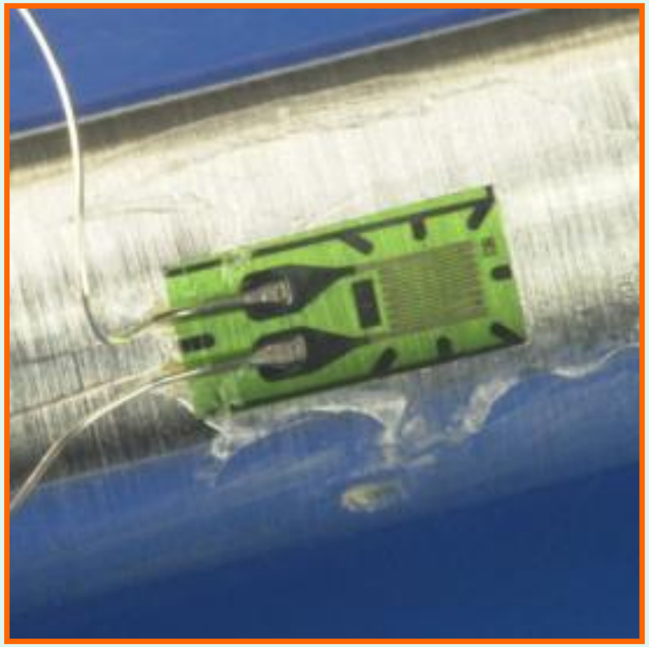
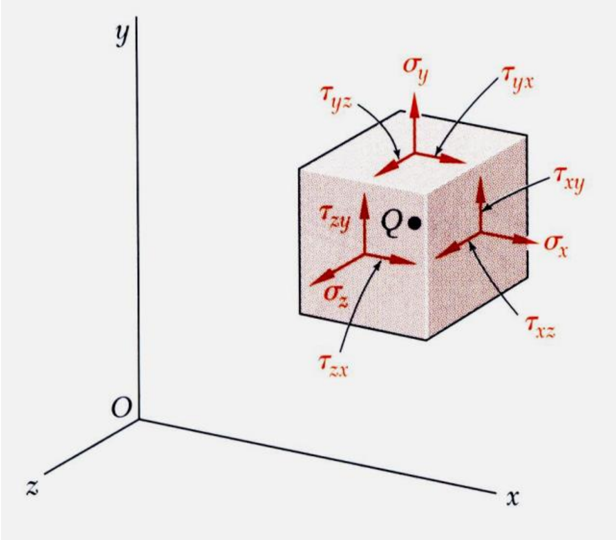
REVISÃO: ANÁLISE DE TENSÕES

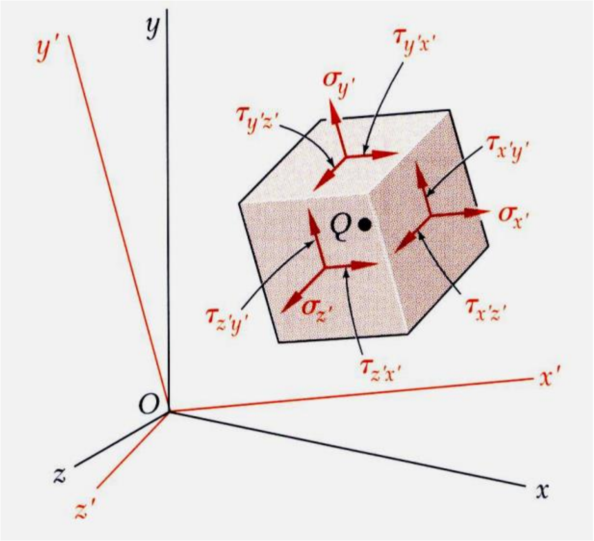


ESTADO DE TENSÃO EM UM PONTO



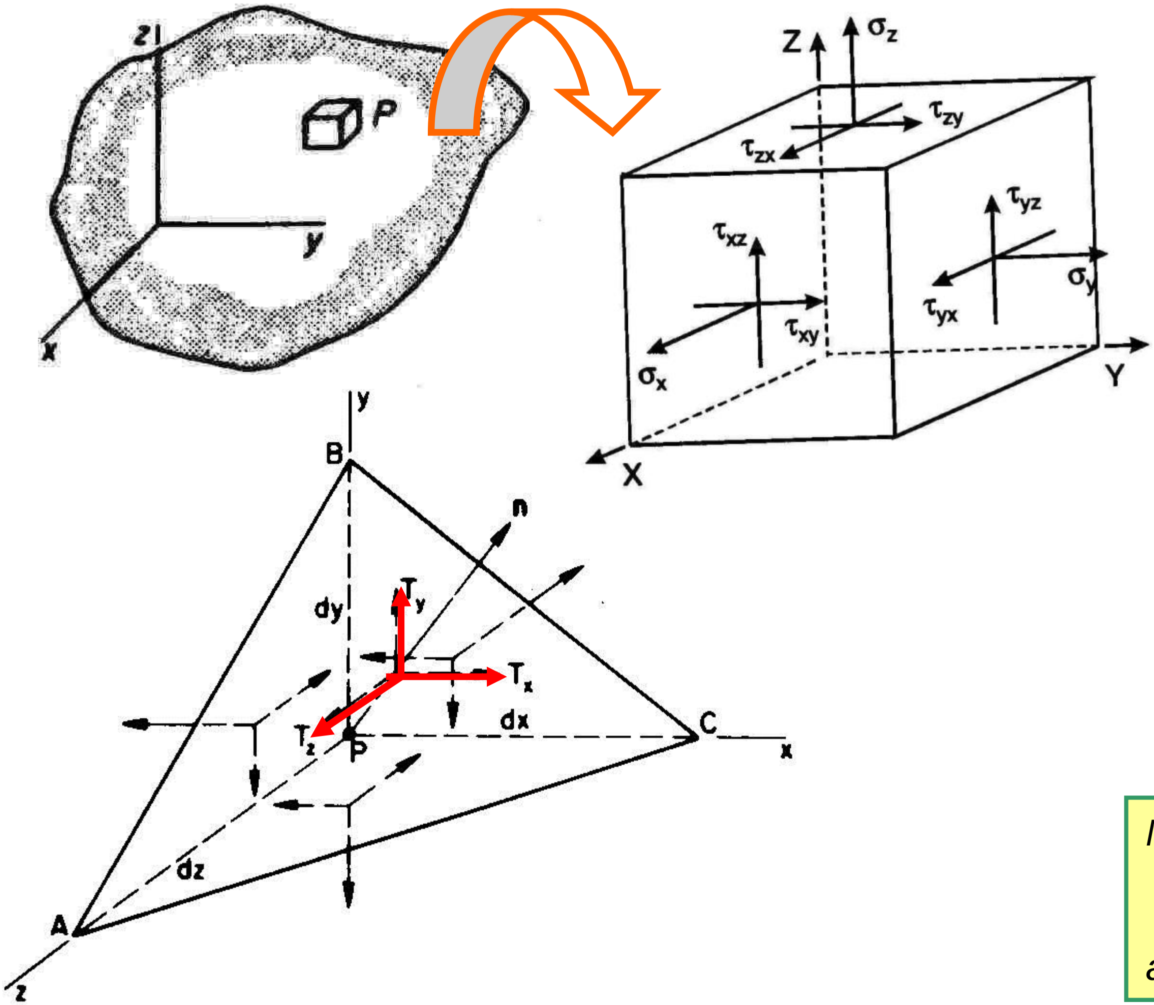
- O estado geral de tensão em um ponto de um corpo em equilíbrio pode ser representado por 6 componentes:

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$



- O mesmo estado de tensão é representado por um conjunto diferente de componentes se os eixos são rotacionados.

PROJEÇÕES DE TENSÃO NUM PLANO QUALQUER



Seja um plano qualquer ABC definindo um Tetraedro como mostrado na figura.

Direção **n** *normal ao plano*

Cossenos diretores:

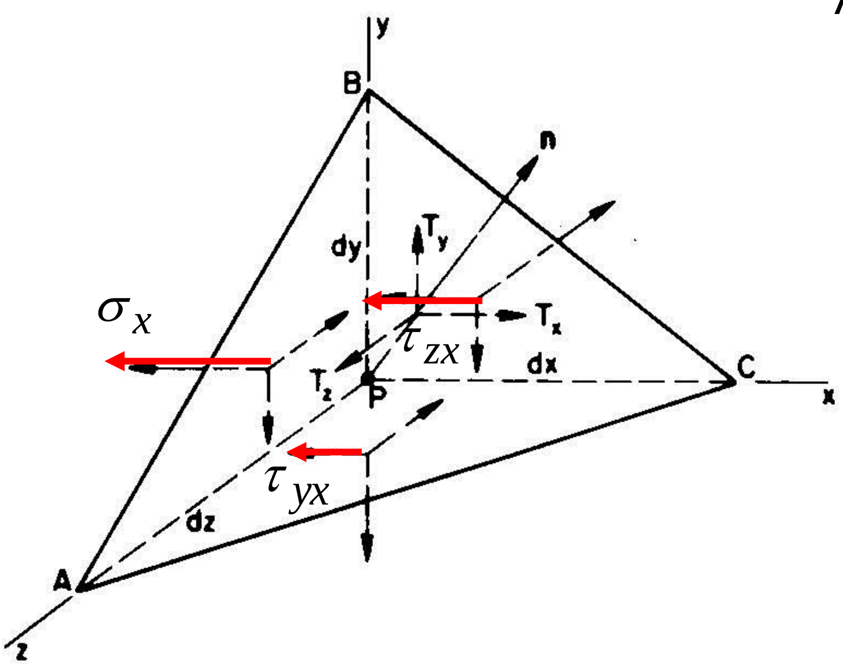
cos(**n**,x) = *l*

cos(**n**,y) = *m*

cos(**n**,z) = *n*

Num plano qualquer, dado pelos cossenos diretores l, m, n, as projeções da tensão são obtidas a partir dos 6 componentes iniciais

PROJEÇÕES DE TENSÃO NUM PLANO QUALQUER



A tensão **T** no plano ABC é escrita como:

$$\vec{T} = T_x\vec{i} + T_y\vec{j} + T_z\vec{k}$$

Escrevendo o equilíbrio do tetraedro em x:

$$T_x dA - \sigma_x dAl - \tau_{yx} dAm - \tau_{zx} dAn = 0$$

Ficamos com:

$$T_x = \sigma_x l + \tau_{yx} m + \tau_{zx} n$$

(Analogamente para as outras direções)

Equações de Cauchy na Forma Matricial:

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} = [\sigma] \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix}$$

COMPONENTES DA TENSÃO NUM PLANO QUALQUER

- *A tensão num plano dA pode ser escrita também em termos de seus* ***componentes*** *normal e cisalhante.*

$\sigma_n = T_x l + T_y m + T_z n$ (*projeção do vetor* **T** *na direção* **n**)

$$\boxed{\sigma_n = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2\tau_{xy} lm + 2\tau_{xz} ln + 2\tau_{yz} mn}$$

A tensão cisalhante no plano qualquer será considerada em termos de suas duas componentes na direção de vetores mutuamente perpendiculares. Assim, considere um sistema de coordenadas x'y'z', onde x' coincide com a direação de **n** e y' e z' estão contidos no plano oblíquo.

- *Os sistemas* xyz *e* x'y'z' *se relacionam por meio do conjunto de cossenos diretores.*
- *A tensão* σ_n *é reescrita como* $\sigma_{x'}$
- *A tensão* $\tau_{x'y'}$ *e* $\tau_{x'z'}$ *são obtidas fazendo as projeções de Tx, Ty e Tz nas direções y' e z'.*

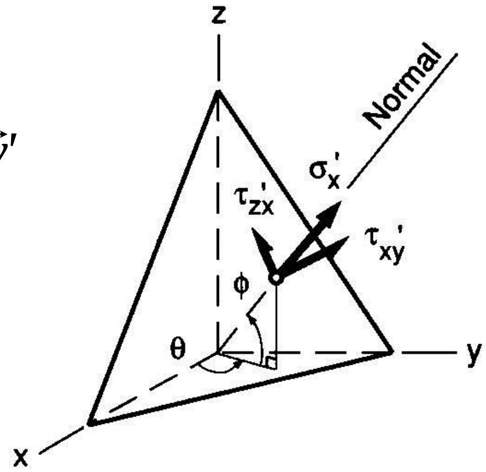
	x	y	z
x'	l_1	m_1	n_1
y'	l_2	m_2	n_2
z'	l_3	m_3	n_3

COMPONENTES DA TENSÃO NUM PLANO QUALQUER

	x	y	z
x’	l_1	m_1	n_1
y’	l_2	m_2	n_2
z’	l_3	m_3	n_3

Exemplo:

$$\tau_{x'y'} = \vec{T} \bullet \vec{y}'$$



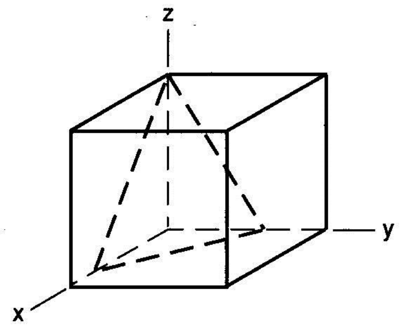
$$\begin{bmatrix} \sigma_{x'} \\ \tau_{x'y'} \\ \tau_{x'z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}$$

