4ª Aula do cap. 09 Colisões

Cratera no Arizona provocado por choque de um Meteoro (1200m diâmetro x 200m profundidade). Colisão que ocorreu há cerca de 20.000 anos.

- **Colisões,** • **Colisões elásticas e inelásticas,** • **Coeficiente de restituição,**
- **Colisões elásticas uni-dimensionais. Colisões em Duas dimensões.**
- **Impulso e conservação de momento linear em 2 D.**

Referência:
Halliday, David; Resnick, Robert & Walker, Jearl. Fundamentos de Física, Vol 1. Cap. 010 da 7ª. ed. Rio de Janeiro: LTC.

Tipler, Paul. Física, Vol 1 cap. 08. 4ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

Colisões *elásticas* e *inelásticas*:

Vimos que colisões, por envolverem apenas forças internas, conservam momento linear. E a energia?

Embora a energia **TOTAL** seja sempre conservada, pode haver transformação da energia cinética inicial (inicialmente só há energia cinética) em outras formas de energia (potencial, interna na forma de vibrações, calor, perdas por geração de ondas sonoras, etc.).

- **Se a enegia cinética inicial é totalmente recuperada após a colisão, a colisão é chamada de COLISÃO ELÁSTICA.**
- **Se não, a colisão é chamada de COLISÃO INELÁSTICA. Note que se houver aumento da energia cinética (quando há conversão de energia interna em cinética: explosão), a colisão também é inelástica.**

$$\text{Colisão Elástica} \Rightarrow K_i = K_f$$

Classificação das colisões:

Definição: coeficiente de restituição:

$$e = \frac{\text{velocidade relativa afastamento}}{\text{velocidade relativa aproximação}}$$

$$e = -\frac{(v_{1f} - v_{2f})}{v_{1i} - v_{2i}}$$

↳ 1) **e = 0** colisão perfeitamente inelástica **(ou completamente inelástica)** **(ficam juntos velocidade relativa afastamento = 0)**

↳ 2) **0 < e < 1** colisão inelástica

(veloc. Rel. afastamento < veloc. Rel. aproximação)

↳ 3) **e = 1** colisão elástica ★ **Energia cinética se conserva.**

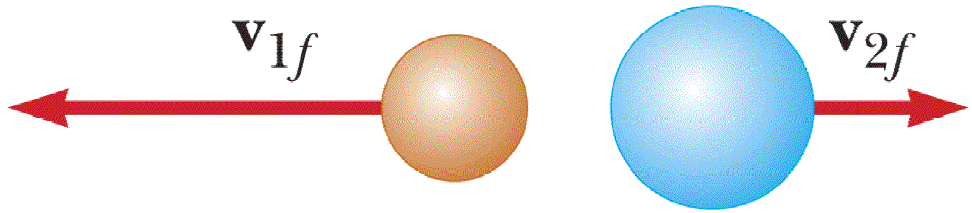
(|veloc. Rel. afastamento| = |veloc. Rel. aproximação|)

↳ **4) e > 1 colisão superelástica (|veloc. Rel. afastamento| > |veloc. Rel. aproximação|)**

Colisões elásticas uni-dimensionais:

Antes

Depois



Lembramos que: $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}(mv)^2 = \frac{p^2}{2m}$

Assim:

$$\begin{cases} p_{1i} + p_{2i} = p_{1f} + p_{2f} \\ \frac{p_{1i}^2}{2m_1} + \frac{p_{2i}^2}{2m_2} = \frac{p_{1f}^2}{2m_1} + \frac{p_{2f}^2}{2m_2} \end{cases}$$

$\Leftarrow$ Conservação de momento linear

$\Leftarrow$ Conservação de energia cinética

Colisões elásticas uni-dimensionais:

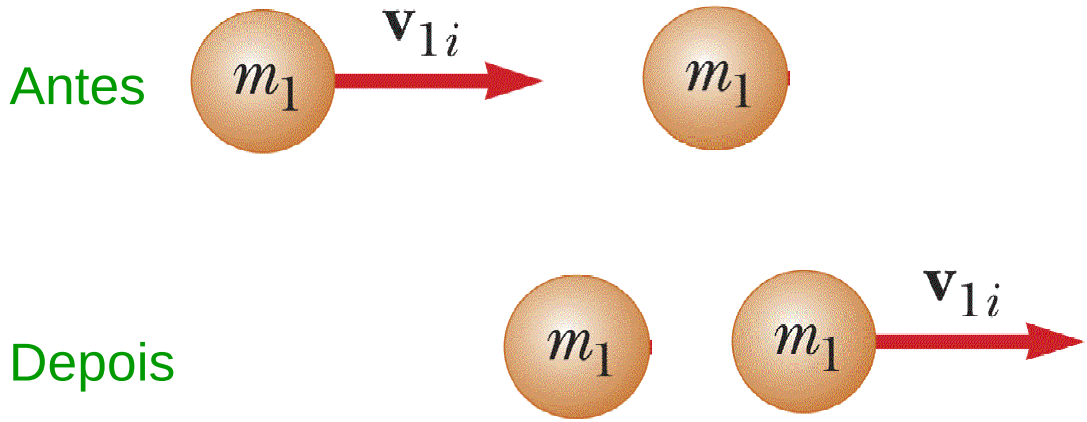
(a) massas iguais: $m_1 = m_2$

$$\left.\begin{aligned} p_{1i} - p_{1f} &= p_{2f} - p_{2i} \\ p_{1i} + p_{1f} &= p_{2f} + p_{2i} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} p_{1i} = p_{2f} \\ p_{2i} = p_{1f} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{1i} = v_{2f} \\ v_{2i} = v_{1f} \end{cases}$$

As partículas trocam de velocidades!

Em particular, se a partícula alvo está inicialmente em repouso, a partícula incidente pára após a colisão, como no bilhar.



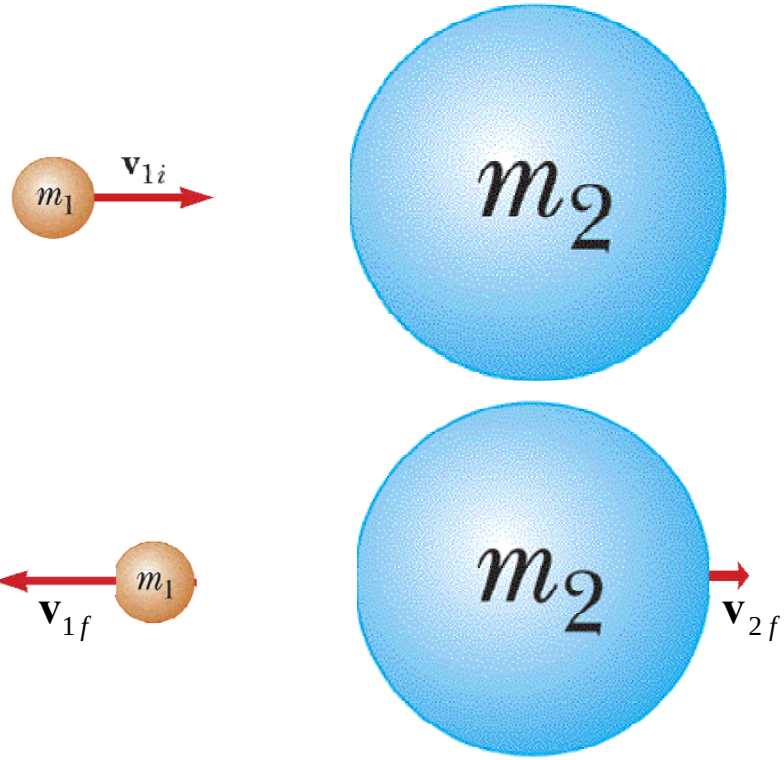
Colisões elásticas uni-dimensionais:

(b) Alvo em repouso ($v_{2i}=0$)

$m_1 << m_2$:

$$v_{1f} \approx -v_{1i}$$

$$v_{2f} \approx \left(\frac{2m_1}{m_2}\right) v_{1i} << v_{1i}$$



- A partícula incidente reverte sua velocidade.
- A partícula alvo passa a se mover lentamente.

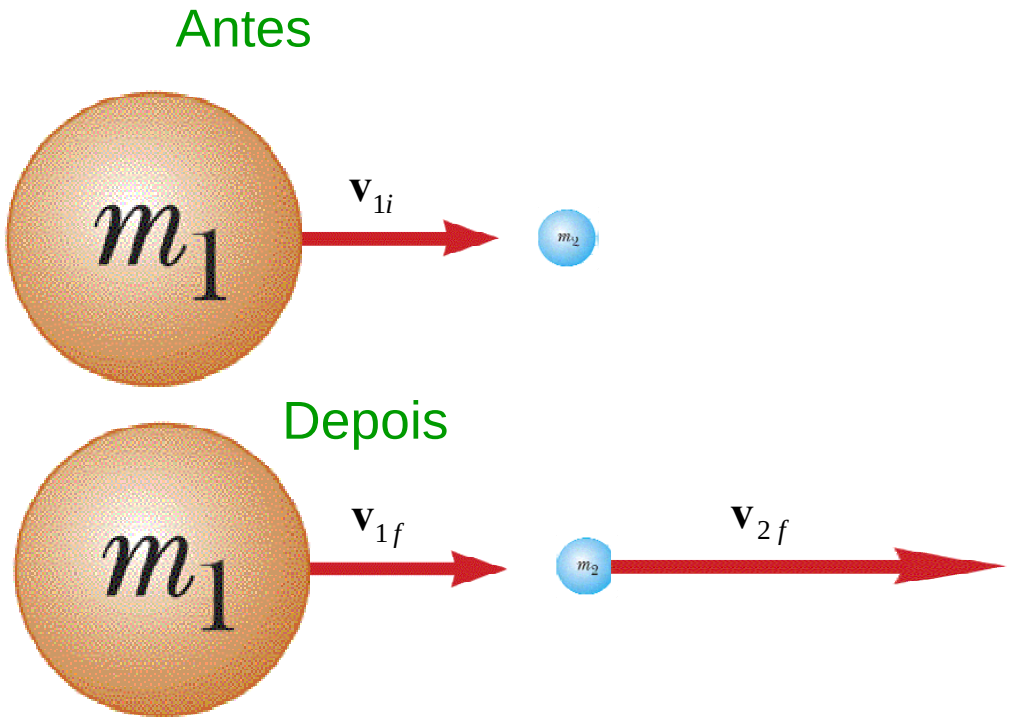
Colisões elásticas uni-dimensionais:

(c) alvo em repouso ($v_{2i}=0$)

$$m_1 >> m_2$$

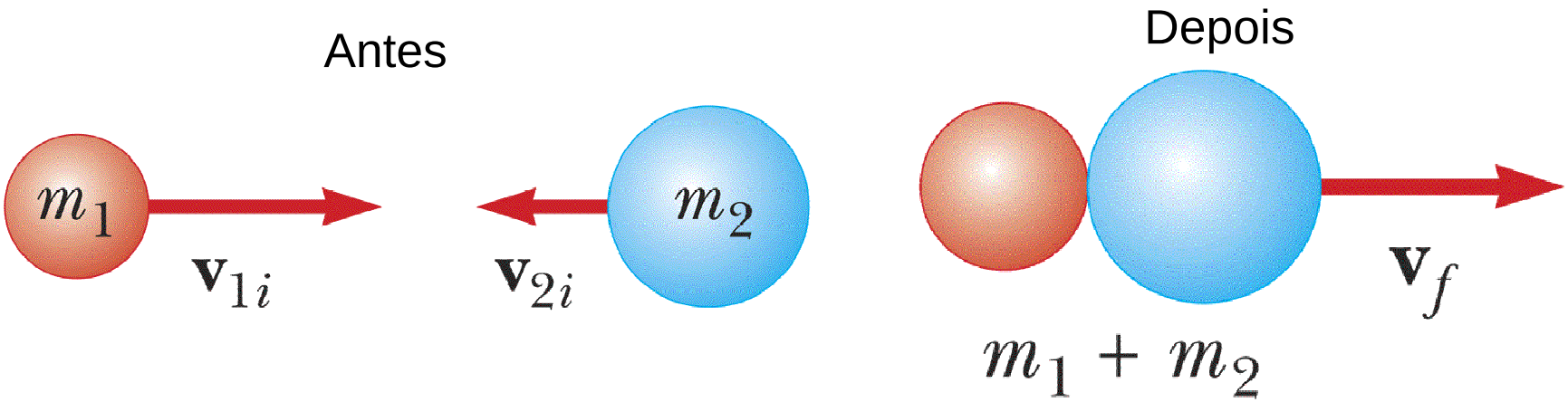
$$v_{1f} \approx v_{1i}$$

$$v_{2f} \approx 2v_{1i}$$



- **A partícula incidente não "sente" (praticamente) a colisão.**
- **A partícula alvo passa a se mover com o dobro da velocidade da partícula incidente**

Colisões uni-dimensionais inelásticas:



A partícula incidente "gruda" na partícula-alvo. Essa situação representa a perda máxima de energia cinética numa colisão inelástica em uma dimensão.

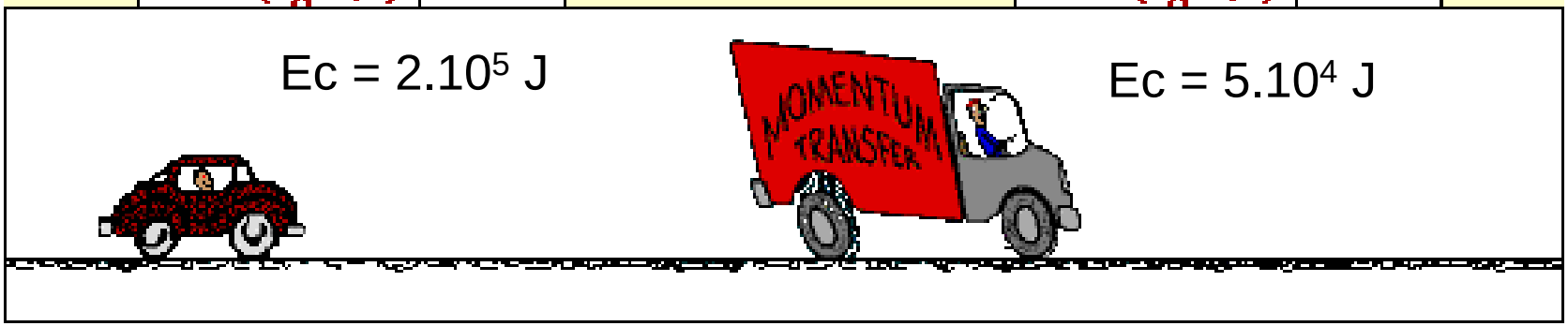
$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f \Rightarrow \quad v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} = v_{CM}$$

