LOM 3101 - Mecânica dos Materiais

DEMAR – EEL – USP

Professor : Carlos A.R.P. Baptista

APRESENTAÇÃO DO PROFESSOR

- Engenheiro Civil (UFSCar, 1987)
- Mestre em Engenharia Mecânica (Unesp/FEG, 1993)
- Doutor em Engenharia de Materiais (Faenquil, 2000)
- Livre-Docente em Resistência dos Materiais (Unesp/FEG, 2009)

Atuação Docente: - 27 anos como professor-pesquisador.

- Área de atuação: Fadiga e Mecânica da Fratura

- Orientações/supervisões concluídas:

IC = 19; TCC = 7; Mestrado = 14; Doutorado = 4; Pós-Doutorado = 2

Contato: Prof. Dr. Carlos A. R. P. Baptista
Departamento de Engenharia de Materiais
email: carlos.baptista@usp.br
Fone: 3159.9914 (sala) ou 3159.9928 (Lab.)

Conteúdo

- **Torção em Barras de Seção Circular**
- **Flexão Simétrica**
- **Estabilidade de Barras Comprimidas (Flambagem)**
- **Carregamentos Combinados**
- **Energia de Deformação**

Ref. 1: J.M. GERE. Mecânica dos Materiais. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003, 698p.
Ref. 2: F.P. BEER, E.R. JOHNSTON, J.T. DeWOLF. Resistência dos Materiais. P. Alegre: AMGH. 2010, 758p.

Avaliação

Método:

Duas provas

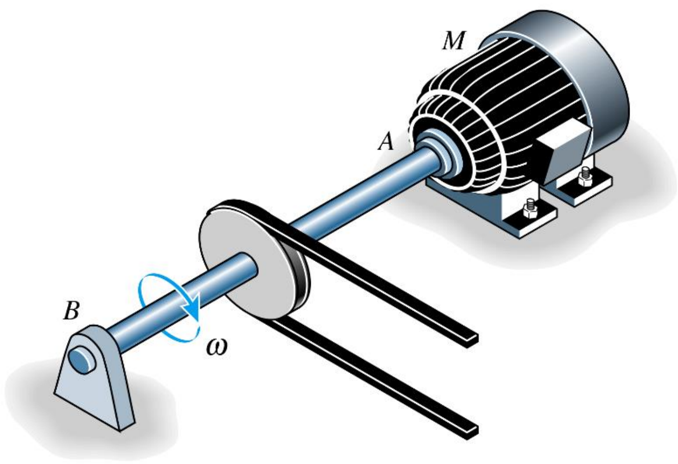
Critério:

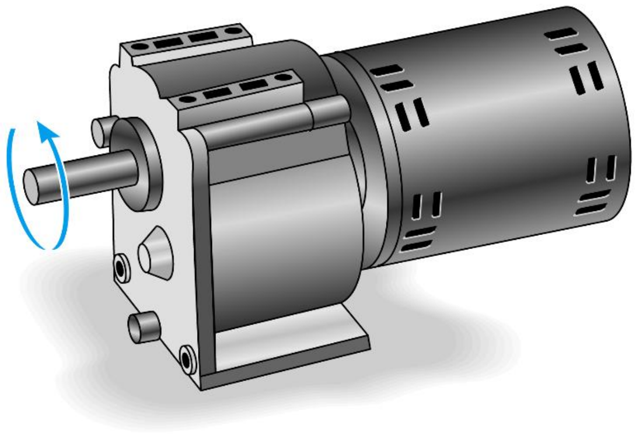
Serão aplicadas duas avaliações (P1 e P2) que comporão a nota final (NF).
A nota final será calculada através da expressão: NF= (P1+P2)/2

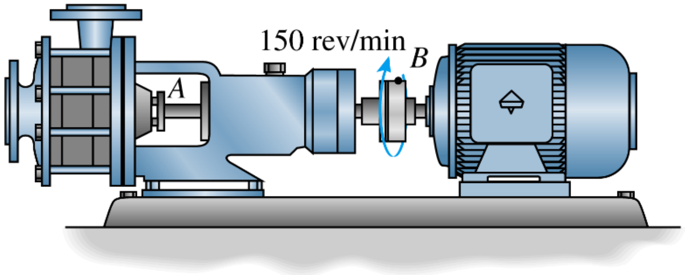
Datas Previstas:

P1 – 10/10
P2 – 28/11

1. TORÇÃO EM BARRAS DE SEÇÃO CIRCULAR







Peças submetidas à torção são encontradas em muitas aplicações da engenharia.
O caso mais comum é o de eixos de transmissão.

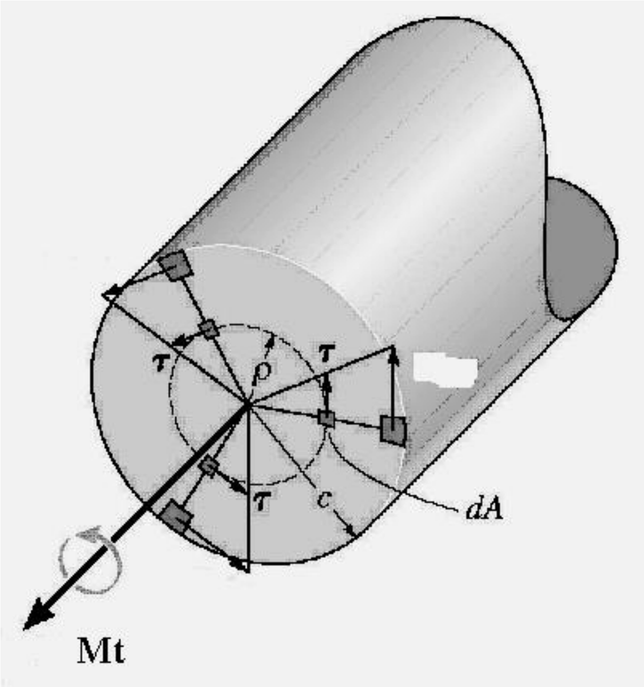
• Análise Preliminar das Tensões em um Eixo:

Notação:

• Eixo = barra sujeita a um ou mais torques.

