2ª Aula do cap. 09
Momento Linear

$$\vec{P} = m\,\vec{v}$$

- O momento linear (ou quantidade de movimento).
- Conservação de momento linear:

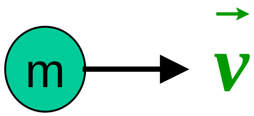
$$\vec{F}^{(ext)} = 0 \Rightarrow \vec{P} = cte.$$

Referência:

- **Halliday**, David; Resnick, Robert & Walker, Jearl. Fundamentos de Física, Vol 1. Cap. 09 da 7ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996.
- **Tipler**, Paul. Física, Vol 1 cap. 08. 4ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

Momento linear:

O momento linear (ou quantidade de movimento) de uma partícula é uma quantidade vetorial definida como:



$$\vec{p} = m\vec{v}$$

A 2ª lei de Newton pode ser escrita como:

$$\boxed{\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

O momento linear de um sistema de partículas é a soma vetorial dos momentos lineares individuais:

$$\vec{P} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \cdots + \vec{p_N} = m_1\vec{v_1} + \cdots + m_N\vec{v_N}$$

Diferenciando em relação ao tempo a definição do centro de massa:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i \Rightarrow \quad M\vec{v}_{CM} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i = \vec{P}$$

Diferenciando novamente e usando a 2a lei de Newton para um sistema de partículas:

$$\boxed{M\frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}^{(ext)}}$$

$$\vec{F}^{(ext)} = 0 \Rightarrow \vec{P} = cte.$$

Conservação de momento linear:

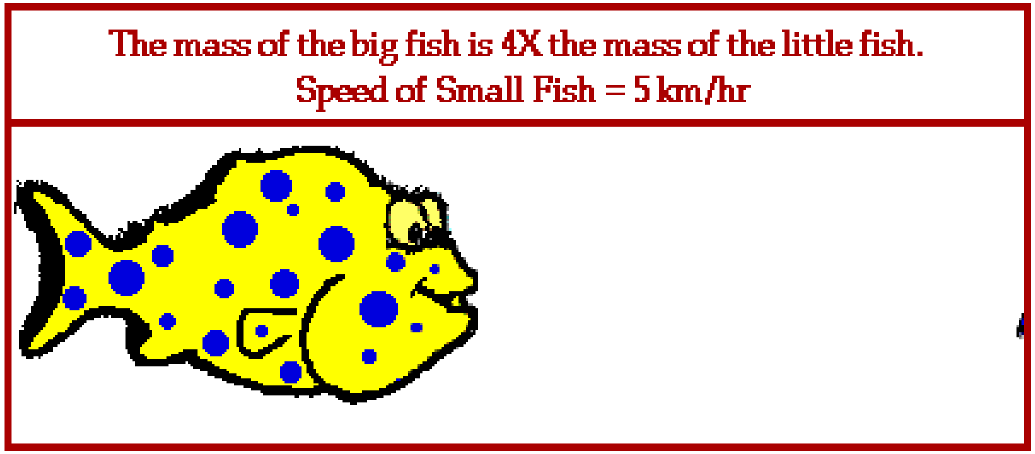
Uma consequência imediata da 2ª lei de Newton para um sistema de partículas é a conservação do momento linear total de um sistema na ausência de forças externas

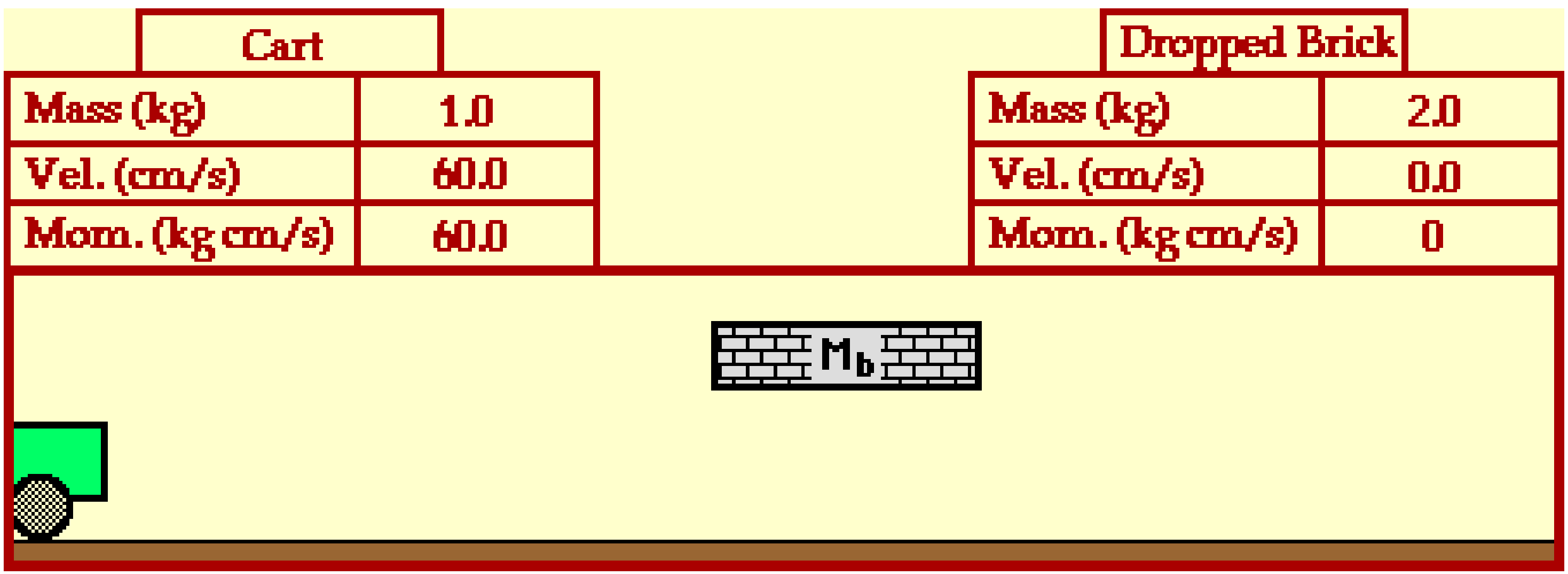
$$\vec{F}^{(ext)} = 0 \Rightarrow \vec{P} = cte.$$

