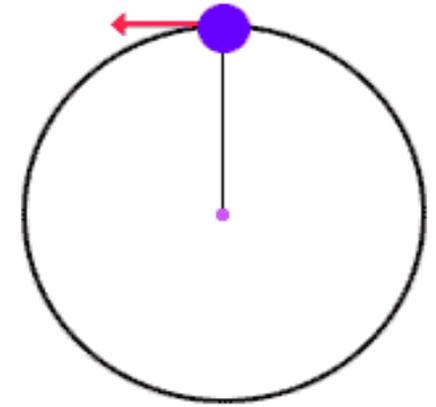


# 3ª Aula do cap. 06

## ATRITO E MOVIMENTO CIRCULAR.

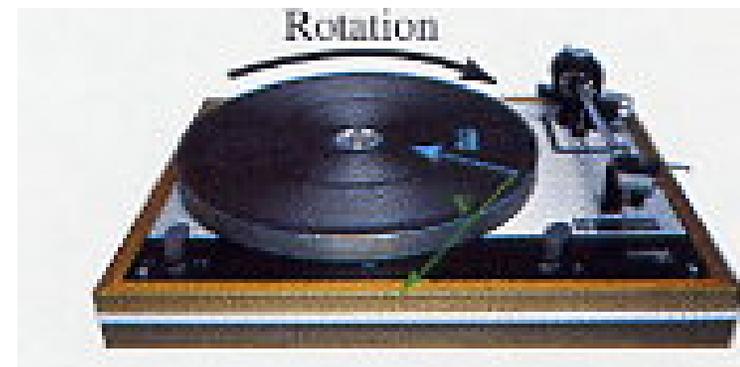


### Movimento circular e uniforme

Este movimento tem velocidade com módulo constante porem sua direção muda continuamente.

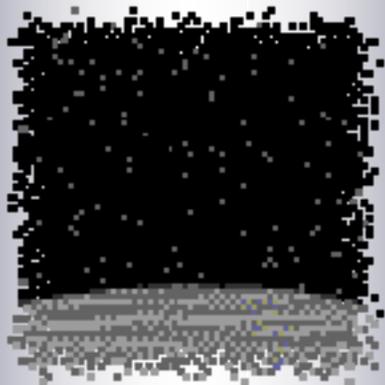
Exemplos:

- Movimento de satélites artificiais.
- Pontos em um disco de vitrola.
- Disco rígido de computador.
- Nós como partículas girando com o movimento da terra.



Referência:

• **Halliday**, David; Resnick, Robert & Walker, Jearl. Fundamentos de Física, Vol 1. Cap. 06 da 7ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.



A força que age e modifica a direção da velocidade de um corpo é chamada *força central* ou *força centrípeta*.

Qualquer tipo de força pode funcionar como força centrípeta.

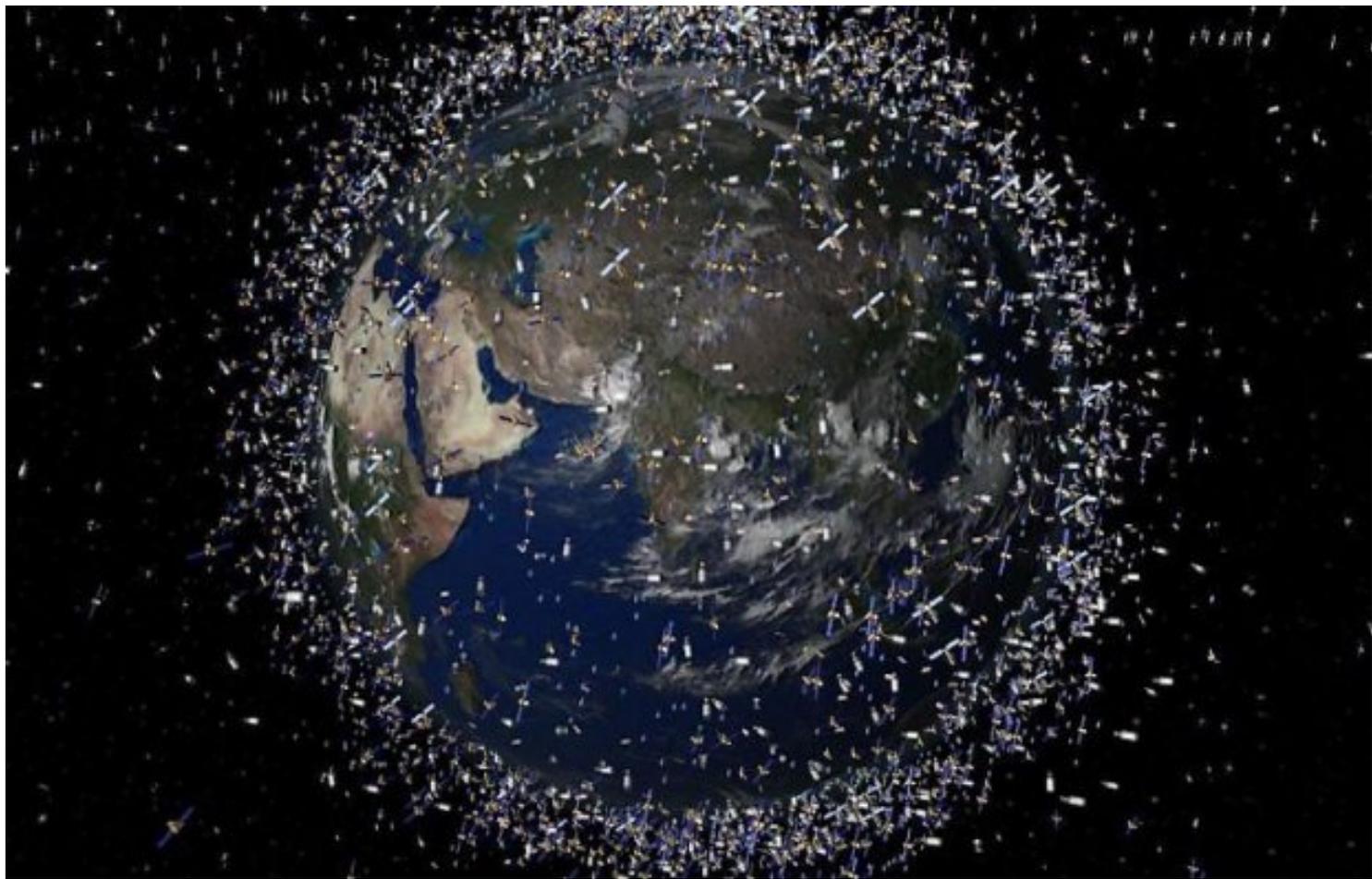
Exemplos:

A Lua gira em torno da Terra devido à interação gravitacional entre os dois astros. A Lua tem órbita quase circular e a força que mantém a Lua nessa órbita é a força gravitacional aplicada pela Terra.

**A Agência Espacial Européia (ESA) divulgou nesta terça-feira 15/4 imagens do lixo espacial em órbita em volta da Terra.**

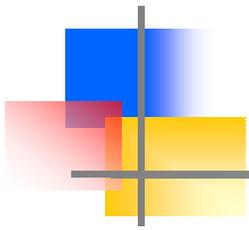


Segundo a agência, entre o primeiro lançamento, em 1957, e janeiro de 2008, cerca de 6 mil satélites já foram enviados para a órbita terrestre. Destes, apenas 800 estariam ativos e 45% estariam localizados a uma distância de até 32 mil Km da terra.



200 novos objetos são lançados todos os anos.

Os pesquisadores americanos Donald Kessler e Philip AnzMeador, afirmaram que, em vinte anos, já não será mais possível realizar operações em órbitas mais próximas da Terra.

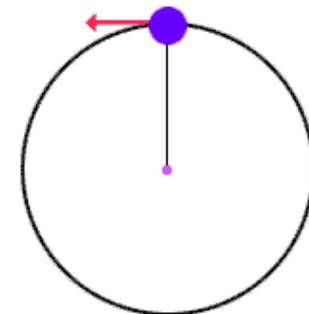
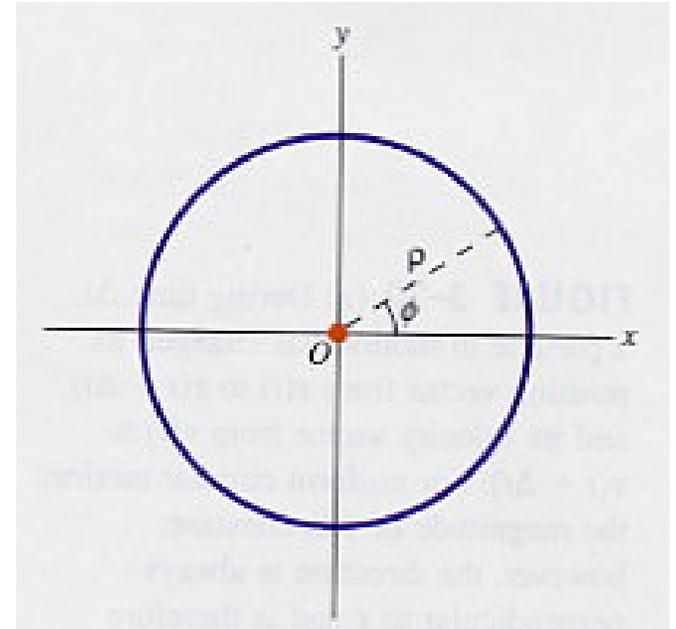


# Movimento circular e uniforme

Usamos coordenadas polares  $(\rho, \phi)$

O arco fica,  $s = R \phi$

Como o raio é constante,  
a única variável é  $\phi$ .



# Movimento circular e uniforme

Usamos coordenadas polares  $(\rho, \phi)$

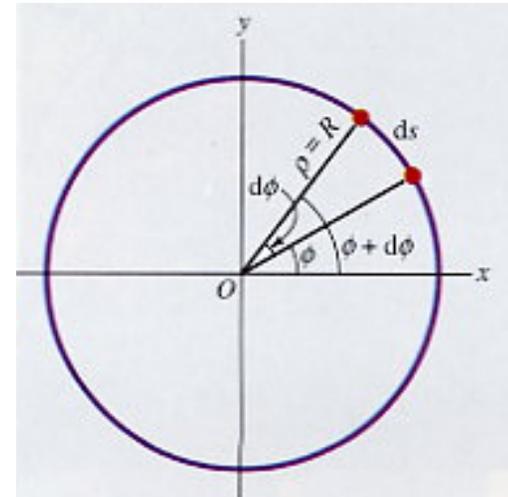
Daí, o arco fica,  $s = R \phi$

Como o raio é constante,  
a única variável é  $\phi$ .