• T = torque (carregamento externo).
• c = raio do eixo.
• A = área da seção transversal do eixo.
• ρ = coordenada radial ($0 \leq \rho \leq c$).
• dA = elemento de área na seção do eixo.

• Mt = Momento torsor (esforço interno).

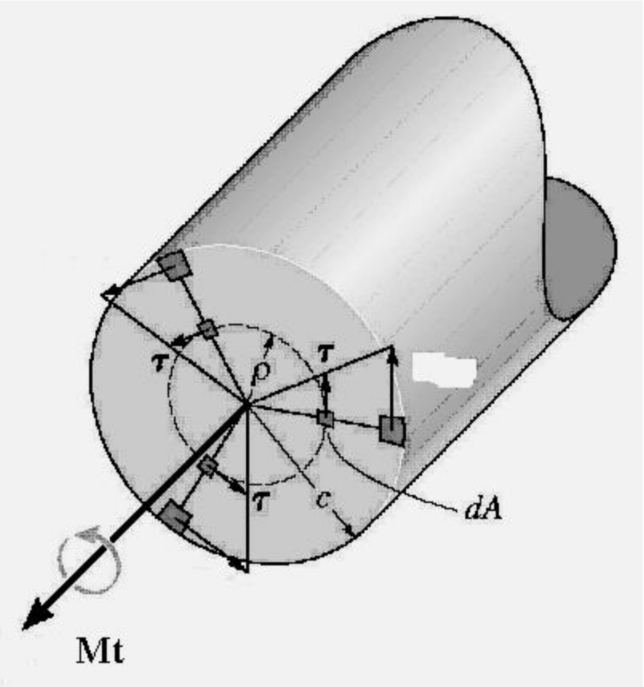


O momento torsor é a resultante do conjunto de forças elementares que atuam na seção de corte.

• Análise Preliminar das Tensões em um Eixo:

Que tipo de tensões atuantes na seção poderia resultar no Momento torsor?

Para garantir o equilíbrio, as forças atuantes nos elementos de área devem estar contidas na seção e, portanto, estarem relacionadas à atuação de tensões de cisalhamento.



ANÁLISE DE EQUILÍBRIO:

$$dF = \tau dA$$

$$d\vec{M} = \vec{\rho} \times d\vec{F} = \rho \cdot \tau \cdot dA$$

Então:

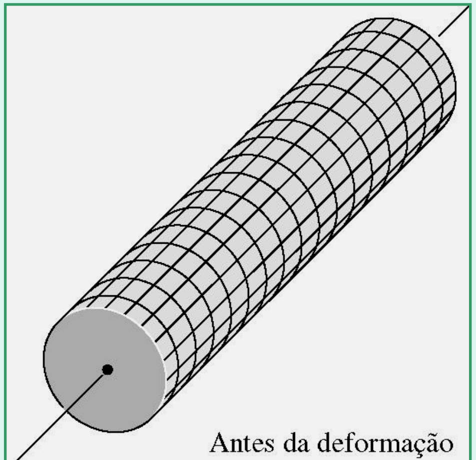
$$Mt = \int_A \tau \rho dA$$

- **Deformação por Torção no Eixo Circular:**

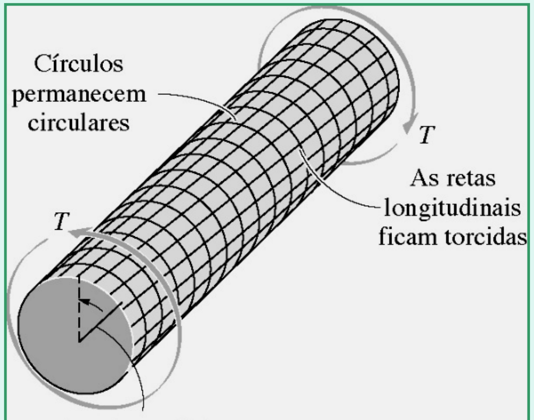
$$Mt = \int_A \tau \rho \, dA$$

Para resolver a equação de equilíbrio, é necessário determinar a forma de variação da tensão cisalhante na seção transversal.

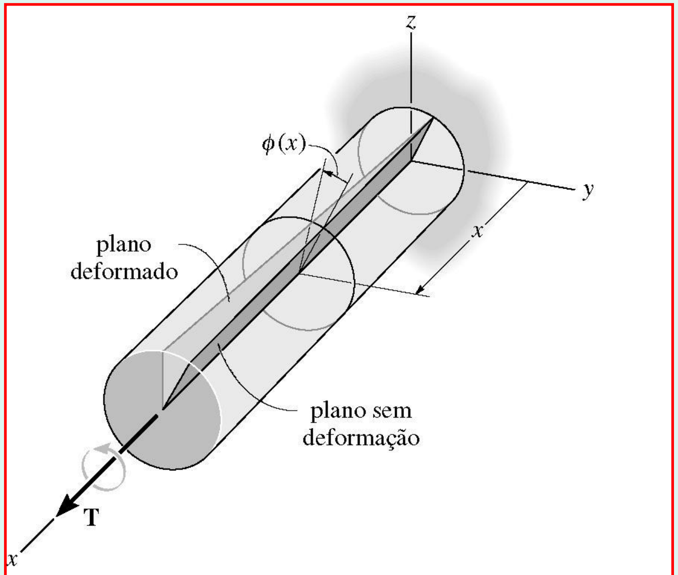
Para isto, procedemos à análise da deformação do eixo:



Antes da deformação
(a)



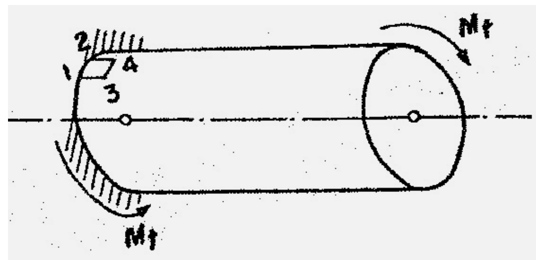
Após a deformação
(b)

