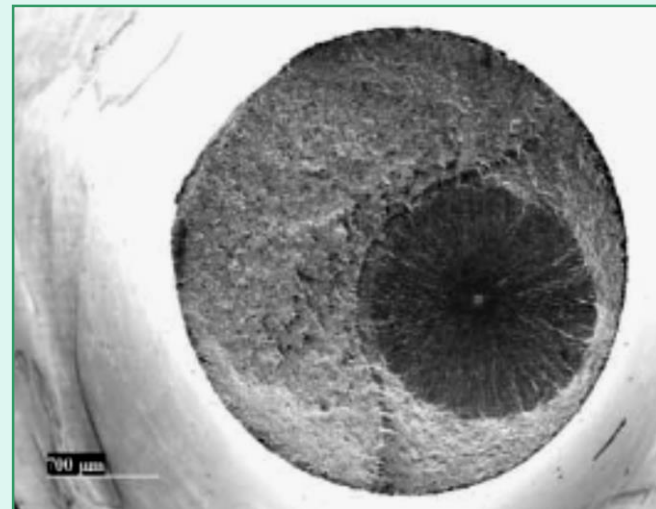
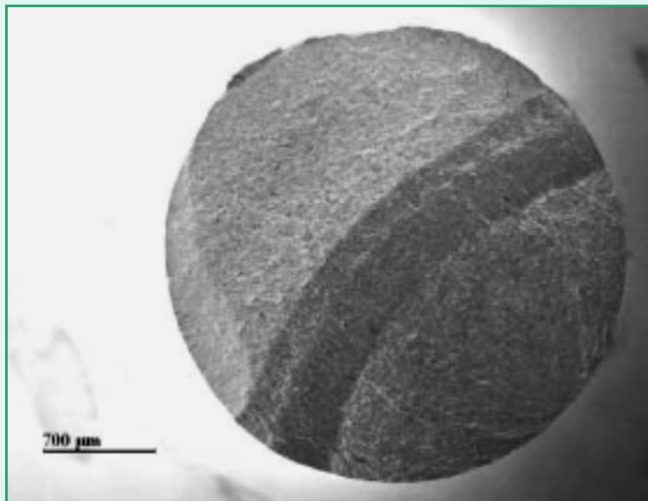


PARTE 2: ANÁLISE DE FADIGA COM BASE NA TENSÃO



CURVA S-N ou CURVA DE WÖHLER

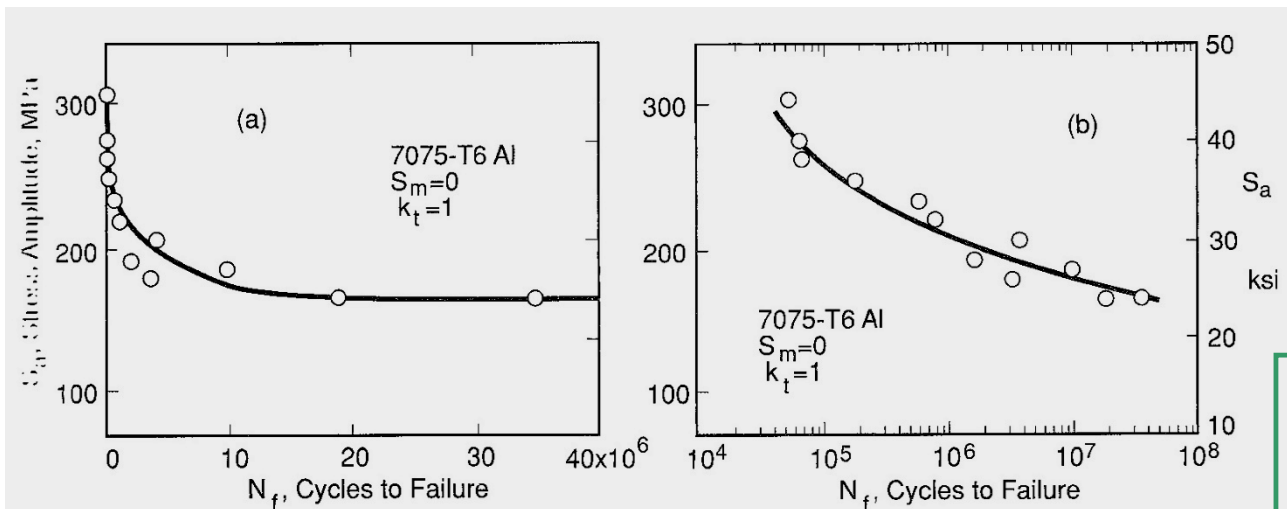
Características

- Tensões governam a falha quando a deformação plástica devida ao carregamento cíclico é pequena.
- Ensaios usualmente empregam carregamento totalmente reverso
- Relaciona-se um parâmetro da tensão com a vida em fadiga
- Na representação gráfica usa-se escala log-linear ou log-log.

$$\begin{cases} \sigma_m = 0 \\ R = -1 \end{cases}$$

$$\{\sigma_a \text{ ou } \sigma_{m\acute{a}x}\}$$

$$\{N_f \text{ ou } 2N_f\}$$



Note que, na escala linear, os valores de N_f não são lidos com precisão.

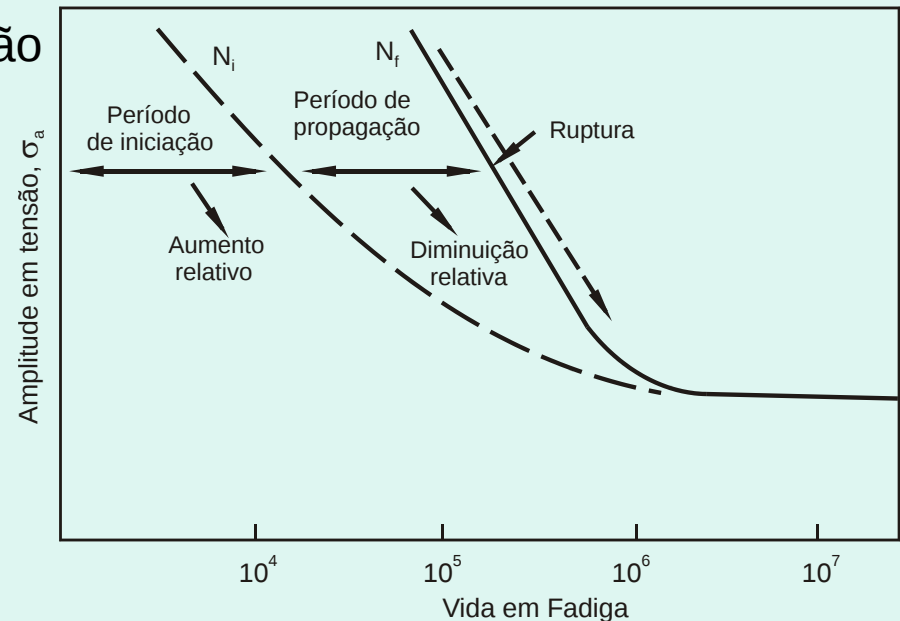
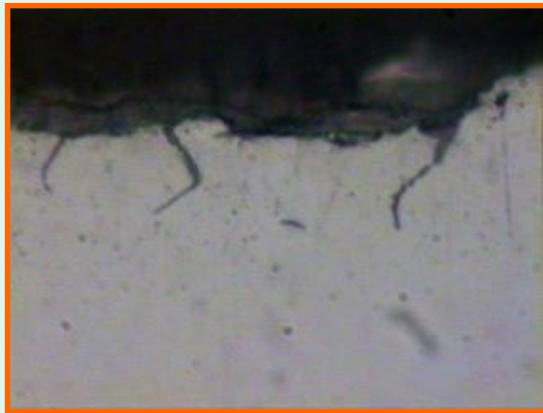
CURVA S-N ou CURVA DE WÖHLER

Estágios da Vida em Fadiga

- É usual decompor a vida em fadiga nas parcelas correspondentes à iniciação e à propagação da trinca:

$$N_f = N_i + N_p$$

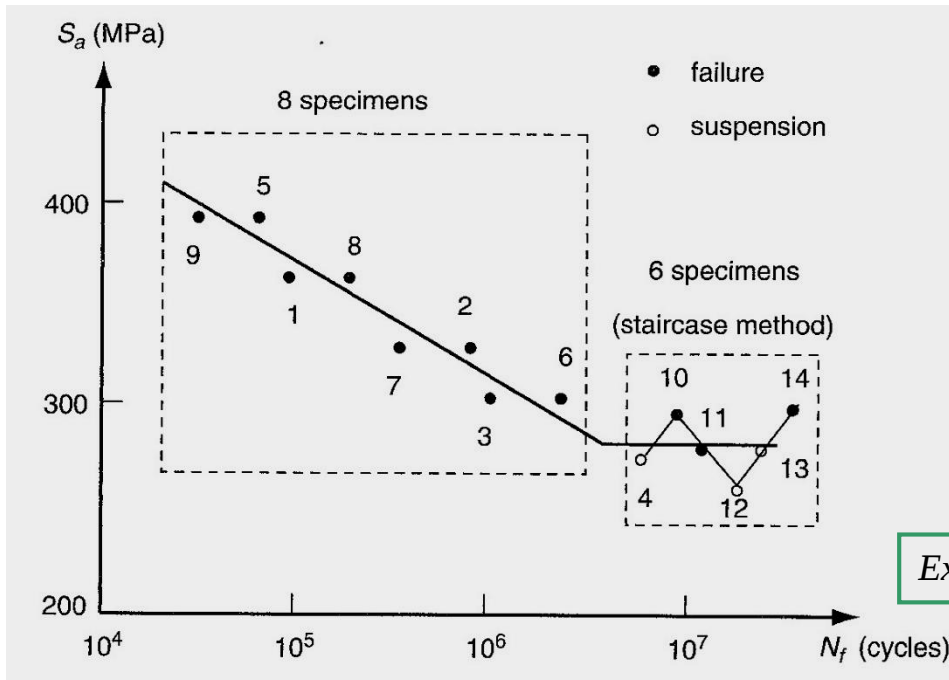
- Embora a curva S-N não permita quantificar, sabe-se que a baixas tensões a parcela correspondente ao período de iniciação da trinca torna-se maior em termos relativos.



CURVA S-N ou CURVA DE WÖHLER

Ensaio para Obtenção da Curva S-N

- Os engenheiros dispõem de quantidades limitadas de tempo e amostras
- Os dados de fadiga exibem grande dispersão
- A quantidade recomendada de ensaios depende do propósito da curva S/N :



- 6 a 12 : ensaios preliminares e de pesquisa
- 12 a 24 : dados para projeto

Percentual de Replicância:

- 17 a 33 : ensaios preliminares/exploratórios
- 33 a 50 : pesquisa e desenvolvimento
- 50 a 75 : dados para projeto
- 75 a 88 : análises de confiabilidade

Exemplo: Ensaio com tamanho de amostra pequeno

ANÁLISE DOS DADOS DE FADIGA

Modelos Matemáticos mais Empregados

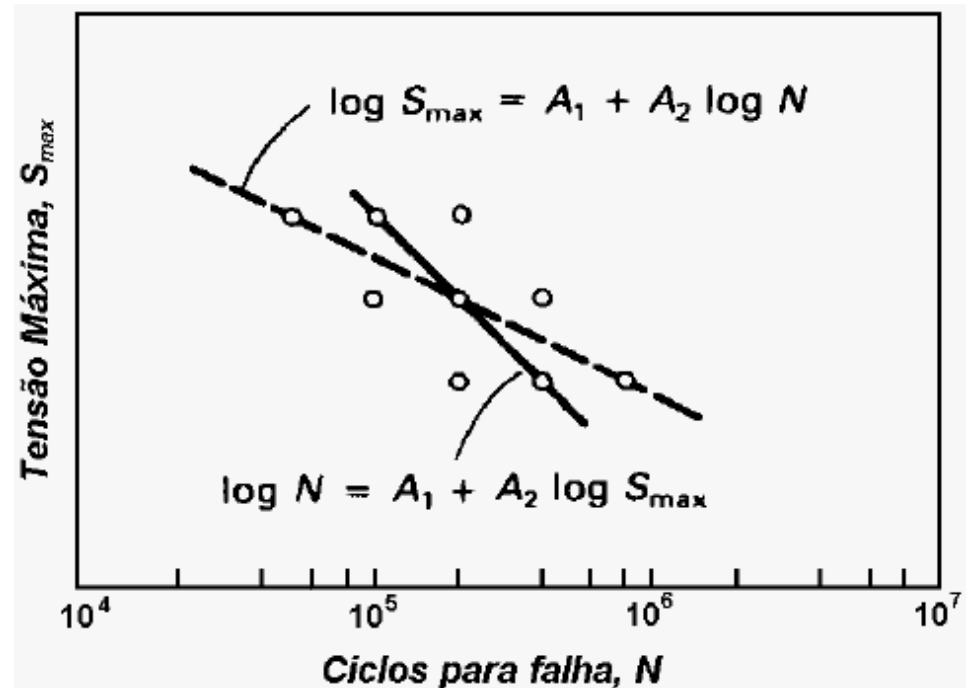
- Lei de Basquin: $\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b$
- ASTM E739: modelos lineares da forma $Y = A + B \cdot X$
- Nos modelos mais empregados, adota-se:

$$\begin{cases} Y = \log(N_f) \\ X = S \quad \text{ou} \quad X = \log(S) \end{cases}$$

onde: $S = \sigma_{m\acute{a}x} \quad \text{ou} \quad S = \sigma_a$

Escolha correta dos parâmetros

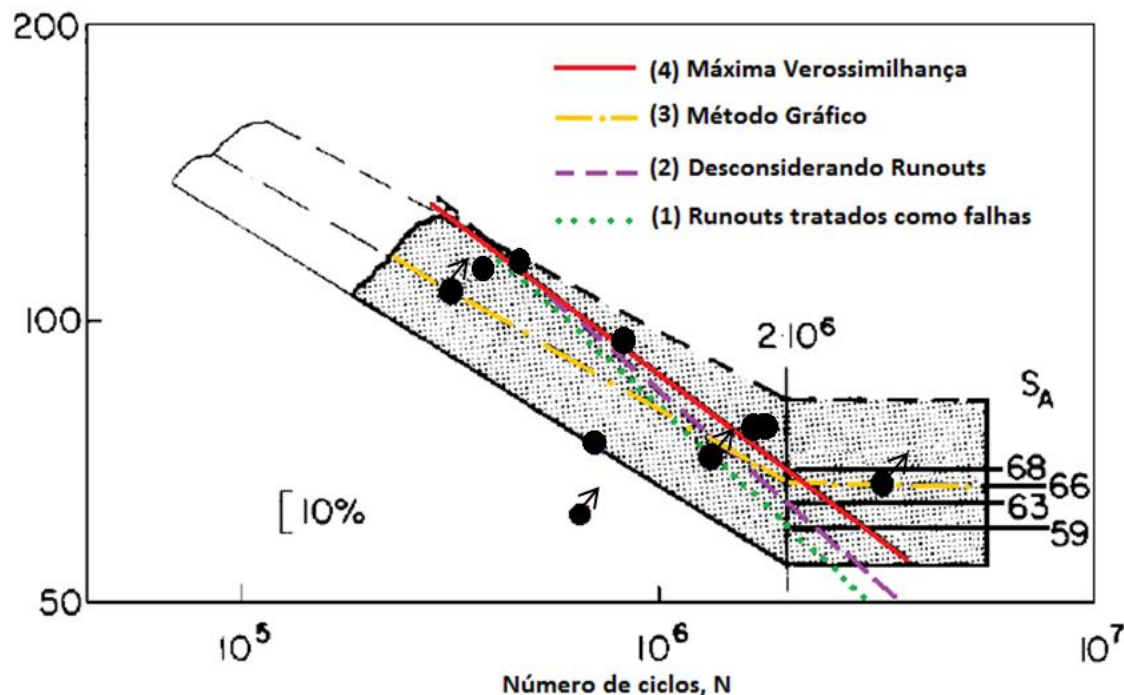
- Tensão: variável independente
- Vida: variável dependente