$$ds = R d\phi$$

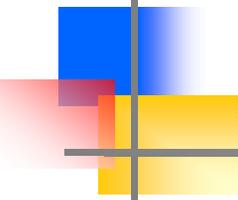
que dividido pelo tempo  $dt$  dá:

$$\frac{ds}{dt} = v = R \frac{d\phi}{dt}$$



*Definimos assim a  
velocidade angular*

$$\omega = \frac{d\phi}{dt} \quad \text{rd/s}$$



# Movimento circular e uniforme

Uma volta completa

$$2\pi R = vT$$

Período do movimento  $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$

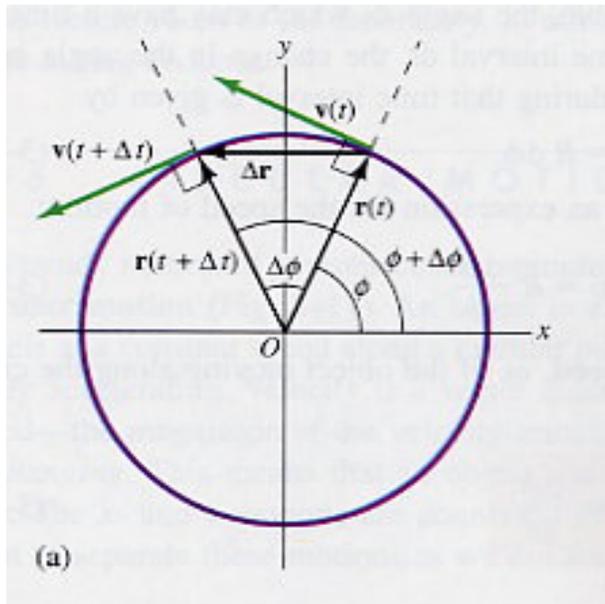
Frequência

$$f = \frac{1}{T} \text{ hertz}$$

Velocidade angular e frequência

$$\omega = 2\pi f$$

# Movimento circular e uniforme

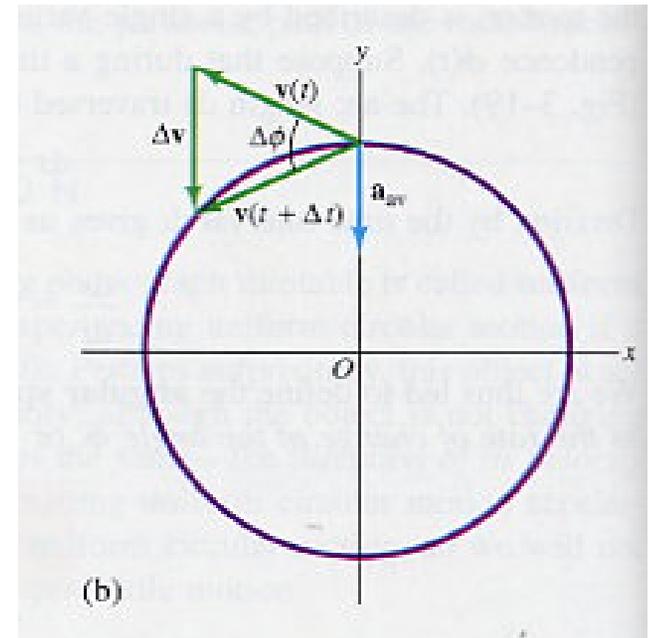


Aceleração média

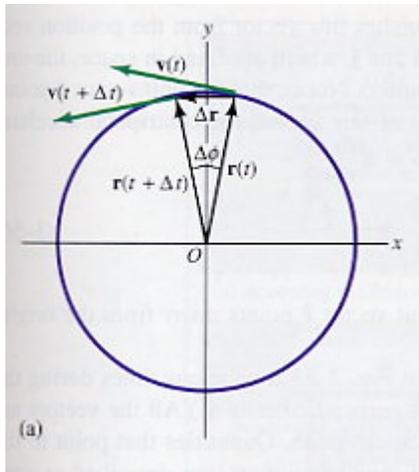
$$\frac{\Delta \mathbf{r}}{\mathbf{r}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\mathbf{v}}$$

$$\mathbf{v} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\mathbf{r}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\mathbf{v}}$$

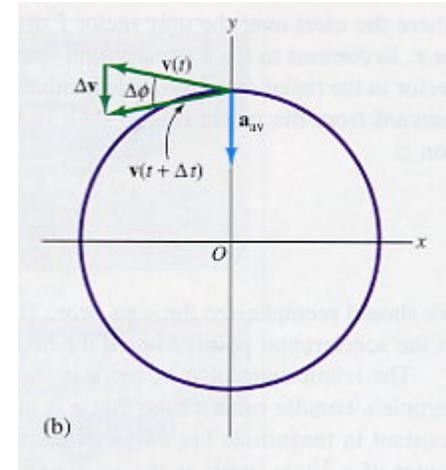
$$\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{r}} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$



# Movimento circular e uniforme



$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$



Aceleração média  $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta r}{\Delta t}$

No limite  $\Delta t \rightarrow 0$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$
$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