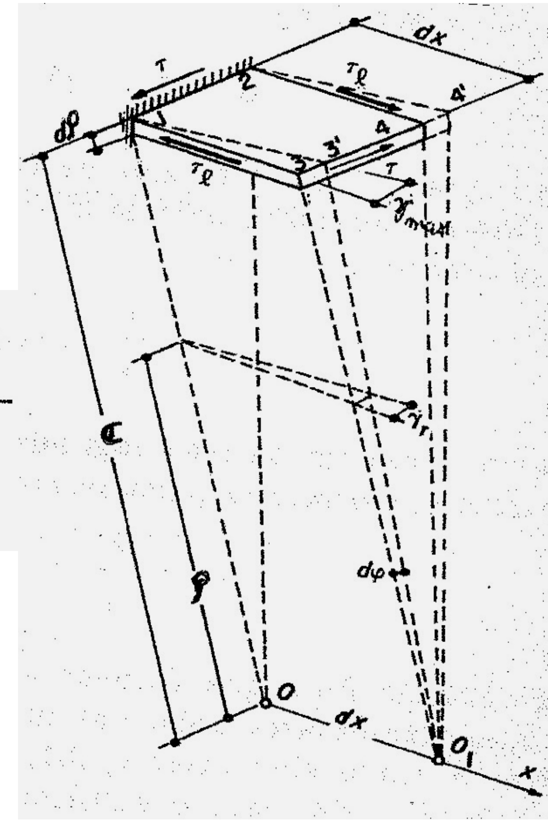


O ângulo de torção $\phi(x)$ aumenta à medida que x aumenta.

• Deformação por Torção no Eixo Circular:

Considere a deformação do volume elementar:





O segmento 33' é dado por:

$$\overset{\frown}{33'} = c\,d\phi = \gamma_{max}\,dx$$

de onde vem que:

$$d\phi = \frac{\gamma_{max}\,dx}{c}$$

Para um raio qualquer:

$$d\phi = \frac{\gamma\,dx}{\rho}$$

Igualando as expressões para dϕ obtemos:

$$\gamma = \frac{\gamma_{max}\,\rho}{c}$$

• Deformação por Torção no Eixo Circular:

Vimos que:

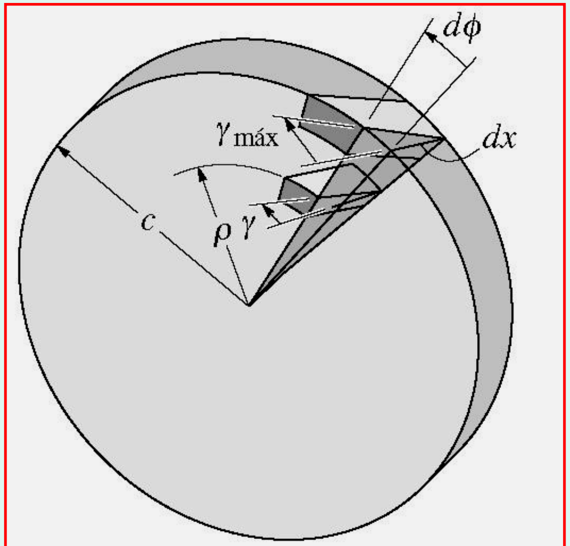
$$\gamma = \frac{\gamma_{max}\,\rho}{c}$$

Sabendo que:

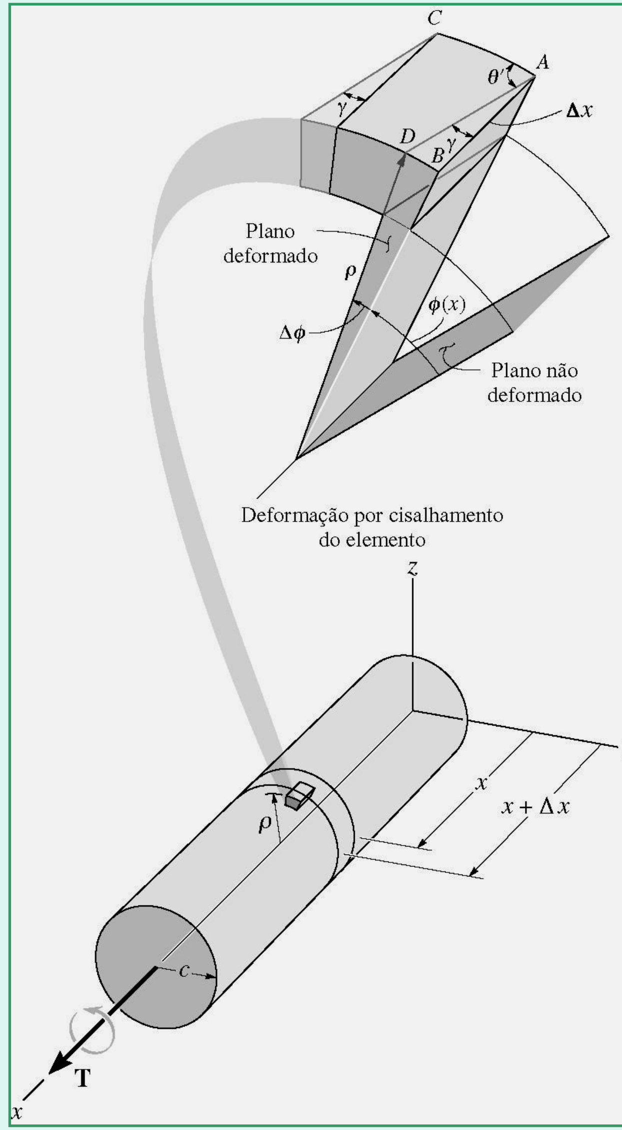
$$\tau = \gamma \cdot G$$

Chegamos à forma de variação da tensão:

$$\tau = \left(\frac{\rho}{c}\right)\tau_{max}$$



A deformação por cisalhamento do material aumenta linearmente de acordo com ρ, isto é, $\gamma = (\rho/c)\gamma_{máx}$