Como o centro de massa coincide com as duas partículas "grudadas", elas tem que se mover com a velocidade do centro de massa. A energia cinética final é a energia cinética associada ao movimento do CM.

Exemplo: Colisões uni-dimensionais inelásticas:

Car	
mass (kg)	1000
vel. (m/s)	20.0
mom. (kg m/s)	20 000

Truck	
mass (kg)	3000
vel. (m/s)	0.0
mom. (kg m/s)	0

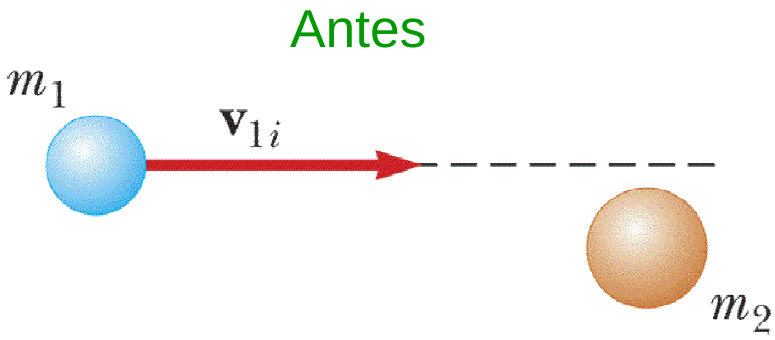


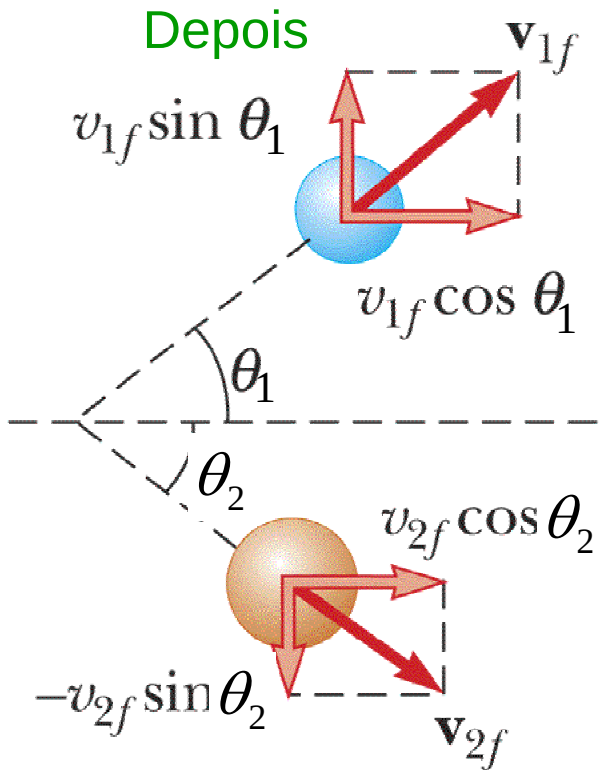
$$Ec_F = \tfrac{1}{2}\, mv_1^2 + \tfrac{1}{2}\, mv_2^2 = 1.250J + 3.750J = 5.10^4\ J$$

A partícula incidente “gruda” na partícula-alvo. Essa situação representa a perda máxima de energia cinética numa colisão inelástica em uma dimensão.

$$\Delta K < 0$$

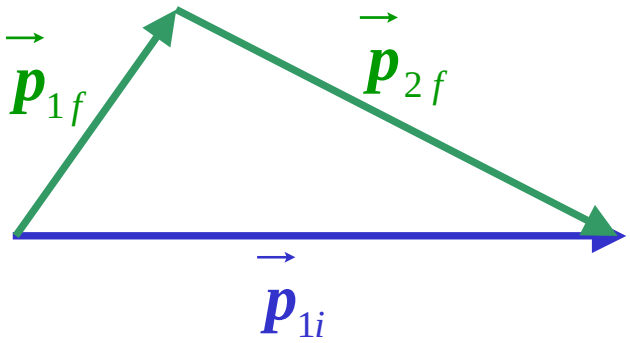
Colisões bi-dimensionais:





Vamos considerar a partícula-alvo em repouso $v_{2i}=0$

$$\vec{\boldsymbol{p}}_{1i} = \vec{\boldsymbol{p}}_{1f} + \vec{\boldsymbol{p}}_{2f} \quad \Leftarrow \text{Conservação de momento linear}$$

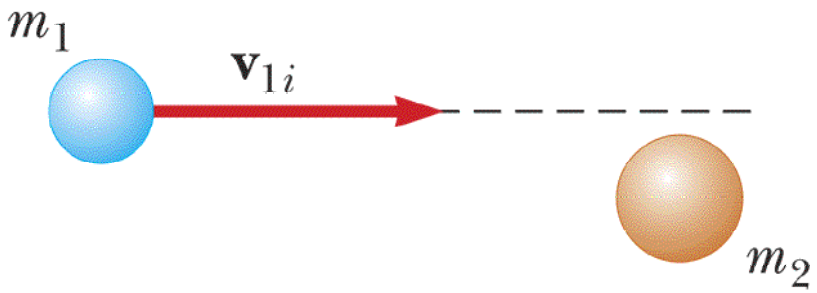


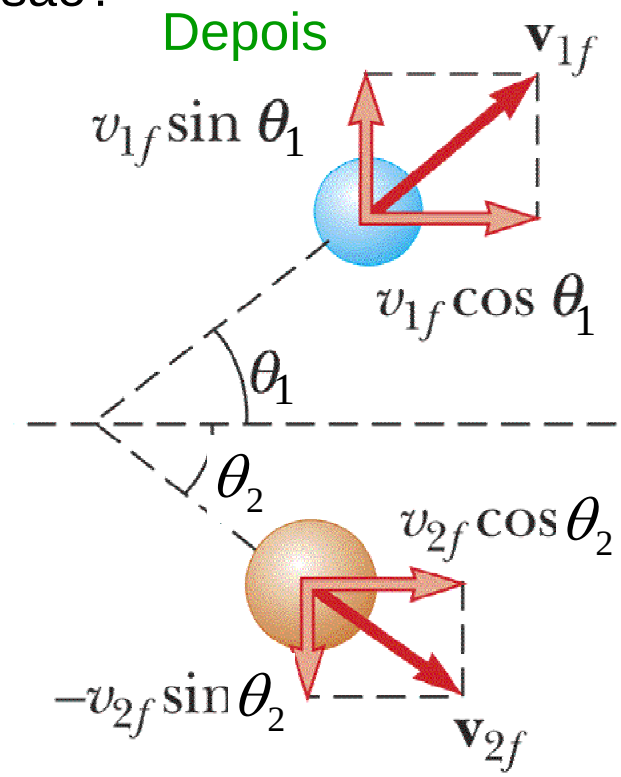
Esses 3 vetores definem um plano, chamado de plano de colisão. Portanto, a colisão sempre ocorre em um plano (bi-dimensional).

Exemplo:

Numa colisão elástica, uma partícula de massa $m_1 = 1$ kg incide com velocidade $v_{1i} = 10$ m/s numa partícula de massa $m_2 = 2$ kg, inicialmente em repouso. Se a colisão deflete a partícula 1 de um ângulo de $\theta = 30^o$, qual é a velocidade da partícula 2 após a colisão?

$$\begin{cases} p_{1i} = p_{1f}\cos\theta_1 + p_{2f}\cos\theta_2 \\ 0 = p_{1f}\,\text{sen}\,\theta_1 - p_{2f}\,\text{sen}\,\theta_2 \end{cases}$$