***Aceleração instantânea***

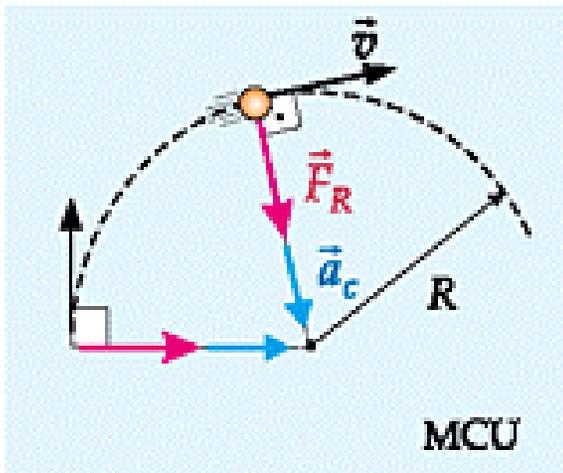
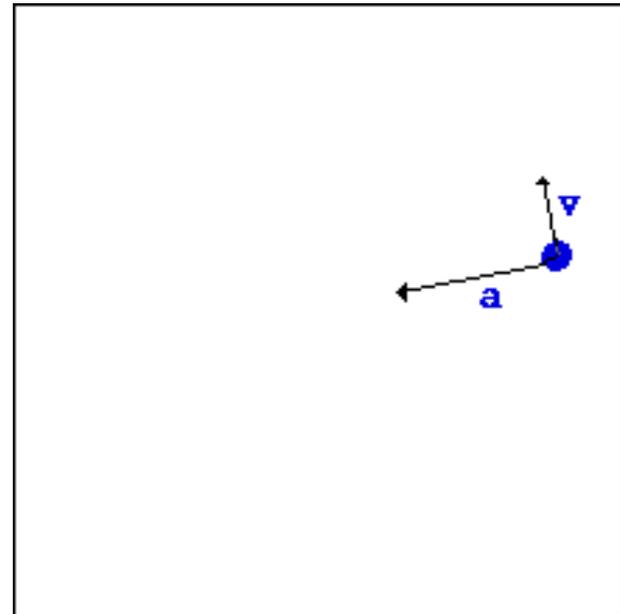
$$a = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

Aceleração centrípeta

# Movimento circular e uniforme

A aceleração centrípeta cujo módulo fica:

$$\vec{a} = -\frac{v^2}{r}$$



Tem direção do vetor posição e aponta para o centro do movimento.

# Movimento helicoidal

Podemos compor este movimento no plano com o movimento em z. Note que a partícula anda uma altura h em um período do

$$h = v_z T = v_z \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{movimento no plano}$$

A cada período T a partícula se desloca de h no plano z descrevendo um movimento helicoidal!

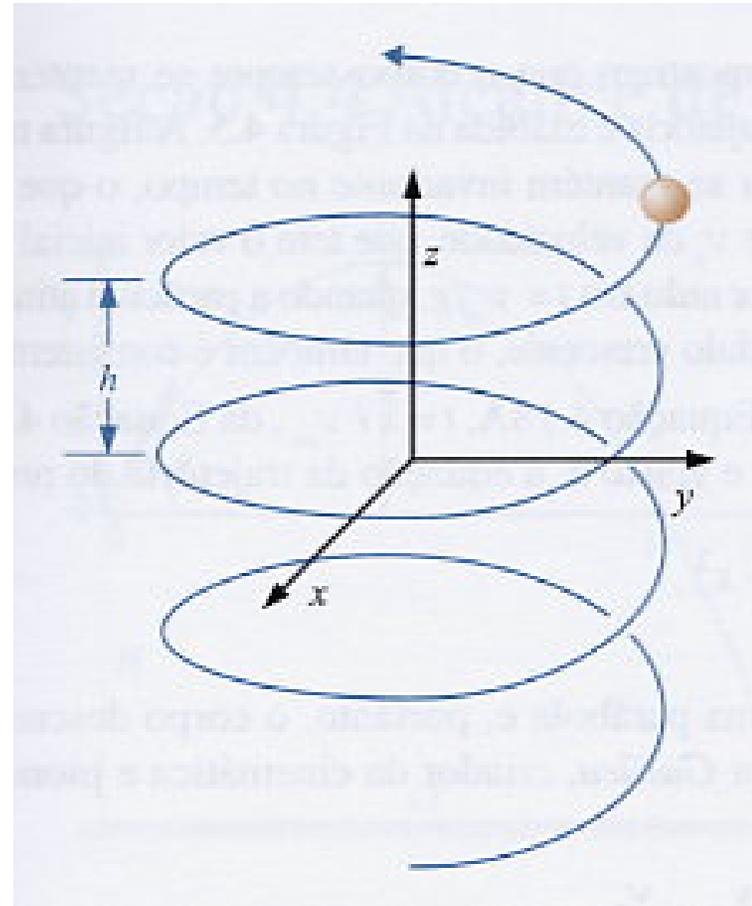
$$\mathbf{r}(t) = R\cos\omega t \mathbf{i} + R\sin\omega t \mathbf{j} + v_z t \mathbf{k}$$

R,  $\omega$  e  $v_z$  constantes. A velocidade será:

$$\mathbf{v}(t) = -\omega R\sin\omega t \mathbf{i} + \omega R\cos\omega t \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$$

A aceleração:

$$\mathbf{a}(t) = -\omega^2 R\cos\omega t \mathbf{i} - \omega^2 R\sin\omega t \mathbf{j}$$



# Resumo

- **Movimento Circular Uniforme**

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega = 2\pi f \quad a = r\omega^2$$

- **Movimento Helicoidal**  $\mathbf{r}(t) = R\cos\omega t \mathbf{i} + R\sin\omega t \mathbf{j} + v_z t \mathbf{k}$

**Exemplo:** Pião roda uniformemente com 16Hz. Qual é a aceleração centrípeta de um ponto no raio do pião em  $R = 3\text{cm}$

