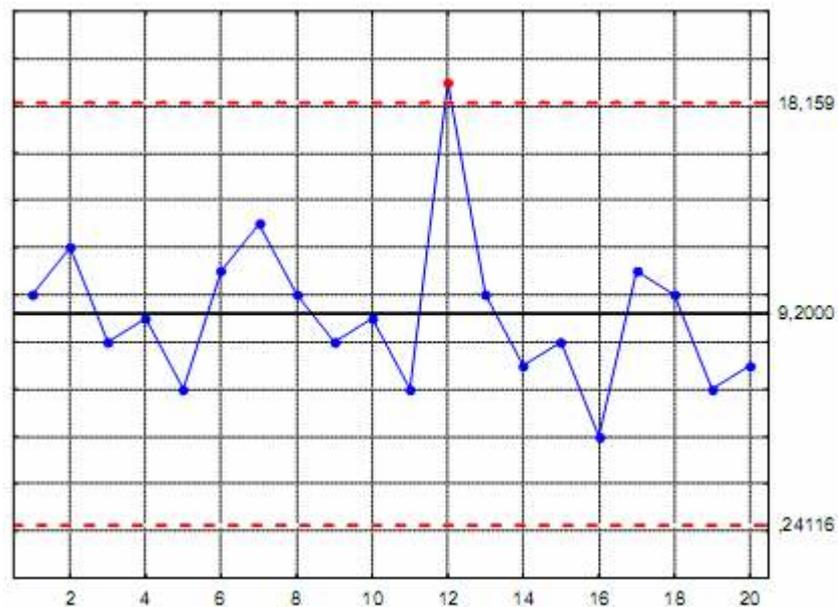
$$\bar{np} = \frac{\sum_{i=1}^m di}{m} = \frac{184}{20} = 9,2$$

$$\bar{p} = \frac{\bar{np}}{n} = \frac{9,2}{300} = 0,031$$

$$LSC_{np} = \bar{np} + 3 \cdot \sqrt{\bar{np} \cdot (1 - \bar{p})} = 9,2 + 3 \cdot \sqrt{9,2 \cdot (1 - 0,031)} = 18,16$$

$$LC_{np} = \bar{np} = 9,2$$

$$LIC_{np} = \bar{np} - 3 \cdot \sqrt{\bar{np} \cdot (1 - \bar{p})} = 9,2 - 3 \cdot \sqrt{9,2 \cdot (1 - 0,031)} = 0,241$$



6.6.3. Gráfico do Número de Defeitos (Gráfico c)

Este gráfico é utilizado para avaliar o número de não conformidades, ou defeitos, em uma amostra. A utilização deste gráfico requer tamanho constante para as amostras observadas. Algumas aplicações são, por exemplo, controle de bolhas em garrafas e riscos em peças estampadas. A principal diferença com relação ao gráfico p, é que este último se utiliza da contagem de unidades defeituosas, não se preocupando com a quantidade de defeitos. Uma idéia desta diferença é dada pela Figura 13. Considerando cada quadro como uma unidade, e cada ponto em destaque como um defeito, nota-se que há na amostra da esquerda quatro unidades defeituosas, e um total de sete defeitos. Na amostra da direita há duas unidades defeituosas, e o mesmo número de defeitos da primeira.



Figura 13 – Exemplo de apresentação de defeitos

Os gráficos de controle c controlam o número de defeitos produzidos. Este gráfico se baseia na distribuição de Poisson, por isso duas condições devem ser atendidas:

- A probabilidade de ocorrência de defeitos deve ser pequena, enquanto a oportunidade de ocorrência de defeitos deve ser grande;
- As ocorrências precisam ser independentes.

Os limites de controle deste gráfico são baseados em mais ou menos 3 desvios padrões, a partir do valor central. Assim, 99,73% dos valores dos subgrupos caem dentro destes limites.

Dentre os objetivos do gráfico de controle c, estão o de determinar o nível médio da qualidade, alertar gerentes para alguma possível mudança no nível da qualidade dos produtos, avaliar o desempenho do pessoal da operação e supervisão, indicar áreas nas quais seria interessante a aplicação de gráficos de controle para variáveis, dar informações para a aceitação de lotes.