ANÁLISE DOS DADOS DE FADIGA

Estimação dos Parâmetros do Modelo

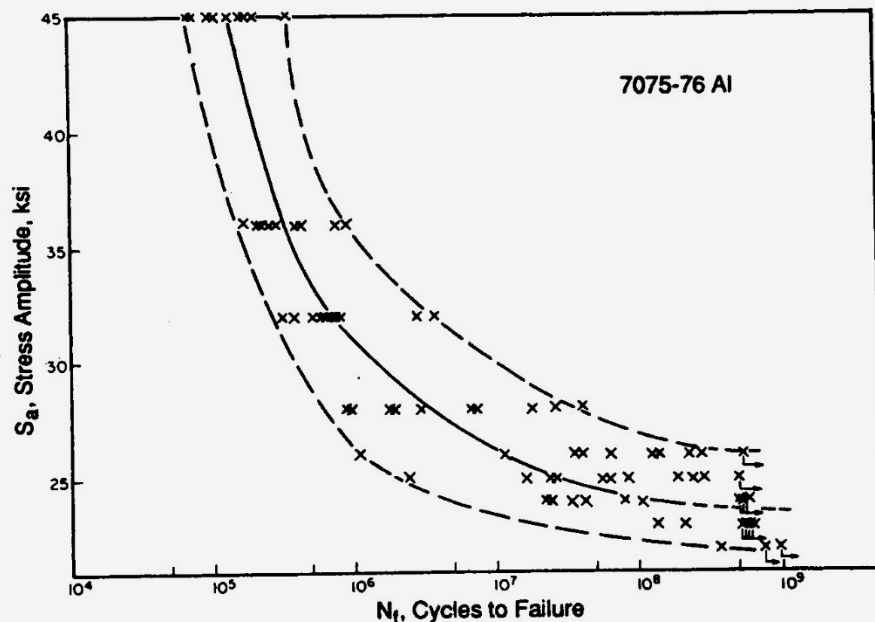
- Método dos Mínimos Quadrados (*exemplo: Origin®*)
- Método da Máxima Verossimilhança (*exemplo: Minitab®*)
vantagem: permite o tratamento dos “runouts”



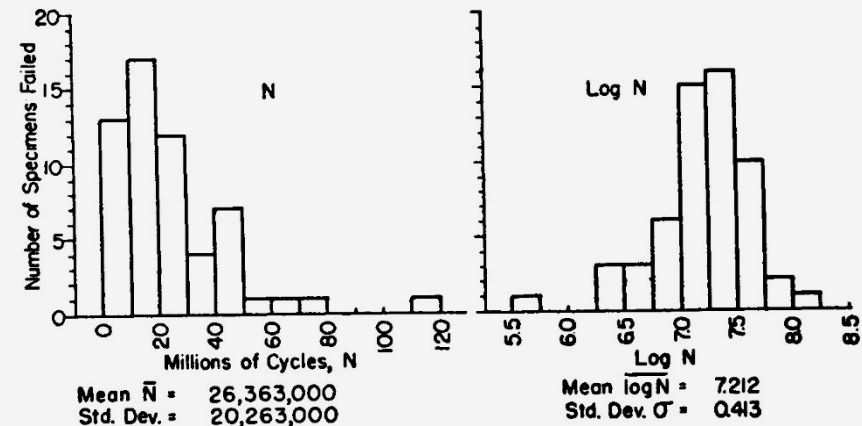
ANÁLISE DOS DADOS DE FADIGA

Dispersão dos Resultados de Fadiga

- Dados obtidos em ensaios repetidos apresentam variações.
- Uma quantidade como a vida em fadiga, que apresenta uma dispersão, é chamada “Variável Estocástica”, x .
- Análise Estatística permite prever o desempenho em serviço para uma dada margem de segurança e avaliar quantitativamente a confiabilidade do produto.



Exemplo: Histogramas representando a distribuição da vida em fadiga para corpos-de-prova da liga AA7075-T6.



ANÁLISE DOS DADOS DE FADIGA

Análise Estatística

- O primeiro passo no tratamento estatístico é estabelecer uma função de distribuição de probabilidades que expresse adequadamente a dispersão dos resultados experimentais.
- Propriedades da Função Densidade de Probabilidade (f.d.p.):

$$f(x) \geq 0 \forall x$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$P(x \leq a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$$

- Distribuição Normal ou Log-Normal: Forma de sino (simétrica). Definida por 2 parâmetros. Um dos problemas relacionados ao emprego da distribuição normal é a existência de uma probabilidade não nula para uma vida negativa.
- Distribuição de Weibull: Em análise de falhas, resistência à fratura frágil e comportamento em fadiga, observa-se que a distribuição de Weibull muitas vezes fornece uma análise mais adequada dos dados disponíveis. Pode ser definida por 2 ou por 3 parâmetros.

ANÁLISE DOS DADOS DE FADIGA

Distribuição Normal ou Log-Normal:

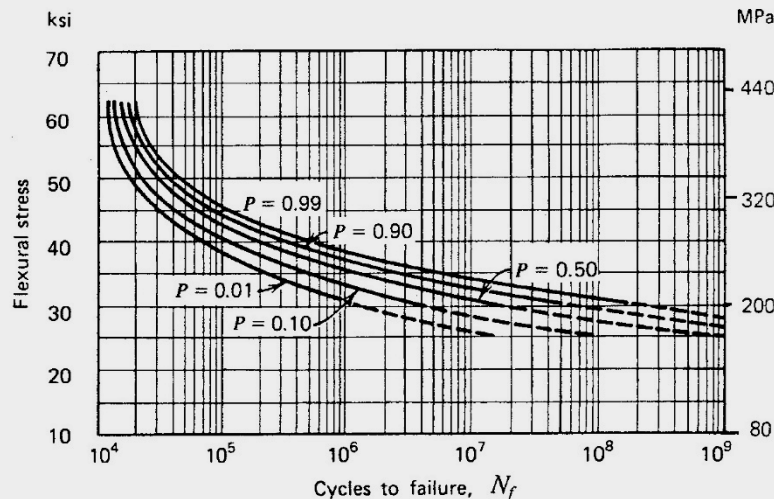
- A f.d.p. é definida como:

$$f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \bar{x}}{S}\right)^2\right]$$

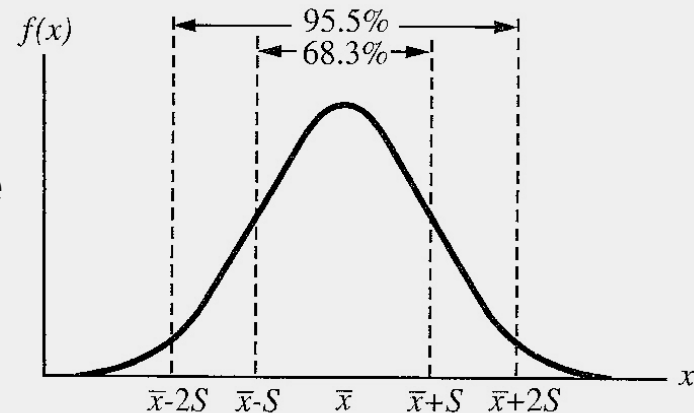
onde os parâmetros podem ser interpretados como:

- $\bar{x}$ = vida média
- S = desvio-padrão

- Probabilidade acumulada $P(x)$ é a probabilidade de uma amostra falhar em uma vida $N_f \leq x$



$$P(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$



Forma da f.d.p. da Distribuição Normal

ANÁLISE DOS DADOS DE FADIGA

Distribuição de Weibull:

- A f.d.p. é definida como:

$$f(x) = \frac{m(x - x_0)^{m-1}}{b^m} \exp \left[- \left(\frac{x - x_0}{b} \right)^m \right]$$

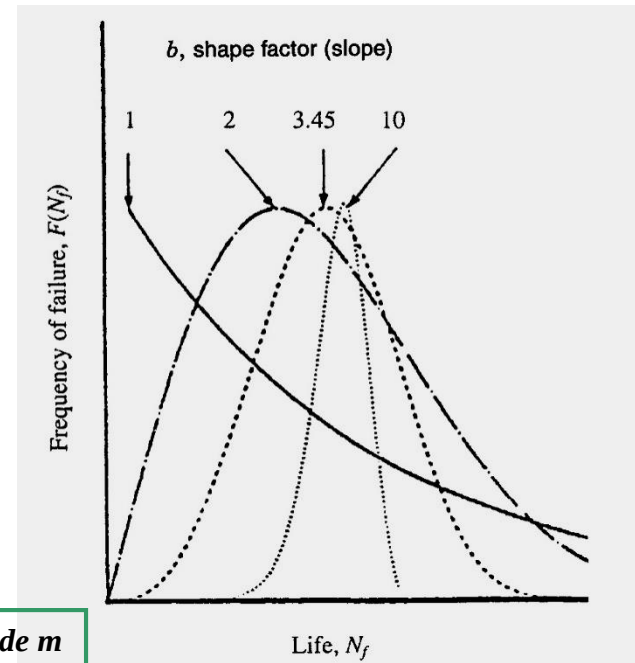
onde os parâmetros podem ser interpretados como:

- x_0 = vida mínima para qualquer membro da população
 - b = vida característica (fator de escala)
 - m = inclinação da curva de probabilidade acumulada (fator de forma)
- Probabilidade acumulada $P(x)$ é a probabilidade de uma amostra falhar em uma vida $N_f \leq x$

$$P(x) = \begin{cases} 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - x_0}{b} \right)^m \right], & x > x_0 \\ 0, & x \leq x_0 \end{cases}$$

(Curvas em forma de “S”)

Forma da f.d.p. para diferentes valores de m



ANÁLISE DOS DADOS DE FADIGA

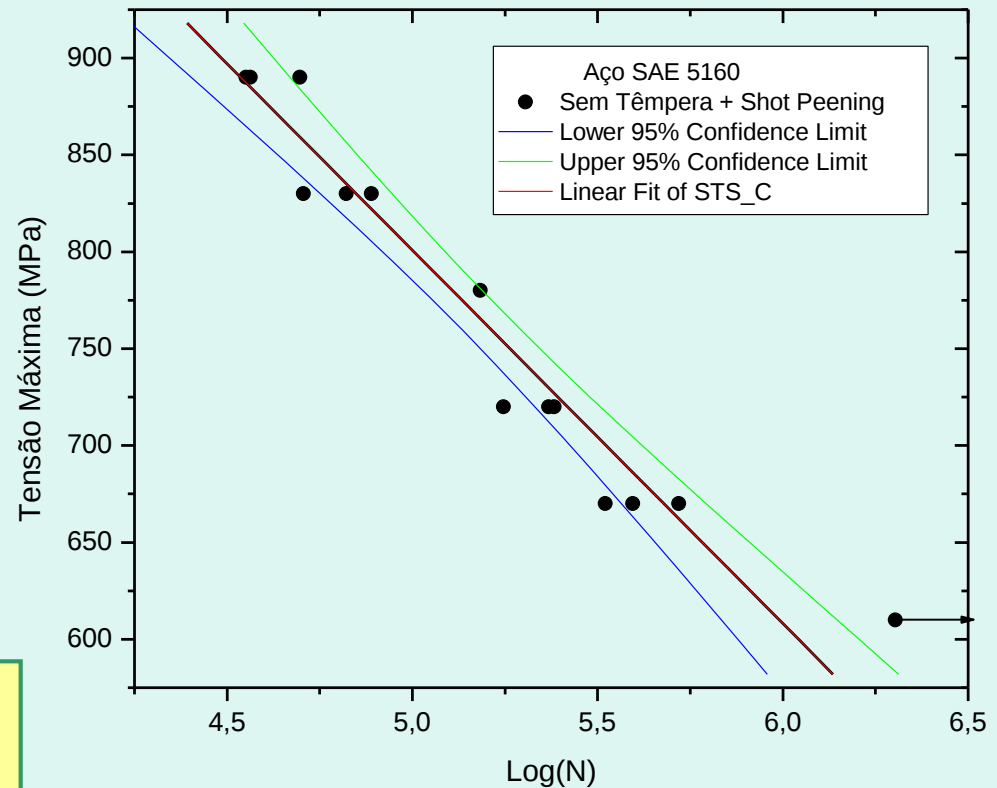
Exemplo de curva S/N obtida no Laboratório de Ensaios Mecânicos da EEL/USP

Condições do Ensaio:

- Corpos-de-prova cilíndricos
- Fadiga Axial
- Controle de Força
- $R = 0,1$
- Frequencia = 20 Hz

Significado do Intervalo de Confiança:

Temos um nível de confiança de 95% de que a curva média de fadiga deste material esteja dentro do intervalo.

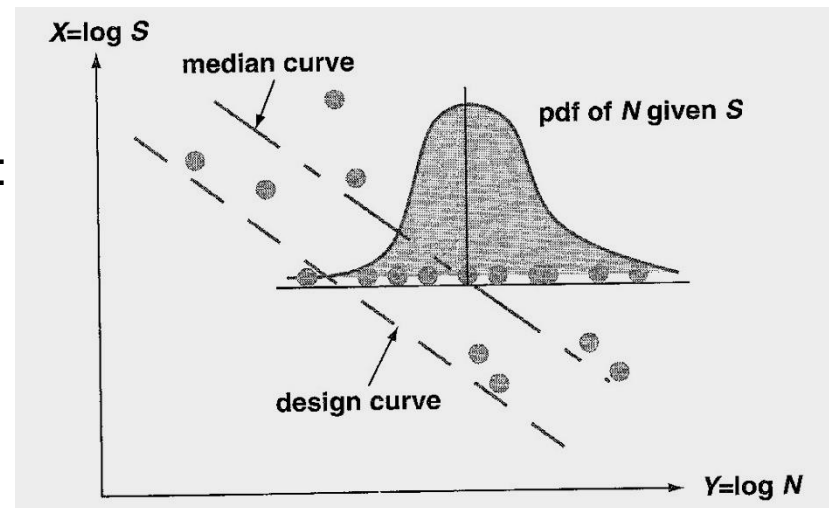


CURVA S/N DE PROJETO NA REGIÃO DE VIDA FINITA

Existem métodos práticos para se obter uma “*Design S/N Curve*” que caracteriza a vida mínima em fadiga para uma dada tensão, de modo que a maioria dos dados de fadiga fiquem acima deste valor mínimo, também chamado de “*Lower Bound*”.

A escolha da *Lower Bound* depende de:

- Custo de material
- Política de segurança
- Norma industrial



Exemplo: Um valor que pode ser usado em projeto de componentes é dado pelo **R95C90**, que significa que há 95% de probabilidade de sobrevivência, com nível de confiança de 90% para a solicitação em uma dada tensão.

CURVA S/N DE PROJETO NA REGIÃO DE VIDA FINITA

Tradicionalmente emprega-se em engenharia as curvas de projeto 2-sigma e 3-sigma inferiores, nos quais a curva média de vida em fadiga é deslocada para a esquerda de um valor igual a duas ou três vezes o desvio-padrão.

Análise Estatística:

Considera-se que a vida em fadiga segue a distribuição log-normal, e que a variância do logaritmo da vida é constante para os níveis de tensão dados.

Modelo de Regressão: $\hat{Y} = \hat{A} + \hat{B}X$ (valores estimados pelos mínimos quadrados)

Tomando os logaritmos e reorganizando a lei de Basquin:

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b \quad \longrightarrow \quad \log(2N_f) = \frac{-1}{b} \log(\sigma'_f) + \frac{1}{b} \log(\sigma_a) \quad \text{onde: } X = \log(\sigma_a)$$

O erro padrão, assumido constante dentro da região de interesse, é dado por:

$$\text{e de onde tiramos: } \begin{cases} b = \frac{1}{B} \\ \sigma'_f = 10^{-Ab} \end{cases}$$

$$S^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n [Y_i - (\hat{A} + \hat{B}X_i)]^2$$

CURVA S/N DE PROJETO NA REGIÃO DE VIDA FINITA

Lower-Bound:

A curva de projeto pelos métodos 2-sigma e 3-sigma é escrita como:

$$Y_L(X_i) = \hat{Y}(X_i) - K \cdot S \quad \text{onde } K = 2 \text{ ou } K = 3.$$

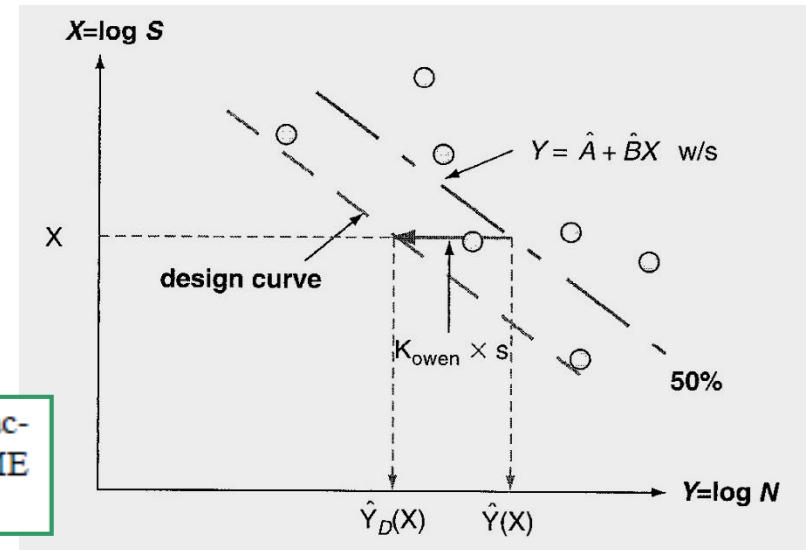
No entanto, este método falha ao não considerar o tamanho da amostra e o nível de confiança de interesse.

