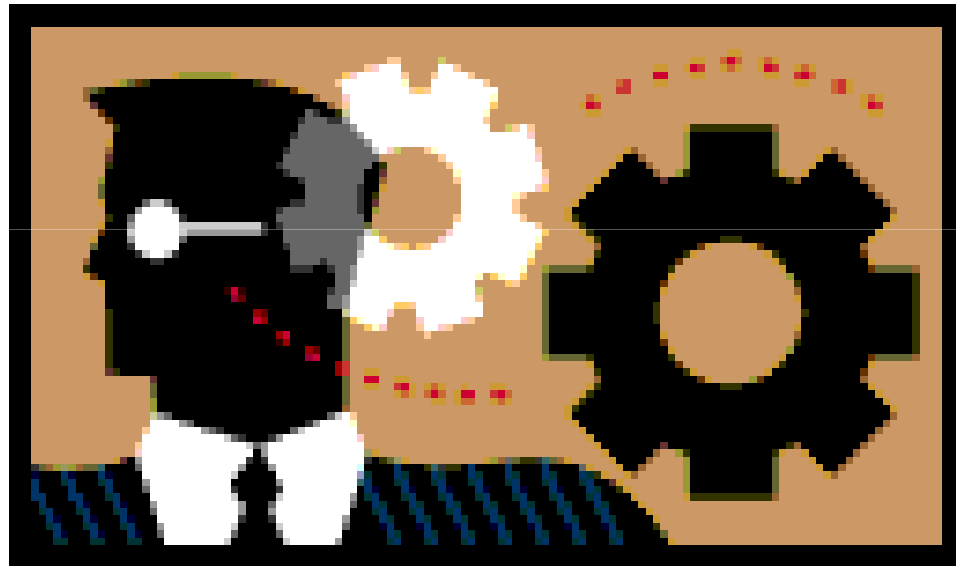


Inspeção da Qualidade



Prof. MSc. Fabrício Maciel Gomes

Inspeção para Aceitação

Inspeção por Amostragem

- Avaliação de característica de qualidade de unidades selecionadas aleatoriamente;
 - √ Alternativa para inspeção 100%;
 - √ Obrigatória quando a avaliação de qualidade requer teste destrutivo.

Inspeção para Aceitação

- Inspeção por amostragem de itens de lote de entrega
- Dependendo da quantidade de defeituosos da amostra, o lote é aceito ou rejeitado
- O lote rejeitado é devolvido ao fornecedor
- A tendência é substituí-la por trabalho com os fornecedores visando assegurar a qualidade de seus produtos

Inspeção para Aceitação

Teste de Hipóteses

- Associado à inspeção para aceitação:

$$H_0: p = p_0$$

$$H_1: p > p_0$$

- P: proporção de defeituosos do processo
- Risco α : Risco do produtor
 - √ Não aceitação de lote de boa qualidade
- Risco β : Risco do consumidor
 - √ Aceitação de lote de má qualidade

Inspeção para Aceitação

- d : quantidade de defeituosos na amostra:
 $d \sim$ hipergeométrica

$$Pr[d = d_0] = \frac{\binom{D}{d_0} \binom{m-D}{n-d_0}}{\binom{m}{n}} \quad (9.1)$$



Inspeção para Aceitação

- Exemplo: Probabilidade de 2 itens amostrais defeituosos
 - √ Lote de 200 itens com 10 itens defeituosos;
 - √ Amostra de 20 unidades
 - √ $m = 200; D = 10; n = 20; d = 2.$

$$\Pr[d = 2] = \frac{\binom{10}{2} \binom{200-10}{20-2}}{\binom{200}{20}} = 0,198$$

Inspeção para Aceitação

D: número de defeituosos no lote

$D \sim \text{binomial}(m, p)$

p: proporção de defeituosos no processo

$$\Pr(D = D_0) = \binom{m}{D_0} p^{D_0} (1 - p)^{m - D_0}$$

Inspeção para Aceitação

- Probabilidade de um lote de 200 itens conter 10 itens defeituosos com $p = 0,1$.

$$\Pr(D = 10) = \binom{200}{10} 0,1^{10} (1 - 0,1)^{200-10} = 0,0045$$

- Probabilidade de 2 defeituosos na amostra

$$\Pr\{d = d_0\} = \sum_{D_0=0}^{200} \Pr\{d = d_0 \mid D = D_0\} \Pr\{D = D_0\}$$