Os passos para a construção do gráfico de controle c são os mesmos utilizados na construção do gráfico de controle p. Caso o número de defeitos c for desconhecido, é necessário coletar dados suficientes para estimá-los. Para isso, devemos seguir os procedimentos que seguem:

1. Coletar os dados;
2. Determinar o número médio de não-conformidades \bar{c} ; para tal usa-se a seguinte fórmula:

$$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^m c_i}{m} \quad (6.52)$$

3. Determinar os limites Inferior e Superior de controle \bar{c} , usando as fórmulas:

$$LSC_c = \bar{c} + 3 \cdot \sqrt{\bar{c}} \quad (6.53)$$

$$LC_c = \bar{c} \quad (6.54)$$

$$LIC_c = \bar{c} - 3 \cdot \sqrt{\bar{c}} \quad (6.55)$$

4. Gerar o número de não-conformidades em amostras individuais;
5. Assumir o valor zero se o limite Inferior de controle for negativo;

- **Exemplo:** Neste estudo de caso, serão analisados 26 subgrupos de uma amostra de 100 placas de circuito impresso.

| Número de Subgrupos | Observações | Número de Não-conformes |
|---------------------|-------------|-------------------------|
| 1 | 100 | 21 |
| 2 | 100 | 24 |
| 3 | 100 | 16 |
| 4 | 100 | 12 |
| 5 | 100 | 15 |
| 6 | 100 | 5 |
| 7 | 100 | 28 |
| 8 | 100 | 20 |
| 9 | 100 | 31 |
| 10 | 100 | 25 |
| 11 | 100 | 20 |
| 12 | 100 | 24 |
| 13 | 100 | 16 |
| 14 | 100 | 19 |
| 15 | 100 | 10 |
| 16 | 100 | 17 |
| 17 | 100 | 13 |
| 18 | 100 | 22 |
| 19 | 100 | 18 |
| 20 | 100 | 39 |
| 21 | 100 | 30 |
| 22 | 100 | 24 |
| 23 | 100 | 16 |
| 24 | 100 | 19 |
| 25 | 100 | 17 |
| 26 | 100 | 15 |
| Total | | 516 |

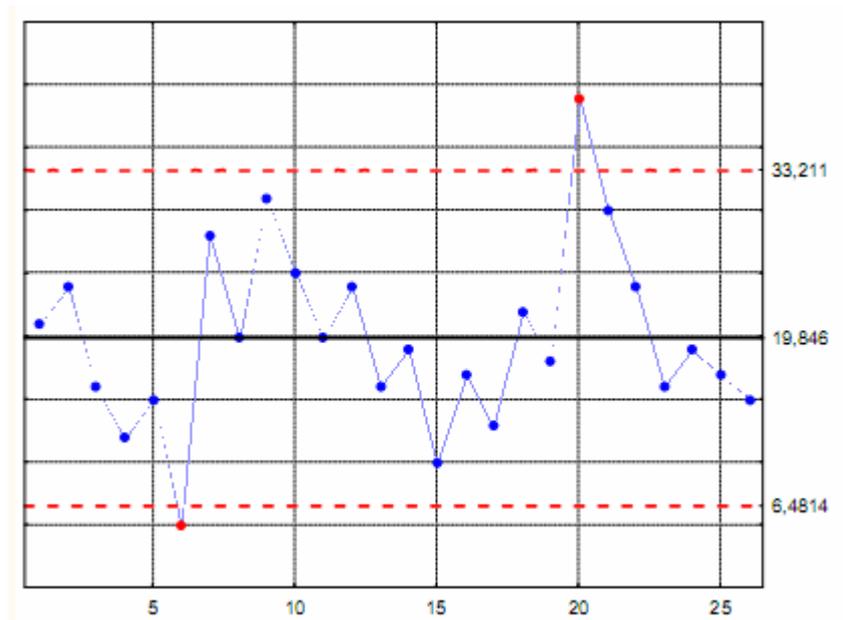
- **Cálculos:**

$$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^m c_i}{m} = \frac{516}{26} = 19,85$$

$$LSC_c = \bar{c} + 3 \cdot \sqrt{\bar{c}} = 19,85 + 3 \cdot \sqrt{19,85} = 33,22$$

$$LC_c = \bar{c} = 19,85$$

$$LIC_c = \bar{c} - 3 \cdot \sqrt{\bar{c}} = 19,85 - 3 \cdot \sqrt{19,85} = 6,48$$



6.6.4. Gráfico do Número de Não Conformidades por Unidade (Gráfico u)

Este gráfico mede o número de não conformidades, ou defeitos, por unidade. Pode ser uma alternativa ao gráfico c, quando as amostras não têm o mesmo tamanho. Também pode ser usado quando a amostra é constituída de apenas uma unidade, mas que possuem muitos componentes que devem ser inspecionados, como um motor, por exemplo.