Alternativamente, pode-se usar o Limite de Tolerância de Owen, dado por:

$$K_{Owen} = K_D \cdot R_{Owen}$$

Os parâmetros são determinados por meio de coeficientes empíricos, cuja determinação é detalhada na seguinte referência:

Shen CL, Wirsching PH, Cashman GT. Design curve to characterize fatigue strength. J Eng Mater Technol ASME 1996;118:535-41.



CURVA S/N DE PROJETO NA REGIÃO DE VIDA FINITA

Valores de K_{Owen} para vários tamanhos de amostra, confiabilidade e níveis de confiança:

TABLE 4.5 K_{Owen} Factors for the Approximate Owen Tolerance Limits

n_S	$C = 0.90$			$C = 0.95$		
	$R = 0.90$	$R = 0.95$	$R = 0.99$	$R = 0.90$	$R = 0.95$	$R = 0.99$
6	2.862	3.504	4.750	3.560	4.331	5.837
7	2.608	3.190	4.319	3.167	3.846	5.173
8	2.441	2.987	4.043	2.910	3.534	4.751
9	2.323	2.843	3.851	2.728	3.314	4.455
10	2.253	2.736	3.707	2.592	3.151	4.237
11	2.162	2.651	3.595	2.485	3.024	4.069
12	2.105	2.583	3.505	2.400	2.923	3.936
13	2.057	2.526	3.430	2.331	2.840	3.827
14	2.016	2.478	3.367	2.272	2.771	3.737
15	1.980	2.436	3.313	2.222	2.712	3.660
16	1.949	2.400	3.266	2.178	2.661	3.594
17	1.922	2.369	3.225	2.140	2.617	3.536
18	1.898	2.340	3.189	2.106	2.577	3.485
19	1.876	2.315	3.156	2.076	2.542	3.440
20	1.857	2.292	3.127	2.048	2.510	3.399
21	1.839	2.272	3.100	2.024	2.482	3.363
22	1.822	2.252	3.076	2.001	2.456	3.329
23	1.807	2.235	3.054	1.981	2.432	3.300
24	1.793	2.219	3.034	1.961	2.410	3.271
25	1.781	2.204	3.015	1.947	2.389	3.247
26	1.769	2.191	2.997	1.927	2.370	3.221
27	1.757	2.178	2.981	1.912	2.353	3.199
28	1.747	2.166	2.966	1.898	2.337	3.178
29	1.737	2.155	2.952	1.885	2.321	3.158
30	1.728	2.144	2.939	1.872	2.307	3.140

Source: From Williams et al., 2003.

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Foram realizados ensaios de fadiga por flexão rotativa ($R = -1$), com o objetivo de se obter dados para análise de confiabilidade, empregando-se 12 peças.

Os resultados são dados na tabela abaixo. Pede-se:

- Determinar a curva S/N pelo método dos mínimos quadrados
- Determinar a curva *Lower-Bound* com 95% de probabilidade de sobrevivência e 90% de nível de confiança.

Stress Amplitude S_a (MPa)	Fatigue Life $2N_f$ (Reversals)	X $\text{Log}(S_a)$	Y $\text{Log}(2N_f)$
200	$9.8E + 03$	2.30103	3.99123
200	$1.2E + 04$	2.30103	4.07918
200	$4.1E + 04$	2.30103	4.61278
200	$2.4E + 04$	2.30103	4.38021
175	$7.7E + 06$	2.24304	6.88649
175	$5.6E + 05$	2.24304	5.74819
175	$4.0E + 06$	2.24304	6.60206
175	$5.2E + 06$	2.24304	6.71600
150	$2.5E + 07$	2.17609	7.39794
150	$9.0E + 07$	2.17609	7.95424
150	$4.2E + 07$	2.17609	7.62325
150	$3.0E + 07$	2.17609	7.47712

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Dos mínimos quadrados, determinamos: $\begin{cases} \hat{A} = 65,564 \\ \hat{B} = -26,536 \end{cases}$ De onde vem que: $\begin{cases} S = 0,48850 \\ b = -0,0377 \\ \sigma'_f = 296 \text{MPa} \end{cases}$

A curva S/N média é dada por: $\sigma_a = 296 \cdot (2N_f)^{-0,0377}$

R95C90:

Inicialmente arbitramos um valor $2N_f$ e determinamos σ_a : $2N_f = 2 \times 10^6 \Rightarrow \sigma_a = 171 \text{MPa}$

Da tabela (ver Tab 4.5), obtemos: $K_{Owen} = 2,583$

O logaritmo da vida na curva R95C90 para tensão de 171 MPa é então:

$$\log(2N_{f,R95C90}) = \log(2 \times 10^6) - 2,583 \times 0,4885 = 5,039 \Rightarrow 2N_{f,R95C90} = 10^{5,039} = 109.400$$

Assim, o coeficiente de resistência da equação R95C90 é calculado:

$$\sigma'_{f,R95C90} = \frac{\sigma_a}{(2N_{f,R95C90})^b} = \frac{171}{(109.400)^{-0,0377}} = 265 \text{MPa}$$

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

N = 12 corpos-de-prova
R = 95
C = 90

TABLE 4.5 K_{Owen} Factors for the Approximate Owen Tolerance Limits

n_S	$C = 0.90$			$C = 0.95$		
	$R = 0.90$	$R = 0.95$	$R = 0.99$	$R = 0.90$	$R = 0.95$	$R = 0.99$
6	2.862	3.504	4.750	3.560	4.331	5.837
7	2.608	3.190	4.319	3.167	3.846	5.173
8	2.441	2.987	4.043	2.910	3.534	4.751
9	2.323	2.843	3.851	2.728	3.314	4.455
10	2.253	2.736	3.707	2.592	3.151	4.237
11	2.162	2.651	3.595	2.485	3.024	4.069
12	2.105	2.583	3.505	2.400	2.923	3.936
13	2.057	2.526	3.430	2.331	2.840	3.827
14	2.016	2.478	3.367	2.272	2.771	3.737
15	1.980	2.436	3.313	2.222	2.712	3.660
16	1.949	2.400	3.266	2.178	2.661	3.594
17	1.922	2.369	3.225	2.140	2.617	3.536
18	1.898	2.340	3.189	2.106	2.577	3.485
19	1.876	2.315	3.156	2.076	2.542	3.440
20	1.857	2.292	3.127	2.048	2.510	3.399
21	1.839	2.272	3.100	2.024	2.482	3.363
22	1.822	2.252	3.076	2.001	2.456	3.329
23	1.807	2.235	3.054	1.981	2.432	3.300
24	1.793	2.219	3.034	1.961	2.410	3.271
25	1.781	2.204	3.015	1.947	2.389	3.247
26	1.769	2.191	2.997	1.927	2.370	3.221
27	1.757	2.178	2.981	1.912	2.353	3.199
28	1.747	2.166	2.966	1.898	2.337	3.178
29	1.737	2.155	2.952	1.885	2.321	3.158
30	1.728	2.144	2.939	1.872	2.307	3.140

Source: From Williams et al., 2003.

A curva S/N média é dada por: $\sigma_a = 296 \cdot (2N_f)^{-0,0377}$

A curva R95C90 é dada por: $\sigma_a = 265 \cdot (2N_f)^{-0,0377}$

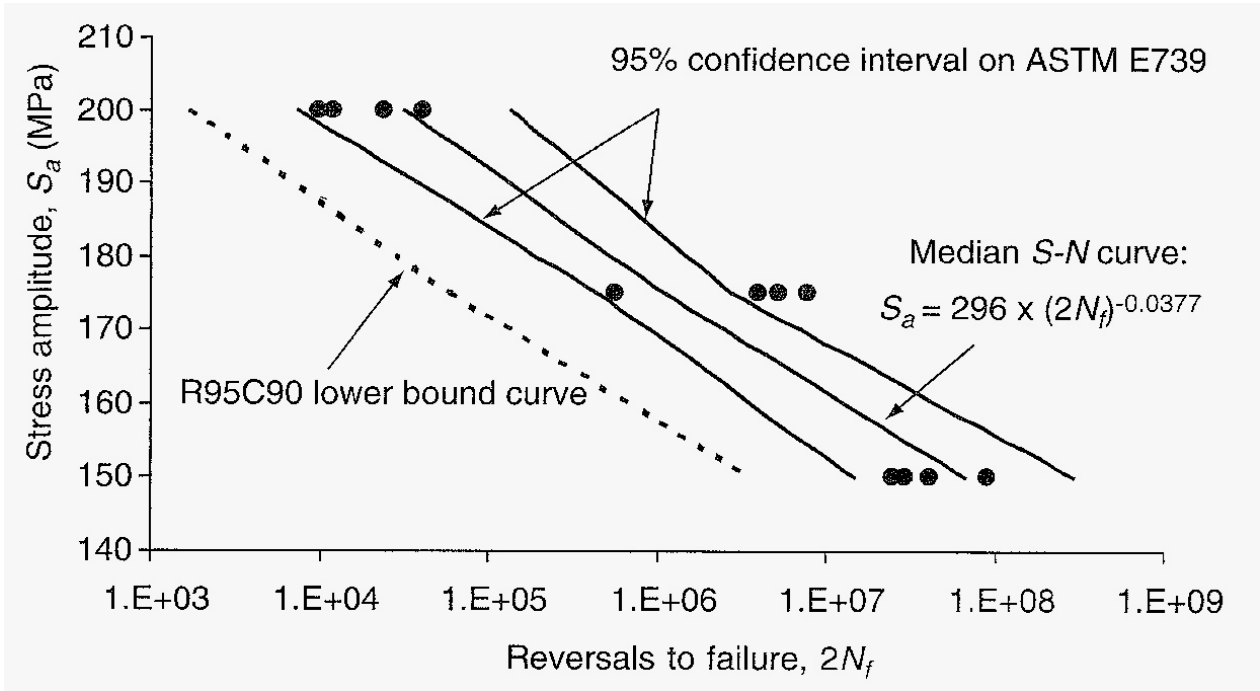


TABELA: PROPRIEDADES MECÂNICAS DE ALGUNS MATERIAIS

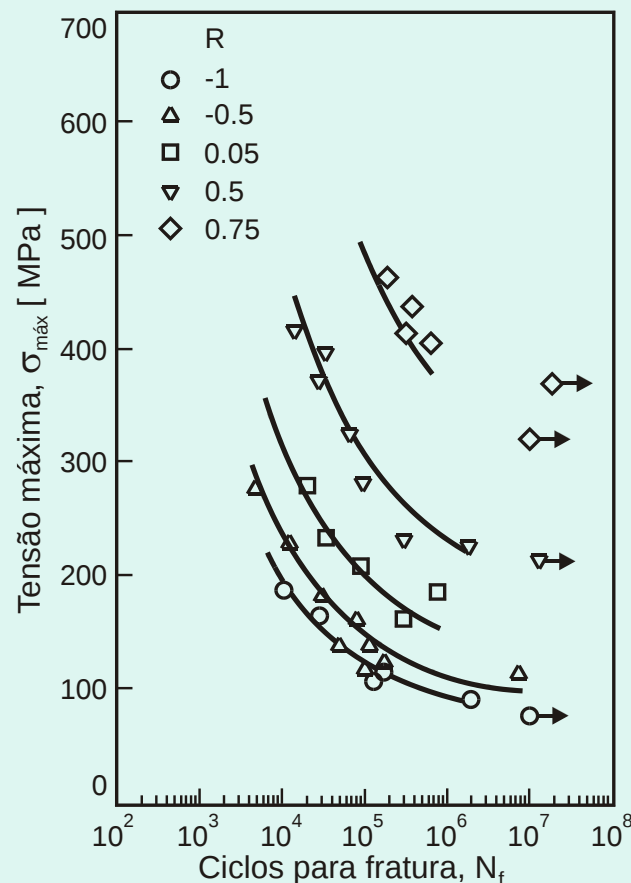
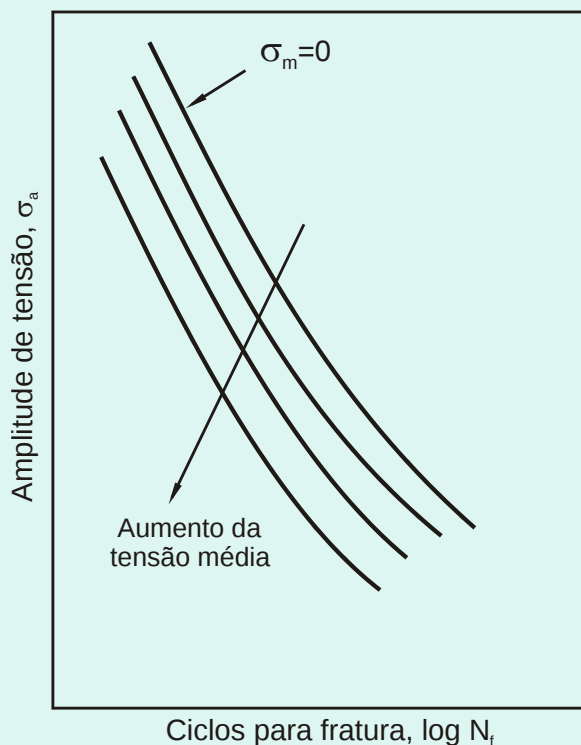
TABLE 9.1 CONSTANTS FOR STRESS-LIFE CURVES FOR VARIOUS DUCTILE ENGINEERING METALS, FROM TESTS AT ZERO MEAN STRESS ON UNNOTCHED AXIAL SPECIMENS

Material	Yield Strength	Ultimate Strength	True Fracture Strength	$\sigma_a \equiv \sigma'_f (2N_f)^b \equiv AN_f^b$		
	σ_o	σ_u	$\bar{\sigma}_{fB}$	σ'_f	A	$b = B$
<i>(a) Steels</i>						
AISI 1015 (normalized)	227 (33)	415 (60.2)	725 (105)	976 (142)	886 (128)	-0.14
Man-Ten (hot rolled)	322 (46.7)	557 (80.8)	990 (144)	1089 (158)	1006 (146)	-0.115
RQC-100 (roller Q & T)	683 (99.0)	758 (110)	1186 (172)	938 (136)	897 (131)	-0.0648
AISI 4142 (Q & T, 450 HB)	1584 (230)	1757 (255)	1998 (290)	1937 (281)	1837 (266)	-0.0762
AISI 4340 (aircraft quality)	1103 (160)	1172 (170)	1634 (237)	1758 (255)	1643 (238)	-0.0977
<i>(b) Other Metals</i>						
2024-T4 Al	303 (44.0)	476 (69.0)	631 (91.5)	900 (131)	839 (122)	-0.102
Ti-6Al-4V (solution treated and aged)	1185 (172)	1233 (179)	1717 (249)	2030 (295)	1889 (274)	-0.104

Notes: The tabulated values have units of MPa(ksi) except for dimensionless $b = B$. See Table 14.1 for sources and additional properties.