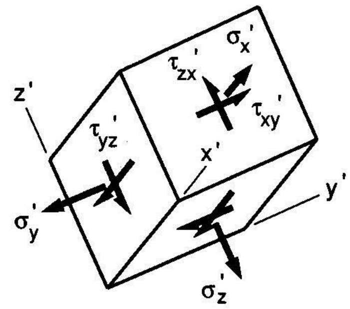
$$\sigma_{x'} = \sigma_x l_1^2 + \sigma_y m_1^2 + \sigma_z n_1^2 + 2(\tau_{xy} l_1 m_1 + \tau_{yz} m_1 n_1 + \tau_{xz} l_1 n_1)$$

$$\tau_{x'y'} = \sigma_x l_1 l_2 + \sigma_y m_1 m_2 + \sigma_z n_1 n_2 + \tau_{xy}(l_1 m_2 + m_1 l_2) + \tau_{yz}(m_1 n_2 + n_1 m_2) + \tau_{xz}(n_1 l_2 + l_1 n_2)$$

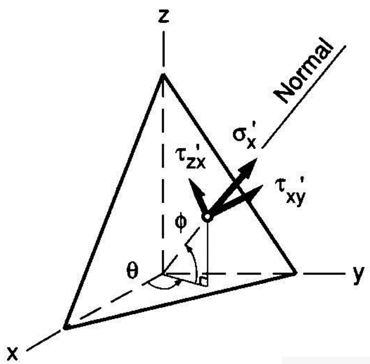
$$\tau_{x'z'} = \sigma_x l_1 l_3 + \sigma_y m_1 m_3 + \sigma_z n_1 n_3 + \tau_{xy}(l_1 m_3 + m_1 l_3) + \tau_{yz}(m_1 n_3 + n_1 m_3) + \tau_{xz}(n_1 l_3 + l_1 n_3)$$

EQUAÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO DA TENSÃO





	x	y	z
x’	l_1	m_1	n_1
y’	l_2	m_2	n_2
z’	l_3	m_3	n_3



As expressões para $\sigma_{y'}$ $\sigma_{z'}$ e $\tau_{y'z'}$ são obtidas de maneira análoga. Por exemplo, faça a direção **n** *coincidir com o eixo* y’, *escreva novas expressões para as projeções T_x T_y T_z e a partir delas obtenha a tensão σ_n que será então o valor de $\sigma_{y'}$ como segue:*

$$\sigma_{y'} = \sigma_x l_2^2 + \sigma_y m_2^2 + \sigma_z n_2^2 + 2(\tau_{xy} l_2 m_2 + \tau_{yz} m_2 n_2 + \tau_{xz} l_2 n_2)$$

$$\sigma_{z'} = \sigma_x l_3^2 + \sigma_y m_3^2 + \sigma_z n_3^2 + 2(\tau_{xy} l_3 m_3 + \tau_{yz} m_3 n_3 + \tau_{xz} l_3 n_3)$$

$$\tau_{y'z'} = \sigma_x l_2 l_3 + \sigma_y m_2 m_3 + \sigma_z n_2 n_3 + \tau_{xy}(m_2 l_3 + l_2 m_3) + \tau_{yz}(n_2 m_3 + m_2 n_3) + \tau_{xz}(l_2 n_3 + n_2 l_3)$$

TENSÕES PRINCIPAIS E OS INVARIANTES DE TENSÃO

Demonstra-se, para o estado triaxial de tensão, que existem 3 planos mutuamente perpendiculares nos quais a tensão cisalhante é nula. Nestes planos, a tensão normal tem valores extremos, que são denominados tensões principais e denotados por σ_1 σ_2 e σ_3

Voltando ao tetraedro, suponha que o plano inclinado dA seja um plano principal, isto é, a tensão completa neste plano terá a mesma direção do vetor normal **n**. Vamos chamá-la de $\boldsymbol{\sigma_p}$.

$$\begin{cases} T_x = \sigma_p l \\ T_y = \sigma_p m \\ T_z = \sigma_p n \end{cases}$$

Lembrando as equações de Cauchy:

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} = [\sigma] \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix}$$

Ficamos com o seguinte sistema linear homogêneo:

$$\begin{cases} (\sigma_x - \sigma_p) \cdot l + \tau_{xy} \cdot m + \tau_{xz} \cdot n = 0 \\ \tau_{xy} \cdot l + (\sigma_y - \sigma_p) \cdot m + \tau_{yz} \cdot n = 0 \\ \tau_{xz} \cdot l + \tau_{yz} \cdot m + (\sigma_z - \sigma_p) \cdot n = 0 \end{cases}$$

TENSÕES PRINCIPAIS E OS INVARIANTES DE TENSÃO

$$\begin{cases} (\sigma_x - \sigma_p) \cdot l + \tau_{xy} \cdot m + \tau_{xz} \cdot n = 0 \\ \tau_{xy} \cdot l + (\sigma_y - \sigma_p) \cdot m + \tau_{yz} \cdot n = 0 \\ \tau_{xz} \cdot l + \tau_{yz} \cdot m + (\sigma_z - \sigma_p) \cdot n = 0 \end{cases}$$

Essas equações formam um sistema linear homogêneo em *l, m, n* que admite solução diferente da trivial somente se o seu determinante for nulo.

Igualando a zero o determinante da matriz incompleta e desenvolvendo, vem:

$$\sigma_p^3 - I_1 \cdot \sigma_p^2 + I_2 \cdot \sigma_p - I_3 = 0$$

cujas 3 raízes fornecem os valores das tensões principais $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

Substituindo essas tensões (uma de cada vez) no sistema de equações e usando a relação entre os cossenos diretores, determinam-se os 3 conjuntos de cossenos diretores, correspondentes às 3 direções principais.

TENSÕES PRINCIPAIS E OS INVARIANTES DE TENSÃO

$$\sigma_p^3 - I_1 \cdot \sigma_p^2 + I_2 \cdot \sigma_p - I_3 = 0$$

Os valores de $\boldsymbol{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3}$, as soluções da equação, não dependem do sistema de coordenadas, ou seja, a equação fornece as mesmas 3 raízes qualquer que seja o sistema de eixos *x, y, z*. Consequentemente, seus coeficientes devem ser sempre os mesmos: são os **Invariantes do Estado de Tensão**.