As etapas para construção do gráfico u são dadas a seguir.

1. Selecionar m amostras, que podem ter tamanhos diferentes, e registrar o número de defeitos (c) encontrados em cada uma.
2. Para cada uma das m amostras, determinar o número de defeitos por unidade.

$$u_i = \frac{c_i}{n_i} \quad (6.56)$$

Calcular o número médio de defeitos por unidade:

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^m u_i}{m} \quad (6.57)$$

Calcular o tamanho médio das amostras:

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i}{m} \quad (6.58)$$

Calcular os limites de controle:

$$LSC_u = \bar{u} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \quad (6.59)$$

$$LC_u = \bar{u} \quad (6.60)$$

$$LIC_u = \bar{u} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \quad (6.61)$$

- **Exemplo:** Este exemplo tem por finalidade detectar os defeitos por unidade na linha de produção de computadores pessoais.

| Número de Subgrupos | Observações | Total de Não-conformes | Média de Não-conformes por unidade |
|---------------------|-------------|------------------------|------------------------------------|
| 1 | 5 | 10 | 2,0 |
| 2 | 5 | 12 | 2,4 |
| 3 | 5 | 8 | 1,6 |
| 4 | 5 | 14 | 2,8 |
| 5 | 5 | 10 | 2,0 |
| 6 | 5 | 16 | 3,2 |
| 7 | 5 | 11 | 2,2 |
| 8 | 5 | 7 | 1,4 |
| 9 | 5 | 10 | 2,0 |
| 10 | 5 | 15 | 3,0 |
| 11 | 5 | 9 | 1,8 |
| 12 | 5 | 5 | 1,0 |
| 13 | 5 | 7 | 1,4 |
| 14 | 5 | 11 | 2,2 |
| 15 | 5 | 12 | 2,4 |
| 16 | 5 | 6 | 1,2 |
| 17 | 5 | 8 | 1,6 |
| 18 | 5 | 10 | 2,0 |
| 19 | 5 | 7 | 1,4 |
| 20 | 5 | 5 | 1,0 |
| Total | | 193 | 38,6 |

- **Cálculos:**

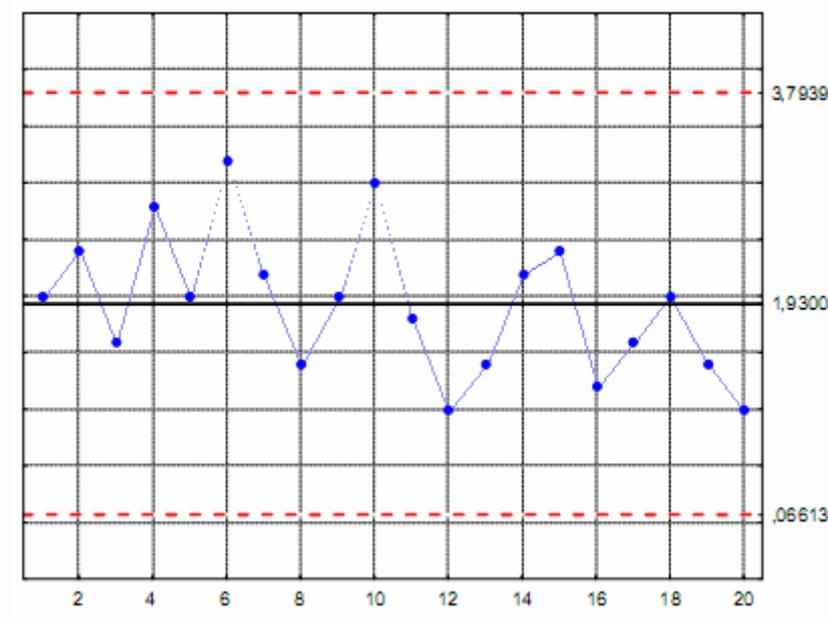
$$u_i = \frac{c_i}{n_i} = \frac{193}{5} = 38,6$$

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^m u_i}{m} = \frac{38,6}{20} = 1,93$$

$$LSC_u = \bar{u} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 1,93 + 3 \cdot \sqrt{\frac{1,93}{5}} = 3,79$$

$$LC_u = \bar{u} = 1,93$$

$$LIC_u = \bar{u} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 1,93 - 3 \cdot \sqrt{\frac{1,93}{5}} = 0,07$$



7. Capacidade do processo

A verdadeira capacidade do processo só deve ser determinada após o mesmo ter sido otimizado e estabilizado. A capacidade do processo é a sua própria variabilidade, depois que este foi otimizado e esta sob controle.