CARREGAMENTOS ASSIMÉTRICOS

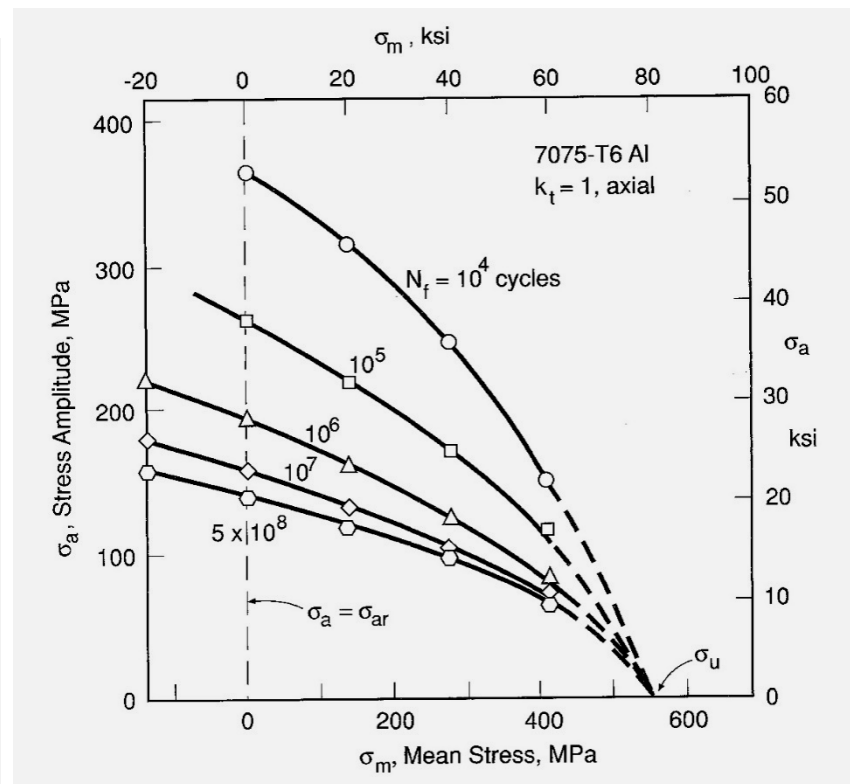
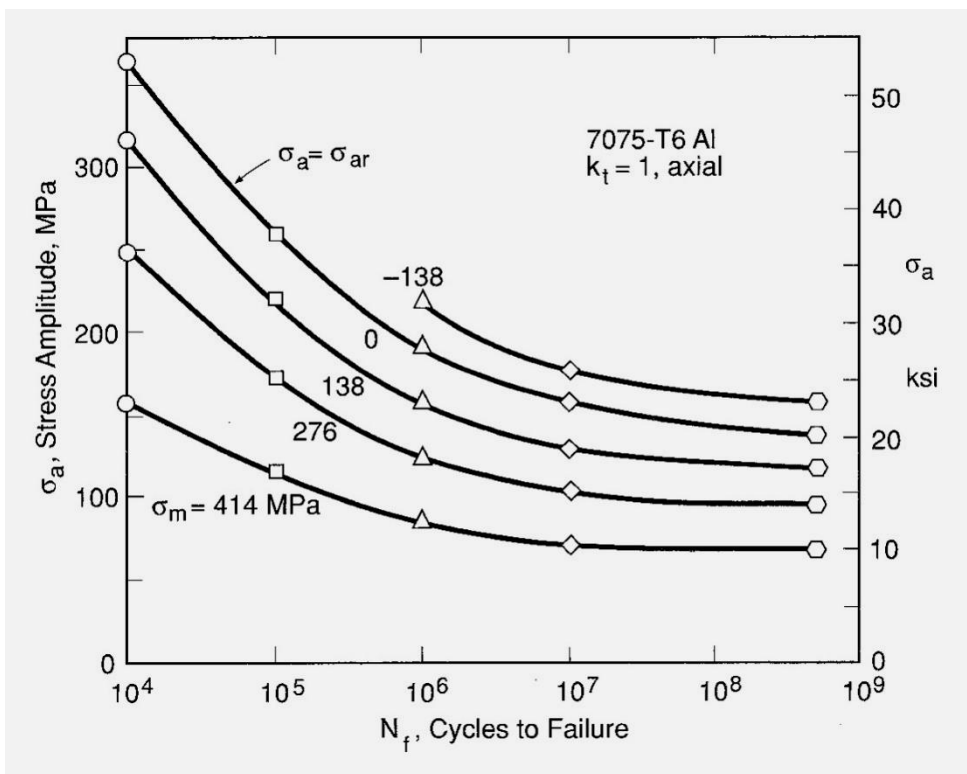
- Diagramas S/N: Conjunto de curvas S/N para diferentes ciclos assimétricos.
- A avaliação do efeito da assimetria do ciclo pode ser feita considerando-se:
 - Diferentes valores de R.
 - Diferentes valores da tensão média.



CARREGAMENTOS ASSIMÉTRICOS

Diagramas de Vida Constante

- A partir do diagrama S/N para várias tensões médias, obtém-se o diagrama de vida constante determinando-se as diferentes combinações $\sigma_a - \sigma_m$ para uma mesma vida em fadiga.

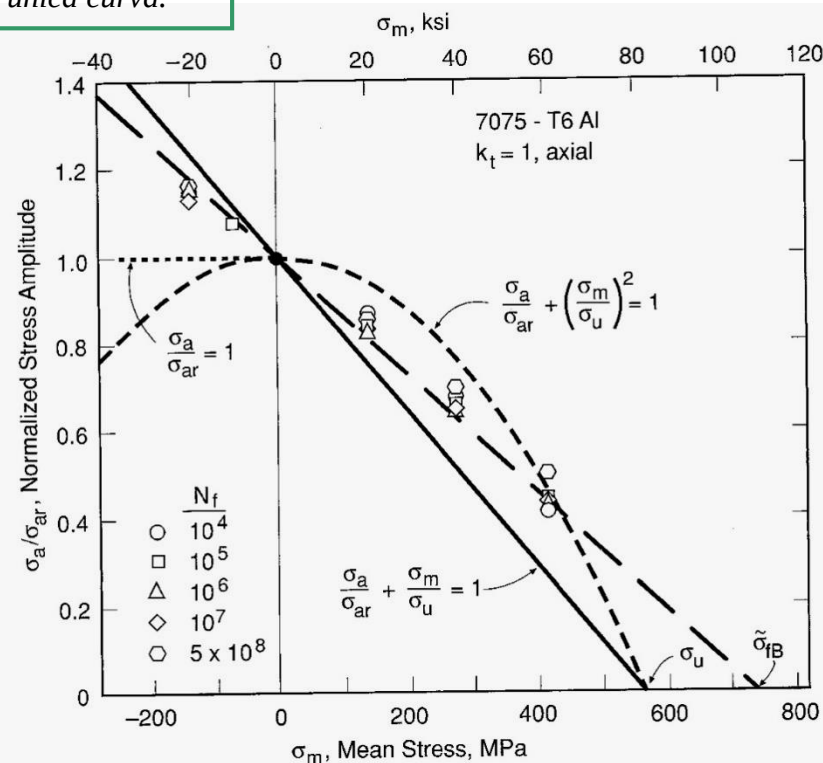
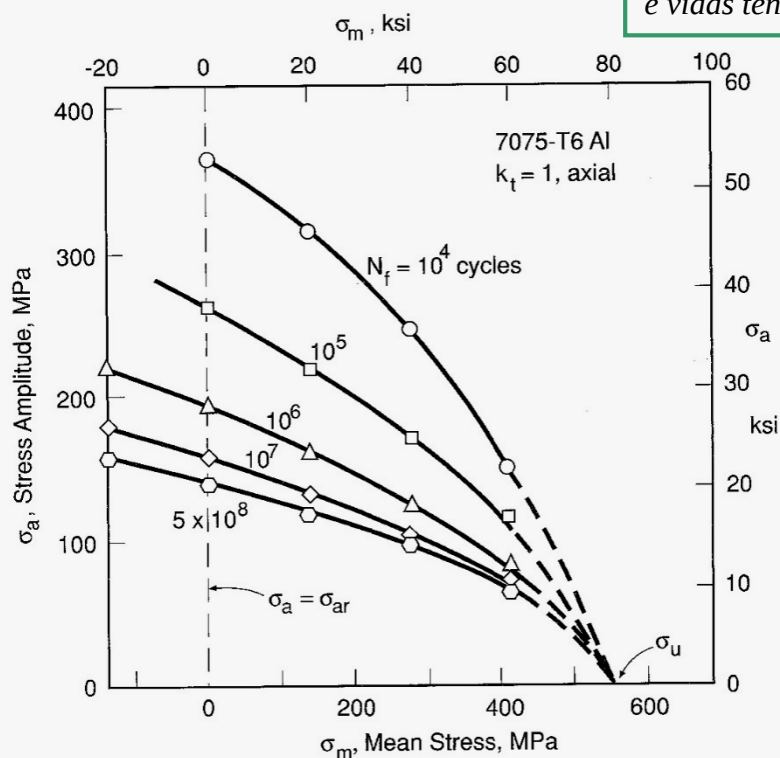


CARREGAMENTOS ASSIMÉTRICOS

Diagramas Normalizados

- Para tensão média zero, a amplitude é designada: $\sigma_m=0 \Rightarrow \sigma_a = \sigma_{ar}$
- Normaliza-se o gráfico de vida constante plotando-se: $\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} \text{ vs. } \sigma_m$

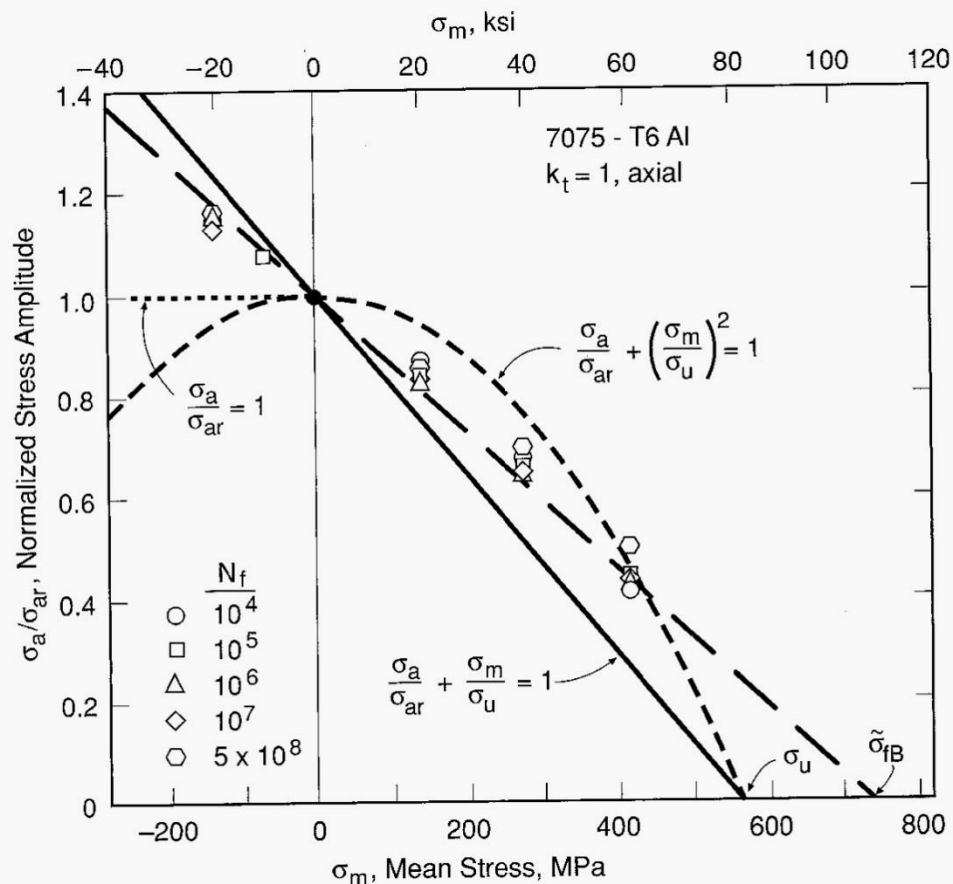
Dados para diferentes tensões médias e vidas tendem a uma única curva.



CARREGAMENTOS ASSIMÉTRICOS

Equações para o Diagrama Normalizado

- Desenvolvimentos de Goodman, Smith, Gerber, Morrow, ...



1. Reta passando pelos pontos (0,1) e $(\sigma_u, 0)$:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1$$

2. Consideração para tensão média negativa:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} = 1, (\sigma_m \leq 0)$$

3. Parábola de Gerber:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2 = 1, (\sigma_m \geq 0)$$

4. Modificação de Morrow (SAE Handbook):

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\tilde{\sigma}_R} = 1$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} = 1$$

CARREGAMENTOS ASSIMÉTRICOS

Estimativas de Vida e Famílias de Curvas S/N

- Conceito de tensão reversa equivalente:

1. Numa equação para a linha “amplitude-tensão média”, por exemplo a de Morrow, isole o termo que representa a amplitude para carregamento reverso:

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f}}$$

2. Use os valores da amplitude e da tensão média de um carregamento qualquer para calcular a amplitude reversa equivalente e obter a vida em fadiga usando a curva S/N com tensão média igual a zero.

3. Por exemplo, se a curva S/N for descrita pela equação de Basquin, tem-se:

$$\sigma_{ar} = \sigma'_f (2N_f)^b$$

4. Combinando as duas equações e isolando a amplitude de tensão, obtém-se:

$$\sigma_a = (\sigma'_f - \sigma_m) (2N_f)^b$$

Esta expressão se reduz à equação de Basquin no caso em que a tensão média é igual a zero, e produz uma família de curvas “Amplitude de tensão versus Vida” para diferentes valores da tensão média (as quais são retas paralelas num gráfico log-log).

CARREGAMENTOS ASSIMÉTRICOS

Uma relação adicional para o Efeito da Tensão Média

- O Modelo de Smith, Watson e Topper (SWT)
- Funciona particularmente bem para ligas de alumínio (Dowling, 1999)

$$\sigma_{ar} = \sqrt{\sigma_{max} \sigma_a}$$

Lembre que: $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$

ou seja, o modelo SWT envolve as mesmas variáveis que as demais equações já vistas

Forma Alternativa

- Sabemos que: $\sigma_a = \frac{\sigma_{max}(1 - R)}{2}$

- O modelo SWT fica então: $\sigma_{ar} = \sigma_{max} \sqrt{\frac{1 - R}{2}}$

EXEMPLO DE APLICAÇÃO: MODELO SWT

A liga de alumínio 2024 T4 será submetida a um carregamento cíclico com tensão variando entre o mínimo de 172 MPa e o máximo de 430 MPa. Qual a vida em fadiga esperada para o material?

- Vamos usar o modelo SWT, que funciona bem para ligas de alumínio.
- Usando a forma alternativa e combinando com a lei de Basquin, temos:

$$\sigma_{ar} = \sigma_{max} \sqrt{\frac{1-R}{2}} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{max} \sqrt{\frac{1-R}{2}} = \sigma'_f (2N_f)^b$$

- Para o carregamento aplicado, a razão de tensão é: $R = 172 / 430 = 0,40$

- Da tabela de propriedades mecânicas, obtemos as constantes: $\begin{cases} \sigma'_f = 900 \text{ MPa} \\ b = -0,102 \end{cases}$

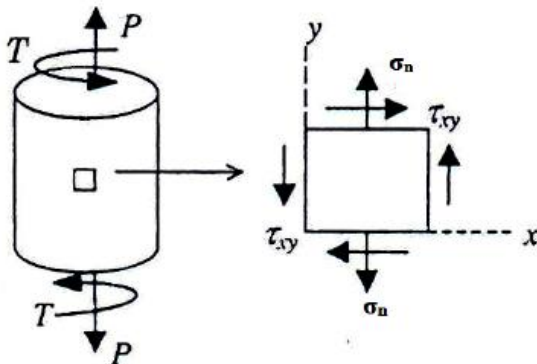
$$\text{- Ficamos com: } 2N_f = \left(\frac{\sigma_{max}}{\sigma'_f} \sqrt{\frac{1-R}{2}} \right)^{\frac{1}{b}} = \left(\frac{430}{900} \sqrt{\frac{1-0,4}{2}} \right)^{-\frac{1}{0,102}} = 510.000$$

TENSÕES MULTIAXIAIS

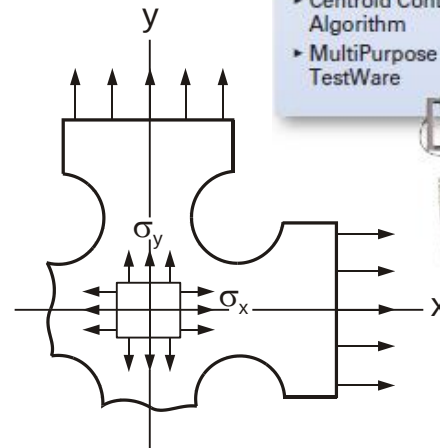
Estados de Tensão Complexos

- Carregamentos cíclicos que causam estados de tensão complexos são comuns em componentes de engenharia.
- Pode haver uma ou mais fontes de carregamentos, atuando em fase ou fora de fase, com frequencias iguais ou diferentes → problemas com diferentes níveis de complexidade.
- Estudos teóricos e experimentais.
- Exemplos de ensaios de fadiga multiaxial:

Carregamentos combinados axial-torcional

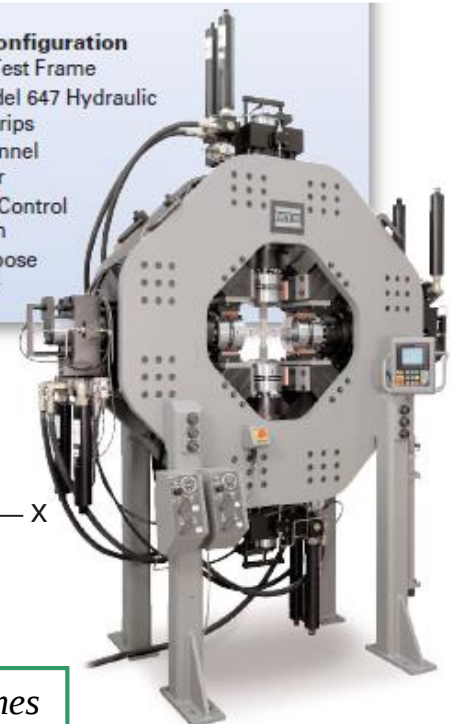


Tensões biaxiais em amostras cruciformes



Typical Configuration

- Bi-Axial Test Frame
- MTS Model 647 Hydraulic Wedge Grips
- Four-Channel Controller
- Centroid Control Algorithm
- MultiPurpose TestWare



TENSÕES MULTIAXIAIS

Pense nisto:

- Numa barra tracionada, o estado de deformação é triaxial.
- Num eixo como o virabrequim, existem cargas de torção e flexão.
- Em problemas complexos, medidas experimentais e/ou cálculos pelo método dos Elementos Finitos são necessários.