Inspeção para Aceitação

$$Pr\{d = 2 \mid D = D_0\} \text{ e } Pr\{D = D_0\}$$

D_0	$Pr\{D = D_0\}$	$Pr\{d = 2 \mid D = D_0\}$	D_0	$Pr\{D = D_0\}$	$Pr\{d = 2 \mid D = D_0\}$
10	0,0045	0,1975	21	0,0892	0,2989
11	0,0087	0,2186	22	0,0806	0,2957
12	0,0153	0,2373	23	0,0693	0,2911
13	0,0245	0,2536	24	0,0568	0,2853
14	0,0364	0,2674	25	0,0444	0,2784
15	0,0501	0,2787	26	0,0332	0,2706
16	0,0644	0,2875	27	0,0238	0,2620
17	0,0775	0,2939	28	0,0163	0,2528
18	0,0875	0,2982	29	0,0108	0,2431
19	0,0931	0,3003	30	0,0068	0,2330
20	0,0936	0,3005			

$$Pr\{d = 2\} = \sum_{D_0=0}^{200} Pr\{d = 2 \mid D = D_0\} Pr\{D = D_0\} = 0,285$$

Inspeção para Aceitação

Aproximação

- Se $n/m = 0,10$ então $P\{d = d_0\}$ pode ser obtido com boa precisão considerando:

$d \sim \text{binomial}(n, p)$

$$\Pr\{d = 2\} = \binom{n}{d} p^{d_0} (1-p)^{n-d_0} = \binom{20}{2} 0,10^2 (1-0,10)^{18} = 0,285$$

Inspeção para Aceitação

- Lote com 200 itens
 - ✓ $H_0: p = 0,01$ vs. $H_1: p > 0,01$
- Plano Amostral
 - ✓ amostra de 5 itens
 - ✓ Critério de aceitação: todos os itens amostrais considerados não defeituosos
- Risco do fabricante:

$$\alpha = 1 - P\{d = 0\} = 1 - 0,99^5 = 0,049$$

$$\alpha \approx 5\%$$

Inspeção para Aceitação

- Risco do consumidor

p_1	β
0,02	0,90
0,04	0,82
0,06	0,73
0,10	0,59

$$\beta_{0,02} = P\{d = 0 \mid p_1 = 0,02\} = 0,98^5 = 0,904$$

$$\alpha \approx 5\%$$

Inspeção para Aceitação

Comentários

- Para aproximar os riscos α e β pela binomial, deve-se considerar constante a probabilidade de um item ser defeituoso;
- Na realidade, a probabilidade de um item defeituoso na amostra ser defeituoso depende da proporção de defeituosos no lote;
- Se $n/m = 0,10$ a aproximação é satisfatória

Plano de Amostragem Simples

Amostragem Simples por Atributos

- Parâmetros do plano amostral:
 - √ Tamanho da amostra: n
 - √ Número de aceitação: Ac
- Critério de aceitação do lote:
 - √ Número de defeituosos = Ac
- Cada plano amostral está associado a uma única curva característica de operação (CCO)
 - √ P_{ac} vs. p
 - P_{ac} : probabilidade de aceitação do lote
 - p : proporção de defeituosos

Plano de Amostragem Simples

- Plano Amostral:

$$\sqrt{n} = 200 \text{ e } Ac = 5$$

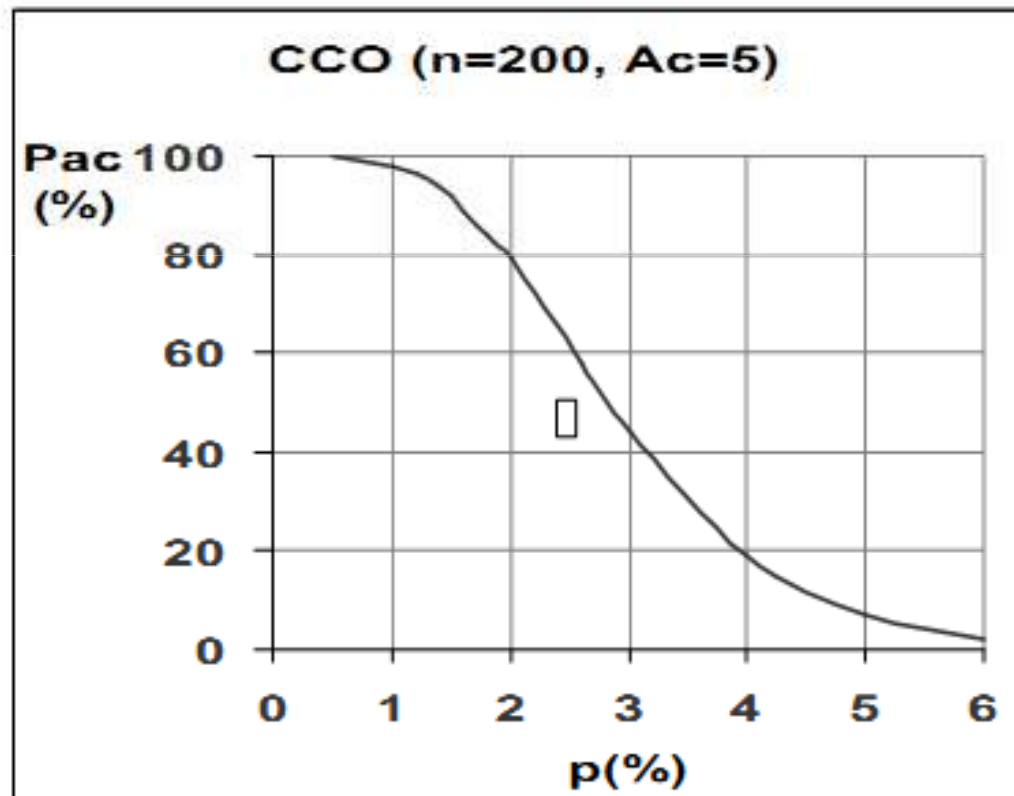
Valores de p e P_{ac} do Plano de Amostragem