Os limites $\mu \pm 3\sigma$ são conhecidos como limites naturais de tolerância.

- LNST = $\mu + 3\sigma$ (limite natural superior de tolerância)
- LNIS = $\mu - 3\sigma$ (limite natural inferior de tolerância)

O limite de 6σ sobre a distribuição de uma característica de qualidade do produto vem a ser a **capacidade do produto**, onde σ é o desvio padrão do processo otimizado e estável (sob controle).

Capacidade do produto = 6σ

Como o valor de σ é, em geral, desconhecido, para obter a capacidade do processo usa-se um estimador.

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (7.1)$$

onde d_2 é um valor que depende do tamanho da amostra ($n \leq 10$) e em decorrência, encontra-se tabela (Anexo B).

Se $n > 10$ e foi feito o gráfico de controle $\bar{X} - s$, o estimador de σ é:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n - 1}} \quad (7.2)$$

Não existe uma relação matemática ou estatística entre limite de controle e limite de especificação. Os limites de controle são definidos em função da variabilidade do processo e medido pelo desvio padrão. Os limites de especificação são estabelecidos no projeto pelos engenheiros, pela administração ou pelo cliente.

7.1. Índice de Capacidade Cp e Cpk:

A melhor forma de se verificar a adequação de um processo às necessidade da engenharia de produto é através do estudo de capacidade do processo ou da relação entre a capacidade do processo e a diferença entre os limites de especificação (tolerância do produto). Esta relação é conhecida como índice de capacidade (C_p).

$$C_p = \frac{LSE - LIS}{6\sigma} \quad (7.3)$$

Onde:

LSE = limite superior de especificação;

LIS = limite inferior de especificação;

6σ = capacidade do processo.

A análise do índice de capacidade é muito útil na tomada de decisões sobre a adequação do processo às especificações. Uma regra prática para esta análise é descrita a seguir:

Processo Incapaz: ($C_p < 1$), a capacidade do processo é inadequada à tolerância exigida. Nesta situação, o ideal é realizar o trabalho com outro processo mais adequado às especificações. Não sendo possível mudar o processo, deve-se tentar diminuir a sua variabilidade. Por último, resta a possibilidade de se alterar as especificações do produto.

Processo Marginalmente Capaz: ($1 \leq C_p \leq 1,33$), a capacidade do processo está em torno da diferença entre as especificações. O tratamento deve ser semelhante àquele dado ao processo vermelho. Neste caso, cartas de controle são muito úteis para manter o processo sob controle e evitar a produção de itens fora das especificações.

Processo Capaz: ($C_p > 1,33$), a capacidade do processo é adequada à tolerância exigida. Se a capacidade do processo está entre $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$ da tolerância, é aconselhável coletar amostras periódicas para acompanhamento do processo. Se a capacidade do processo é

menor que metade da tolerância, não é preciso tomarmos maiores cuidados como o processo, pode-se dizer que o mesmo é excelente ou altamente confiável.

Na prática, nem sempre o processo está centrado na média, ou seja, pode-se chegar a conclusões erradas quanto a capacidade do processo. Se o processo não se encontrar centrado na média, Kane (1986) propôs a utilização do Índice de Performance (Cpk):

$$C_{pks} = \frac{LSE - \bar{X}}{3\sigma} \quad (7.4)$$

$$C_{pki} = \frac{\bar{X} - LIE}{3\sigma} \quad (7.5)$$

Enquanto que o índice Cp somente compara a variação total permitida pela especificação com a variação utilizada pelo processo, sem fazer nenhuma consideração quanto à média, o índice Cpk avalia a distância da média do processo \bar{X} aos limites da especificação, tomando aquela que é a menor, e portanto mais crítica em termos de chances de serem produzidos itens fora da especificação. Na Tabela 8 há um resumo para interpretação do índice Cpk.

Tabela 8 – Interpretação dos Resultados do Índice Cpk

| Resultados de Cpk | Interpretação |
|---|---|
| $C_{pki} > 1,33$ e $C_{pks} > 1,33$ | Processo Capaz |
| $1 \geq C_{pki} \geq 1,33$ e $1 \geq C_{pks} \geq 1,33$ | Processo Marginalmente Capaz |
| $C_{pki} < 1$ e $C_{pks} < 1$ | Processo Incapaz |
| $C_{pki} = C_{pks}$ | Processo Centrado |
| $C_{pki} < C_{pks}$ e $C_{pks} > 1,33$ | Produto fora do Limite Inferior de Especificação |
| $C_{pks} < C_{pki}$ e $C_{pki} > 1,33$ | Produto fora do Limite Superior de Especificação |
| $C_{pki} < C_{pks}$ | Produto fora do Limite Inferior de Especificação em maior quantidade. |
| $C_{pks} < C_{pki}$ | Produto fora do Limite Superior de Especificação em maior quantidade. |