- **Relação entre o Momento torsor e a tensão de cisalhamento:**

Da análise de equilíbrio vimos que: $$Mt = \int_A \tau \rho \, dA \qquad \text{(I)}$$

Da análise da deformação obtivemos: $$\tau = \left(\frac{\rho}{c}\right)\tau_{max} \qquad \text{(II)}$$

Combinando as duas equações:

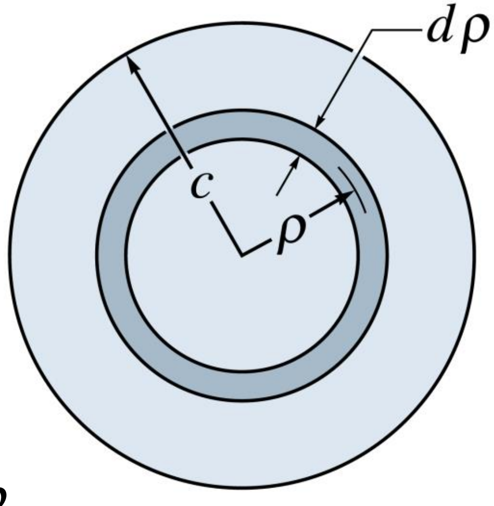
$$Mt = \int_A \frac{\tau_{max}}{c} \rho^2 \, dA$$

Empregando a definição do Momento Polar de Inércia:

$$\tau_{max} = \frac{Mt \cdot c}{J}$$

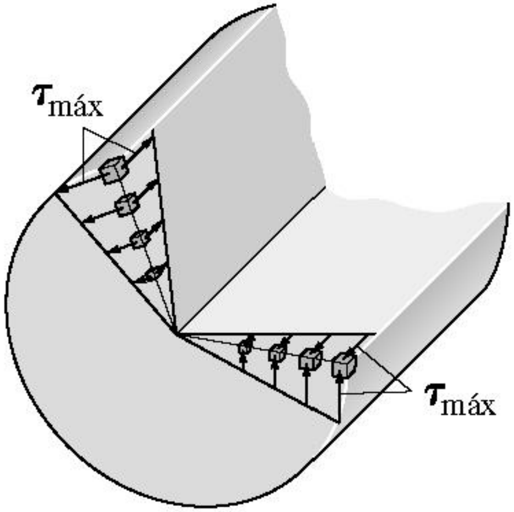
- **Relação entre o Momento torsor e a tensão de cisalhamento:**

$$Mt = \int_A \frac{\tau_{max}}{c}\rho^2 dA$$



Fazendo: $dA = 2\pi\rho \cdot d\rho$

Resolvemos a integral: $Mt = \int_{\rho=0}^{c} \frac{\tau_{max}}{c} 2\pi \cdot \rho^3 d\rho$



Chegamos finalmente a: $\boxed{\tau_{max} = \frac{16Mt}{\pi \cdot d^3}}$

- **Cálculo de rotações relativas entre seções adjacentes:**

Lembrando que:

$$d\phi = \frac{\tau_{max} \cdot dx}{G \cdot c}$$

A rotação relativa entre duas seções distantes entre si de um comprimento L será dada por:

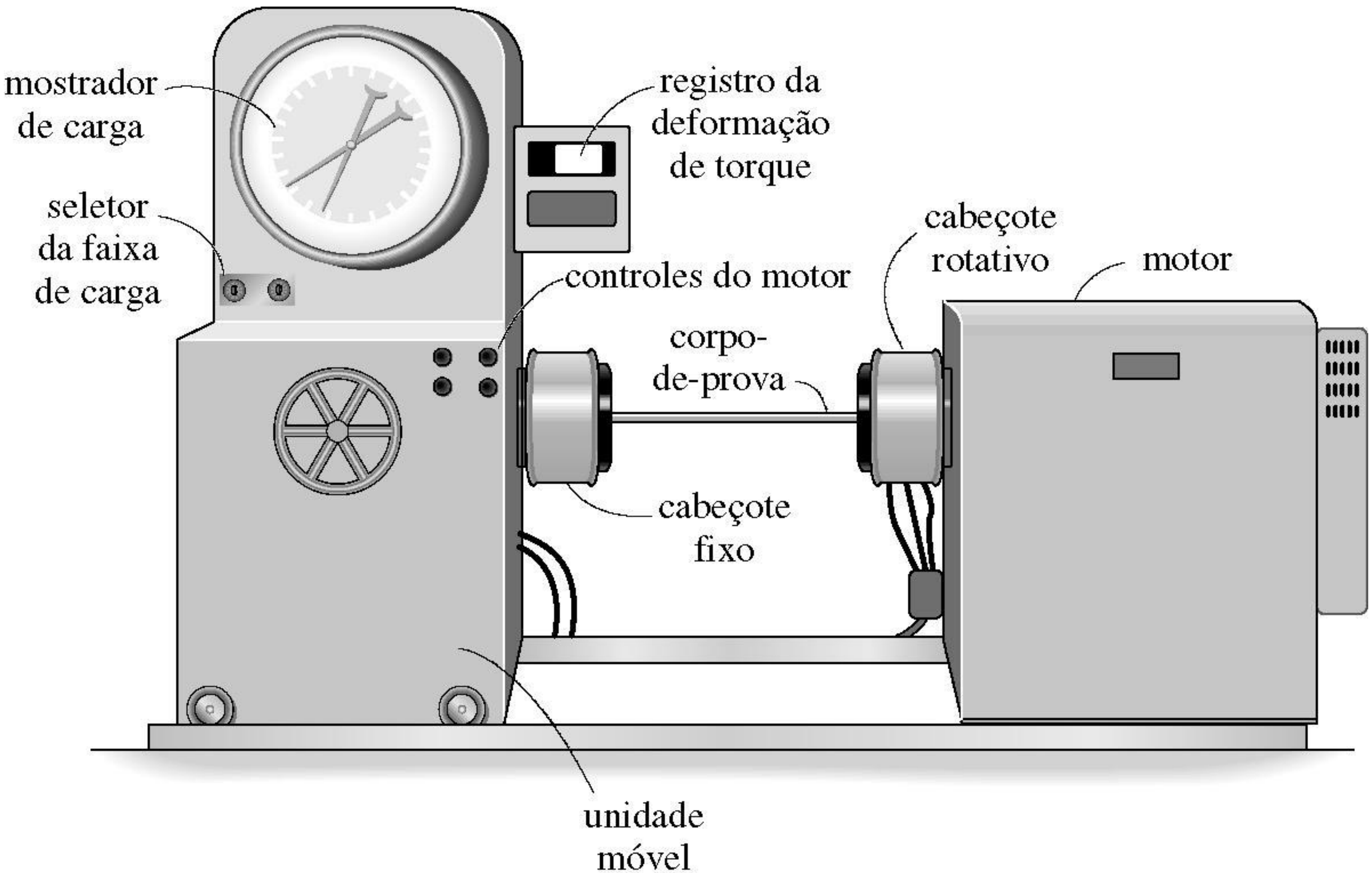
$$\phi = \int_{x=0}^{L} \frac{\tau_{max}}{G \cdot c} dx$$

