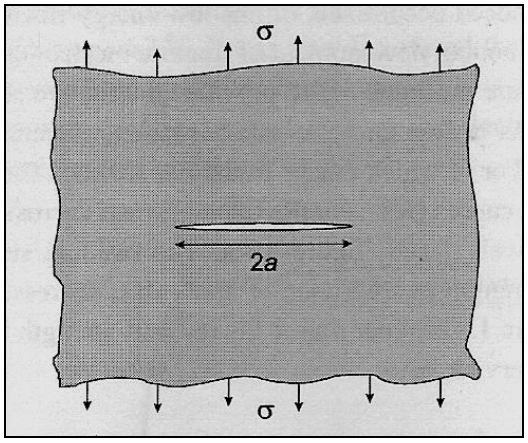
Cap. 4 PROPAGAÇÃO DE TRINCAS POR FADIGA

LEITURA 2: O ENFOQUE DO BALANÇO ENERGÉTICO

Griffith formulou o critério de fratura baseado no balanço de energia. Um corpo submetido a tensões armazena energia sob a forma de deformação elástica. Considerando que este corpo esteja rigidamente fixado entre garras, é fácil perceber que, se uma trinca presente no corpo aumenta de tamanho, a rigidez do corpo diminui e conseqüentemente a força necessária para mantê-lo fixado nas garras também decresce. Ou seja, a formação de uma trinca provoca uma diminuição da energia de deformação armazenada no corpo. A parcela de energia que foi "liberada" deve ser maior (ou no mínimo igual) à energia necessária para a criação das novas superfícies de trinca (caso contrário, a trinca não irá crescer).

Considere uma placa infinita de espessura unitária submetida à tensão de tração uniforme σ. Suponha que uma trinca de comprimento 2*a* seja introduzida, conforme mostra a figura abaixo. Sabe-se que na área diretamente acima e abaixo da trinca, a tensão (na direção do carregamento) será muito baixa, tornando-se nula nos flancos da trinca. Em outras palavras, a introdução da trinca altera a energia elástica armazenada na placa. Já vimos que a energia de deformação por unidade de volume é dada pela equação (1), onde σ é a tensão aplicada à placa e *E* é o módulo de Young do material.

$$U_0 = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{E} = \frac{1}{2}E\varepsilon^2 \tag{1}$$



Uma primeira estimativa para a mudança da energia armazenada pode ser feita assumindo-se que a tensão torna-se zero numa área circular de raio *a* em volta da trinca, enquanto o restante da chapa permanece com a mesma tensão que antes. Neste caso, a energia elástica armazenada na chapa seria reduzida de um valor igual ao volume do material livre de tensão multiplicado pela energia por unidade de volume definida na equação (1). Assim, a mudança da energia elástica seria então dada pela equação (2).

$$\pi a^2 \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{1}{2}\frac{\pi\sigma^2 a^2}{E} \tag{2}$$

Obviamente a equação (2) é uma aproximação um tanto grosseira, porque o campo de tensão torna-se não-homogêneo próximo à ponta da trinca. Griffith então assumiu para as suas trincas o formato de elipses e usou a solução de Inglis, disponível àquela época (1920), para o campo de tensões elásticas à frente de um furo elíptico. Assim, ele determinou que a formação de uma trinca de comprimento 2*a* em uma placa larga e de espessura unitária irá liberar a energia *U* dada pela equação (3). O sinal negativo mostra que essa mudança corresponde a uma diminuição da energia elástica armazenada na placa.

$$U = -\frac{\pi\sigma^2 a^2}{E} \tag{3}$$

Griffith também postulou que, em um sólido idealmente frágil, a criação das novas superfícies de fratura (decorrentes da formação da trinca) irá consumir a quantidade de energia definida pela equação (4), onde γ_s é a energia de superfície específica, que Griffith considerou uma propriedade de cada material. Assim, W_s representa o aumento da energia de superfície da chapa devido à introdução da trinca.