7.2. Índice de Capacidade Pp e Ppk:

Estes índices são similares a Cp e Cpk, porém apresentam no seu denominador s (o desvio padrão da amostra) ao invés de σ . Matematicamente:

$$P_p = \frac{LSE - LIE}{6 \cdot s} \quad (7.6)$$

com:

$$P_{pks} = \frac{LSE - \bar{X}}{3 \cdot s} \quad (7.4)$$

$$P_{pki} = \frac{\bar{X} - LIE}{3 \cdot s} \quad (7.5)$$

Regra geral, devem ser empregados em avaliações preliminares (estudos de minicapacidade ou capacidade de curto prazo) normalmente nas etapas de obtenção de amostras ou fabricação de lote-piloto, quando há poucos dados disponíveis e não há um critério racional para a formação de subgrupos. Embora alguns autores recomendem a adoção deste índice quando o processo for instável, tal procedimento é totalmente incorreto, uma vez que, nesta situação, não existe previsibilidade alguma para o comportamento do processo.

A interpretação dos índices Pp e Ppk é idêntica à dos índices Cp e Cpk.

7.3. Cálculo de Probabilidade da Distribuição Normal

Uma distribuição de probabilidade muito útil em Controle Estatístico de Processos, é a distribuição normal.

Para trabalhar com essa distribuição (também conhecida como de Gauss) é necessário conhecer sua médias μ e seu desvio padrão σ , ou estimativas confiáveis destas.

Por se tratar de uma distribuição contínua de probabilidade, ou seja, em que a variável pode assumir quaisquer valores, deve-se sempre trabalhar com área de distribuição normal. Para tanto é preciso calcular Z, definido como;

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (7.6)$$

Onde:

Z = valor para determinação da área de distribuição normal

X = valor de referência

μ = valor da média

σ = valor do desvio padrão

Em função do valor obtido de Z e da tabela apresentada no Anexo C, pode-se descobrir qual é a área, ou seja, a probabilidade procurada.

Na prática, a utilização do cálculo de probabilidade se dá para descobrir a probabilidade da porcentagem de produtos fora dos limites de especificação. Para tanto utiliza-se as seguintes equações:

$$Z_s = \frac{LSE - \bar{X}}{\sigma} \quad (7.7)$$

$$Z_l = \frac{\bar{X} - LIE}{\sigma} \quad (7.8)$$

A área correspondente a Z_s e Z_l são as porcentagens de produtos dentro dos limites de especificação, somando-se as duas áreas tem-se a porcentagem total dos produtos dentro dos limites.

8. Referências Bibliográfica

- JURAN, J. M.; GRAYNA, F. M., **Controle de Qualidade: Volume VI**, São Paulo, Ed. Makron Books, 1992.
- RAMOS, A. W., **CEP para Processos Contínuos e em Bateladas**, São Paulo, Ed. Edgard Blücher, 2003.
- ISHIKAWA, K., **Guide to Quality Control**, 2º ed., Tóquio, Asian Productivity Organization, 1988.
- VIEIRA, S., **Estatística para a qualidade**, Rio e Janeiro, Campus Elsevier. 1999.
- LOURENÇO FILHO, R. C. B., **Controle Estatístico da Qualidade**, Rio de Janeiro, Ed. Livros Técnicos e Científicos, 1989.

ANEXO A

Fatores para o cálculo dos limites de controle (3σ) para os gráficos: \bar{X} , R e s