Desenvolvendo a expressão, chegamos a:

$$\boxed{\phi = \frac{32Mt \cdot L}{\pi \cdot G \cdot d^4}}$$

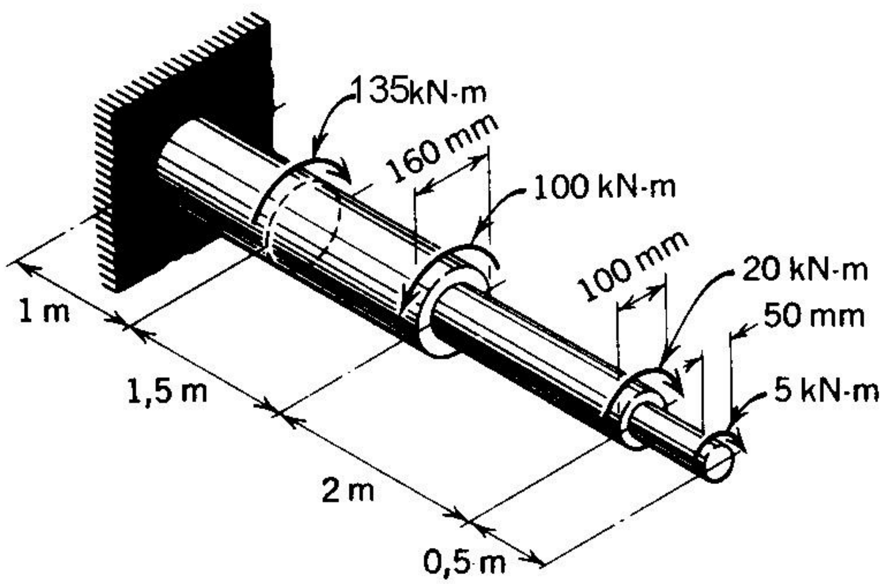
OBS.: As expressões obtidas para eixos circulares resultam da Teoria Elementar da torção, iniciada com os trabalhos de Coulomb e Young. A Teoria Geral da torção é devida a Saint Venant (1885).

Máquina para teste de torção

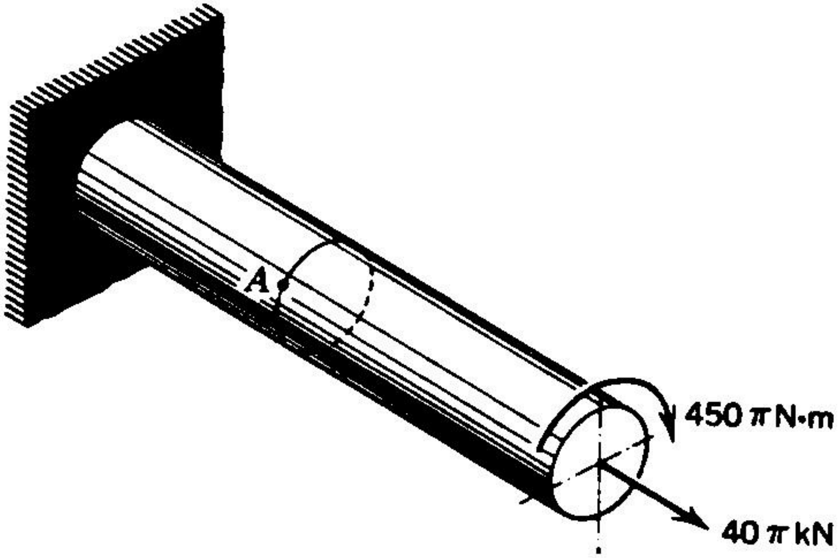


Exercícios

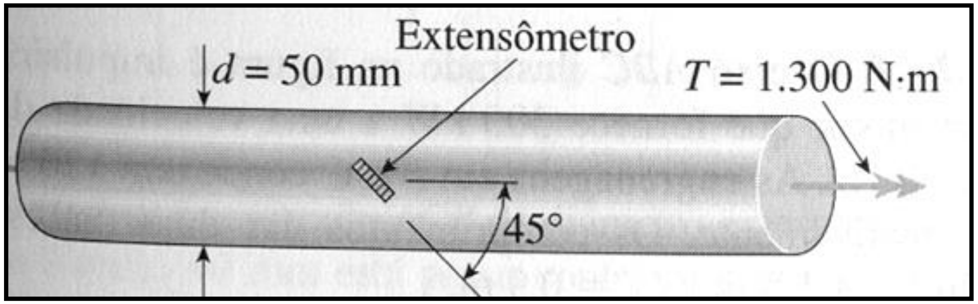
1) Um eixo de aço (G = 80 GPa) tem as dimensões mostradas na figura. Determine a distribuição de momentos torsores no eixo. Calcule a tensão de cisalhamento máxima numa seção a 3 m da extremidade esquerda. Determine também o ângulo de torção na seção a 2 m da extremidade esquerda, com relação à posição inicial descarregada.