Assim como no caso da conservação da energia mecânica, essa lei pode ser muito útil para resolver problemas, sem ter que achar a dinâmica detalhada do sistema.

- Note que a única condição para a conservação do momento linear total é a ausência de forças externas. Não há nenhuma restrição quanto à presença de forças dissipativas, **desde que elas sejam internas.**

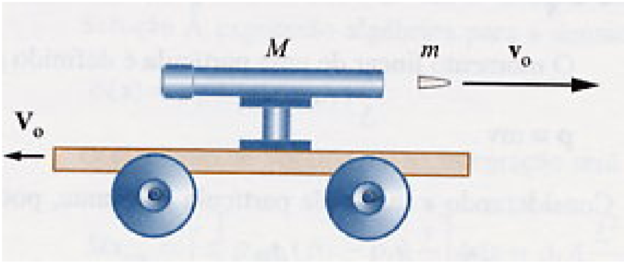
Conservação de momento linear: Exemplos





Exemplo do canhão:

Massa do canhão mais plataforma M=100 kg
Massa da bala m=1,0 kg
Velocidade da bala em relação ao canhão v_{rel}=300 m/s



$$v_0 = ? \quad V_0 = ?$$

- O momento linear total inicial é nulo.
- Imediatamente após a explosão, o momento linear total tem que ser nulo também, pois as forças que atuam durante a explosão são todas forças internas (depois da explosão, forças externas passam a atuar: gravidade e resistência do ar sobre a bala, atrito sobre a plataforma).

Os módulos das velocidades estão assim relacionados:

$$MV_0 = mv_0$$
$$v_{rel} = v_0 + V_0$$

- Note que $\vec{v}_{rel} = \vec{v}_0 - \vec{V}_0$ mas a relação entre os módulos é outra!

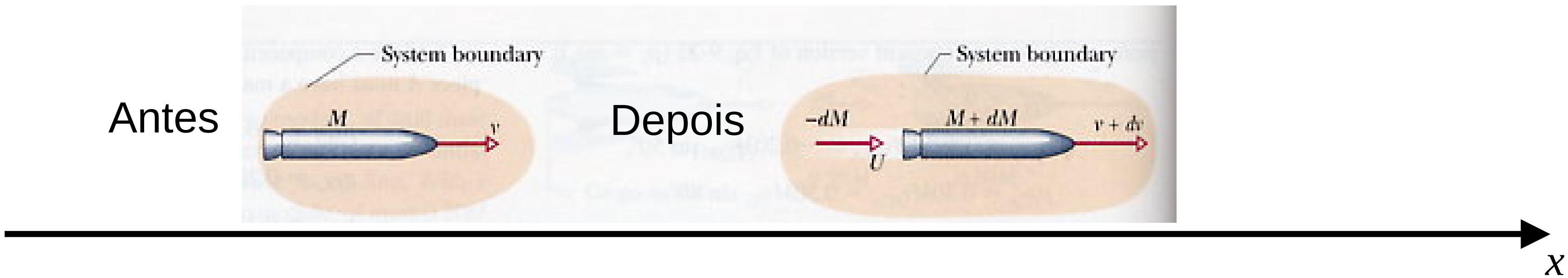
Resolvendo o sistema de equações encontramos:

$$\begin{cases} V_0 = \dfrac{m}{m+M} v_{rel} = 2{,}97 \text{ m/s} \\ v_0 = v_{rel} - V_0 = 297{,}03 \text{ m/s} \end{cases}$$

O movimento de recuo do canhão sugere um método de propulsão!

