

4 – ENSAIO DE FLEXÃO



Ensaio de Flexão:

- Bastante aplicado em materiais frágeis ou de alta dureza
 - Exemplos: cerâmicas estruturais, aços-ferramenta
 - Dificuldade de realizar outros ensaios, como o de tração
- Determinam-se propriedades de resistência do material:
 - Módulo de Ruptura
 - Módulo de Young
- Uma variante do ensaio aplicada a materiais dúcteis:
 - Ensaio de dobramento
 - Qualitativo
 - Também empregado em soldas



Ensaio de Flexão:

- Algumas Normas da ASTM:

- Metais: E 812, E 855
- Concreto: C 78, C 293
- Cerâmicas: C 158, C 674
- Fibras e Compósitos: C 393
- Plásticos e Material para Isolamento Elétrico: D 790

“Methods applicable to rigid and semirigid materials. Flexural strength cannot be determined for those materials that do not break”

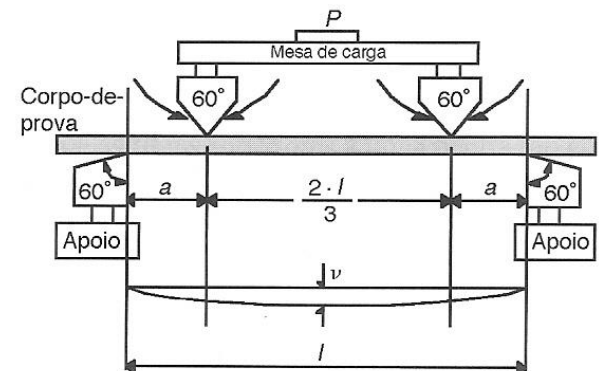
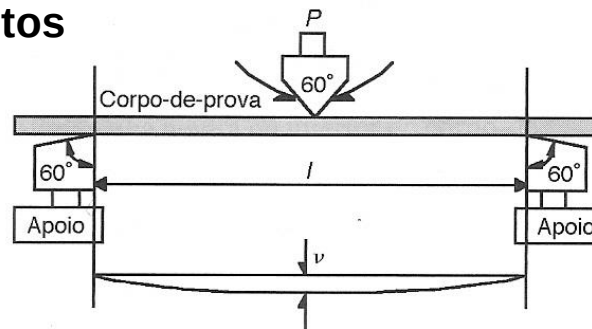


- Modalidades mais comuns:

- Flexão a 3 pontos
- Flexão a 4 pontos

- Método:

- Aplica-se carga P crescente numa barra padronizada



Determinação da Resistência à Flexão:

- A ruptura se dá por tração, iniciando nas fibras inferiores
- Tensão normal em uma viga, regime elástico (Mecânica dos Materiais):