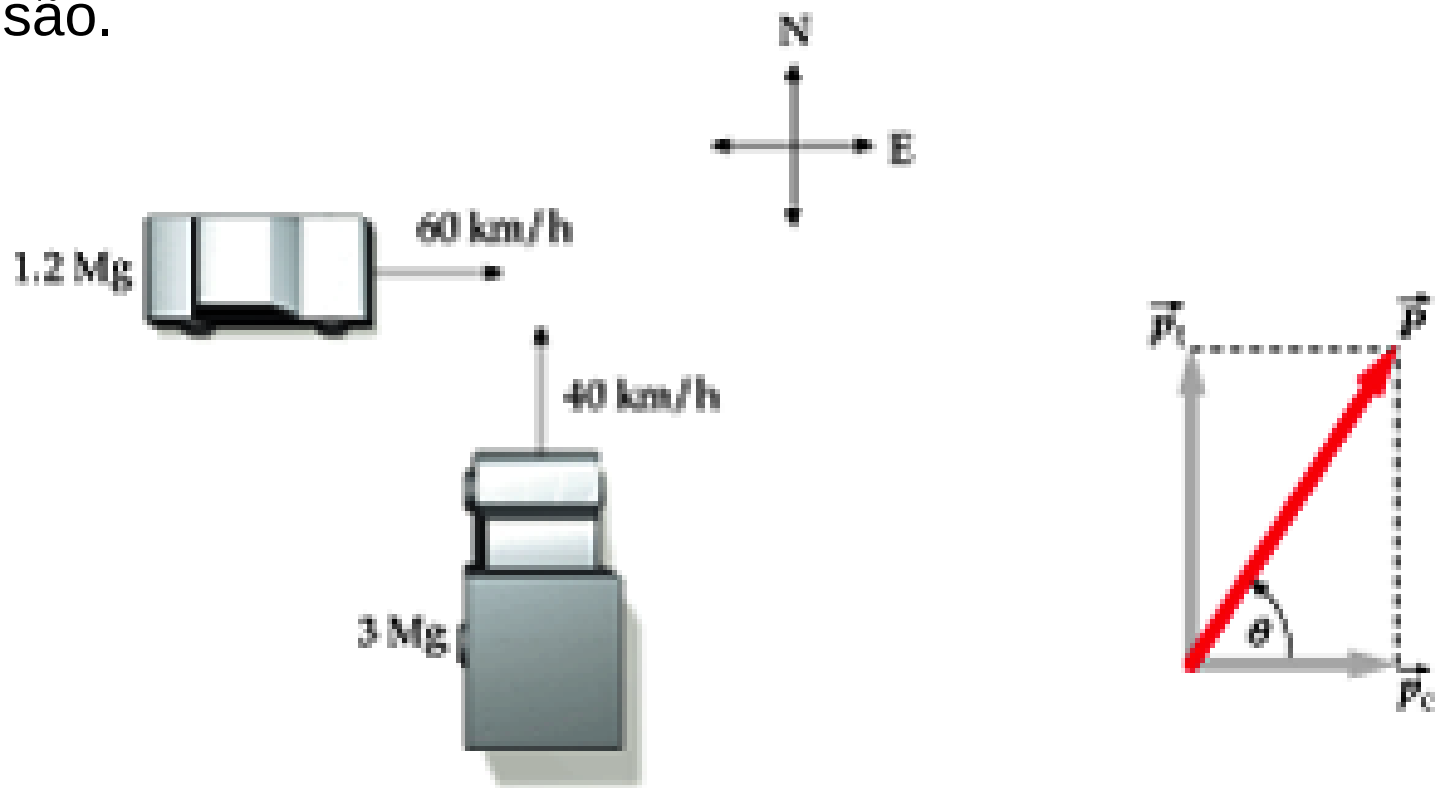


Da conservação de energia cinética:

$$\frac{p_{1i}^2}{2m_1} = \frac{p_{1f}^2}{2m_1} + \frac{p_{2f}^2}{2m_2}$$

Exercício resolvido do Livro Tipler, pág. 219 (4º ed)

Um pequeno carro, com massa de 1,2 Mg (ou $1{,}2.10^3$ kg), avança para leste, a 40 km/h, colide num cruzamento com um caminhão de 3,0 Mg, que avança para o norte, a 60 km /h . O carro e o caminhão constituem um só destroço depois da colisão. Determine o módulo a direção e sentido da velocidade deste destroço depois da colisão.



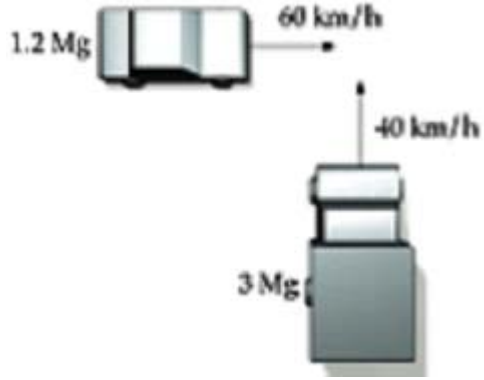
$$\vec{p}_c = (72\,\text{Mg}\cdot\text{km/h})\hat{i}, \qquad \vec{p}_t = (120\,\text{Mg}\cdot\text{km/h})\hat{j}$$

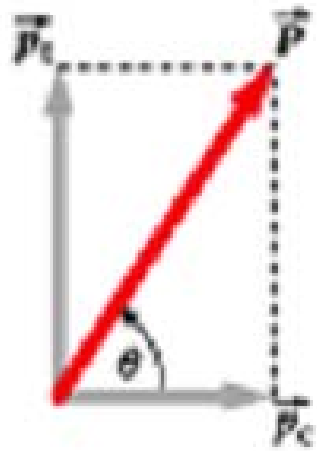
$$\vec{P} = (72\,\text{Mg}\cdot\text{km/h})\hat{i}, + (120\,\text{Mg}\cdot\text{km/h})\hat{j}$$