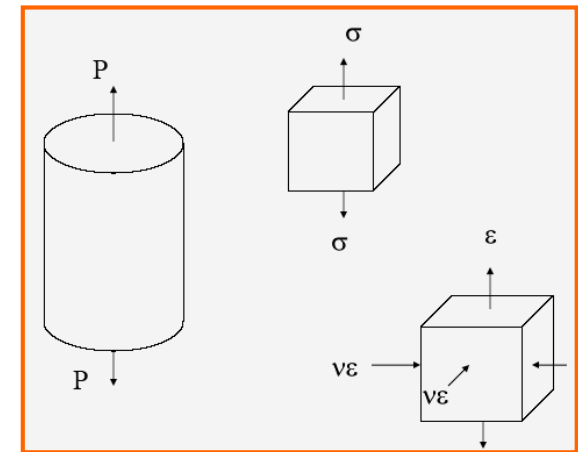
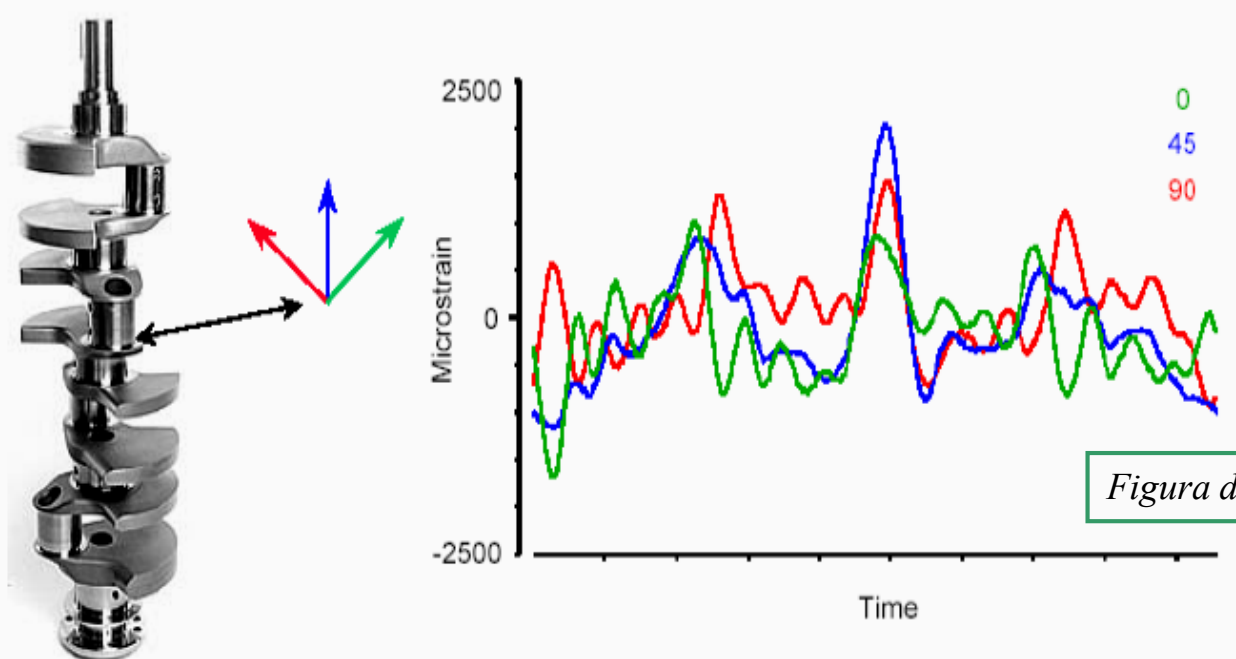


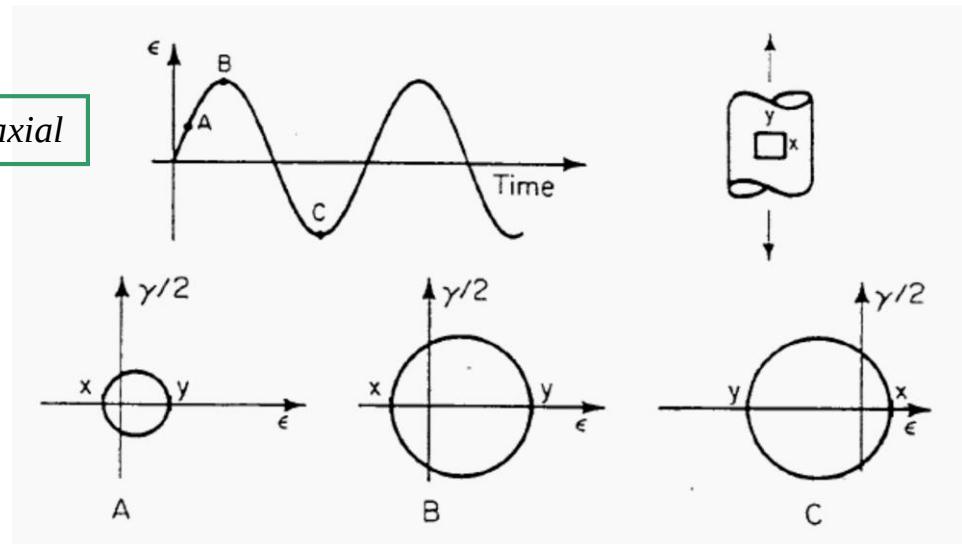
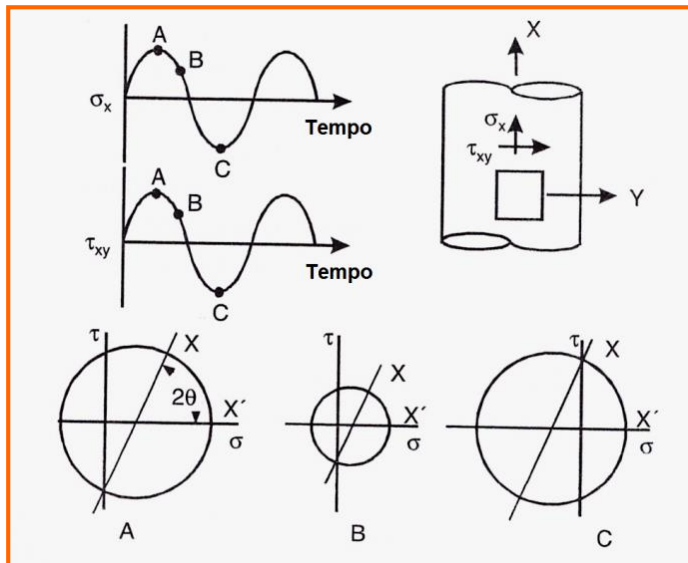
Figura de Darrel Socie, "Multiaxial Fatigue"

TENSÕES MULTIAXIAIS

Emprego do Círculo de Mohr

- Ajuda a entender o estado de tensão/deformação em função do tempo.
- Quando as direções principais não variam com o tempo, o carregamento é dito **proporcional**.

Carregamento uniaxial

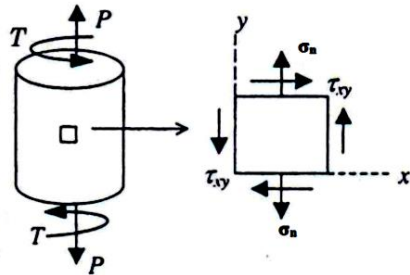


Carregamento combinado axial-torçional em fase

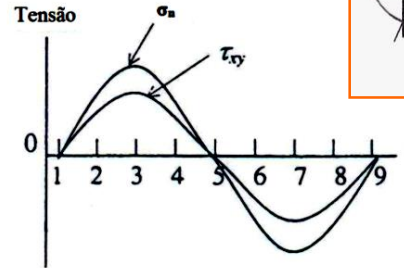
TENSÕES MULTIAXIAIS

Carregamento axial estático e torsional cíclico

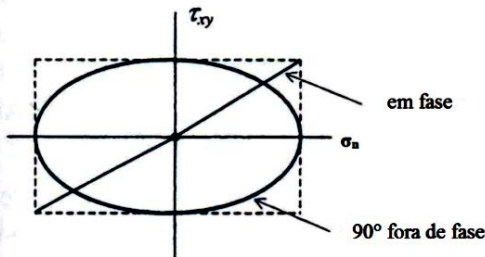
Direções principais mudam com o tempo:
Carregamento não-proporcional



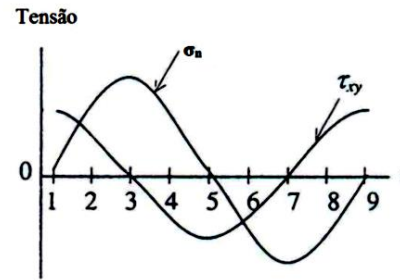
(a)



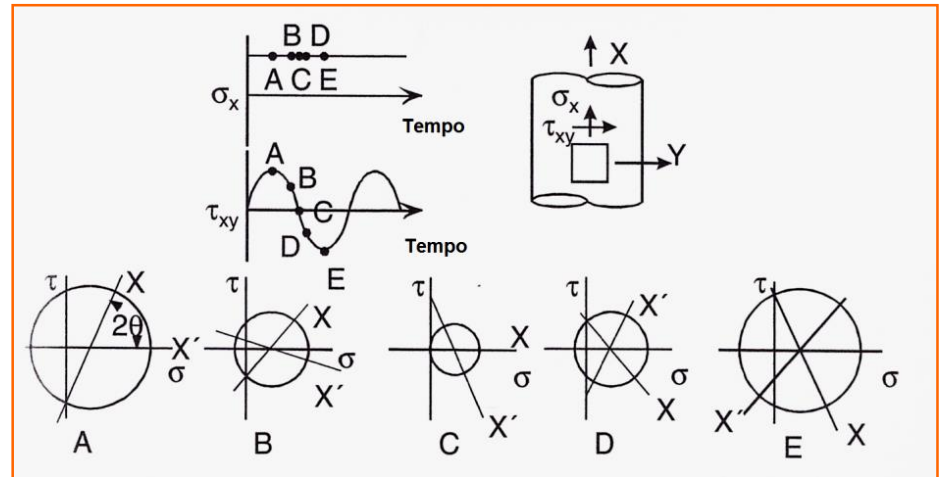
(b)



(c)



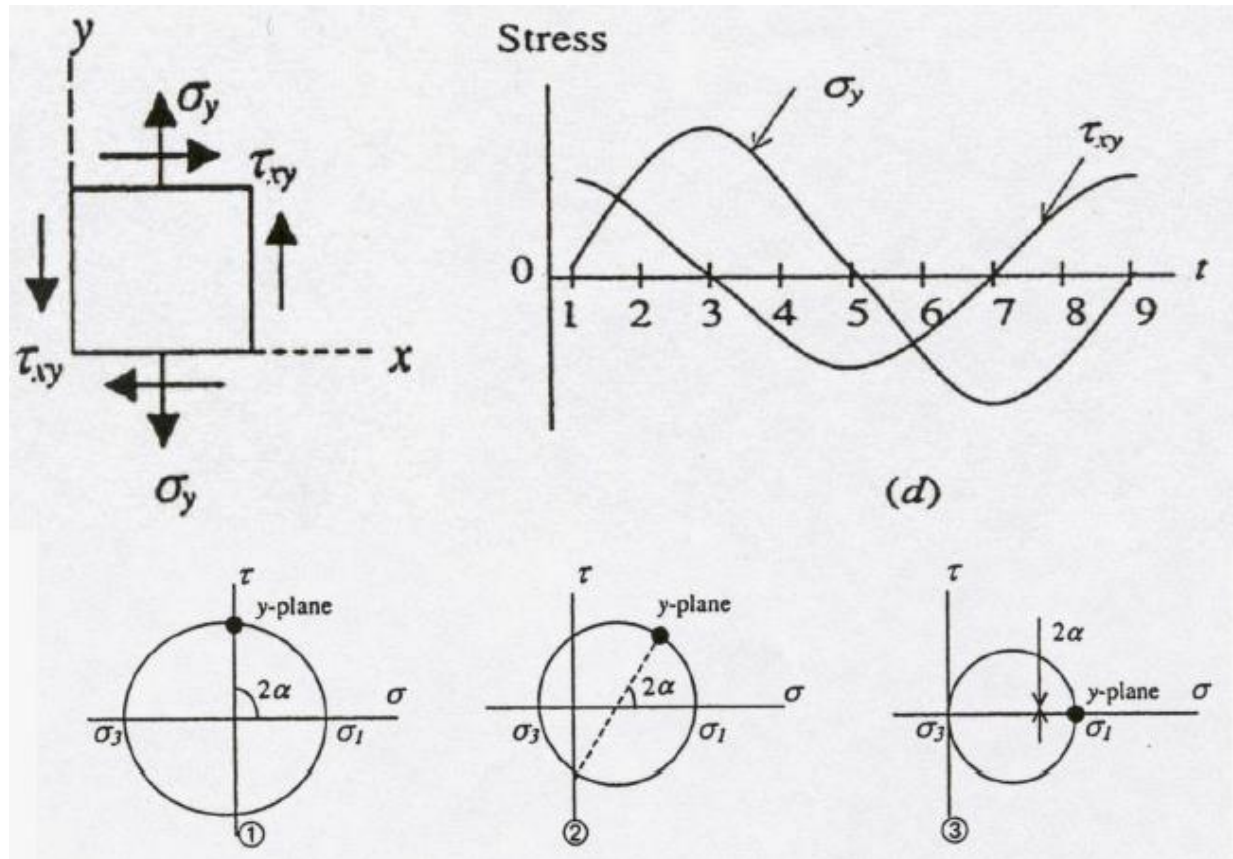
(d)



Carregamentos combinados axial- torsional em fase e com 90° de defasagem: visualização do “caminho das tensões”.

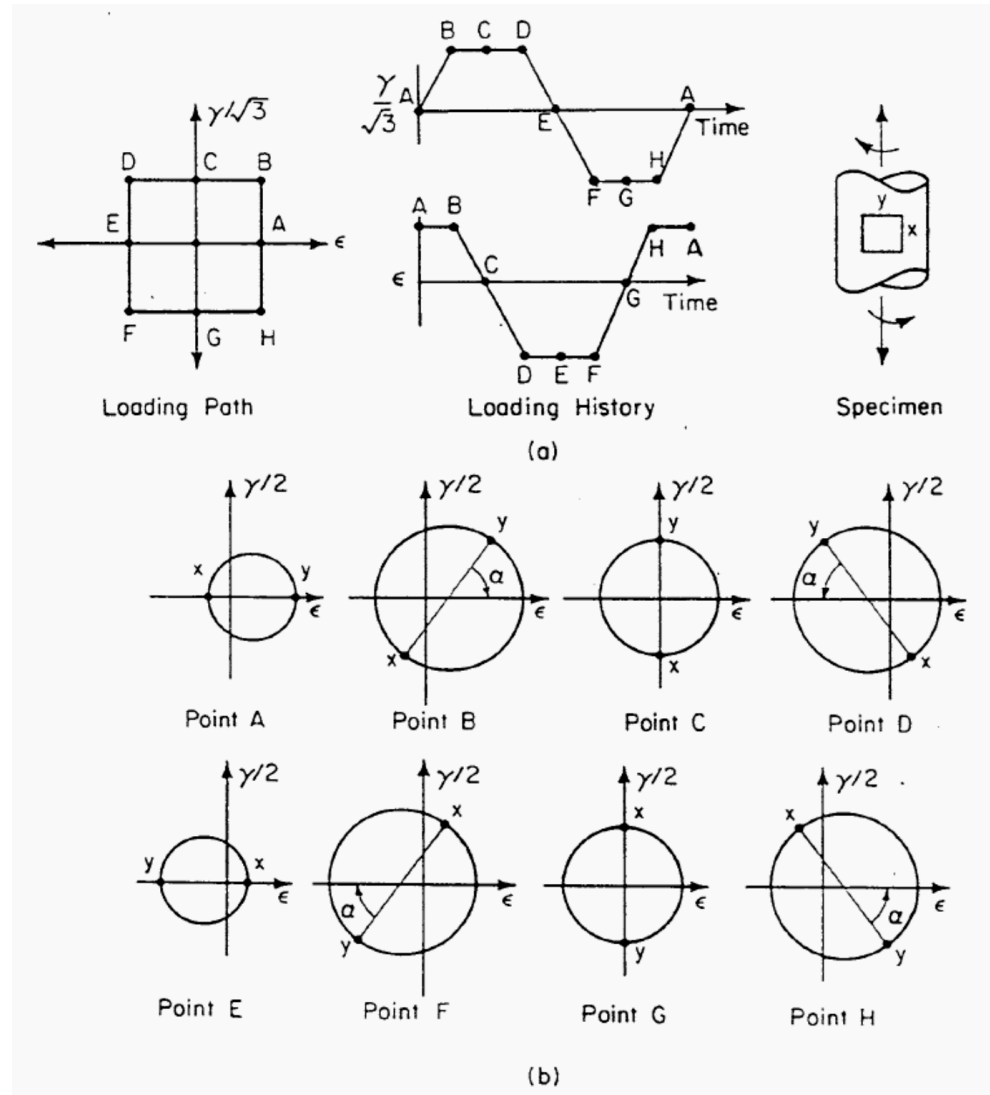
TENSÕES MULTIAXIAIS

Carregamento combinado axial-torsional com 90° de defasagem: círculo de Mohr em diferentes instantes.