| n | Gráfico para Média | | | Gráfico para Desvio Padrão | | | | | | Gráfico para Amplitude | | | | | | |
|----|---------------------------------|----------------|----------------|----------------------------|------------------|---------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------------------|------------------|---------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | Fatores para Limite de Controle | | | Fatores para Linha Central | | Fatores para Limite de Controle | | | | Fatores para Linha Central | | Fatores para Limite de Controle | | | | |
| | A | A ₂ | A ₃ | c ₄ | 1/c ₄ | B ₃ | B ₄ | B ₅ | B ₆ | d ₂ | 1/d ₂ | d ₃ | D ₁ | D ₂ | D ₃ | D ₄ |
| 2 | 2,121 | 1,880 | 2,659 | 0,798 | 1,253 | 0,000 | 3,627 | 0,000 | 2,606 | 1,128 | 0,887 | 0,953 | 0,000 | 3,686 | 0,000 | 3,267 |
| 3 | 1,732 | 1,023 | 1,954 | 0,886 | 1,128 | 0,000 | 2,568 | 0,000 | 2,276 | 1,693 | 0,591 | 0,888 | 0,000 | 4,358 | 0,000 | 2,575 |
| 4 | 1,500 | 0,729 | 1,628 | 0,921 | 1,085 | 0,000 | 2,266 | 0,000 | 2,088 | 2,059 | 0,486 | 0,880 | 0,000 | 4,698 | 0,000 | 2,282 |
| 5 | 1,342 | 0,577 | 1,427 | 0,940 | 1,064 | 0,000 | 2,089 | 0,000 | 1,964 | 2,326 | 0,430 | 0,864 | 0,000 | 4,918 | 0,000 | 2,115 |
| 6 | 1,225 | 0,483 | 1,287 | 0,952 | 1,051 | 0,030 | 1,970 | 0,029 | 1,874 | 2,534 | 0,395 | 0,848 | 0,000 | 5,078 | 0,000 | 2,004 |
| 7 | 1,134 | 0,419 | 1,182 | 0,959 | 1,042 | 0,118 | 1,882 | 0,113 | 1,806 | 2,704 | 0,370 | 0,833 | 0,204 | 5,204 | 0,076 | 1,924 |
| 8 | 1,061 | 0,373 | 1,099 | 0,965 | 1,036 | 0,185 | 1,815 | 0,179 | 1,751 | 2,847 | 0,351 | 0,820 | 0,388 | 5,306 | 0,136 | 1,864 |
| 9 | 1,000 | 0,337 | 1,032 | 0,969 | 1,032 | 0,239 | 1,761 | 0,232 | 1,707 | 2,970 | 0,337 | 0,808 | 0,547 | 5,393 | 0,184 | 1,816 |
| 10 | 0,949 | 0,308 | 0,975 | 0,973 | 1,028 | 0,284 | 1,716 | 0,276 | 1,669 | 3,078 | 0,325 | 0,797 | 0,687 | 5,469 | 0,223 | 1,777 |
| 11 | 0,905 | 0,285 | 0,927 | 0,975 | 1,025 | 0,321 | 1,679 | 0,313 | 1,637 | 3,173 | 0,315 | 0,787 | 0,811 | 5,535 | 0,256 | 1,744 |
| 12 | 0,866 | 0,266 | 0,886 | 0,978 | 1,023 | 0,354 | 1,646 | 0,346 | 1,610 | 3,258 | 0,307 | 0,778 | 0,922 | 5,594 | 0,283 | 1,717 |
| 13 | 0,832 | 0,249 | 0,850 | 0,979 | 1,021 | 0,382 | 1,618 | 0,374 | 1,585 | 3,336 | 0,300 | 0,770 | 1,025 | 5,647 | 0,307 | 1,693 |
| 14 | 0,802 | 0,235 | 0,817 | 0,981 | 1,019 | 0,406 | 1,594 | 0,399 | 1,563 | 3,407 | 0,294 | 0,763 | 1,118 | 5,696 | 0,328 | 1,672 |
| 15 | 0,775 | 0,223 | 0,789 | 0,982 | 1,018 | 0,428 | 1,572 | 0,421 | 1,544 | 3,472 | 0,288 | 0,756 | 1,203 | 5,741 | 0,347 | 1,653 |
| 16 | 0,750 | 0,212 | 0,763 | 0,984 | 1,017 | 0,448 | 1,552 | 0,440 | 1,526 | 3,532 | 0,283 | 0,750 | 1,282 | 5,782 | 0,363 | 1,637 |
| 17 | 0,728 | 0,203 | 0,739 | 0,985 | 1,016 | 0,466 | 1,534 | 0,458 | 1,511 | 3,588 | 0,279 | 0,744 | 1,356 | 5,820 | 0,378 | 1,622 |
| 18 | 0,707 | 0,194 | 0,718 | 0,985 | 1,015 | 0,482 | 1,518 | 0,475 | 1,496 | 3,640 | 0,275 | 0,739 | 1,424 | 5,856 | 0,391 | 1,608 |
| 19 | 0,688 | 0,187 | 0,698 | 0,986 | 1,014 | 0,497 | 1,503 | 0,490 | 1,483 | 3,689 | 0,271 | 0,734 | 1,487 | 5,891 | 0,403 | 1,597 |
| 20 | 0,671 | 0,180 | 0,680 | 0,987 | 1,013 | 0,510 | 1,490 | 0,504 | 1,470 | 3,735 | 0,268 | 0,729 | 1,549 | 5,921 | 0,415 | 1,585 |
| 21 | 0,655 | 0,173 | 0,663 | 0,988 | 1,013 | 0,523 | 1,477 | 0,516 | 1,459 | 3,778 | 0,265 | 0,724 | 1,605 | 5,951 | 0,425 | 1,575 |
| 22 | 0,640 | 0,167 | 0,647 | 0,988 | 1,012 | 0,534 | 1,466 | 0,528 | 1,448 | 3,819 | 0,262 | 0,720 | 1,659 | 5,979 | 0,434 | 1,566 |
| 23 | 0,626 | 0,162 | 0,633 | 0,989 | 1,011 | 0,545 | 1,455 | 0,539 | 1,438 | 3,858 | 0,259 | 0,716 | 1,710 | 6,006 | 0,443 | 1,557 |
| 24 | 0,612 | 0,157 | 0,619 | 0,989 | 1,011 | 0,555 | 1,445 | 0,549 | 1,429 | 3,895 | 0,257 | 0,712 | 1,759 | 6,031 | 0,451 | 1,548 |
| 25 | 0,600 | 0,153 | 0,606 | 0,990 | 1,011 | 0,565 | 1,435 | 0,559 | 1,420 | 3,931 | 0,254 | 0,708 | 1,806 | 6,056 | 0,459 | 1,541 |