Velocidade angular é

$$\omega = 2\pi f$$

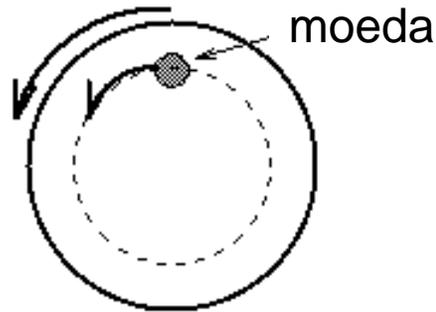
$$\omega = 2\pi \text{rad}(16\text{Hz}) = 101 \text{rad/s}$$

A aceleração fica:

$$a = r\omega^2 = 303 \text{ m/s}^2$$

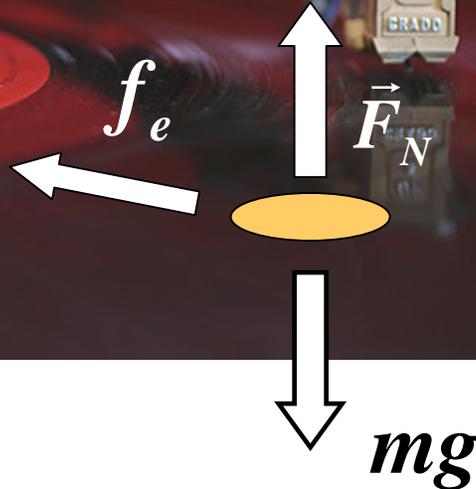


# Atrito e Movimento Circular



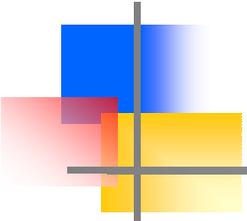
$$F_N - mg = 0$$

$$f_e = \mu_e F_N = \mu_e mg$$



Para que a moeda não deslize e caia do disco

$$F_c = f_e \quad \mu_e mg = m \frac{v^2}{r}$$



# Atrito e Movimento Circular

$$F_c = m a_c$$

$$\mu_e mg = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r$$

Para uma dada frequência de rotação existe um raio máximo para que a condição acima seja satisfeita:

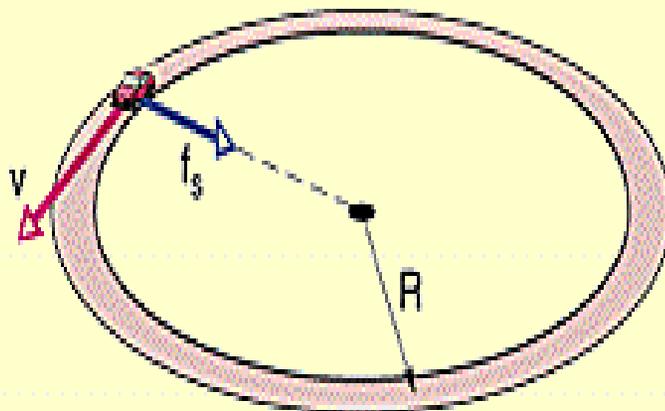
$$\mu_e = \frac{\omega^2 r_{\max}}{g} \quad \text{ou} \quad \mu_e = \frac{v^2}{rg}$$

Outro jeito para medir o coeficiente de atrito!

## Atrito e movimento circular

Considere um *stock car* (carro com carroceria reforçada) com massa de  $m = 1600$  kg se deslocando com uma velocidade constante  $v = 20$  m/s ao redor de uma pista circular horizontal, de raio  $R = 190$  m. Para que valor de  $\mu_e$  entre os pneus do carro e a pista o carro estará na iminência de derrapar para fora da pista?

Resp.:  $\mu_e = 0,21$



(a)



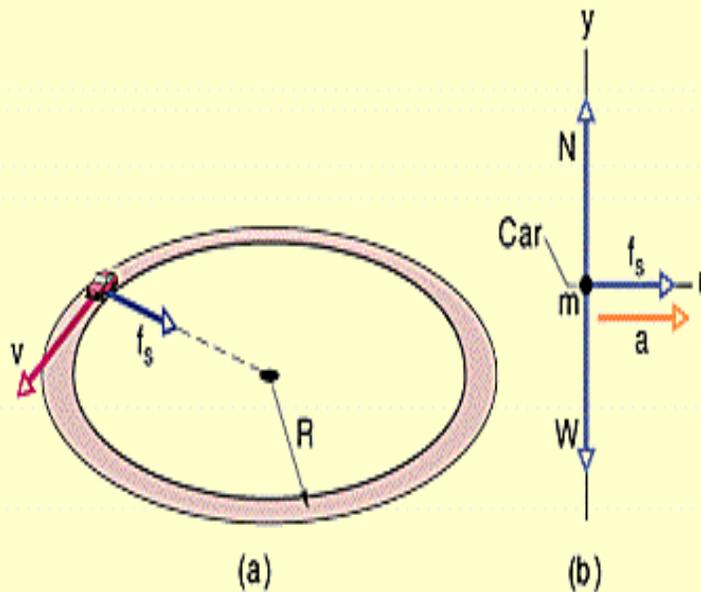
(b)

$M = 1600$  Kg,  $R = 190$  m  
e  $V = 20$  m/s

## Atrito e movimento circular

Considere um *stock car* (carro com carroceria reforçada) com massa de  $m = 1600$  kg se deslocando com uma velocidade constante  $v = 20$  m/s ao redor de uma pista circular horizontal, de raio  $R = 190$  m. Para que valor de  $\mu_e$  entre os pneus do carro e a pista o carro estará na iminência de derrapar para fora da pista?