$p(\%)$	$\lambda = np$	$P_{ac}(\%)$
0,5	1,0	99,9
1,0	2,0	98
1,4	2,8	93
1,8	3,6	84
2,0	4,0	79
2,6	5,2	58
3,0	6,0	44
4,0	8,0	19
5,0	10,0	7
6,0	12,0	2

$$P_{ac}(0,02) = P\{d \leq 5 \mid p = 0,02\} = \sum_{i=0}^5 \binom{200}{i} 0,02^i (1 - 0,02)^{200-i} = 0,787$$

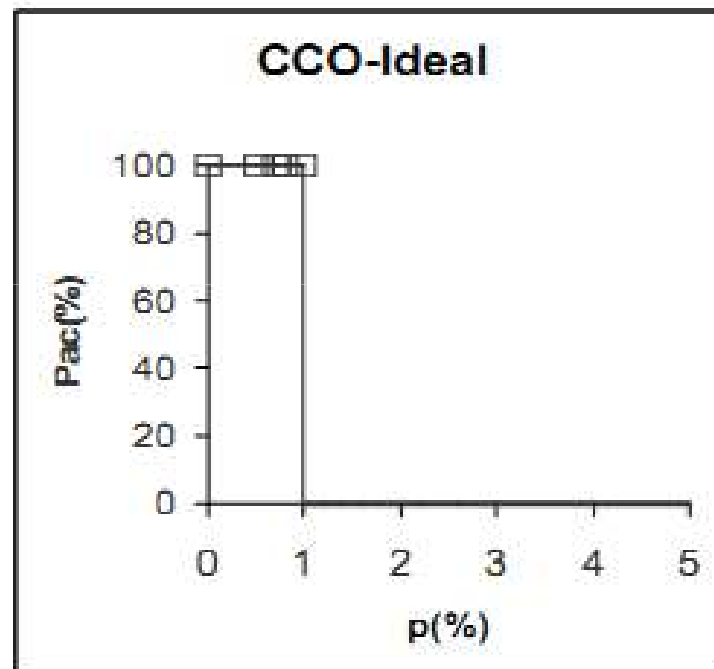
Plano de Amostragem Simples

- Curva característica de operação do plano amostral
 $n = 200$ e $Ac = 5$



Plano de Amostragem Simples

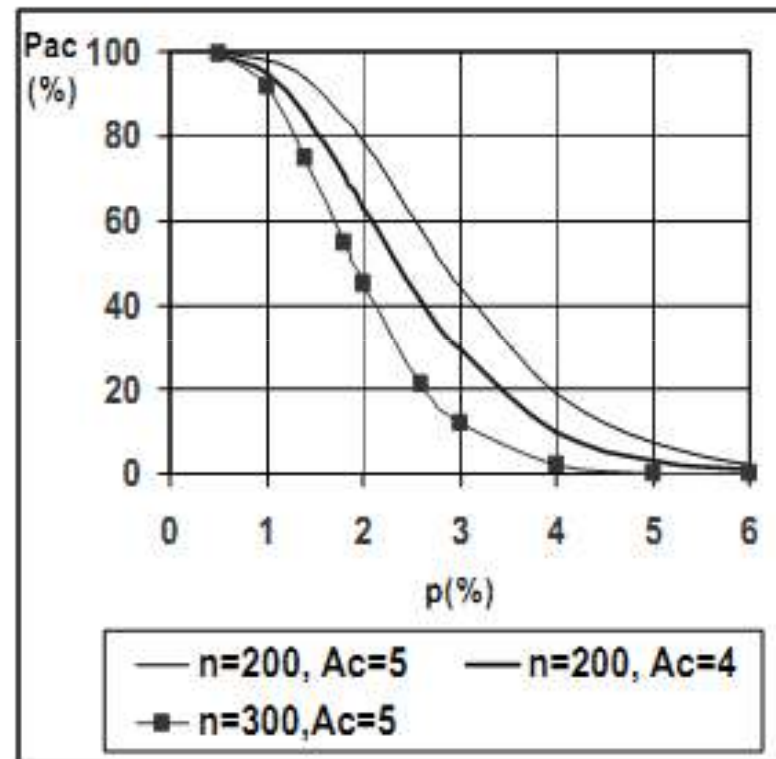
- Curva característica de operação ideal para $p_0 = 0,01$