ANEXO B

Valores das constantes para o cálculo dos limites de controle

| Fator | Tamanho da Amostra | | | | | | | | |
|----------------------|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| A₂ | 1,880 | 1,023 | 0,729 | 0,577 | 0,483 | 0,419 | 0,373 | 0,337 | 0,308 |
| d₂ | 1,128 | 1,693 | 2,059 | 2,326 | 2,534 | 2,704 | 2,847 | 2,970 | 3,078 |
| d₃ | 0,853 | 0,888 | 0,880 | 0,864 | 0,848 | 0,833 | 0,820 | 0,808 | 0,797 |
| E₂ | 2,660 | 1,772 | 1,457 | 1,290 | 1,184 | 1,109 | 1,054 | 1,010 | 0,975 |
| D₃ | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,076 | 0,136 | 0,184 | 0,223 |
| D₄ | 3,267 | 2,575 | 2,282 | 2,115 | 2,004 | 1,924 | 1,864 | 1,816 | 1,777 |

ANEXO C

Tabela de Distribuição Normal

| Valores de $P(0 < Z < z_0)$ | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| z_0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0,0 | 0,0000 | 0,0040 | 0,0080 | 0,0120 | 0,0160 | 0,0199 | 0,0239 | 0,0279 | 0,0319 | 0,0359 |
| 0,1 | 0,0398 | 0,0438 | 0,0478 | 0,0517 | 0,0557 | 0,0596 | 0,0636 | 0,0675 | 0,0714 | 0,0753 |
| 0,2 | 0,0793 | 0,0832 | 0,0871 | 0,0910 | 0,0948 | 0,0987 | 0,1026 | 0,1064 | 0,1103 | 0,1141 |
| 0,3 | 0,1179 | 0,1217 | 0,1255 | 0,1293 | 0,1331 | 0,1368 | 0,1406 | 0,1443 | 0,1480 | 0,1517 |
| 0,4 | 0,1554 | 0,1591 | 0,1628 | 0,1664 | 0,1700 | 0,1736 | 0,1772 | 0,1808 | 0,1844 | 0,1879 |
| 0,5 | 0,1915 | 0,1950 | 0,1985 | 0,2019 | 0,2054 | 0,2088 | 0,2123 | 0,2157 | 0,2190 | 0,2224 |
| 0,6 | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | 0,2442 | 0,2454 | 0,2486 | 0,2517 | 0,2549 |
| 0,7 | 0,2580 | 0,2611 | 0,2642 | 0,2673 | 0,2703 | 0,2734 | 0,2764 | 0,2794 | 0,2823 | 0,2852 |
| 0,8 | 0,2881 | 0,2910 | 0,2939 | 0,2967 | 0,2995 | 0,3023 | 0,3051 | 0,3078 | 0,3106 | 0,3133 |
| 0,9 | 0,3159 | 0,3186 | 0,3212 | 0,3238 | 0,3264 | 0,3289 | 0,3315 | 0,3340 | 0,3365 | 0,3389 |
| 1,0 | 0,3413 | 0,3438 | 0,3461 | 0,3485 | 0,3508 | 0,3531 | 0,3554 | 0,3577 | 0,3599 | 0,3621 |
| 1,1 | 0,3643 | 0,3665 | 0,3685 | 0,3708 | 0,3729 | 0,3749 | 0,3770 | 0,3790 | 0,3810 | 0,3830 |
| 1,2 | 0,3849 | 0,3869 | 0,3888 | 0,3907 | 0,3925 | 0,3944 | 0,3962 | 0,3980 | 0,3997 | 0,4015 |
| 1,3 | 0,4032 | 0,4049 | 0,4066 | 0,4082 | 0,4099 | 0,4115 | 0,4131 | 0,4147 | 0,4162 | 0,4177 |
| 1,4 | 0,4192 | 0,4207 | 0,4222 | 0,4236 | 0,4251 | 0,4265 | 0,4279 | 0,4292 | 0,4306 | 0,4319 |