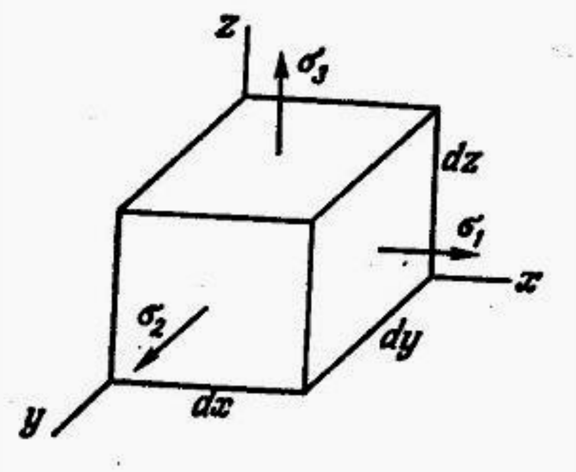
$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} = \sigma_1\sigma_2\sigma_3$$

Resumo: Tensões Principais e os Invariantes da Tensão

$$\begin{cases} (\sigma_x - \sigma_p) \cdot l + \tau_{xy} \cdot m + \tau_{xz} \cdot n = 0 \\ \tau_{xy} \cdot l + (\sigma_y - \sigma_p) \cdot m + \tau_{yz} \cdot n = 0 \\ \tau_{xz} \cdot l + \tau_{yz} \cdot m + (\sigma_z - \sigma_p) \cdot n = 0 \end{cases}$$



$$\boxed{\sigma_p^3 - I_1 \cdot \sigma_p^2 + I_2 \cdot \sigma_p - I_3 = 0}$$

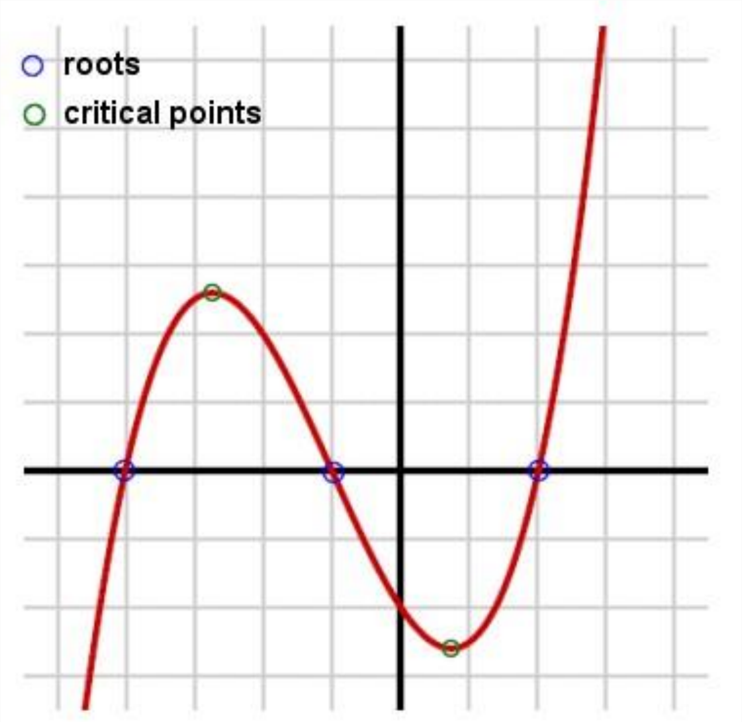
$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} = \sigma_1\sigma_2\sigma_3$$

A EQUAÇÃO CÚBICA

$$\sigma_p^3 - I_1 \cdot \sigma_p^2 + I_2 \cdot \sigma_p - I_3 = 0$$



Métodos de resolução:

- Tentativa e erro
- Método Numérico
- Regra de Cardan

Girolamo Cardano (1501-1576)

O MÉTODO DE CARDAN

As raízes da função (tensões principais) são dadas por:

$$\sigma_a = 2S[\cos(\alpha/3)] + \tfrac{1}{3}I_1$$
$$\sigma_b = 2S\{\cos[(\alpha/3) + 120°]\} + \tfrac{1}{3}I_1$$
$$\sigma_c = 2S\{\cos[(\alpha/3) + 240°]\} + \tfrac{1}{3}I_1$$

Onde as constantes são determinadas como:

$$S = (\tfrac{1}{3}R)^{1/2}$$
$$\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{Q}{2T}\right)$$
$$R = \tfrac{1}{3}I_1^2 - I_2$$
$$Q = \tfrac{1}{3}I_1I_2 - I_3 - \tfrac{2}{27}I_1^3$$
$$T = (\tfrac{1}{27}R^3)^{1/2}$$

AS DIREÇÕES PRINCIPAIS

Os valores dos cossenos diretores de uma dada direção principal podem ser obtidos resolvendo-se o sistema de equações, no qual a correspondente tensão principal é substituída. Emprega-se como equação adicional a soma dos quadrados dos cossenos diretores.

$$\begin{cases} (\sigma_x - \sigma_p)\cdot l + \tau_{xy}\cdot m + \tau_{xz}\cdot n = 0 \\ \tau_{xy}\cdot l + (\sigma_y - \sigma_p)\cdot m + \tau_{yz}\cdot n = 0 \\ \tau_{xz}\cdot l + \tau_{yz}\cdot m + (\sigma_z - \sigma_p)\cdot n = 0 \end{cases} \qquad l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

No entanto, em vez de resolver simultaneamente duas equações lineares e uma equação de segunda ordem, é preferível um procedimento mais simples. O sistema linear é expresso na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} (\sigma_x - \sigma_i) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & (\sigma_y - \sigma_i) & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & (\sigma_z - \sigma_i) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} l_i \\ m_i \\ n_i \end{Bmatrix} = 0, \qquad i = 1, 2, 3$$

AS DIREÇÕES PRINCIPAIS

$$\begin{bmatrix} (\sigma_x - \sigma_i) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & (\sigma_y - \sigma_i) & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & (\sigma_z - \sigma_i) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} l_i \\ m_i \\ n_i \end{Bmatrix} = 0, \qquad i = 1, 2, 3$$

Os cofatores do determinante da matriz sobre elementos da primeira linha são:

$$a_i = \begin{vmatrix} (\sigma_y - \sigma_i) & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & (\sigma_z - \sigma_i) \end{vmatrix}$$

$$b_i = -\begin{vmatrix} \tau_{xy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & (\sigma_z - \sigma_i) \end{vmatrix}$$

$$c_i = \begin{vmatrix} \tau_{xy} & (\sigma_y - \sigma_i) \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} \end{vmatrix}$$

Introduzindo a notação:

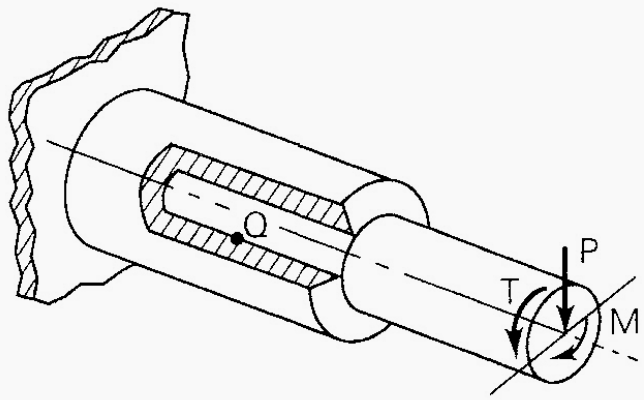
$$k_i = \frac{1}{(a_i^2 + b_i^2 + c_i^2)^{1/2}}$$

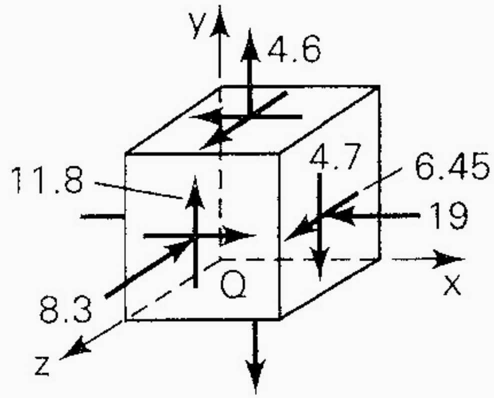
Os cossenos diretores são expressos como:

$$\boxed{l_i = a_i k_i, \qquad m_i = b_i k_i, \qquad n_i = c_i k_i}$$

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Exemplo: Um eixo de aço é inserido por meio de ajuste forçado em um cubo de ferro fundido. O eixo é submetido ao momento fletor M, ao torque T e à força P. Considere que em um ponto Q do cubo atue o estado de tensão representado no elemento de volume. Calcule as tensões principais e a orientação dos 3 eixos principais em relação ao sistema de coordenadas original.





Tensor-tensão: $\begin{bmatrix} -19 & -4{,}7 & 6{,}45 \\ -4{,}7 & 4{,}6 & 11{,}8 \\ 6{,}45 & 11{,}8 & -8{,}3 \end{bmatrix} MPa$

TENSÕES PRINCIPAIS: APLICAÇÃO

Tensor-tensão: $\begin{bmatrix} -19 & -4{,}7 & 6{,}45 \\ -4{,}7 & 4{,}6 & 11{,}8 \\ 6{,}45 & 11{,}8 & -8{,}3 \end{bmatrix} MPa$

Do método de Cardan, temos:

$$\boxed{\begin{aligned} R &= 342{,}576 \\ T &= 1220{,}26 \\ Q &= -488{,}59 \\ \alpha &= 78{,}451^\circ \end{aligned}}$$

Os invariantes são:

$$I_1 = -22{,}7 \quad I_2 = -170{,}81 \quad I_3 = 2647{,}5$$

Resultando em:

$$\sigma_a = 11{,}62MPa \quad \sigma_b = -25{,}32MPa \quad \sigma_c = -9{,}00MPa$$

Reordenando: $\boxed{\sigma_1 = 11{,}62 \quad \sigma_2 = -9{,}00 \quad \sigma_3 = -25{,}32}$

DIREÇÕES PRINCIPAIS: APLICAÇÃO

Tensor-tensão: $\begin{bmatrix} -19 & -4,7 & 6,45 \\ -4,7 & 4,6 & 11,8 \\ 6,45 & 11,8 & -8,3 \end{bmatrix} MPa$

$$\boxed{\sigma_1 = 11,62 \quad \sigma_2 = -9,00 \quad \sigma_3 = -25,32}$$

Para a primeira tensão principal segue que:

$$a_1 = \begin{vmatrix} (4,6-11,62) & 11,8 \\ 11,8 & (-8,3-11,62) \end{vmatrix} = 0,5445$$

$$b_1 = \begin{vmatrix} -4,7 & 11,8 \\ 6,45 & (-8,3-11,62) \end{vmatrix} = -17,5046$$

$$c_1 = \begin{vmatrix} -4,7 & (4,6-11,62) \\ 6,45 & 11,8 \end{vmatrix} = -10,1939$$

$$k_1 = \frac{1}{\left(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2\right)^{1/2}} = 0,0493$$

Resultando em:

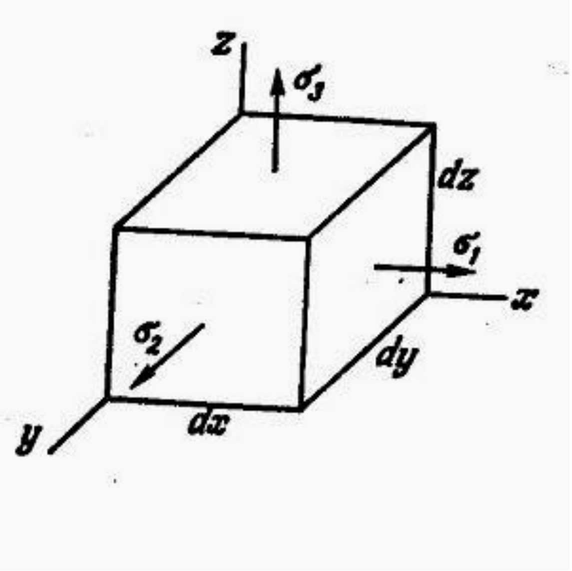
$$l_1 = 0,0266 \quad m_1 = -0,8638 \quad n_1 = -0,031$$

Calculando para as demais tensões:

$$\boxed{\begin{matrix} l_1 = 0,0266 & l_2 = -0,6209 & l_3 = 0,7834 \\ m_1 = -0,8638 & m_2 = 0,3802 & m_3 = 0,3306 \\ n_1 = -0,5031 & n_2 = -0,6855 & n_3 = -0,5262 \end{matrix}}$$

TENSÕES NUM PLANO OBLÍQUO

Considere conhecidas as tensões principais de um dado estado de tensão, e admita que os 3 planos mutuamente perpendiculares sejam os planos principais. Então, as expressões para as projeções da tensão em um plano qualquer se reduzem a:



$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} = [\sigma] \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix}$$

Obs.: $l^2 + m^2 + n^2 = 1$

$$\begin{cases} T_x = \sigma_1 l \\ T_y = \sigma_2 m \\ T_z = \sigma_3 n \end{cases}$$