TENSÕES MULTIAXIAIS

Exemplo de um carregamento combinado não-proporcional em termos das deformações



TENSÕES MULTIAXIAIS

Um Enfoque Simples da Fadiga Multiaxial

- Considere a situação em que todos os carregamentos cíclicos são totalmente reversos, de mesma frequência, em fase ou 180° fora de fase.
- Para metais dúcteis, é razoável supor que a vida em fadiga seja controlada pela amplitude cíclica da tensão cisalhante octaédrica (situação similar ao critério de escoamento de von Mises para cargas estáticas).
- Define-se então uma **Amplitude de Tensão Efetiva**:

$$\bar{\sigma}_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{3a} - \sigma_{1a})^2}$$

- A vida em fadiga pode ser estimada usando-se o valor da amplitude de tensão efetiva em uma equação para fadiga uniaxial sob carregamento totalmente reverso.

TENSÕES MULTIAXIAIS

Lembrando o critério de escoamento de von Mises

- Muito empregado para metais dúcteis. Justifica-se pelo fato de o escoamento ser causado pela tensão de cisalhamento, e os planos octaédricos serem 4 contra dois planos de tensão cisalhante máxima.
- Por este critério, o escoamento ocorre quando a tensão cisalhante nos planos octaédricos assume um **valor crítico**:

$$\tau_h = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \tau_{h,crit} \quad (\text{no escoamento})$$

- É útil expressar o valor da tensão crítica em termos do limite de escoamento obtido no ensaio de tração (uniaxial):

$$\tau_{h,crit} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_{esc}$$

- Combinando as duas expressões, obtemos a **tensão efetiva** de um dado estado de tensão, que na falha iguala-se ao limite de escoamento:

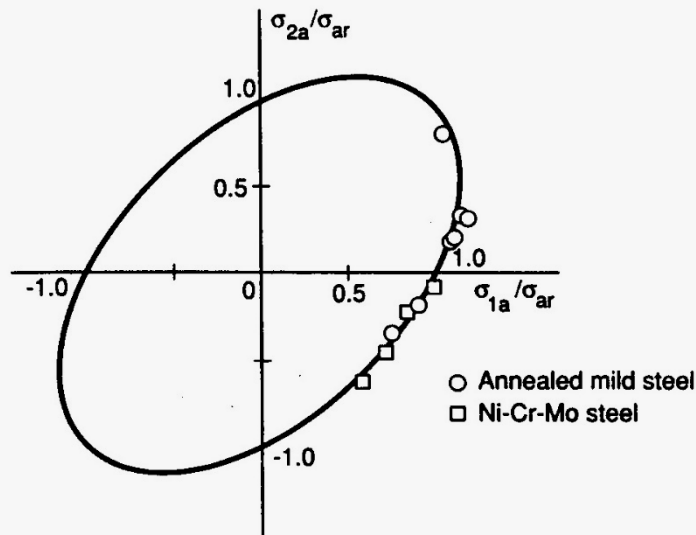
$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_{esc}$$

TENSÕES MULTIAXIAIS

Um Enfoque Simples da Fadiga Multiaxial (continuação)

$$\bar{\sigma}_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{3a} - \sigma_{1a})^2}$$

- Para o caso de tensão plana, esta equação prevê que a condição de falha será representada por uma elipse. Resultados experimentais estão de acordo com essa previsão:



Critério da tensão cisalhante octaédrica comparado a resultados experimentais correspondentes a vida de 10^7 ciclos sob carregamento biaxial totalmente reverso.

EXEMPLO DE APLICAÇÃO: TENSÃO EQUIVALENTE

Para uma dada liga metálica, um carregamento axial totalmente reverso com amplitude de tensão de 200 MPa resulta em uma vida em fadiga de 100.000 ciclos. Espera-se que um carregamento de torção pura totalmente reversa, para o qual a tensão equivalente seja a mesma, resulte numa vida em fadiga aproximadamente igual. Determine o valor da tensão cisalhante reversa que corresponde à vida em fadiga de 100.000 ciclos para esta liga.

- Para o carregamento axial reverso, a amplitude de tensão equivalente é dada por:

$$\bar{\sigma}_a = \sigma_{1a} = 200 \text{ MPa}$$

- No caso do carregamento torcional, temos: $\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau$

- E a amplitude de tensão equivalente é, portanto:

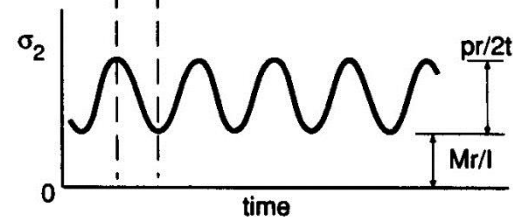
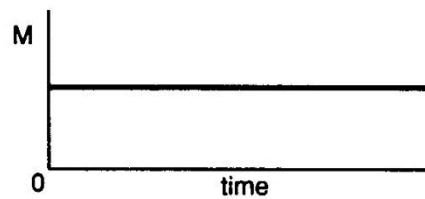
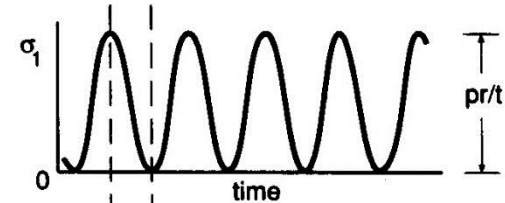
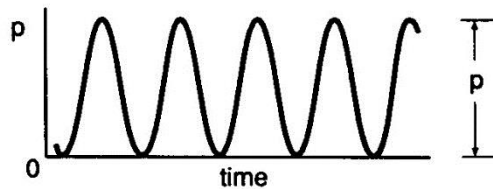
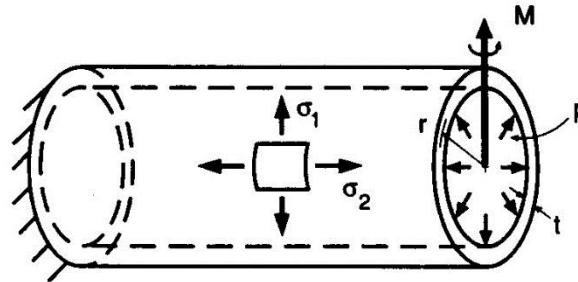
$$\bar{\sigma}_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\tau^2 + \tau^2 + 4\tau^2} = \tau\sqrt{3}$$

- Igualando as tensões equivalentes, resulta em: $\tau = 115 \text{ MPa}$

TENSÕES MULTIAXIAIS

Situações em que a tensão média difere de zero

- Um exemplo:



TENSÕES MULTIAXIAIS

Situações em que a tensão média difere de zero (continuação)

Quando cargas estáticas estão presentes, elas têm o mesmo efeito de uma tensão média no carregamento uniaxial. Poderíamos calcular uma tensão média equivalente baseado no conceito de tensão efetiva:

$$\bar{\sigma}_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1m} - \sigma_{2m})^2 + (\sigma_{2m} - \sigma_{3m})^2 + (\sigma_{3m} - \sigma_{1m})^2}$$

Contudo, as tensões equivalentes de von Mises e Tresca são insensíveis à tensão hidrostática (se a tensão média é hidrostática, a tensão equivalente será zero). Porém, verifica-se que a tensão hidrostática afeta a vida em fadiga. Assim, uma forma mais conveniente de se determinar uma **Tensão Média Equivalente** é:

$$\bar{\sigma}_m = \sigma_{1m} + \sigma_{2m} + \sigma_{3m}$$

Considerando-se os invariantes do estado de tensão, a amplitude efetiva e a tensão média efetiva também podem ser calculadas para um **sistema de eixos arbitrário**:

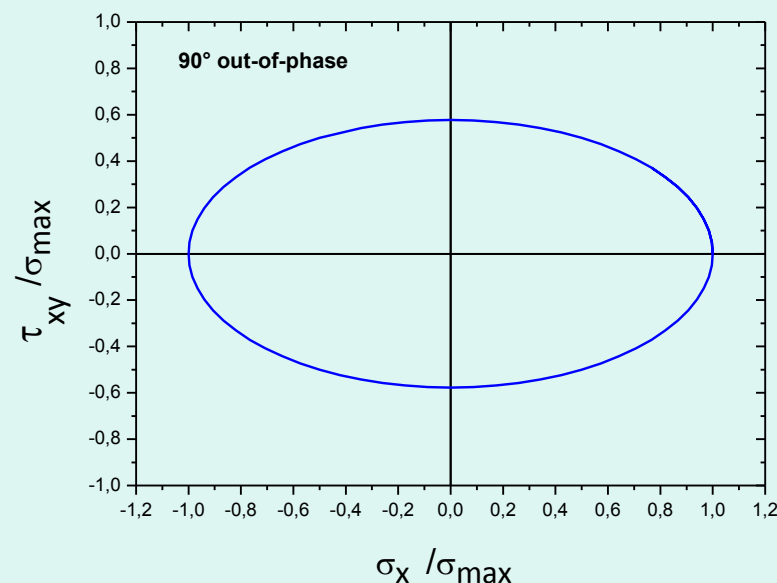
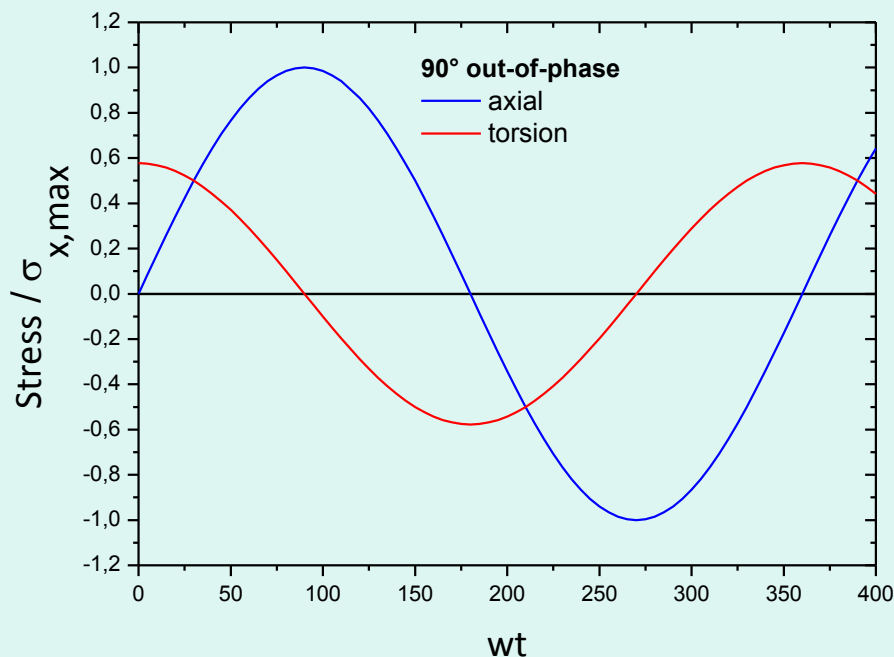
$$\bar{\sigma}_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xa} - \sigma_{ya})^2 + (\sigma_{ya} - \sigma_{za})^2 + (\sigma_{za} - \sigma_{xa})^2 + 6(\tau_{xya}^2 + \tau_{yza}^2 + \tau_{zxa}^2)}$$

$$\bar{\sigma}_m = \sigma_{xm} + \sigma_{ym} + \sigma_{zm}$$

TENSÃO EFETIVA EM CARREGAMENTO NÃO-PROPORCIONAL

Considere um eixo submetido a um carregamento multiaxial consistindo de uma carga axial e uma carga torsional, defasadas entre si de 90°:

$$\sigma_x = \sigma \sin(wt) \quad \tau_{xy} = \left(\frac{\sigma}{\sqrt{3}} \right) \sin(wt + 90)$$



TENSÃO EFETIVA EM CARREGAMENTO NÃO-PROPORCIONAL

$$\sigma_x = \sigma \sin(wt) \quad \tau_{xy} = \left(\frac{\sigma}{\sqrt{3}} \right) \sin(wt + 90)$$

Pelo critério da tensão efetiva, este carregamento não causaria dano em fadiga!

$$\bar{\sigma}_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xa} - \sigma_{ya})^2 + (\sigma_{ya} - \sigma_{za})^2 + (\sigma_{za} - \sigma_{xa})^2 + 6(\tau_{xya}^2 + \tau_{yza}^2 + \tau_{zxa}^2)}$$

A variação da tensão efetiva com o tempo é dada por:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2[\sigma \sin(wt)]^2 + 6\left[\frac{\sigma}{\sqrt{3}} \sin(wt + 90)\right]^2}$$

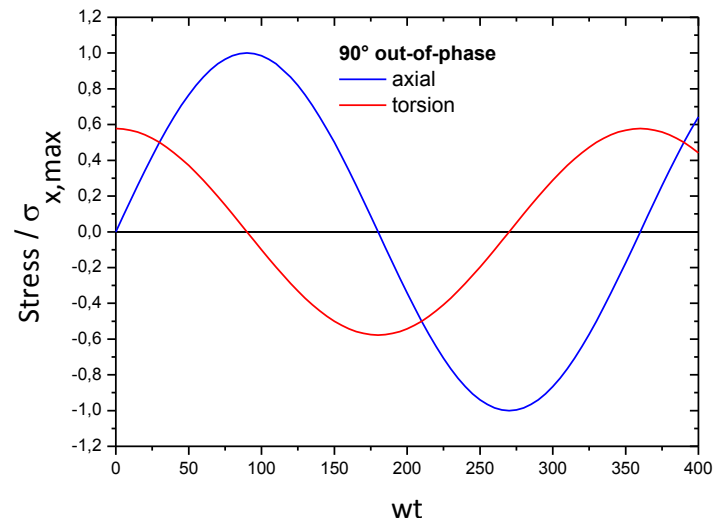
$$\bar{\sigma} = \sqrt{[\sigma \sin(wt)]^2 + [\sigma \sin(wt + 90)]^2}$$

Usando a relação: $\sin(wt + 90) = \cos(wt)$

Chega-se a: $\bar{\sigma} = \sqrt{[\sigma \sin(wt)]^2 + [\sigma \cos(wt)]^2} = \sigma$

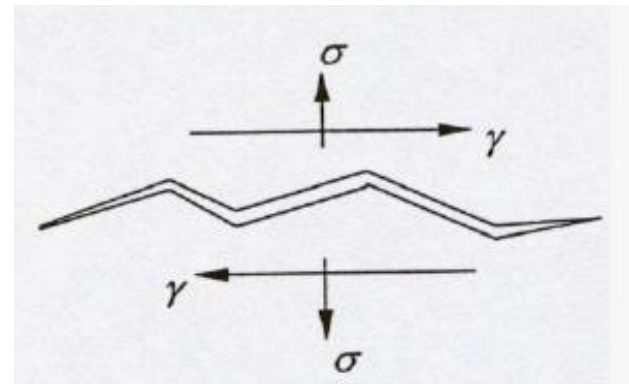
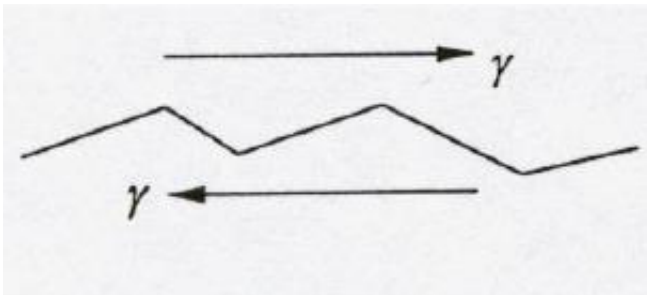
Ou seja: a tensão efetiva não varia com o tempo!

$$\bar{\sigma}_a = 0$$



ALTERNATIVA AO CRITÉRIO DE TENSÃO EFETIVA

- Do ponto de vista microscópico, a iniciação de trincas em metais dúcteis envolve movimentos alternados de discordâncias sobre um plano de deslizamento, os quais são causados por uma tensão cisalhante alternada atuando neste plano.
- As trincas usualmente têm formato irregular a nível microscópico, resultando em forças de fricção entre as faces de trinca durante o cisalhamento cíclico.
- Por outro lado, a propagação de uma trinca depende também de sua abertura, a qual é sensível à tensão normal. A tensão de tração perpendicular ao plano da trinca tende a separar as superfícies da trinca. A vida em fadiga é reduzida.