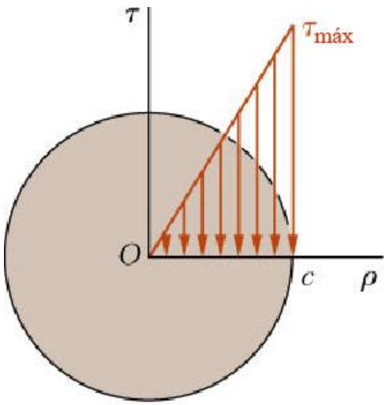
2) Um eixo de 50 mm de diâmetro é submetido a um torque de 450π N·m e a uma carga axial de tração de 40π kN, como mostrado na figura. Determine as tensões principais e a tensão cisalhante máxima no ponto A.



3) Uma barra circular sólida de diâmetro 50mm é torcida em uma máquina de testes até que o torque aplicado atinja o valor de 1300Nm. Com esse torque, um extensômetro orientado a 45° em relação ao eixo da barra fornece a leitura $\varepsilon = 331 \times 10^{-6}$. Determine o módulo G do material.



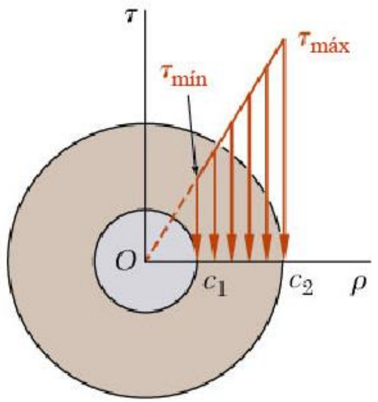
Eixos de seção vazada



(a)

$$\tau_{max} = \frac{16M_t}{\pi d^3}$$

$$\phi = \frac{32M_t L}{\pi G d^4}$$



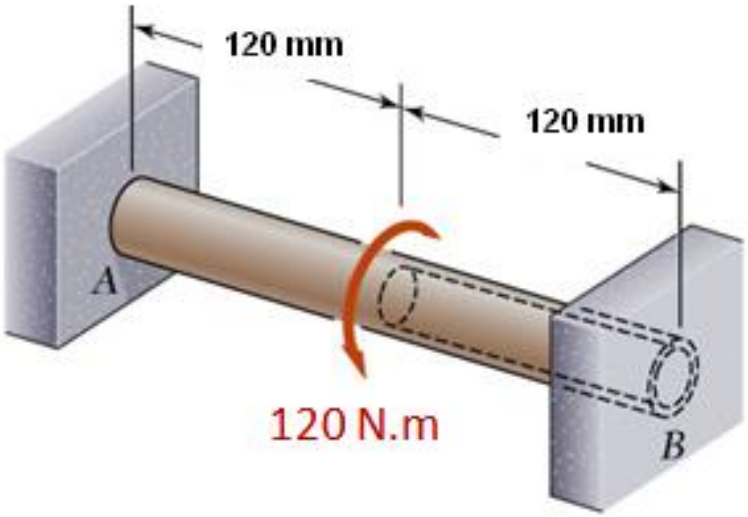
(b)

?

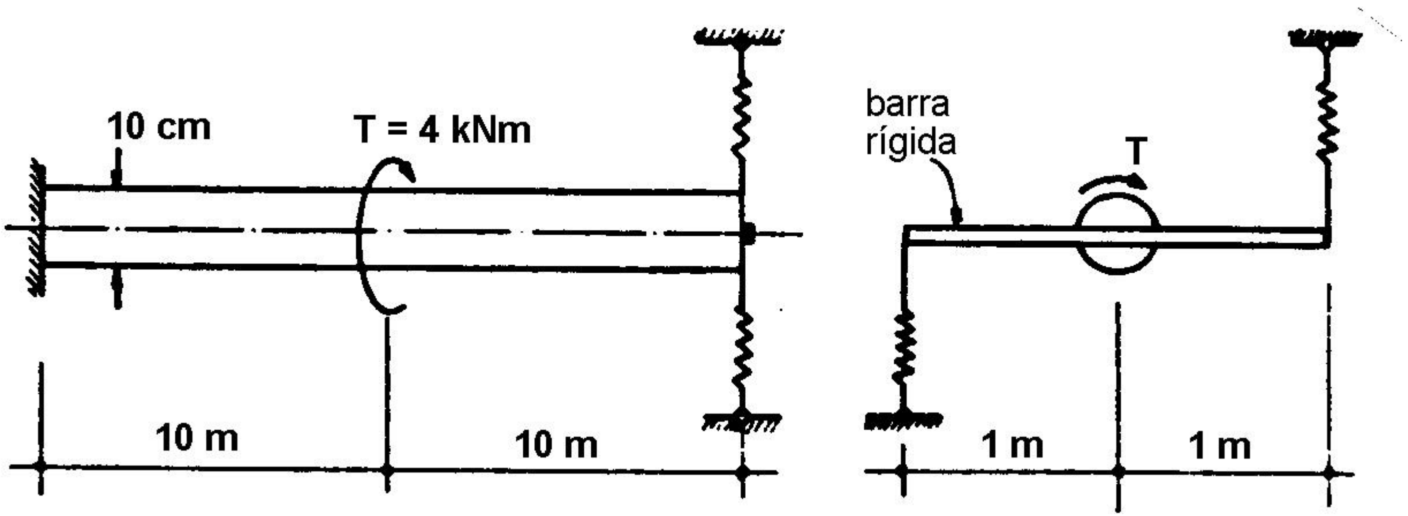
EXEMPLO: O projeto preliminar de um eixo de transmissão levou à escolha de uma barra de seção vazada com diâmetro interno de 100 mm e diâmetro externo de 150 mm. Determine o máximo torque que poderá ser transmitido, sendo a tensão admissível ao cisalhamento igual a 83 MPa. Suponha agora que seja empregado um eixo maciço, de mesmo peso da barra anterior. Calcule o máximo torque transmitido por esse novo eixo.