Todos os lotes com $p = 0,01$ seriam aceitos e aqueles com $p > 0,01$ seriam rejeitados

Plano de Amostragem Simples

- Efeito de n e Ac na probabilidade de aceitação de lote



- Aumento de n ou redução de Ac :
 - aumento do *risco* α : ruim para fabricante
 - diminuição do *risco* β : bom para consumidor

Plano de Amostragem Simples

- É necessária mais informação para a redução simultânea de α e β
√ Aumento de n e Ac

Determinação dos Planos de Amostragem

Parâmetros de Entrada

- NQA – Nível de qualidade aceitável
 $\sqrt{p_0}$: máxima proporção de defeituosos que o consumidor considera satisfatória como média do processo
- NQI – Nível de qualidade inaceitável
 $\sqrt{p_1}$: proporção de defeituosos que o consumidor considera totalmente insatisfatória como média do processo

Determinação dos Planos de Amostragem

- α : risco que o fabricante está disposto a aceitar
✓ rejeição de lote de boa qualidade
- β : risco que o comparador está disposto a aceitar
✓ aceitação de lote de má qualidade
- Deseja-se determinar:
✓ tamanho da amostra (n)
✓ número de aceitação (Ac)
- Mesmo problema de determinação de parâmetros de carta np

Determinação dos Planos de Amostragem

Exemplo

- Determinação de plano amostral com:

$$\sqrt{\alpha} = 0,02$$

$$\sqrt{\beta} = 0,10$$

$$\sqrt{NQA} = 1\%$$

$$\sqrt{NQI} = 5\%$$

- Solução ótima:

$$\sqrt{n} = 184$$

$$\sqrt{Ac} = 5$$

Determinação dos Planos de Amostragem

- Solução Boa:
√ Algoritmo da Seção 8.3.1

Determinação do Plano de Amostragem

d	$P_{ac}^0 (= \alpha)$	λ_0	n	$\lambda_1 = np_1$	$P_{ac}^1 (= \beta)$
3	0,9810	1,00	100	5	0,27
4	0,9814	1,50	150	7,5	0,13
5	0,9834	2,00	200	10	0,07 (<0,10 $\Rightarrow$ solução)

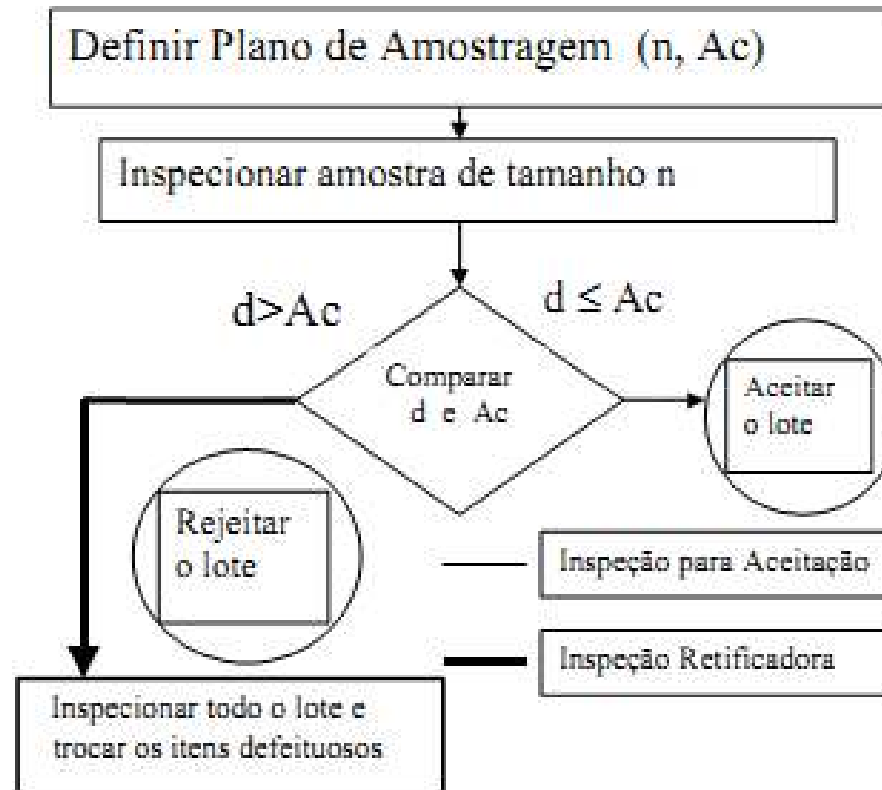
Em geral a solução boa apresenta um n ligeiramente maior que aquele da solução ótima