ALTERNATIVA AO CRITÉRIO DE TENSÃO EFETIVA

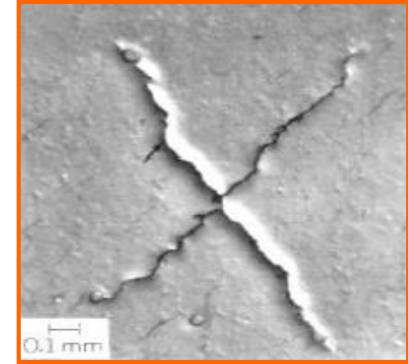
- Mecanismos de dano dependem do material e estado de tensão

Exemplos de trincas nucleadas por torção:

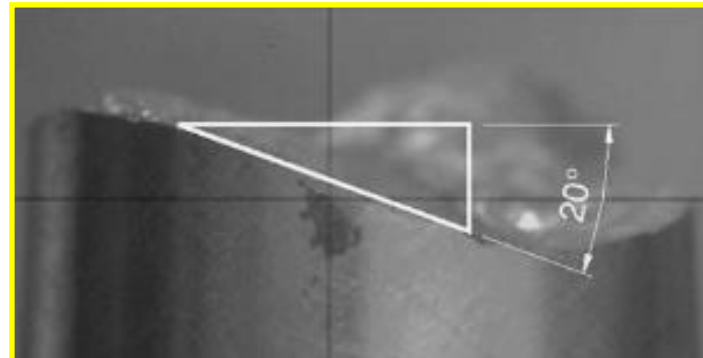
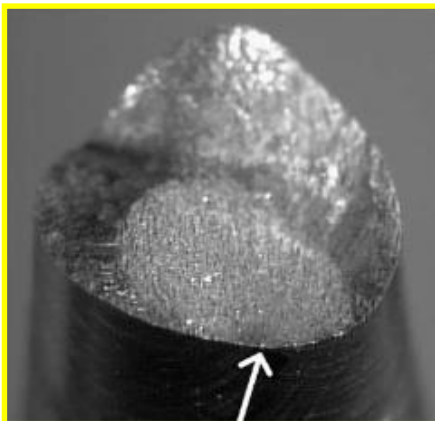
Inconel



Aço inoxidável



- Observou-se que trincas nucleiam e crescem em planos específicos
- Modelos baseados na tensão, deformação ou energia



MODELOS DE PLANO CRÍTICO

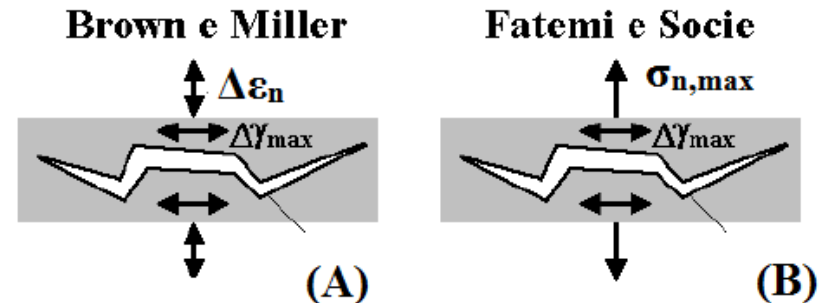
- Uma forma geral é expressa como:

$$\tau_a + k(N_f)\sigma = \lambda(N_f)$$

- Um modelo de grande aceitação foi proposto por Fatemi e Socie em 1988:

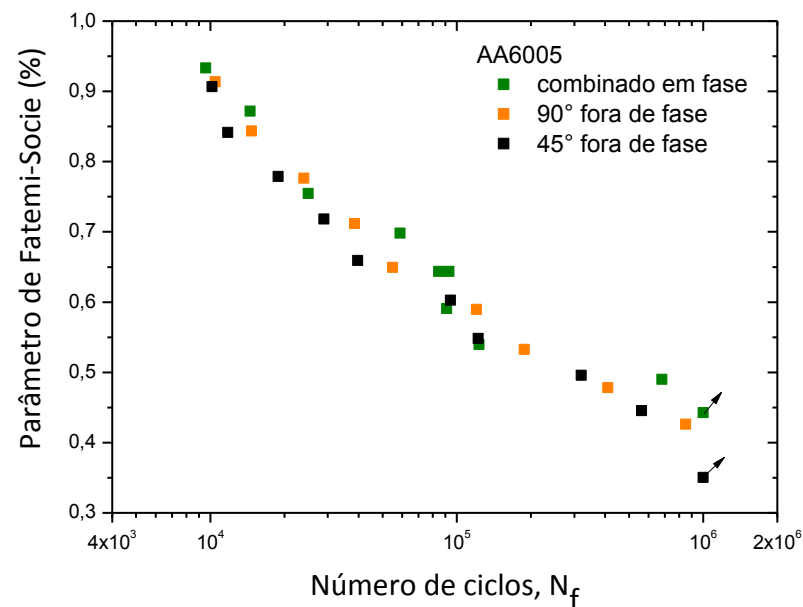
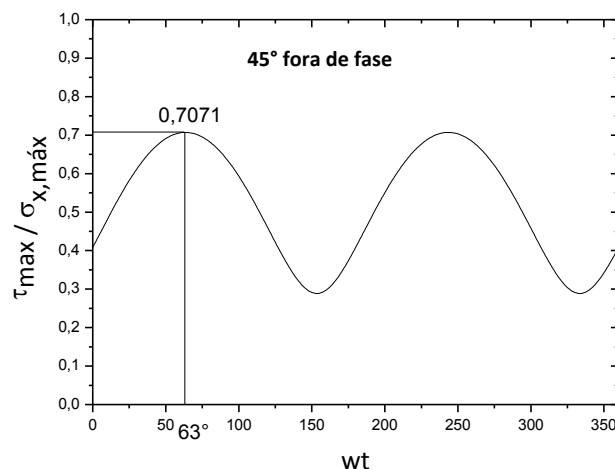
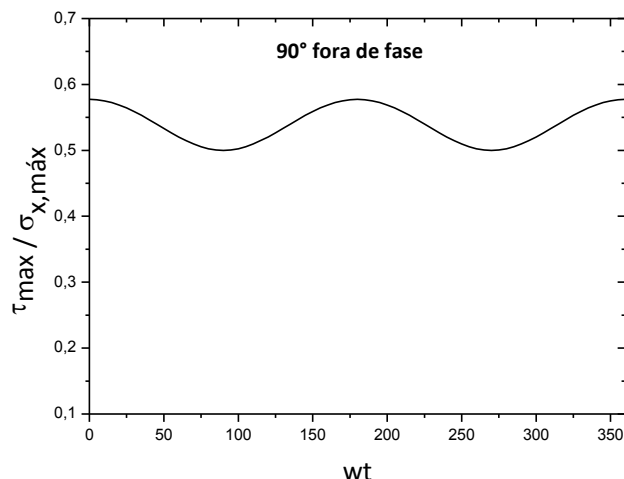
$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{n,\max}}{\sigma_e} \right) = C$$

- Neste modelo, os parâmetros que governam o dano por fadiga são a máxima amplitude de deformação cisalhante e o valor máximo da tensão normal atuante no plano de máxima deformação cisalhante.



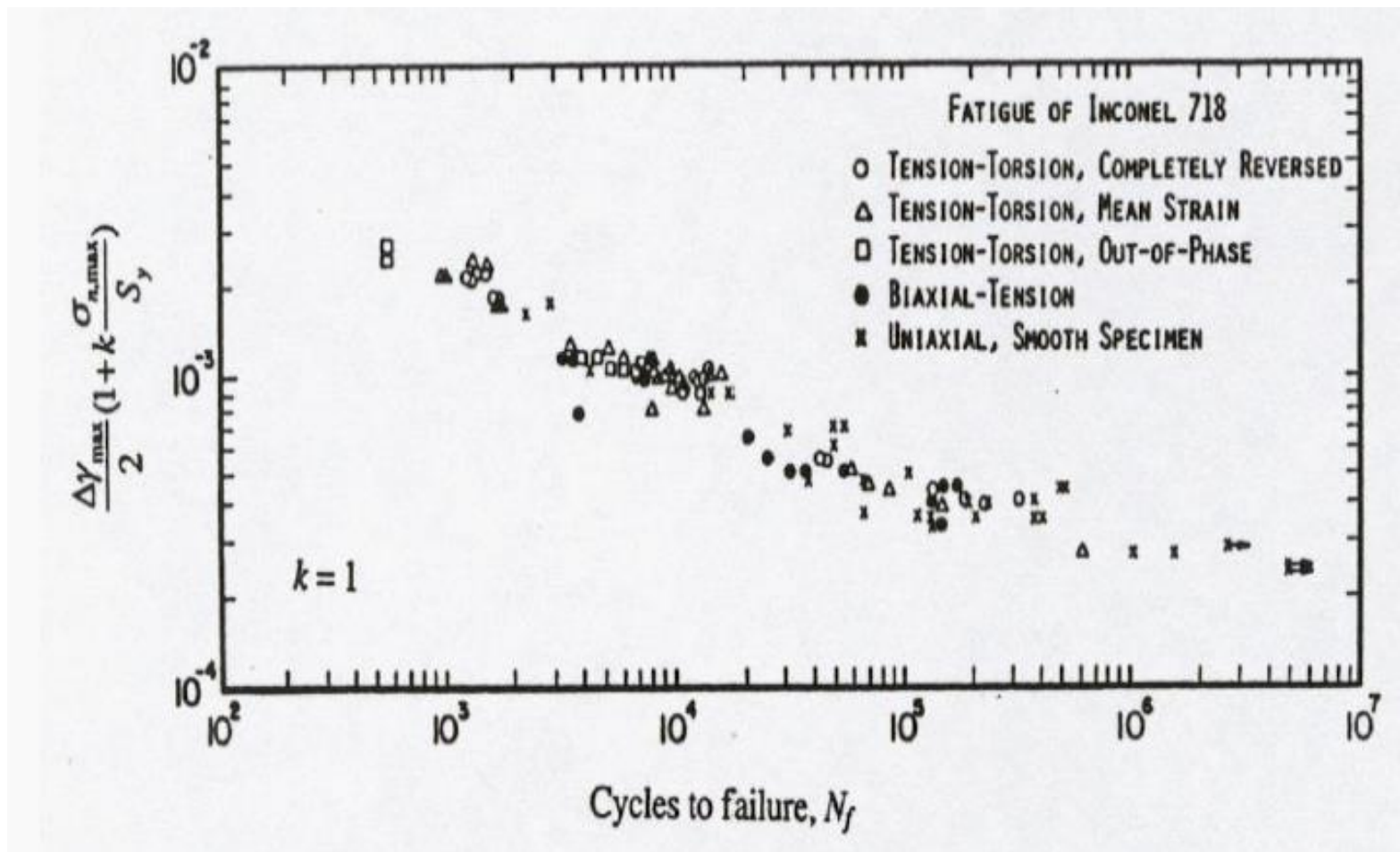
EXEMPLO DE EMPREGO DO MODELO DE FATEMI-SOCIE

- Carregamentos combinados axial-torsional em fase e com defasagens de 45° e 90°, aplicados em ligas de alumínio da série 6XXX.

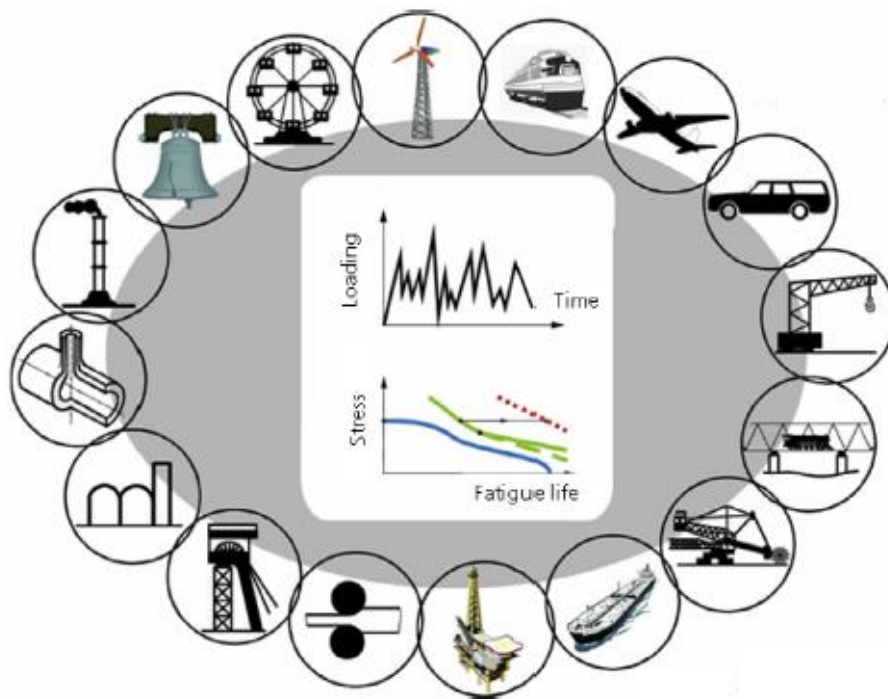


EXEMPLO DE EMPREGO DO MODELO DE FATEMI-SOCIE

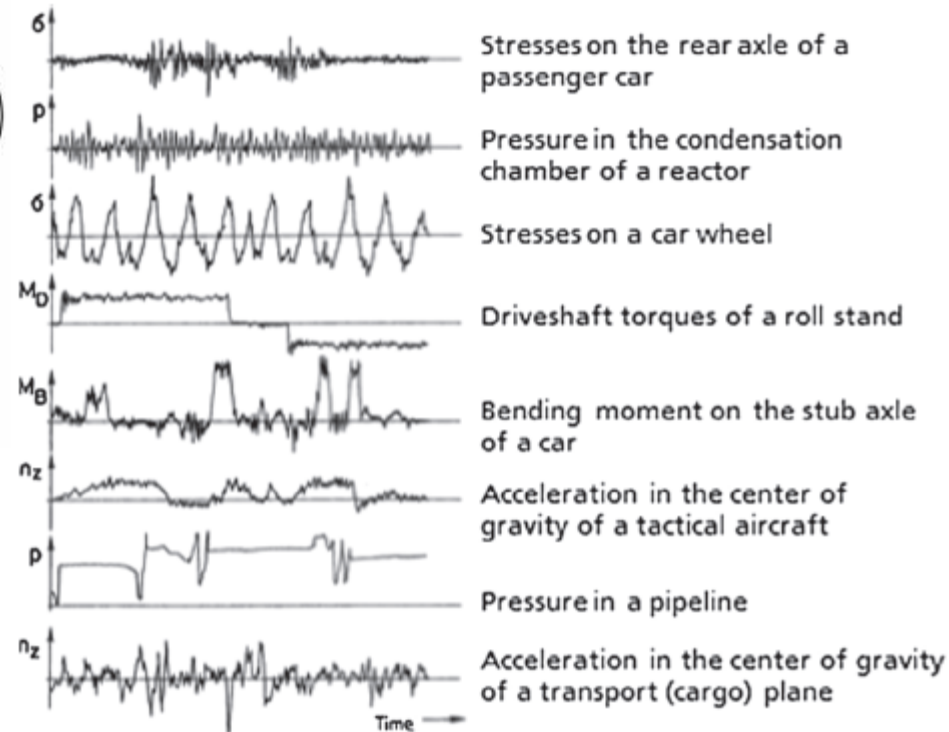
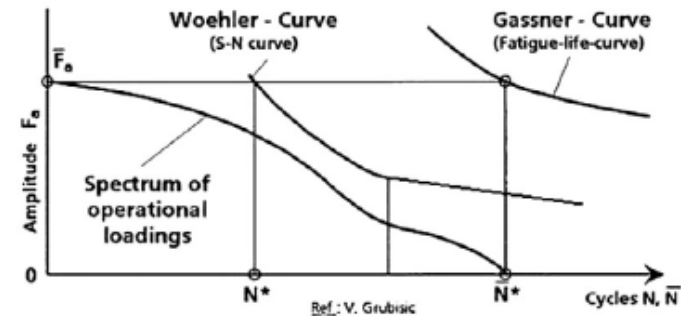
- Dados de fadiga para Inconel 718 obtidos de diferentes carregamentos



CARREGAMENTOS DE AMPLITUDE VARIÁVEL



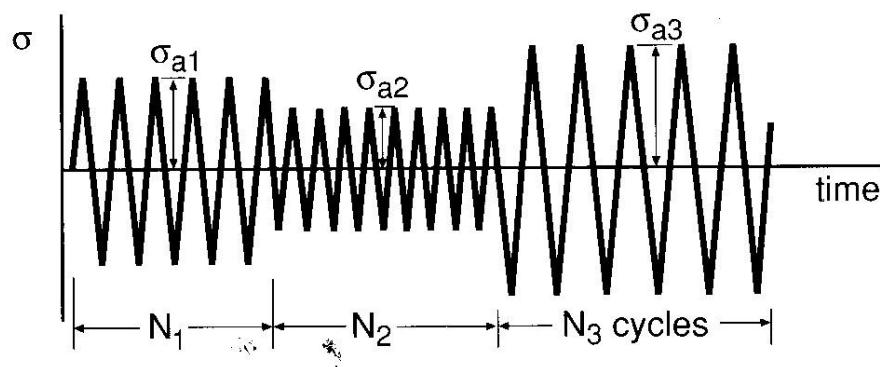
Ref.: Sonsino, Heim, Melz. *Int. J. Fatigue*, 2015