$$v_{cm} = \vec{P}/M = (17.1\,\text{km/h})\hat{i} + (28.6\,\text{km/h})\hat{j}$$

$$v_{cm} = 33.3\ \text{km/h}$$

$$\theta = 59°$$





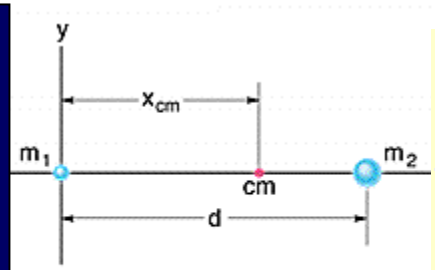
Referencial Centro de Massa

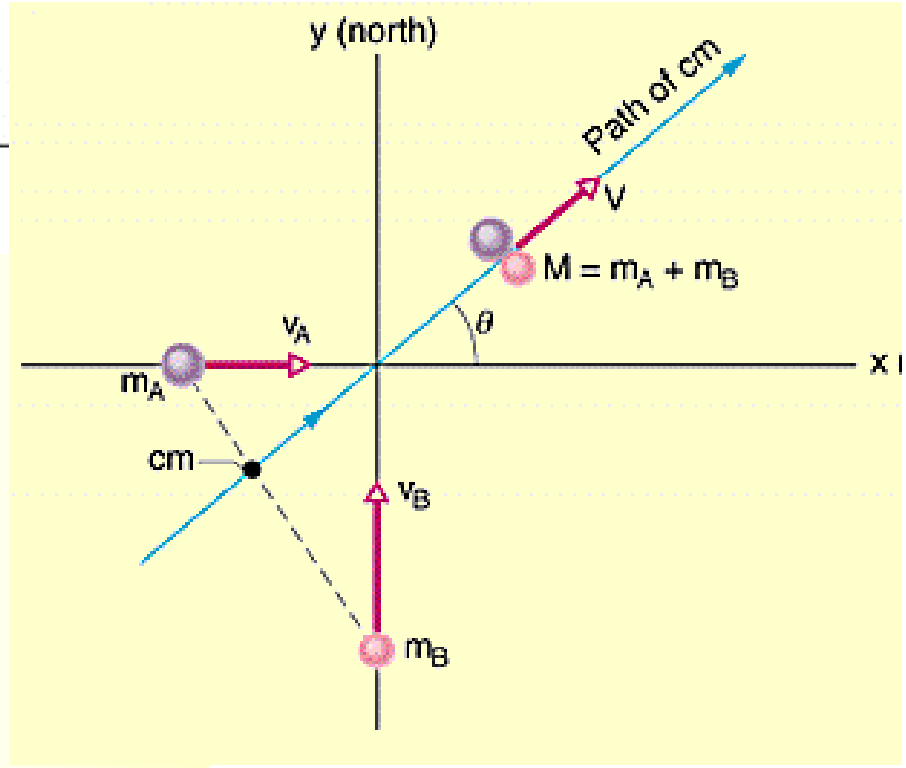
Dado um sistema de N partículas m_1, m_2, m_3....m_n, as coordenadas do Centro de massa deste sistema são dadas por:

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i x_i$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i y_i$$

$$z_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i z_i$$





$$Mx_{CM} = m_1x_1 + m_2x_2 + ...v_nm_n$$

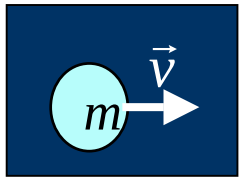
$$Mv_{CM} = m_1v_1 + v_2x_2 + ...v_nm_n$$

$$P = mv_1 + mv_2 + mv_3.....mv_n$$

$$P = Mv_C = \text{const. (sist. isolado)}$$

Lembrando…..

I. Momento Linear (*p*): Definição



$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Kg.m/s

II. Relação com a Segunda Lei de Newton

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{Quando} \sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow P_i = P_f \text{ constante.}$$

$$\text{impulso } \vec{J} = \Delta\vec{P} = \vec{P}f - \vec{P}i = mv_f - mv_i$$

$$\vec{J} = \int_{ti}^{tf} \vec{F}(t)\, dt$$

III. Colisões

- 1) e = 0 colisão perfeitamente inelástica (ou completamente inelástica)
- 2) 0 < e < 1 colisão inelástica
- 3) e = 1 colisão elástica ★ Energia cinética se conserva.

(|veloc. Rel. afastamento| = |veloc. Rel. aproximação|)

Exercícios de Revisão

Um jogador de futebol dá uma chute em uma bola de futebol de massa igual a 0,45 kg que está inicialmente em repouso. O pé do jogador está em contato com a bola durante o intervalo de tempos de $\Delta t = 3$ ms, e a força do chute é dada pela expressão: $\boldsymbol{F(t) = [(6.10^6)t - (2.10^9)t^2]\ N}$,

Determine a intensidade das seguintes grandezas:

a) O impulso sobre a bola devido ao chute,

b) A força média que o pé do jogador exerce sobre a bola durante o período de contato,

c) A força máxima que o pé do jogador exerce sobre a bola durante o período de contato,

d) A velocidade da bola imediatamente depois que ela perde contato com o pé do jogador.