Resp.:  $\mu_e = 0,21$



**fatrito = Fc**

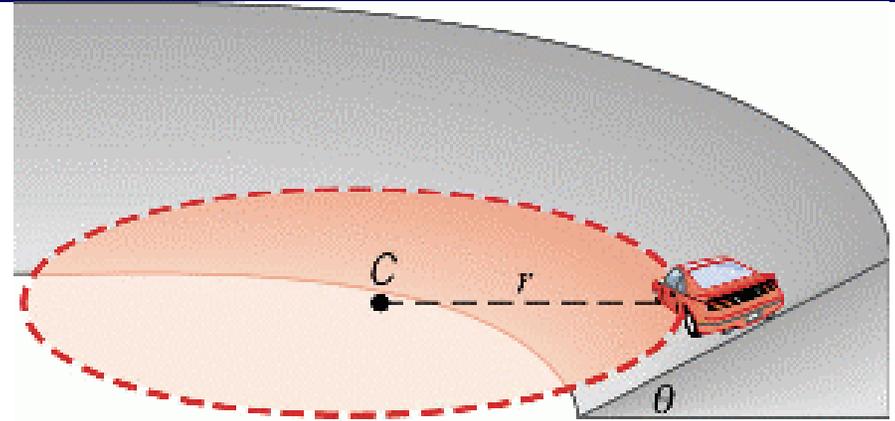
$$\mu_s mg = \frac{mv^2}{R},$$

$$\mu_s = \frac{v^2}{gR}$$

$$= \frac{(20 \text{ m/s})^2}{(9.8 \text{ m/s}^2)(190 \text{ m})} = 0.21.$$

$M = 1600$  Kg,  $R = 190$  m  
e  $V = 20$  m/s

# Força normal e movimento circular



(a)

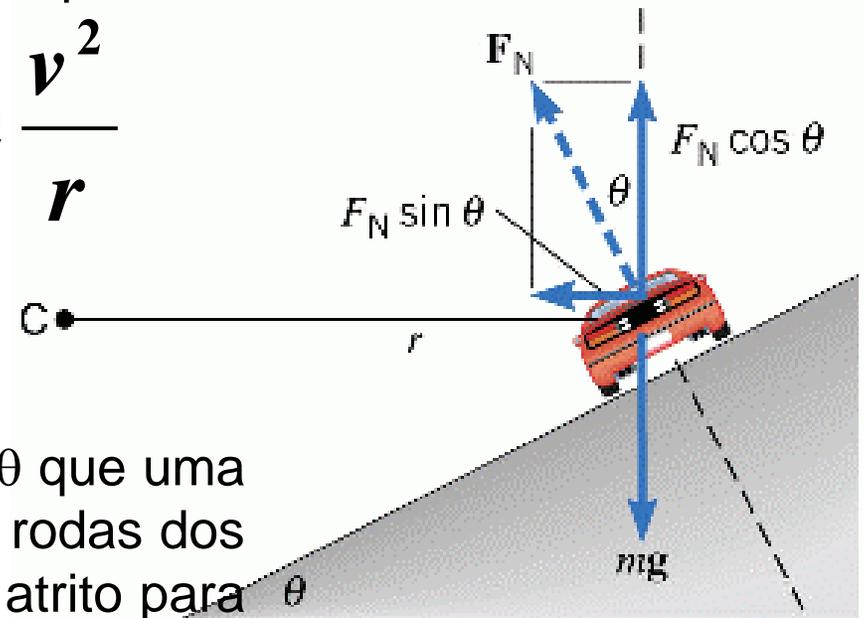
Componente  $x$  da normal = força centrípeta:

$$F_N \sin \theta = m \frac{v^2}{r}$$

Componente  $y$ :

$$F_N \cos \theta = mg$$

Qual deve ser o ângulo de elevação  $\theta$  que uma pista de corrida deve ter para que as rodas dos carros não tenham que depender do atrito para evitar o escorregamento?



(b)

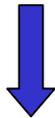
# Força normal e movimento circular

Componente y:  $F_N \cos \theta = mg$

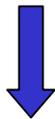
Portanto: 
$$F_N = \frac{mg}{\cos \theta}$$

Componente x da normal = Fc:

$$F_N \sin \theta = m \frac{v^2}{r}$$



$$\frac{mg}{\cos \theta} \times \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$



$$v = \sqrt{gr \tan \theta}$$



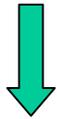
O ângulo de elevação  $\theta$  que uma pista de corrida deve ter para que as rodas dos carros não tenham que depender do atrito para evitar o escorregamento é:

$$\theta = \text{Tg}^{-1} \left( \frac{v^2}{Rg} \right)$$

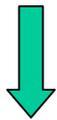
# Força normal e movimento circular

Portanto:

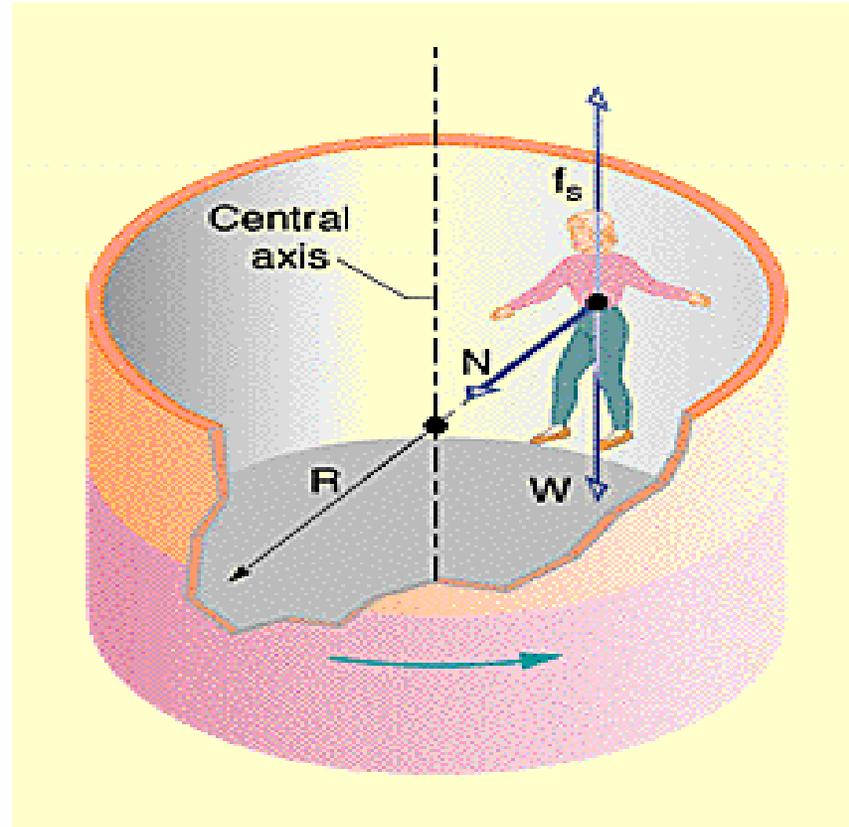
$$N = \frac{mv^2}{r}$$



$$f = \mu N = mg$$



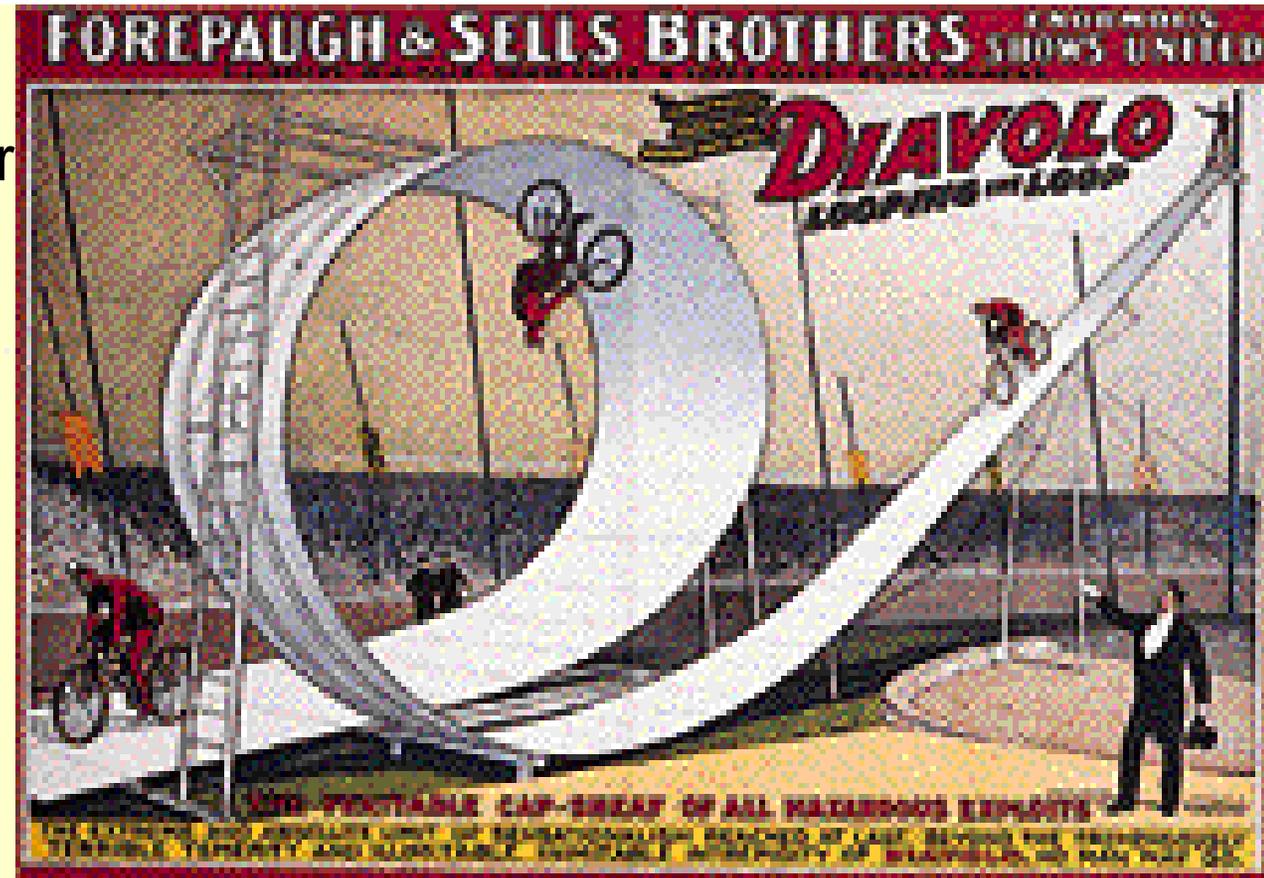
$$v_{\min} = \sqrt{\frac{gr}{\mu}}$$



## Força normal e movimento circular

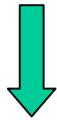
Em uma apresentação em 1901, Allo Diavolo “Dare Devil” introduziu a acrobacia de dirigir uma bicicleta completando uma volta em um **loop** vertical. Supondo que o loop seja um círculo de raio  $R = 2,7$  m, qual a menor velocidade que Diavolo poderia ter na parte mais alta do loop a fim de permanecer em contato com ele nesta parte?