Eixos estaticamente indeterminados

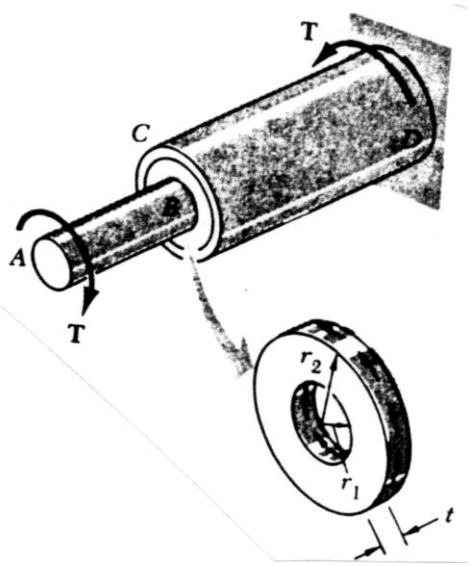
4) Um eixo *AB* tem 240 mm de comprimento e 20 mm de diâmetro, sendo engastado nas duas extremidades. O eixo tem seção vazada, com diâmetro interno de 16 mm, no trecho de 120 mm a partir da extremidade *B*. Determinar o momento de reação em cada apoio, quando o torque de 120 Nm é aplicado no ponto médio.



5) Para o sistema da figura, calcule o coeficiente k da mola de modo que a rotação da barra rígida horizontal seja de 0,01 rad. O material de que é feito o eixo tem G = 80 GPa.



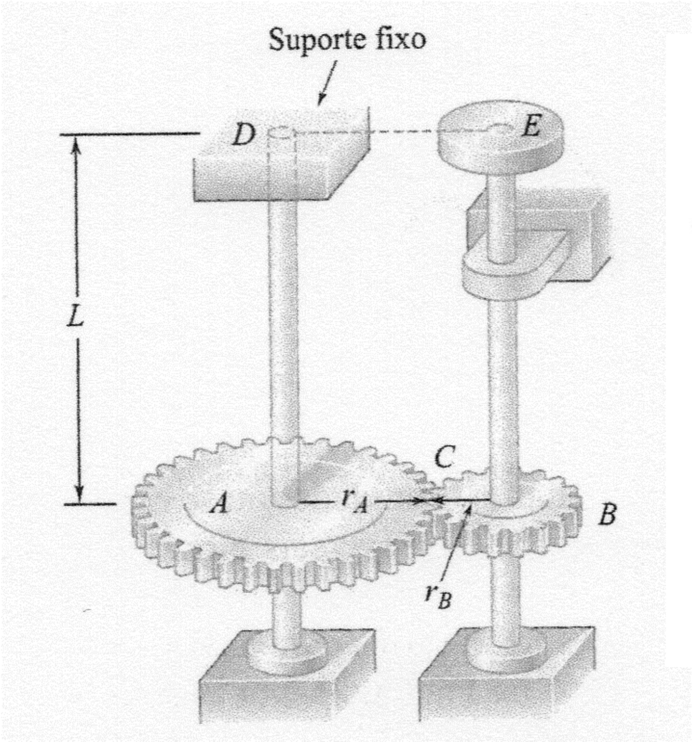
6) Um anel de espessura t é usado para conectar o eixo circular AB de raio r_1 ao tubo CD de raio interno r_2 como mostrado na figura. Demonstre que o ângulo de rotação da extremidade C do tubo em relação à extremidade B do eixo é dado por:

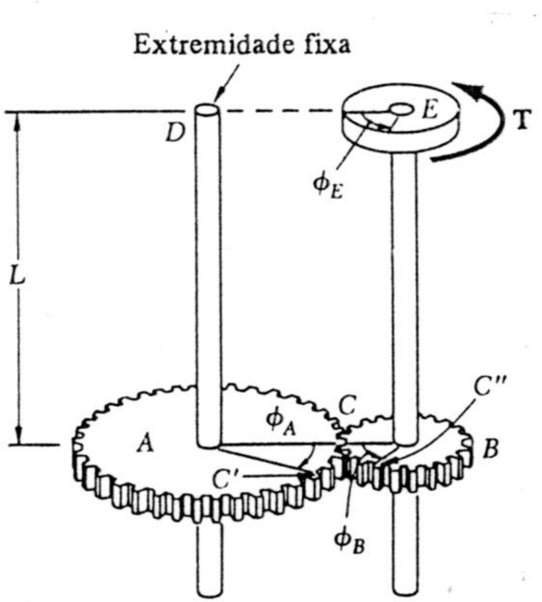


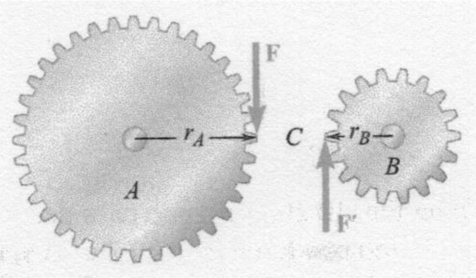
$$\phi_{CB} = \frac{T}{4\pi G t}\left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right)$$

Torque transmitido por engrenagens

EXEMPLO: Seja o conjunto constituído de 2 eixos ***AD*** e ***BE***, ambos de comprimento ***L*** e diâmetro ***d***, com módulo transversal ***G*** e conectados em ***C*** pelas rodas dentadas indicadas. Sabendo-se que $r_A = 2r_B$ determine o ângulo de rotação da extremidade ***E*** do eixo ***BE*** quando é aplicado o torque ***T***.