| 1,5 | 0,4332 | 0,4345 | 0,4357 | 0,4370 | 0,4382 | 0,4394 | 0,4406 | 0,4418 | 0,4429 | 0,4441 |
| 1,6 | 0,4452 | 0,4463 | 0,4474 | 0,4484 | 0,4495 | 0,4505 | 0,4515 | 0,4525 | 0,4535 | 0,4545 |
| 1,7 | 0,4554 | 0,4564 | 0,4573 | 0,4582 | 0,4591 | 0,4599 | 0,4608 | 0,4616 | 0,4625 | 0,4633 |
| 1,8 | 0,4641 | 0,4649 | 0,4656 | 0,4664 | 0,4671 | 0,4678 | 0,4686 | 0,4693 | 0,4699 | 0,4706 |
| 1,9 | 0,4713 | 0,4719 | 0,4726 | 0,4732 | 0,4738 | 0,4744 | 0,4750 | 0,4756 | 0,4761 | 0,4767 |
| 2,0 | 0,4772 | 0,4778 | 0,4783 | 0,4788 | 0,4793 | 0,4798 | 0,4803 | 0,4808 | 0,4812 | 0,4817 |
| 2,1 | 0,4821 | 0,4826 | 0,4830 | 0,4834 | 0,4838 | 0,4842 | 0,4846 | 0,4850 | 0,4854 | 0,4857 |
| 2,2 | 0,4861 | 0,4864 | 0,4868 | 0,4871 | 0,4875 | 0,4878 | 0,4881 | 0,4884 | 0,4887 | 0,4890 |
| 2,3 | 0,4893 | 0,4896 | 0,4898 | 0,4901 | 0,4904 | 0,4906 | 0,4909 | 0,4911 | 0,4913 | 0,4916 |
| 2,4 | 0,4918 | 0,4920 | 0,4922 | 0,4925 | 0,4927 | 0,4929 | 0,4931 | 0,4932 | 0,4934 | 0,4936 |
| 2,5 | 0,4938 | 0,4940 | 0,4941 | 0,4943 | 0,4945 | 0,4946 | 0,4948 | 0,4949 | 0,4951 | 0,4952 |
| 2,6 | 0,4953 | 0,4955 | 0,4956 | 0,4957 | 0,4959 | 0,4960 | 0,4961 | 0,4962 | 0,4963 | 0,4964 |
| 2,7 | 0,4965 | 0,4966 | 0,4967 | 0,4968 | 0,4969 | 0,4970 | 0,4971 | 0,4972 | 0,4973 | 0,4974 |
| 2,8 | 0,4974 | 0,4975 | 0,4976 | 0,4977 | 0,4977 | 0,4978 | 0,4979 | 0,4979 | 0,4980 | 0,4981 |
| 2,9 | 0,4981 | 0,4982 | 0,4982 | 0,4983 | 0,4984 | 0,4984 | 0,4985 | 0,4985 | 0,4986 | 0,4986 |
| 3,0 | 0,4987 | 0,4987 | 0,4987 | 0,4988 | 0,4988 | 0,4989 | 0,4989 | 0,4989 | 0,4990 | 0,4990 |
| 3,1 | 0,4990 | 0,4991 | 0,4991 | 0,4991 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4993 | 0,4993 |
| 3,2 | 0,4993 | 0,4993 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4995 | 0,4995 | 0,4995 |
| 3,3 | 0,4995 | 0,4995 | 0,4995 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4997 |
| 3,4 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4998 |
| 3,5 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 |
| 3,6 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 |
| 3,7 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 |
| 3,8 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 |
| 3,9 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 |