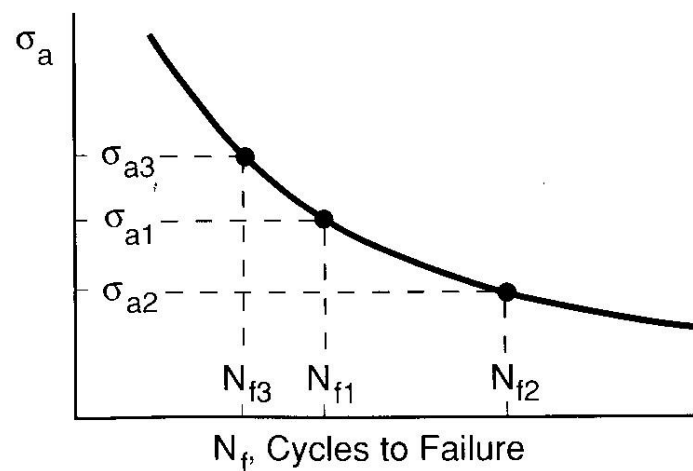
CARREGAMENTOS DE AMPLITUDE VARIÁVEL

- A Regra de Palmgren-Miner para o cálculo do dano em fadiga

$$\sum \left(\frac{N_i}{N_{f,i}} \right) = 1$$



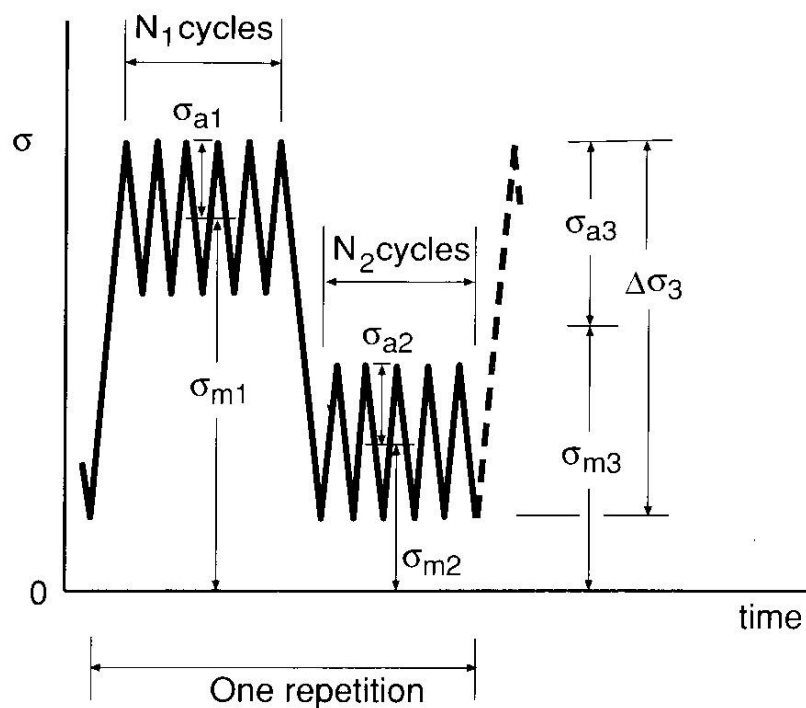
$$\frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_2}{N_{f2}} + \frac{N_3}{N_{f3}} + \dots = 1$$



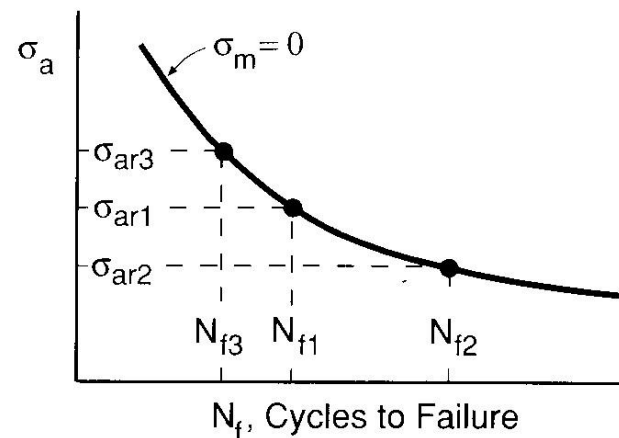
CARREGAMENTOS DE AMPLITUDE VARIÁVEL

- Blocos de carregamento:

$$B_f \left[\sum \left(\frac{N_i}{N_{f,i}} \right) \right]_{bloco} = 1$$



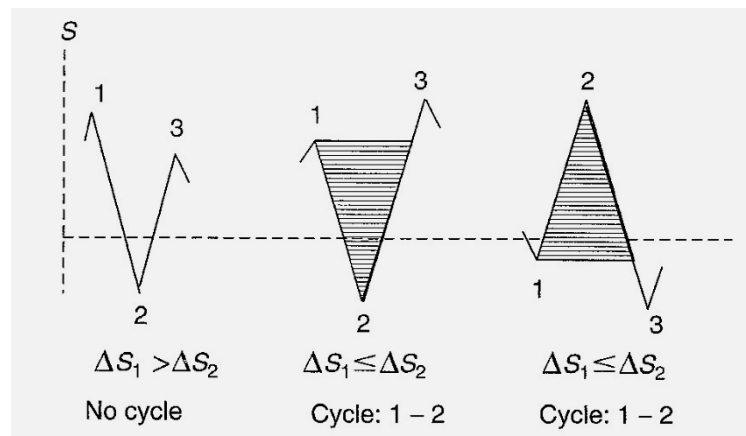
$$B_f \left[\frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_2}{N_{f2}} + \frac{1}{N_{f3}} \right] = 1$$



CONTAGEM DE CICLOS EM ESPECTROS DE CARGA

Método *Rainflow* dos 3 Pontos

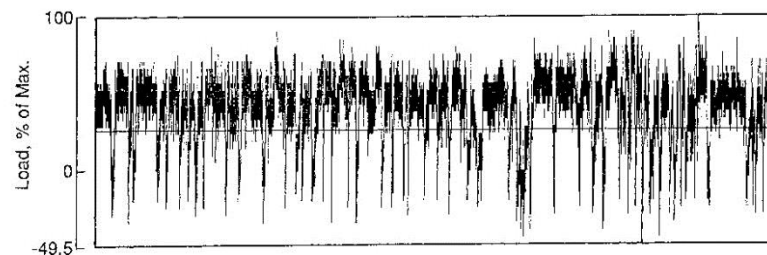
- Usa 3 pontos consecutivos para determinar se um ciclo se formou
- Os pontos consecutivos de tensão (S_1 , S_2 , S_3) definem duas variações consecutivas, a saber: $\Delta S_1 = |S_1 - S_2|$ e $\Delta S_2 = |S_2 - S_3|$
- Se $\Delta S_1 \leq \Delta S_2$ um ciclo de carregamento variando de S_1 a S_2 será extraído. Caso contrário, nenhum ciclo é formado.
- O método requer que o carregamento seja reorganizada para conter somente picos e vales, e inicia com o pico mais alto ou o vale mais profundo.



CONTAGEM DE CICLOS EM ESPECTROS DE CARGA

Exemplo

- História de carregamento irregular “Força vs. Tempo” obtida instrumentando-se a transmissão de um veículo, e a correspondente matriz obtida pelo método *Rainflow*.

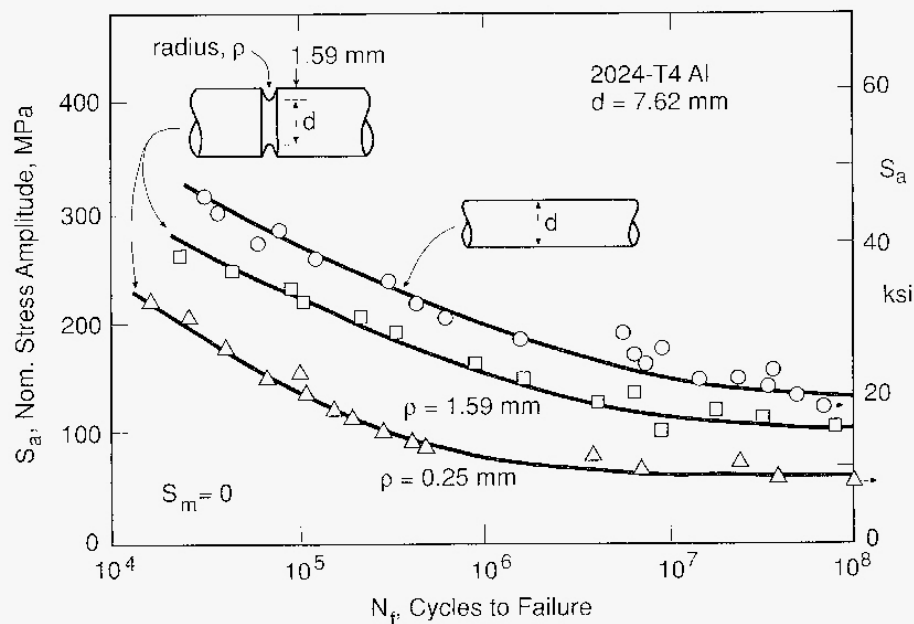


	Mean																				
Range	-15	-10	-5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	All	
20	4	1	5	2	2	5	—	—	3	6	15	27	29	32	22	12	6	2	—	173	
25	2	4	3	9	8	10	4	6	2	7	17	37	36	43	33	13	7	1	2	244	
30	1	1	5	3	1	1	4	3	—	4	13	20	20	23	20	8	6	1	—	134	
35	1	1	4	2	3	2	—	1	3	2	8	17	16	11	11	7	2	—	—	91	
40	—	1	1	1	2	1	1	—	—	4	7	15	16	9	8	2	—	—	—	68	
45	—	1	—	4	3	—	—	—	—	2	1	9	7	2	3	1	—	—	—	33	
50	—	—	2	2	2	1	—	—	—	2	2	3	3	1	1	1	1	—	—	21	
55	—	—	1	1	—	—	—	—	—	2	2	4	4	2	—	1	—	1	—	18	
60	—	1	1	—	—	—	—	—	—	1	1	3	2	1	—	—	—	—	—	10	
65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	1	—	—	—	—	—	—	—	3	
70	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	1	—	—	—	—	—	—	3	
75	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1	2	—	—	—	—	—	—	—	4	
80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
85	—	—	—	—	1	—	1	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	
90	—	—	—	—	—	—	—	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	
95	—	—	—	—	—	1	—	1	4	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	
100	—	—	—	—	—	—	—	5	3	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	
105	—	—	—	—	—	—	—	3	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9	
110	—	—	—	—	—	—	—	—	2	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	
115	—	—	—	—	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	
120	—	—	—	—	—	—	1	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	
125	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	
130	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
135	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	
140	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
145	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
150	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	

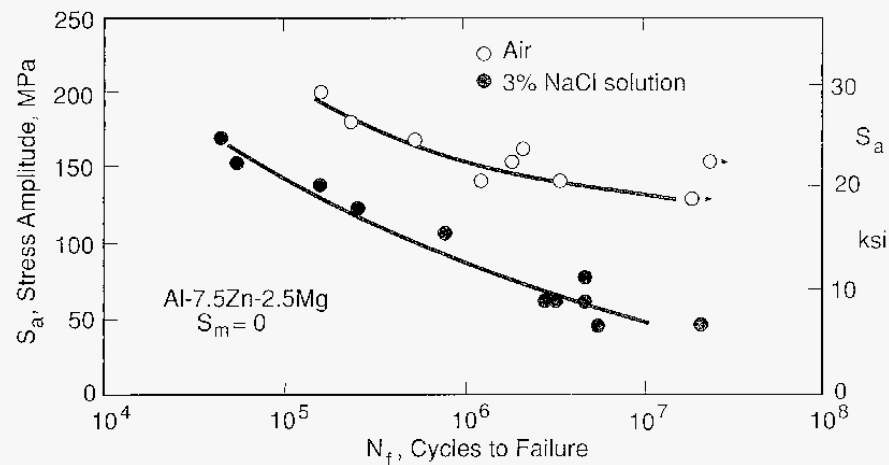
FATORES QUE AFETAM AS CURVAS S/N

Exemplos:

- Geometria (entalhes)



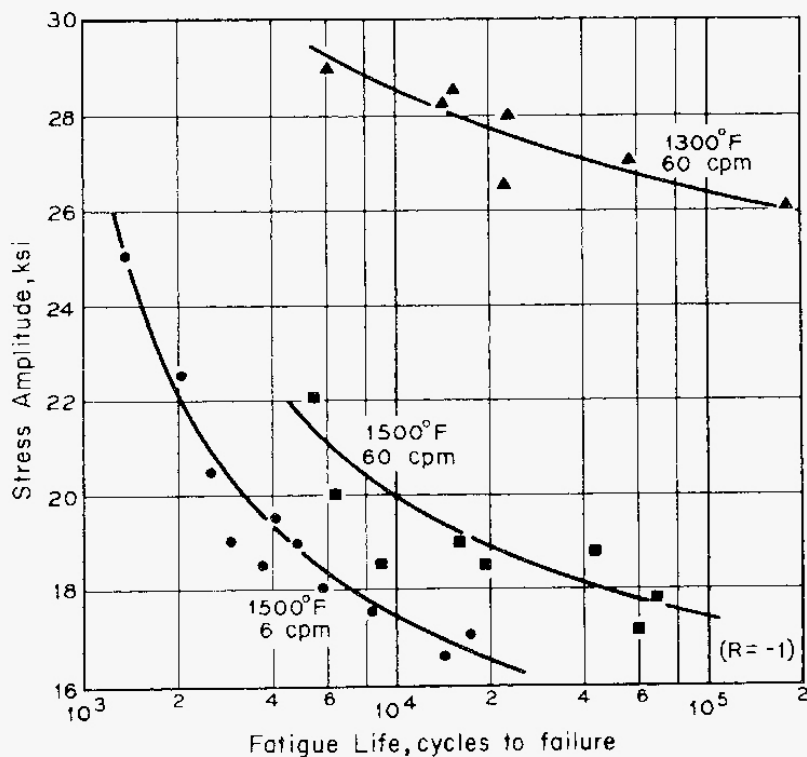
- Meio agressivo



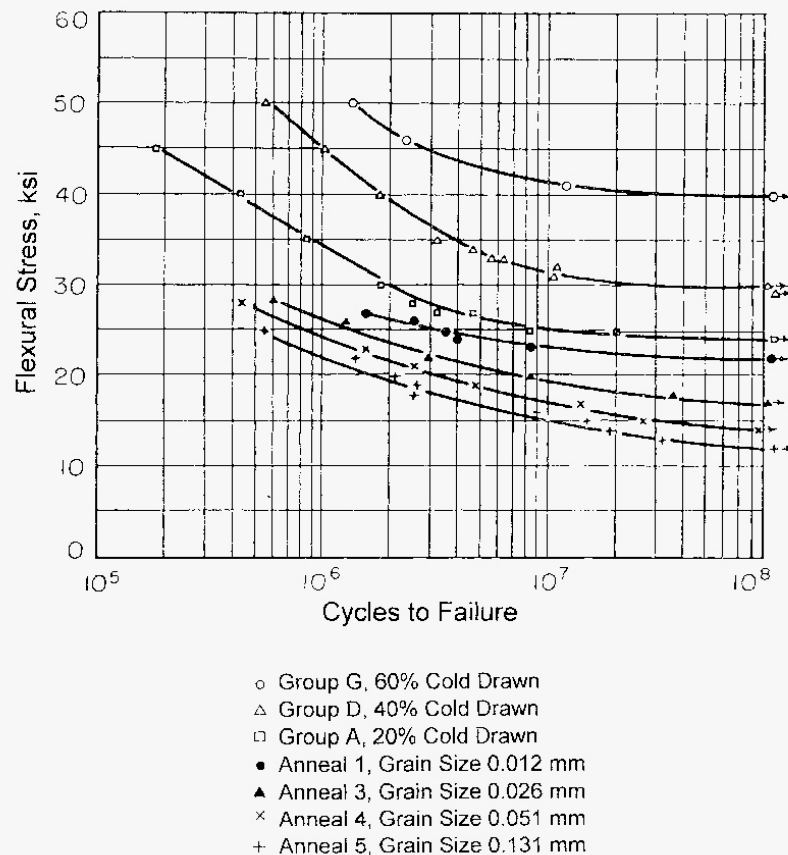
FATORES QUE AFETAM AS CURVAS S/N

Exemplos:

- Temperatura e frequencia



- Microestrutura





FIM DA PARTE 2