Torque

$$T = r \cdot F$$

$$T_B = r_B \cdot F = T$$

$$T_A = r_A \cdot F = ?$$

$$\phi_E = \phi_{E,B} + \phi_B$$

Comprimento do arco

$$CC' = r_A \cdot \phi_A = r_B \cdot \phi_B$$

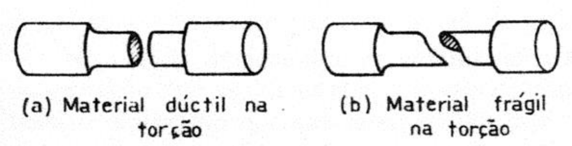
Eixos de Transmissão

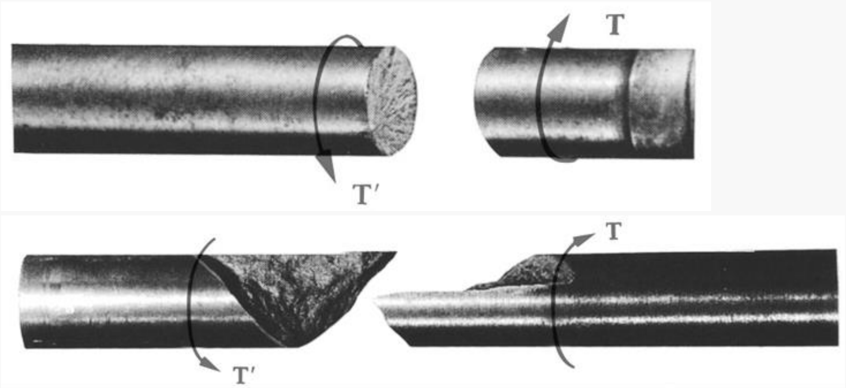
Quando usados para transmitir potência, os eixos são submetidos a torques que dependem da potência gerada pela máquina e da velocidade angular. (Obs.: **Potência** é o trabalho realizado por unidade de tempo).

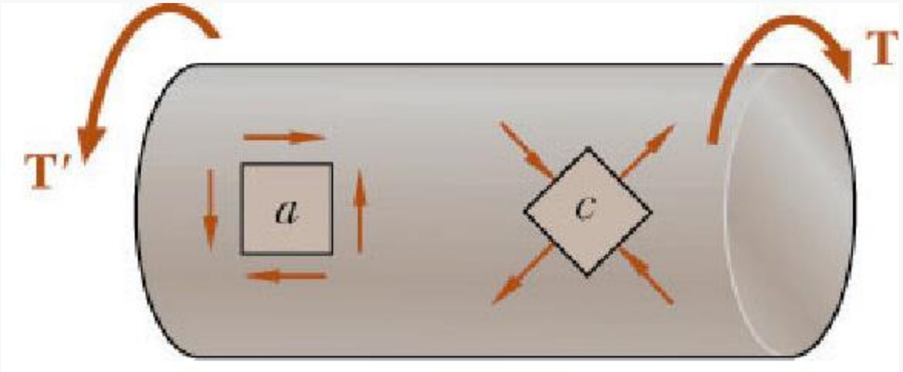
$P = T\cdot\omega$ onde: P = potência (W); T = torque (Nm); ω = velocidade angular (rad/s).

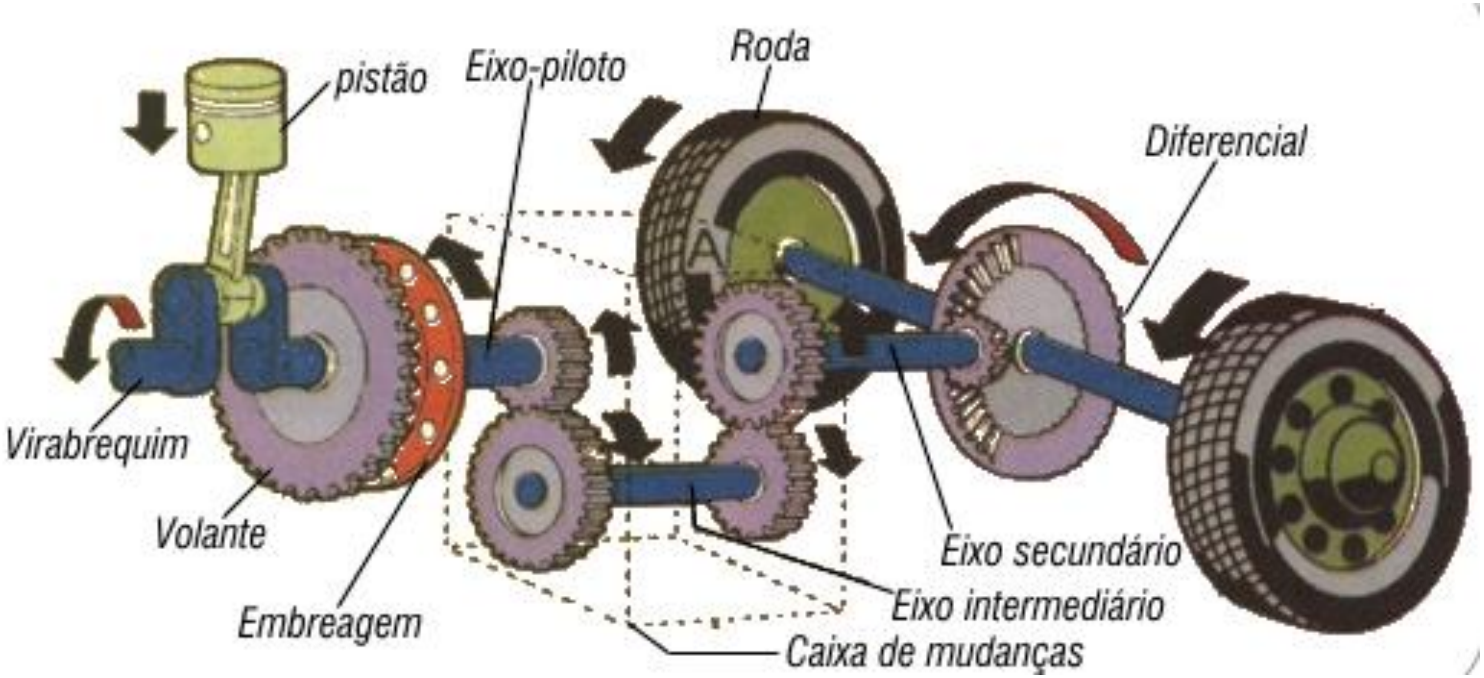
E se for dada a frequência, f (Hz), vem: $\omega = 2\pi f$ ec $P = 2\pi f\cdot T$

Tipos de Falha em Torção








pistão
Eixo-piloto
Roda
Diferencial
Virabrequim
Volante
Embreagem
Eixo secundário
Eixo intermediário
Caixa de mudanças

Fim do Cap. 1