Inspeção Retificadora

Inspeção Retificadora

- Lotes rejeitados são submetidos à inspeção 100%
- Todos os itens defeituosos do lote são substituídos por itens bons
- Na inspeção para aceitação:
 - √ Os lotes rejeitados são devolvidos para o fornecedor

Inspeção Retificadora



Inspeção para Aceitação e Inspeção Retificadora

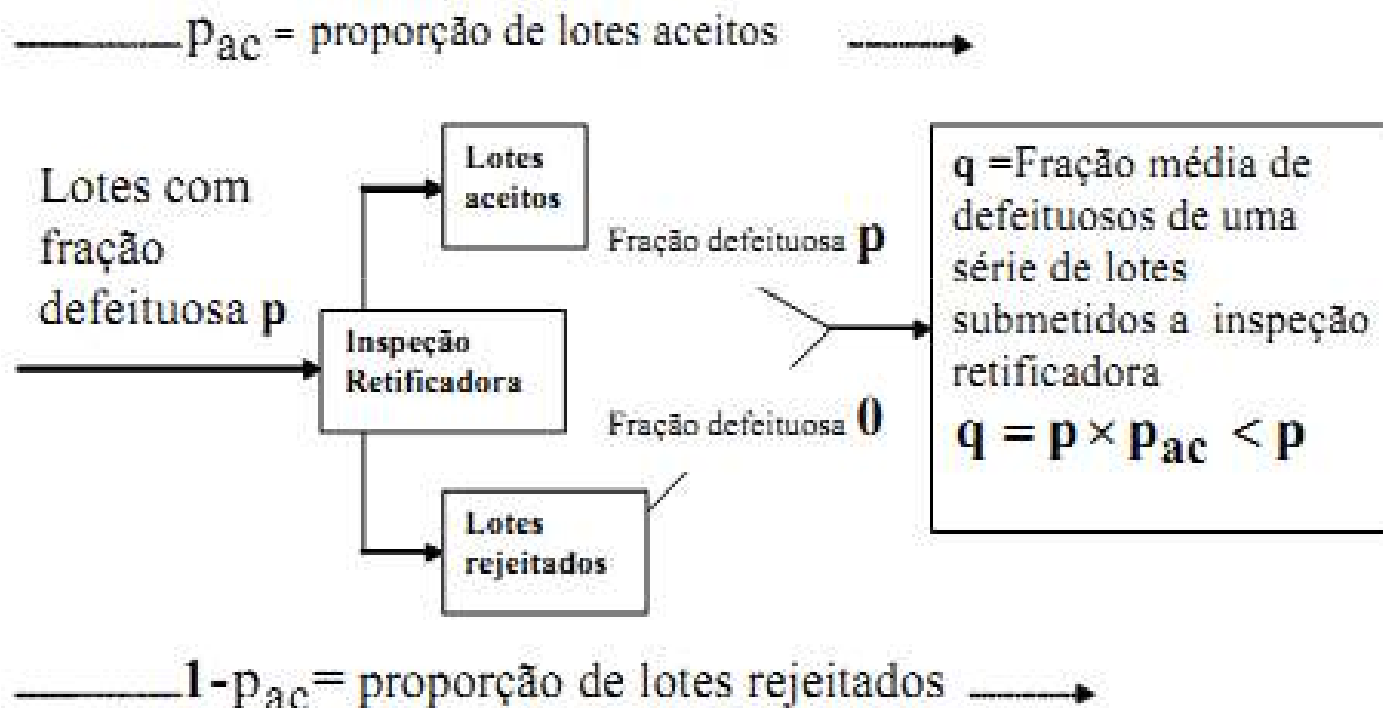
Inspeção Retificadora

Vantagem

- Após a comercialização de uma série de lotes
✓ proporção média de defeituosos (q) que o **comprador** é menor que p (proporção média de defeituosos do **processo de fabricação**)

Inspeção Retificadora

- Após a comercialização de uma série de lotes



Inspeção Retificadora

- proporção média de defeituosos (q) que o comprador adquire é menor que a proporção média de defeituosos do processo de fabricação (p)
- QMR – Qualidade média resultante:
 - √ Proporção média de defeituosos (q) que o comprador adquire com a inspeção retificadora