Podemos escrever então:

$$T^2 = \sigma_1^2 l^2 + \sigma_2^2 m^2 + \sigma_3^2 n^2$$

TENSÕES NUM PLANO OBLÍQUO

$$T^2 = \sigma_1^2 l^2 + \sigma_2^2 m^2 + \sigma_3^2 n^2$$

A tensão **T** pode ser escrita também em termos de suas componentes normal ao plano e tangencial ao plano (teorema de Pitágoras):

$$T^2 = \sigma^2 + \tau^2$$

Lembrando a expressão da tensão normal: $\sigma_n = T_x l + T_y m + T_z n$

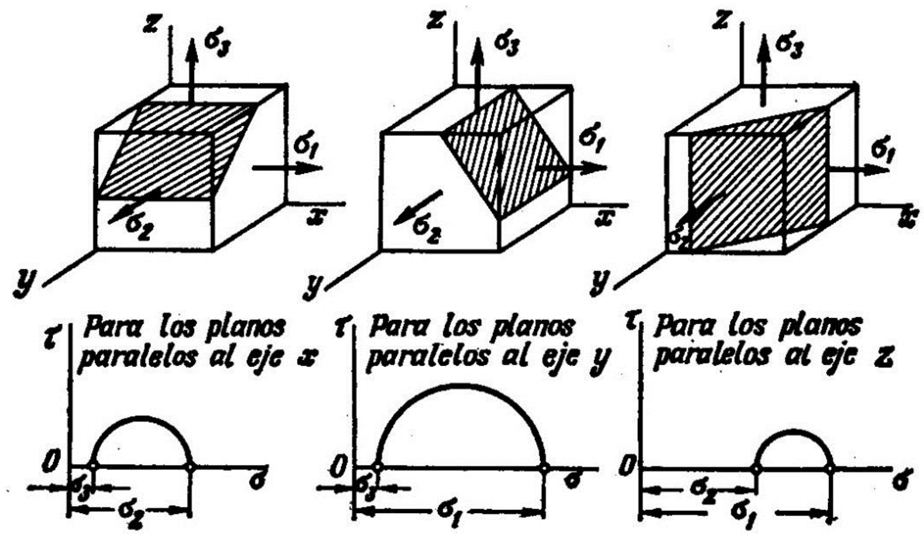
Neste caso ela se reduz a: $\boxed{\sigma = \sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 n^2}$

Expandindo a expressão de $\mathbf{T}^2$ e isolando a tensão cisalhante, chegamos a:

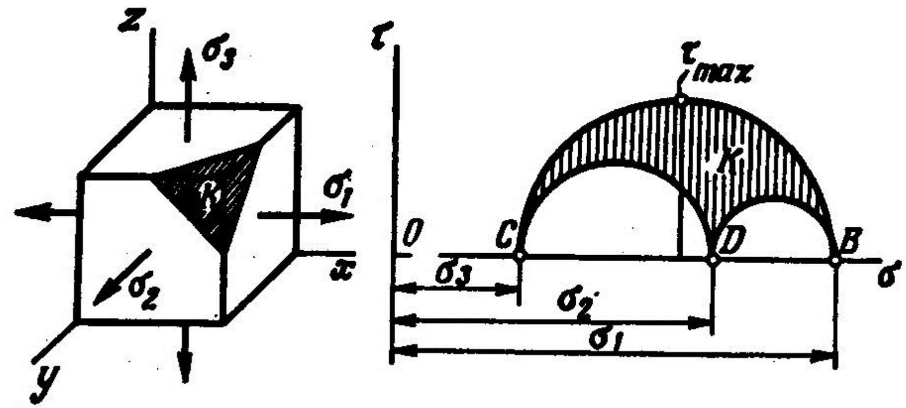
$$\boxed{\tau = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 l^2 m^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 m^2 n^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 n^2 l^2}}$$

CÍRCULO DE MOHR PARA TRÊS DIMENSÕES

PLANOS PARALELOS AOS EIXOS PRINCIPAIS:



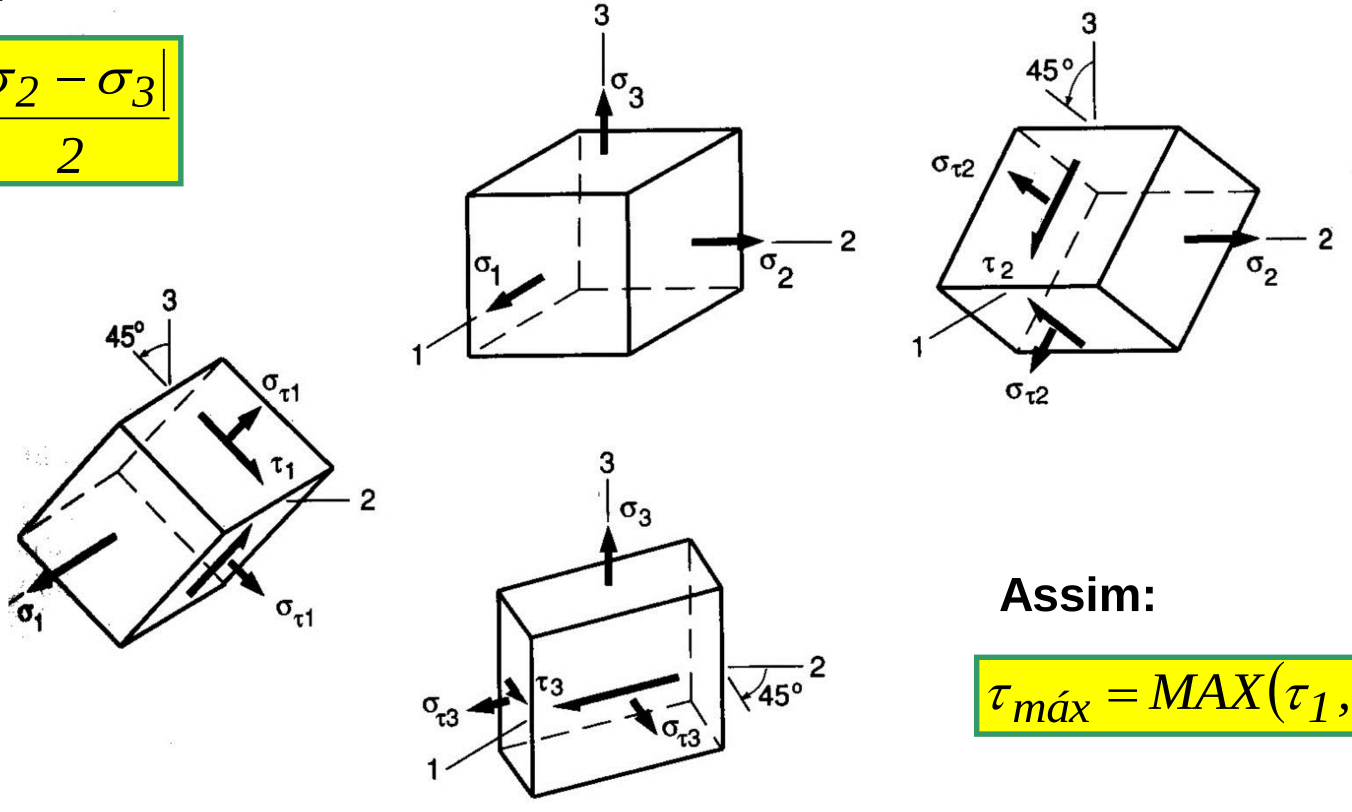
PLANO DE INCLINAÇÃO ARBITRÁRIA:



TENSÕES DE CISALHAMENTO PRINCIPAIS

Exemplo:

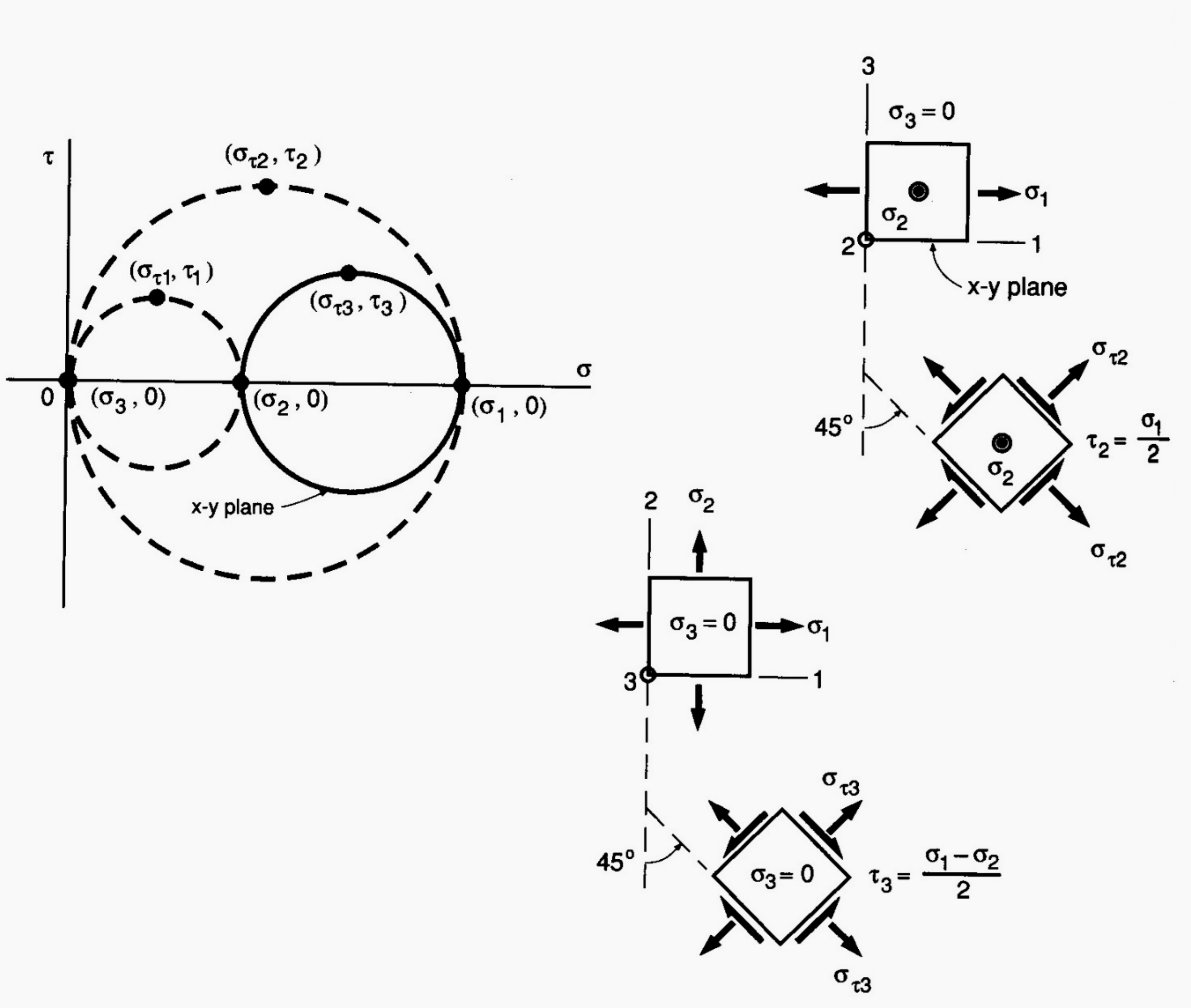
$$\tau_1 = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}$$



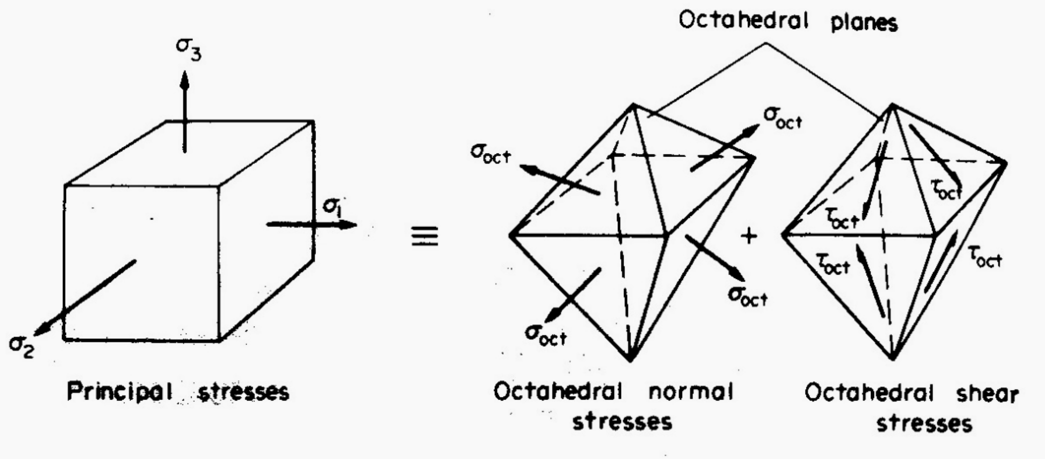
Assim:

$$\tau_{máx} = MAX(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$$

ESTADO PLANO RECONSIDERADO TRIDIMENSIONAL



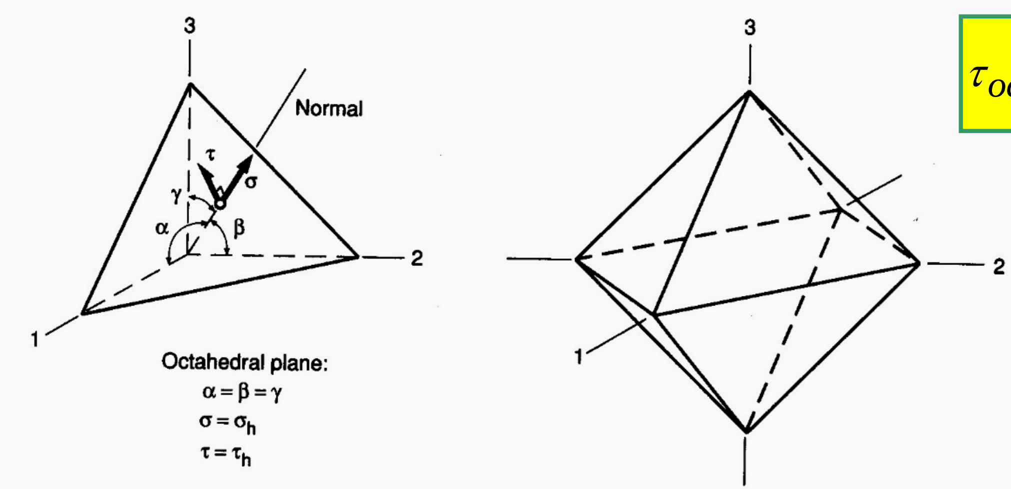
TENSÕES NOS PLANOS OCTAÉDRICOS



Considere um elemento de tensão orientado nas direções principais. Um plano inclinado para o qual os três cossenos diretores sejam iguais é denominado Plano Octaédrico.

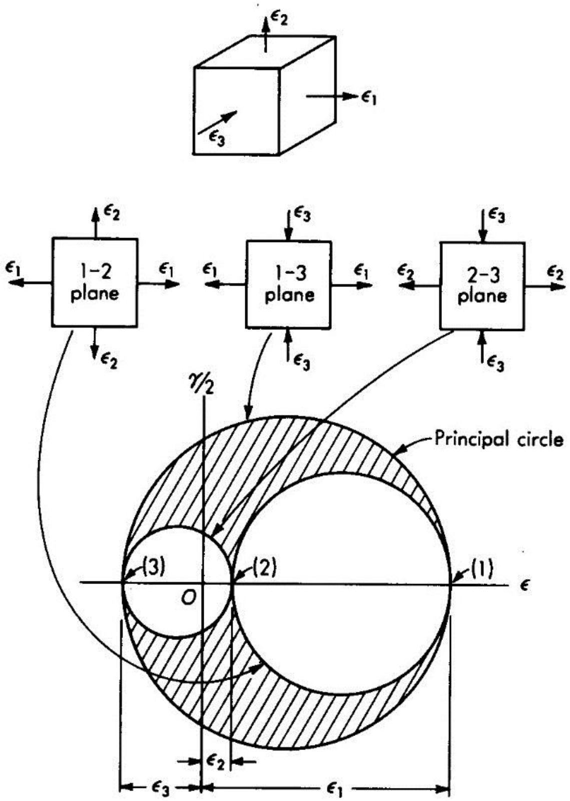
$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$



Visto que as tensões octaédricas são dadas em função dos Invariantes, segue que elas também não variam, ou seja, qualquer representação de um estado de tensão dará os mesmos valores para as tensões octaédricas.

Análise de Deformações:



Círculo de Mohr das deformações

Relações Tensão-Deformação:

(Regime Elástico)

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)]$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}[(1-\nu)\epsilon_x + \nu(\epsilon_y + \epsilon_z)]$$

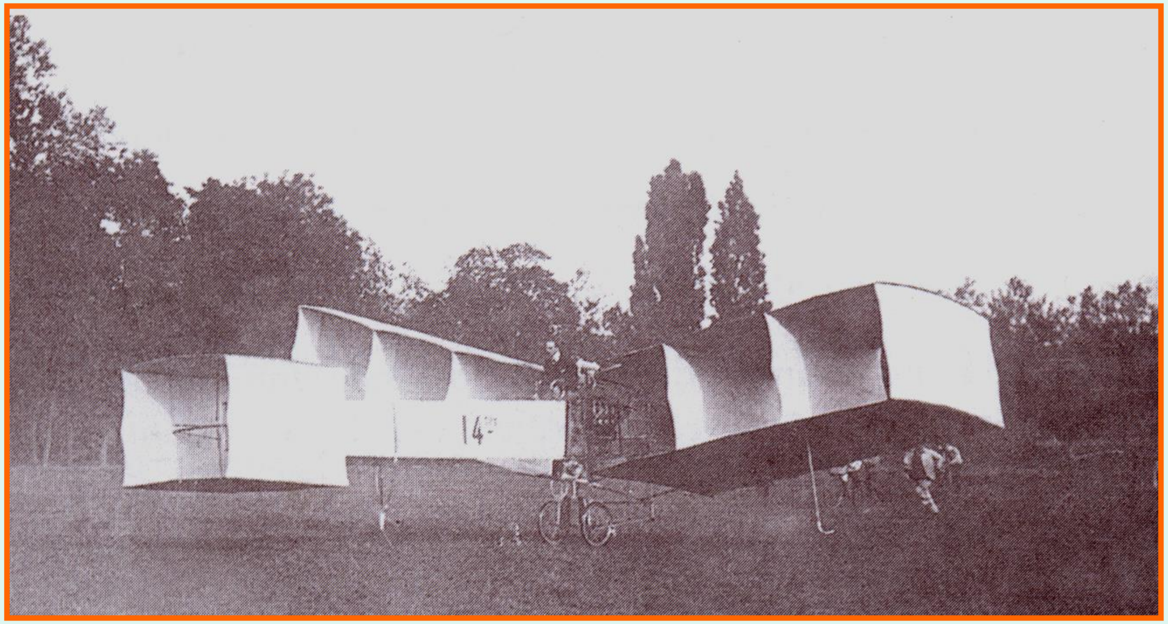
$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}[(1-\nu)\epsilon_y + \nu(\epsilon_z + \epsilon_x)]$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}[(1-\nu)\epsilon_z + \nu(\epsilon_x + \epsilon_y)]$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xy} = G\gamma_{xy}$$

$$\tau_{yz} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{yz} = G\gamma_{yz}$$

$$\tau_{zx} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{zx} = G\gamma_{zx}$$


14