$$W_S = 4a\gamma_S \tag{4}$$

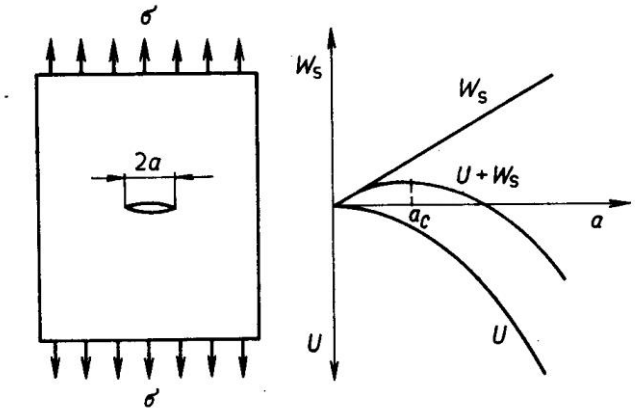
De acordo com o critério de Griffith, a trinca se propagará sob a ação de uma tensão constante σ se um aumento comprimento da trinca liberar mais energia do que a consumida na criação das novas superfícies, ou seja, se a energia diminuir com o aumento da trinca:

$$-\frac{dU}{da} > \frac{dW_S}{da} \quad \text{ou} \quad \frac{dW_S}{da} + \frac{dU}{da} < 0 \tag{5}$$

Derivando as equações (3) e (4) e substituindo na equação (5), resulta na equação (6). Como *E* e γ_s são propriedades do material, o lado direito da equação (6) é uma constante e pode-se concluir que o aumento da trinca em materiais idealmente frágeis ocorre quando o produto $\sigma\sqrt{a}$ atinge um valor crítico.

$$\frac{\pi a\sigma^2}{E} > 2\gamma_S \quad \text{ou} \quad \sigma\sqrt{a} > \sqrt{\frac{2E\gamma_S}{\pi}} \tag{6}$$

Observe que a energia liberada, dada pela equação (3), é proporcional ao quadrado do tamanho da trinca, enquanto a energia consumida é proporcional à primeira potência do tamanho da trinca. Isto significa que, uma vez satisfeita a equação (5), por exemplo aplicando-se a tensão σ numa placa contendo uma trinca com tamanho a_c, a trinca irá se propagar de forma espontânea, à maneira de "avalanche" (gráficos na figura abaixo).



A tensão crítica necessária para propagar a trinca em um material frágil é determinada isolando-se σ na equação (6), como mostrado abaixo:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \tag{7}$$

O uso do critério de Griffith conforme apresentado pela equação (7) é restrito a materiais absolutamente frágeis, que não apresentam evidência de deformação plástica. Esta condição não é satisfeita pelos materiais reais aplicados em engenharia. Mesmo a fratura do ferro fundido, que é frágil do ponto de vista macroscópico, é acompanhada por alguma deformação plástica em escala microscópica.

O método de Griffith foi então generalizado por Irwin e Orowan para o caso de fraturas que envolvem pequena deformação plástica na vizinhança da trinca. Em vez da energia de superfície, esses autores definiram a energia específica de fratura, G_c, como sendo o trabalho consumido para aumentar a trinca de uma unidade de área. Em princípio, esta energia específica de fratura inclui a energia de superfície γ_s (que representa o trabalho realizado para quebrar as ligações atômicas em uma unidade de superfície) e a energia associada à deformação plástica γ_p (ou seja, o trabalho realizado ao se deformar plasticamente um volume de material na ponta da trinca). Assim, a tensão crítica fica sendo:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\left(\gamma_s + \gamma_p\right)}{\pi a}} = \sqrt{\frac{EG_c}{\pi a}} \tag{8}$$

Para materiais dúcteis, G_c pode ser 1000 vezes maior que a energia de superfície γ_s, o que faz com que esta última seja desprezível:

$$\sigma \cong \sqrt{\frac{E\gamma_p}{a}} \tag{9}$$

Pode-se verificar facilmente que a abordagem energética da fratura é equivalente ao critério baseado no Fator Intensidade de Tensão (K). Considerando que, para uma placa infinita, o valor de K é dado pela equação (10), e usando a equação (8), obtemos uma relação entre G_c e K conforme mostrado na equação (11).

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \tag{10}$$

$$G_c = \frac{K^2}{E} \tag{11}$$

A equação (11) indica que deve existir um valor crítico do Fator Intensidade de Tensão (o valor de K necessário para a trinca se propagar), o qual se relaciona com o trabalho por unidade de área consumido no incremento da trinca.