$$\sigma = \frac{My}{I_z}$$

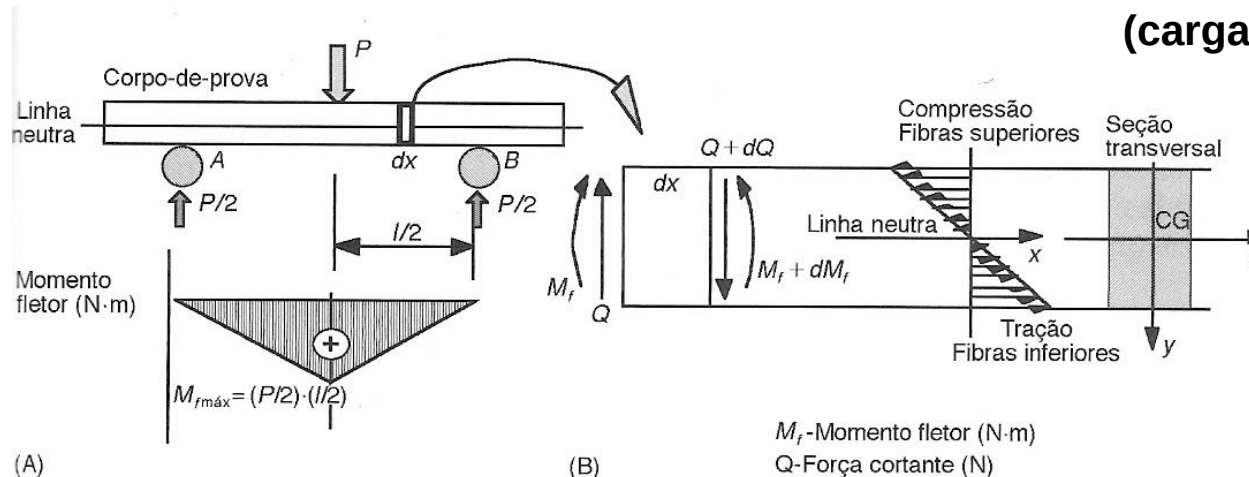
onde: M = momento fletor

y = distância até a linha neutra

I_z = momento de inércia em relação à linha neutra
(seção retangular de largura b e altura h)

$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

Desenvolvendo para M máximo:
(carga P no instante da ruptura)



$$\sigma_R = \frac{3PL}{2bh^2} \quad - \text{3 pontos}$$

$$\sigma_R = \frac{3Pa}{bh^2} \quad - \text{4 pontos}$$

Determinação do Módulo de Young:

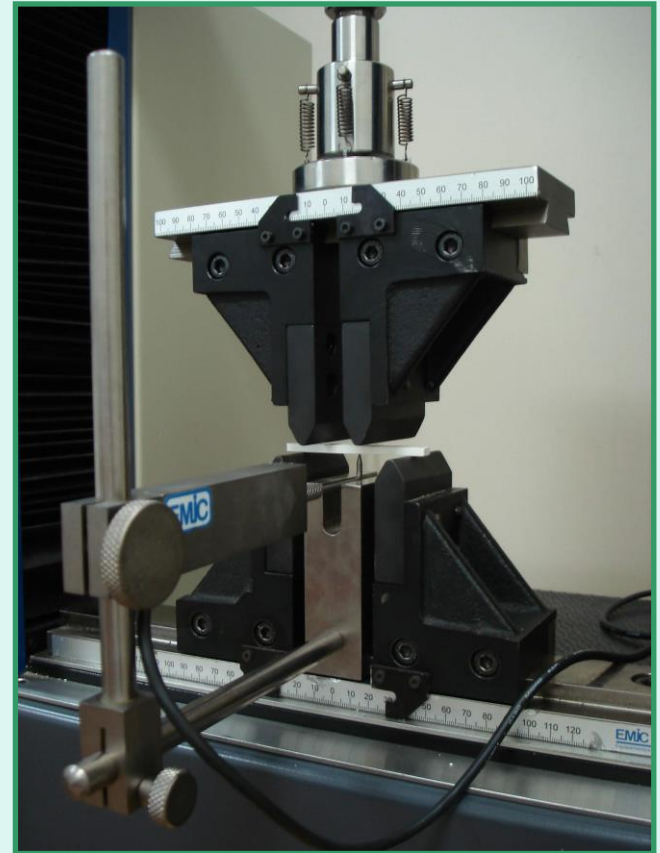
- Mede-se a deflexão v do corpo-de-prova durante a aplicação da carga
- Carregamento transversal no regime elástico: eixo longitudinal da barra se torna uma curva, denominada Linha Elástica
- Equação diferencial da Elástica:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{M}{EI_z}$$

- Resolvendo por dupla integração e calculando $v(x)$ para $x = (l/2)$:

$$v\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{pl^3}{48EI_z} \quad \text{- Flexão a 3 pontos}$$

$$v\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Pa}{48EI_z} (3l^2 - 4a^2) \quad \text{- Flexão a 4 pontos}$$



Determinação do Módulo de Young:

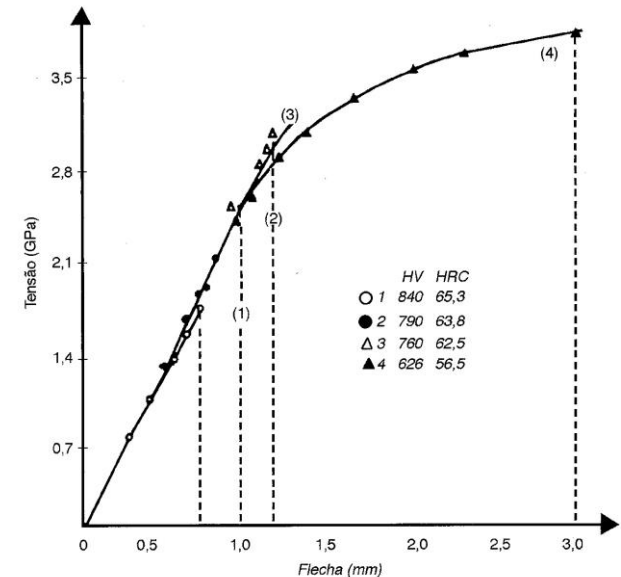
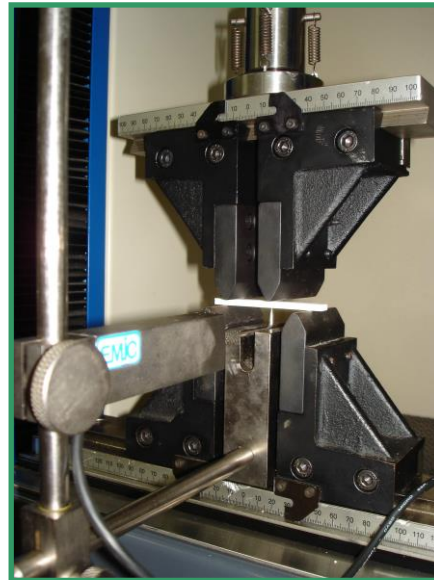
- **Recomendações:** considerar no cálculo
 - Pré-carga de 20% da força P de ruptura
 - Cargas e deflexões até 50% de P de ruptura
 - Mínimo 5 pontos experimentais

- **Flexão a 3 Pontos:**

$$E = \frac{l^3}{4bh^3} \left(\frac{\Delta P}{\Delta v} \right)$$

- **Flexão a 4 Pontos:**

$$E = \frac{a}{4bh^3} \left(3l^2 - 4a^2 \right) \left(\frac{\Delta P}{\Delta v} \right)$$



Erros experimentais no ensaio de flexão:

- Causas da dispersão de medidas experimentais
 - grandeza avaliada varia de amostra para amostra
 - sistema de medição (transdutores, condicionadores e conversor de sinal, além do operador) introduz erros
 - causas adicionais de erros: variações de geometria dos corpos-de-prova e aspectos construtivos do dispositivo de ensaio
- Requisitos para que o ensaio seja confiável
 - população de defeitos do corpo-de-prova seja representativa do material usado no componente real
 - fundamentar o ensaio em amostragem estatística (15-30 peças)
- Origem dos erros experimentais no ensaio de flexão
 - **fontes internas**: erros que ocorrem por não serem compatíveis com a teoria elástica de uma viga, assumida *a priori*
 - **fontes externas**: erros que surgem na aplicação da carga durante o ensaio

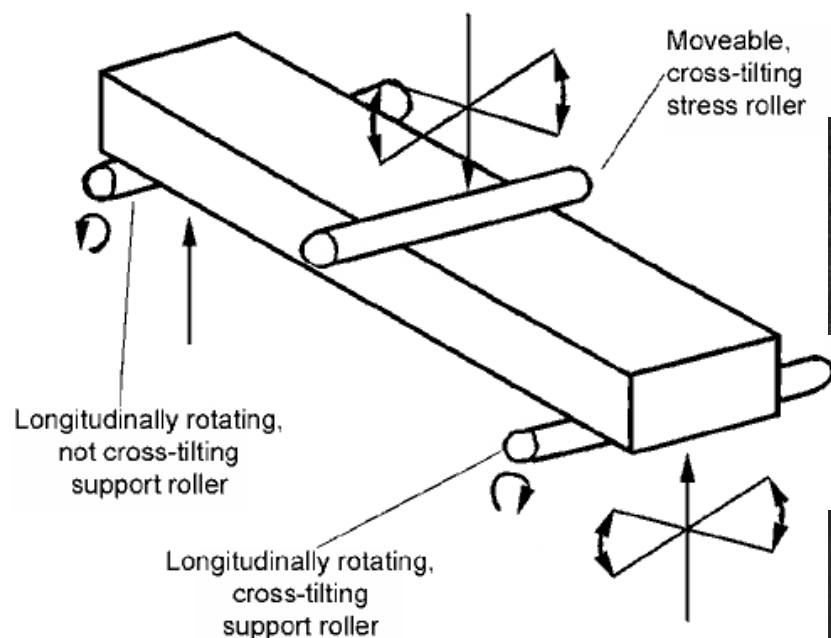
Erros experimentais no ensaio de flexão:

- Suposições básicas assumidas (fontes internas de erros)
 - planos perpendiculares devem permanecer planos
 - módulo de elasticidade em tração igual em compressão
 - deflexão pequena comparada à espessura
- Fontes externas de erros
 - **tensões de contato**: roletes ou cutelos não devem ser tão pequenos a ponto de causar indentação nem tão grandes de modo que o carregamento não possa ser considerado pontual.
 - **tensões de torção**: devido a falta de paralelismo das faces do corpo-de-prova. Solução: adotar roletes móveis.
 - **curvatura do corpo-de-prova**: em excesso, pode causar por exemplo o contato com apenas um aplicador de carga no ensaio a 4 pontos.
 - **tensões cisalhantes de atrito**: causam alterações no momento fletor e deslocamento da linha neutra. Solução: adotar roletes giratórios.
- Cerâmicas estruturais: corpos-de-prova devem ser retificados, chanfrados (sem cantos vivos) e ter a superfície inferior polida

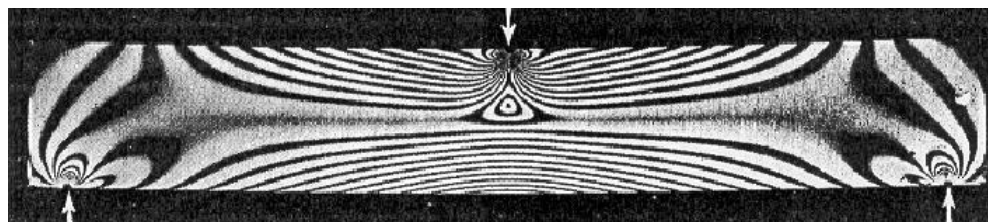
Erros nos ensaios de flexão:

- Campos de tensões em vigas prismáticas
- Dispositivos otimizados para minimização de erros experimentais

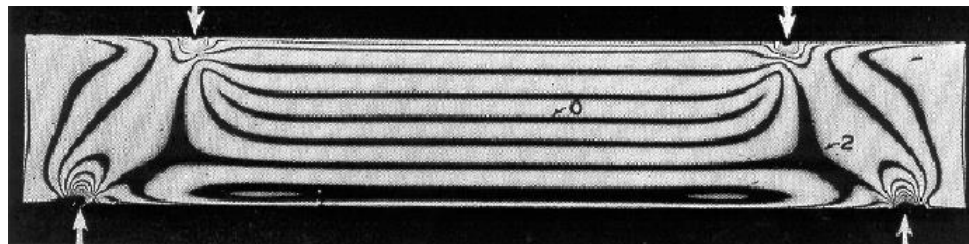
“O ensaio de flexão a 4 pontos, por minimizar o efeito das tensões de contato e expor maior região ao momento fletor máximo, deve ser preferido em relação ao ensaio a 3 pontos”



Ensaio a 3 pontos:



Ensaio a 4 pontos:



Análise Estatística dos Resultados:

- Os dados obtidos em ensaios repetidos constituem um conjunto de medidas; não um valor exato.
- O primeiro passo no tratamento estatístico é estabelecer uma função de distribuição de probabilidades que expresse adequadamente a dispersão dos resultados experimentais.
- Propriedades da Função Densidade de Probabilidade (f.d.p.):

$$f(x) \geq 0 \forall x$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$P(x \leq a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx$$

- Distribuição Normal: Forma de sino (simétrica). Definida por 2 parâmetros. Um dos problemas relacionados ao emprego da distribuição normal na avaliação de propriedades mecânicas é a existência de uma probabilidade não nula para uma resistência negativa.
- Distribuição de Weibull: Em análise de falhas, resistência à fratura frágil e comportamento em fadiga, observa-se que a distribuição de Weibull muitas vezes fornece uma análise mais adequada dos dados disponíveis. Pode ser definida por 2 ou por 3 parâmetros.