Resp.: 5,1 m/s.



A menor velocidade que Diavolo poderia ter na parte mais alta do loop a fim de permanecer em contato com ele será:

$$N = 0$$

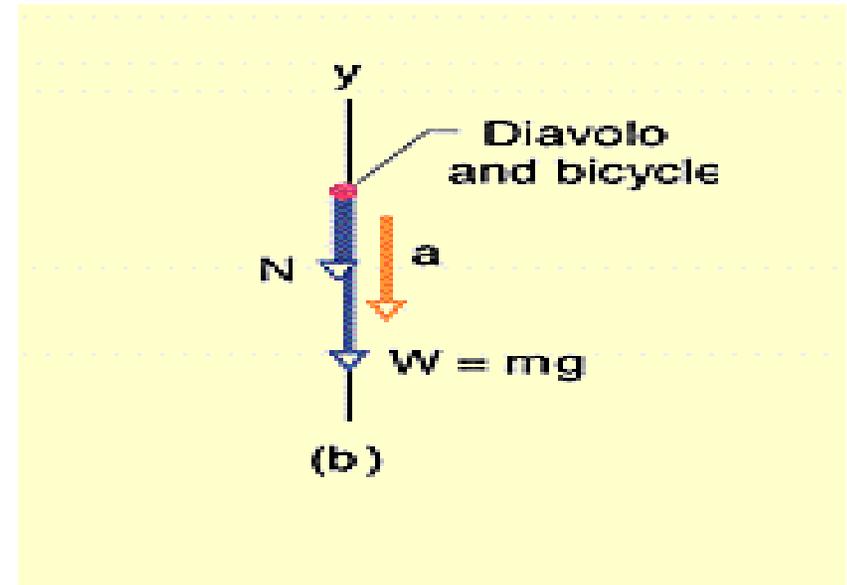
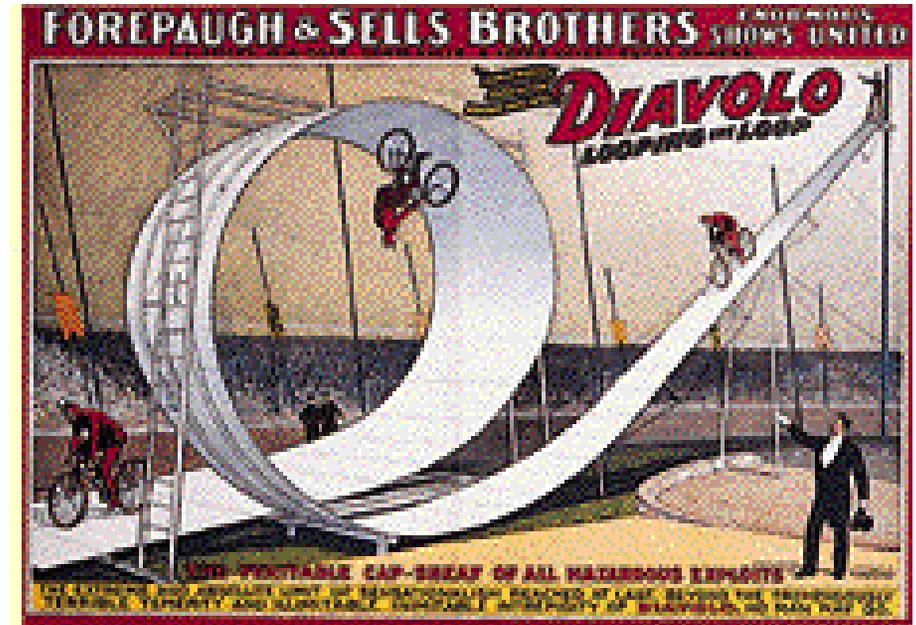


$$m \frac{v^2}{R} = mg$$



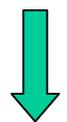
$$v_{\min} = \sqrt{gR}$$

Resp. 5,1 m/s.



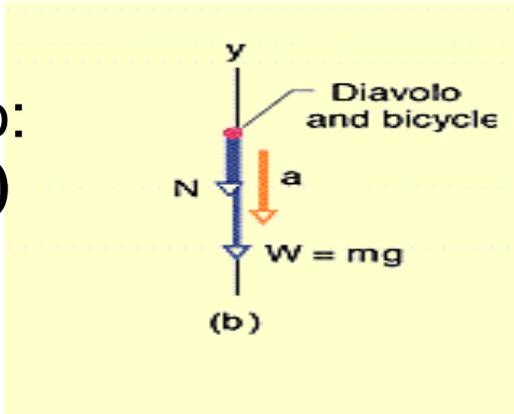
Em uma apresentação em 1901,Allo Diavolo “Dare Devil” introduziu a acrobacia de dirigir uma bicicleta completando uma volta em um *loop* vertical. Supondo que o loop seja um círculo de raio  $R = 2,7$  m, qual a menor velocidade que Diavolo poderia ter na parte mais alta do loop a fim de permanecer em contato com ele nesta parte?

Portanto:  
 $N = 0$



$$m \frac{v^2}{R} = mg$$

$$v_{\min} = \sqrt{gR}$$



$$v_{\min} = 5,1 \text{ m/s}$$