Propulsão de foguetes, aviões a jato, etc.: sistemas de massa variável

• Considere um foguete com velocidade instantânea v e massa instantânea M.
• Ele ejeta uma massa $-dM$ com velocidade U (note que aqui $dM<0$).
• Depois da ejeção, o foguete tem massa $M+dM$, *isto é:* M-dM e velocidade $v+dv$.
• **Todas as velocidades são em módulo e em relação ao referencial inercial da Terra.**



Como no caso do canhão, aplicamos a conservação do momento linear.

Antes: $P_i = Mv$

Depois: $P_f = (M + dM)(v + dv) + (-dM)U$

$$\Rightarrow Mdv = (U - v - dv)dM$$

$$\boxed{Mdv = -v_{rel}\,dM}$$ **Equação fundamental da propulsão de foguetes**

Propulsão de foguetes, aviões a jato, etc.: sistemas de massa variável

$$Mdv = (U - v - dv)dM$$

Introduzindo a velocidade do combustível em relação ao foguete (é essa quantidade que é controlada, pois está ligada ao processo de combustão):

$$\boxed{Mdv = -v_{rel}dM}$$

Equação fundamental da propulsão de foguetes

$$M\frac{dv}{dt} = -v_{rel}\frac{dM}{dt} = Rv_{rel}$$

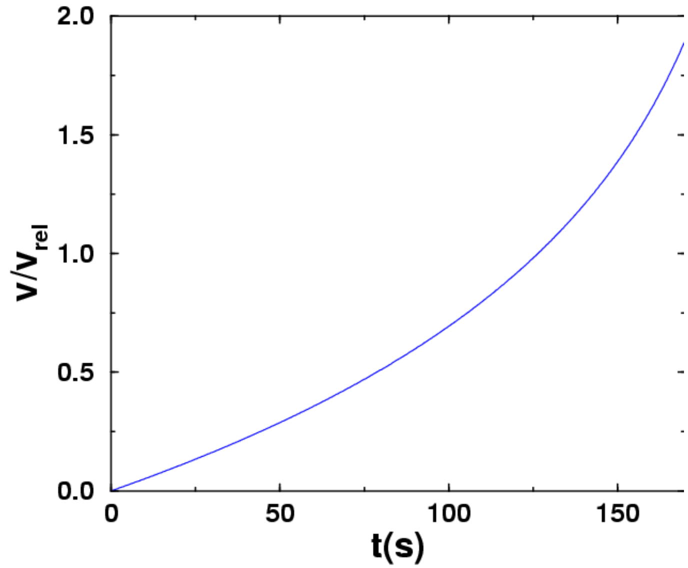
R = taxa de ejeção de massa por unidade de tempo

Rv_{rel} = Empuxo

- Note que o empuxo Rv_{rel} tem o mesmo efeito de uma força resultante!

$$dv = -v_{rel}\frac{dM}{M} \Rightarrow \int_{v_i}^{v_f} dv = -v_{rel}\int_{M_i}^{M_f}\frac{dM}{M} \Rightarrow \boxed{v_f - v_i = \Delta v = v_{rel}\ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right)}$$

Propulsão de foguetes, aviões a jato, etc.: sistemas de massa variável



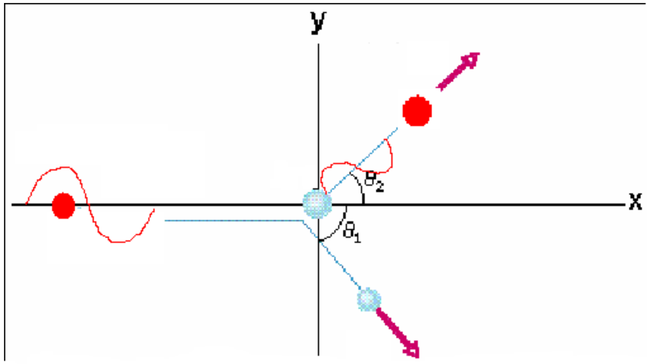
Curva v(t) não é uma linha reta por causa da perda de massa

Para alguns combustíveis:

- Querosene e oxigênio líquido (programa Apolo): $v_{rel} \approx 10.000$ km/h
- Hidrogênio líquido e oxigênio líquido (ônibus espacial): $v_{rel} \approx 11.500$ km/h
- Valores no vácuo: 10-20% maiores.

Conservação do Momento Linear dentro da Física Moderna.

i) O Efeito Compton



ii) Reações Nucleares

iii) Momento Linear Relativístico

$$\vec{P} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

onde c é velocidade da Luz.