Distribuição de Weibull:

- A f.d.p. é definida como:

$$f(x) = \frac{m(x - x_0)^{m-1}}{b^m} \exp \left[- \left(\frac{x - x_0}{b} \right)^m \right]$$

onde os parâmetros podem ser interpretados como:

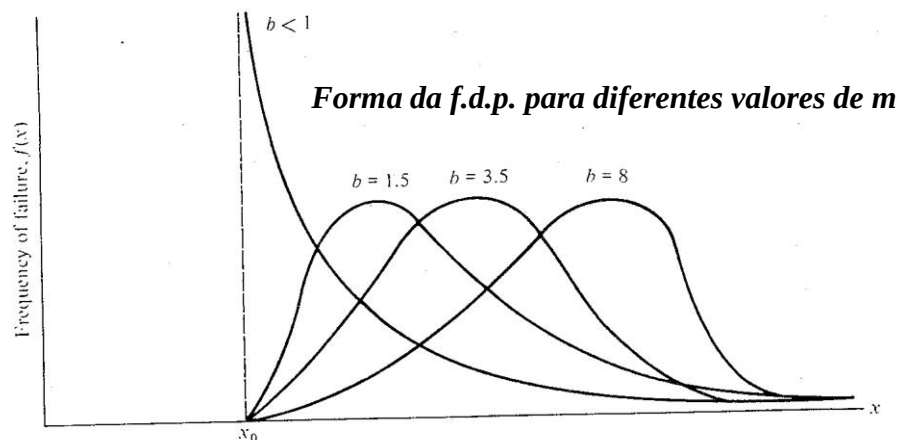
- x_0 = resistência mínima para qualquer membro da população
- b = resistência característica (fator de escala)
- m = inclinação da curva de probabilidade acumulada (fator de forma)

- Probabilidade acumulada $P(x)$ é a probabilidade de uma amostra falhar

com tensão $\sigma_R \leq x$

$$P(x) = \begin{cases} 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - x_0}{b} \right)^m \right], & x > x_0 \\ 0, & x \leq x_0 \end{cases}$$

(Curvas em forma de “S”)



Determinação dos parâmetros de Weibull:

- Pode-se trabalhar com a distribuição de 2 parâmetros, bastando adotar $x_0 = 0$
- Fazemos:

$$\frac{1}{1 - P(x)} = \exp\left(\frac{x}{b}\right)^m$$



$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - P(x)}\right)\right] = m \ln x - m \ln b$$

- As curvas de distribuição de Weibull (probabilidade acumulada) têm forma de “S”; a distorção da curva é controlada pelo parâmetro m (também chamado Módulo de Weibull). Quanto maior o valor de m , mais homogênea a amostra.
- Tendo um conjunto de n resultados (ou seja, n ensaios), devemos empregar um estimador não-tendencioso para a probabilidade acumulada P correspondente ao valor da tensão de ruptura de cada corpo-de-prova ensaiado:

$$P(x) = \frac{i - 0,5}{n}$$

onde i é o número de ordem do corpo-de-prova
($i = 1, 2, 3 \dots$)

Roteiro para a determinação dos parâmetros de Weibull:

- Admitindo que a resistência à flexão do material segue a distribuição de Weibull, faz-se então um ajuste dos dados experimentais à distribuição, de modo a determinar os parâmetros b e m
- Roteiro:
 - “Ranquear” os resultados dos ensaios (menor → maior)
 - Para cada ensaio i com módulo de ruptura x_i calcular $P(x_i)$ e $\ln\{\ln[1/(1-P(x_i))]\}$
 - Obter a reta de melhor ajuste, de onde determina-se o módulo de Weibull m (coeficiente angular A) e o fator de escala b (calculado a partir do intercepto B como: $b = \exp(-B/m)$)