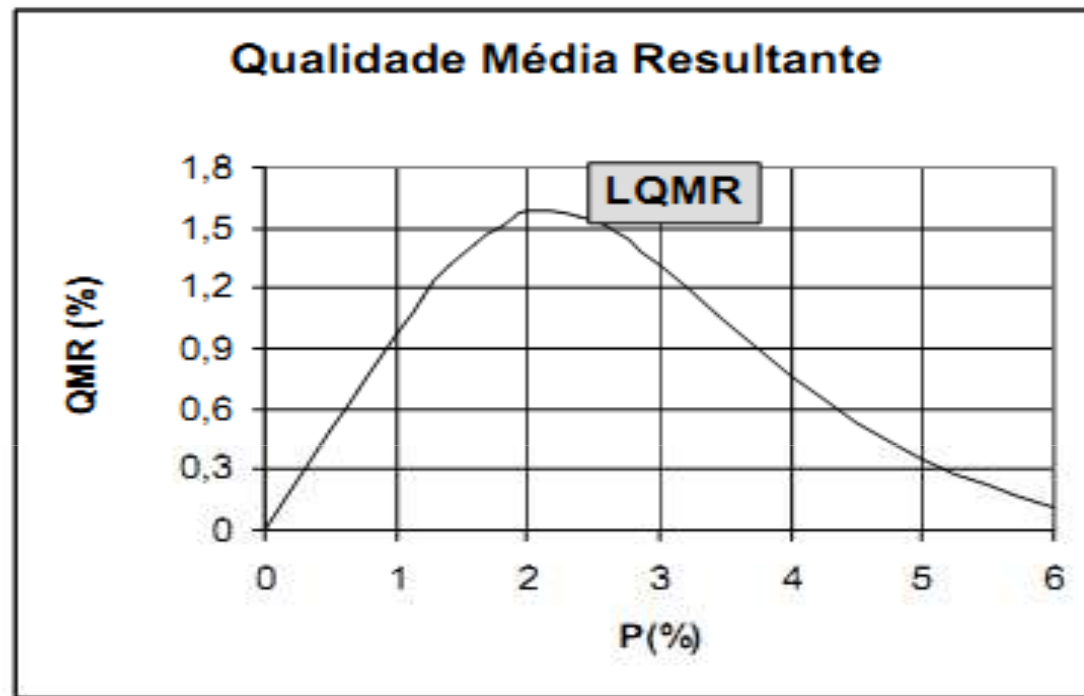
$$QMR = p \times P_{ac} + 0 \times (1 - P_{ac}) = p \times P_{ac}$$

Inspeção Retificadora

- Para o plano amostral com $n = 200$ e $Ac = 5$:

$p(\%)$	$\lambda = np$	$P_{ac}(\%)$	QMR
0,0	0	100	0
0,5	1,0	99,9	0,50
1,0	2,0	98	0,98
1,4	2,8	94	1,32
1,8	3,6	84	1,51
2,0	4,0	79	1,58
2,4	4,8	65	1,56
2,6	5,2	58	1,51
3,0	6,0	44	1,32
4,0	8,0	19	0,76
5,0	10,0	7	0,35
6,0	12,0	2	0,12

Inspeção Retificadora



- LQMR – Limite da Qualidade Média Resultante:
✓ Máxima proporção média de defeituosos que o consumidor adquire com a inspeção retificadora

Inspeção Retificadora

Comentários

- Para valores pequenos de p a maioria dos lotes é aceita e $QMR \sim p$;
- À medida que p cresce, diminui a probabilidade de o lote ser aceito
 - ✓ maior quantidade de lotes submetidos à inspeção 100%
 - ✓ diminuição da QMR