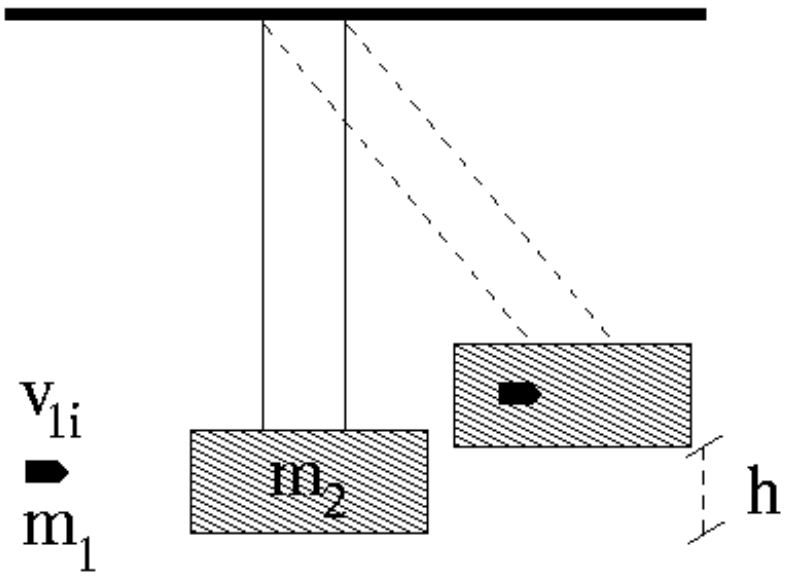
a) *Resp.* J= 9N.s , b) *Resp.* F= 3.000 N, c) *Resp.* Fm= 4.500 N, d) *Resp.* v= 20m/s.

Exercícios de Revisão

Pêndulo balístico:

Colisão inelástica:

$$v_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$



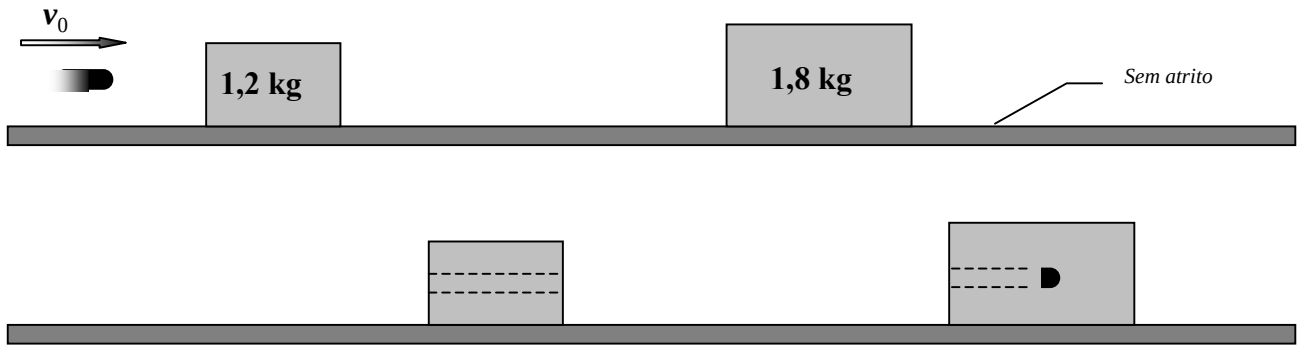
Conservação de energia mecânica após a colisão: $v_f = \sqrt{2gh}$

$$v_{1i} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$$

$$\left.\begin{array}{l} m_1 = 10\ \text{g} \\ m_2 = 4\ \text{kg} \\ h = 5\ \text{cm} \end{array}\right\} \Rightarrow v_{1i} = \frac{4{,}01}{0{,}01} \times \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 0{,}05}\ \text{m/s} = 400\ \text{m/s} = 1.400\ \text{km/h}$$

Ver problema resolvido 10.2 – Halliday 6ºed. Pg. 189

Exercícios de Revisão

Pág 253 ex.49)

Uma bala de 3,5 g é disparada horizontalmente em direção a dois blocos em repouso sobre a superfície de uma mesa sem atrito. A bala passa pelo primeiro bloco, que possui massa igual a 1,2 kg, e se aloja no segundo bloco, que tem massa de 1,8 kg. Dessa forma são fornecidas as velocidades de 0,630 m/s e 1,4 m/s, respectivamente, aos blocos conforme o esquema abaixo. Determine qual a velocidade original da bala? (v_0 antes de colidir com o 1º bloco).