Plano de Amostragem Dupla

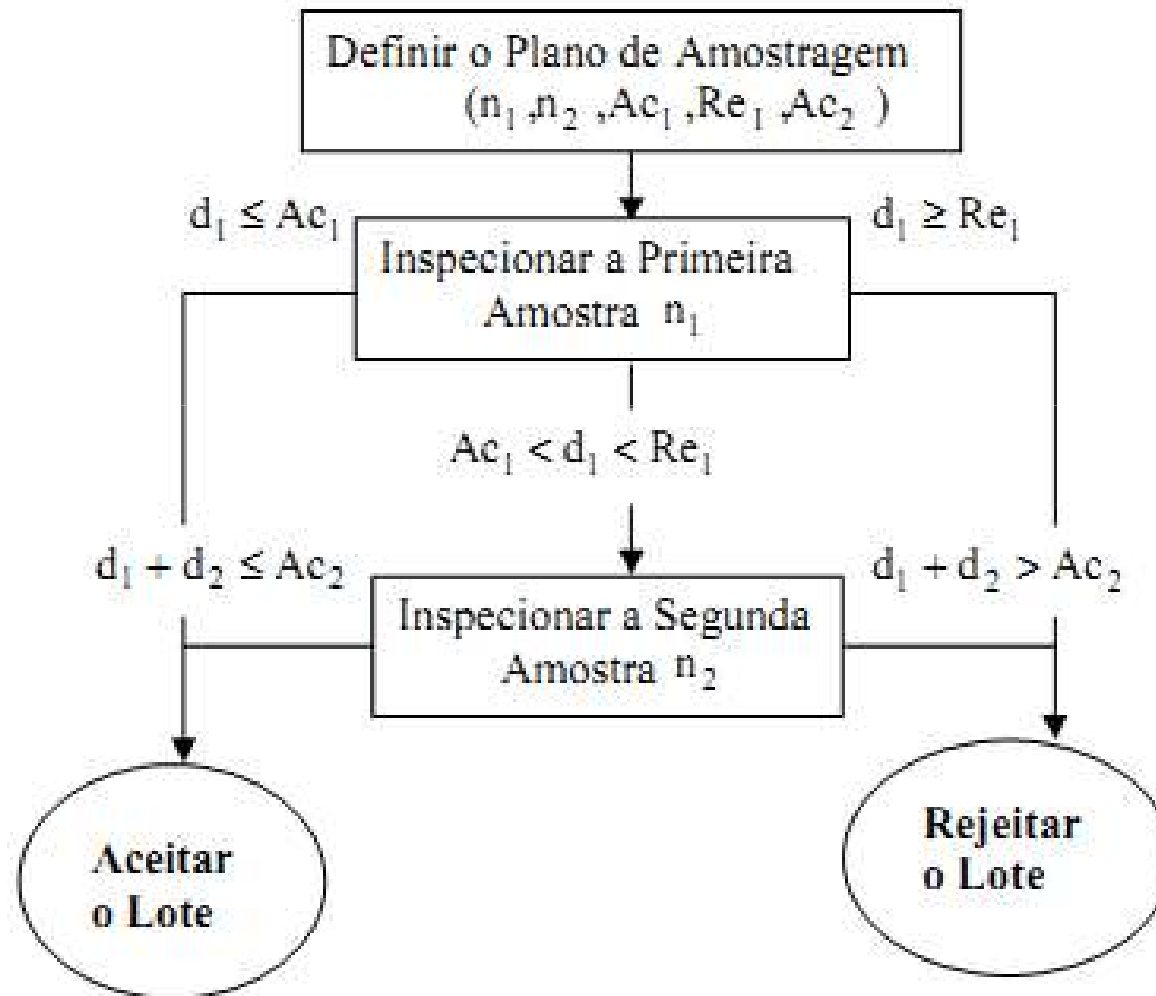
Planos de Amostragem Dupla

- Objetivo:
 - ✓ Reduzir a quantidade de itens do lote a inspecionar
- Parâmetros:
 - ✓ n_1 e n_2 : tamanhos de amostra
 - ✓ Ac_1 e Ac_2 : números de aceitação
 - ✓ Re_1 : número de rejeição

Plano de Amostragem Dupla

- Critério:
 - ✓ Retira-se amostra de tamanho n_1
 - ✓ Se $d_1 = Ac_1$, aceita-se o lote
 - ✓ Se $d_1 = Re_1$, rejeita-se o lote;
 - ✓ Se $Ac_1 < d_1 < Re_1$: retira-se 2ª. Amostra
 - Se $d_1 + d_2 = Ac_2$: aceita-se o lote
 - Em caso contrário ele é rejeitado

Plano de Amostragem Dupla

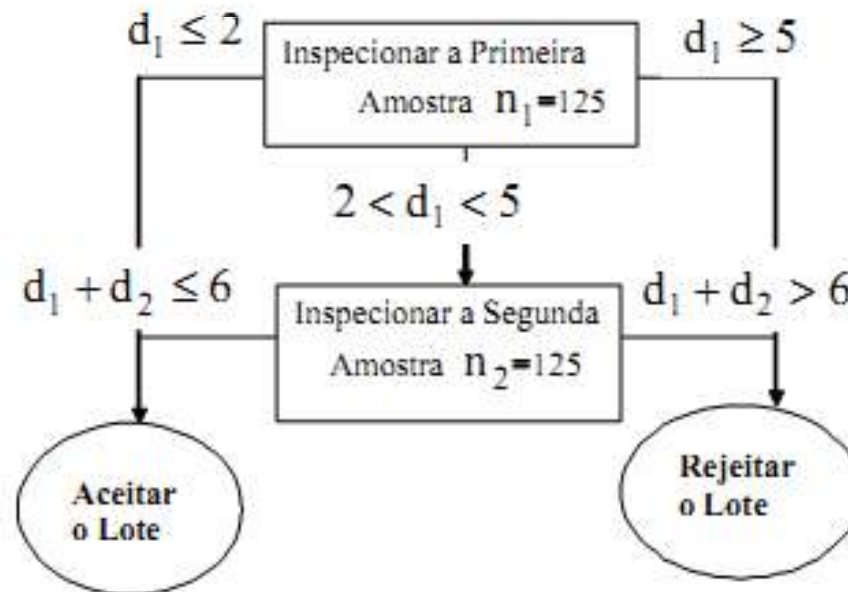


Plano de Amostragem Dupla

- Amostragem dupla com plano:

$$\sqrt{n_1 = n_2 = 125};$$

$$\sqrt{Ac_1 = 2; Re_1 = 5 \text{ e } Ac_2 = 6}$$



Plano de Amostragem Dupla

- Probabilidade de aceitação do lote na 1ª amostragem:

$$P_{ac}^1 = P\{d_1 \leq 2\}$$

- Probabilidade de aceitação do lote na 2ª amostragem:

$$P_{ac}^2 = P\{d_2 \leq 3 \mid d_1 = 3\} \times P\{d_1 = 3\} + P\{d_2 \leq 2 \mid d_1 = 4\} \times P\{d_1 = 4\}$$

- Probabilidade de o lote ser aceito:

$$P_{ac} = P_{ac}^1 + P_{ac}^2$$

Plano de Amostragem Dupla

Valores de p e P_{ac} (amostragem dupla)

$p(\%)$	$\lambda = n_1 p$	P_{ac}^1	$Pr[d_1 = 3]$	$Pr[d_1 = 4]$	$Pr[d_2 \leq 3]$	$Pr[d_2 \leq 2]$	P_{ac}^2	P_{ac}
0,5	0,625	0,97	0,02	0,00	1,00	0,97	0,02	1,00
1,0	1,25	0,87	0,09	0,03	0,96	0,87	0,11	0,98
1,4	1,75	0,74	0,16	0,07	0,90	0,74	0,19	0,94
1,8	2,25	0,61	0,20	0,11	0,81	0,61	0,23	0,84
2,0	2,50	0,54	0,22	0,13	0,76	0,54	0,24	0,78
2,6	3,25	0,37	0,22	0,18	0,59	0,37	0,20	0,57
3,0	3,75	0,27	0,21	0,20	0,48	0,27	0,15	0,43
4,0	5,00	0,12	0,14	0,18	0,26	0,12	0,06	0,18
5,0	6,25	0,05	0,08	0,12	0,12	0,05	0,02	0,06
6,0	7,50	0,02	0,04	0,07	0,05	0,02	0,00	0,02

Plano de Amostragem Dupla

Comentários

- As probabilidades de aceitação são semelhantes às aquelas obtidas com o plano de amostragem simples ($n = 200$; $Ac = 5$);

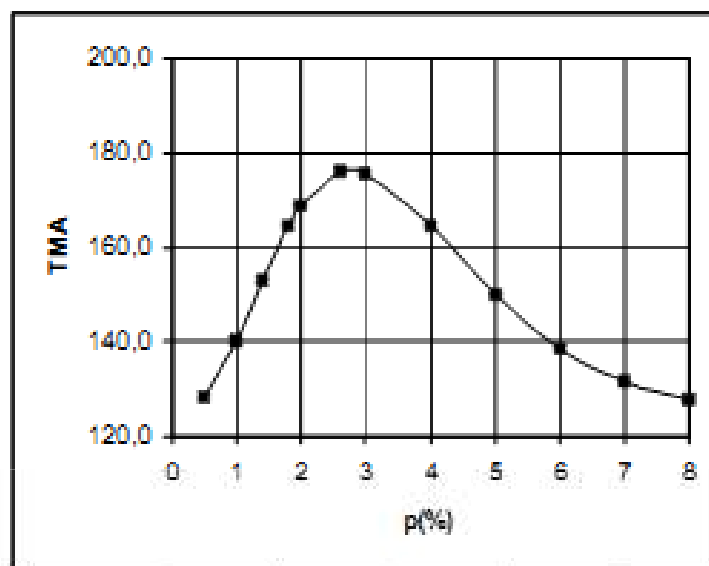
TMA – Tamanho Médio das Amostras

TMA – Tamanho Médio das Amostras

- Número de itens inspecionados:
 $\sqrt{n} = 125$ se não for necessária 2ª. amostragem;
 $\sqrt{N} = 250$ caso ela seja necessária
- Probabilidade da 2ª. amostragem:
 $\sqrt{P\{d_1 = 3 \text{ ou } d_1 = 4\}}$
- TMA – Tamanho médio das amostras

$$TMA = 125 + 125 \times [P\{d_1 = 3\} + P\{d_1 = 4\}]$$

TMA – Tamanho Médio das Amostras



P(%)	TMA	P(%)	TMA	P(%)	TMA
0,5	128,1	2	168,8	5	149,8
1	140,2	2,6	175,9	6	138,3
1,4	153,0	3	175,7	7	131,4
1,8	164,4	4	164,7	8	127,8

O TMA não ultrapassa 180 itens