2ª Aula do cap. 04

Equação da Trajetória:

As coordenadas **x(t)** e **y(t)** de um ponto da trajetória;

$\mathbf{x(t) = v_0.t}$ e $\mathbf{y(t) = v_{0y}.t + (g/2).t^2}$

Equação da Trajetória, $$\mathbf{y(x) = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_{0x}^2} x^2}$$

Equação para o Alcance Horizontal. $$R = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen} 2\theta_0$$

Referência:
<u>Halliday</u>, David; Resnick, Robert & Walker, Jearl. Fundamentos de Física, Vol 1. Cap. 04 da 6ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996.

Equação da Trajetória

Aceleração a_y = -g. Na direção x v é constante!

Movimento parabólico

componente x de r $$x = x_0 + v_{0x} t$$

componente x de v (constante) $$v_x = v_{0x}$$

componente y de r $$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

componente y de v $$v_y = v_{0y} - g t$$

- Plano de movimento é formado pela velocidade inicial e pelo vetor aceleração

Equação da Trajetória

Se tomamos $x_0 = y_0 = 0$

de $x = v_{0x}t$ temos $t = x/v_{0x}$

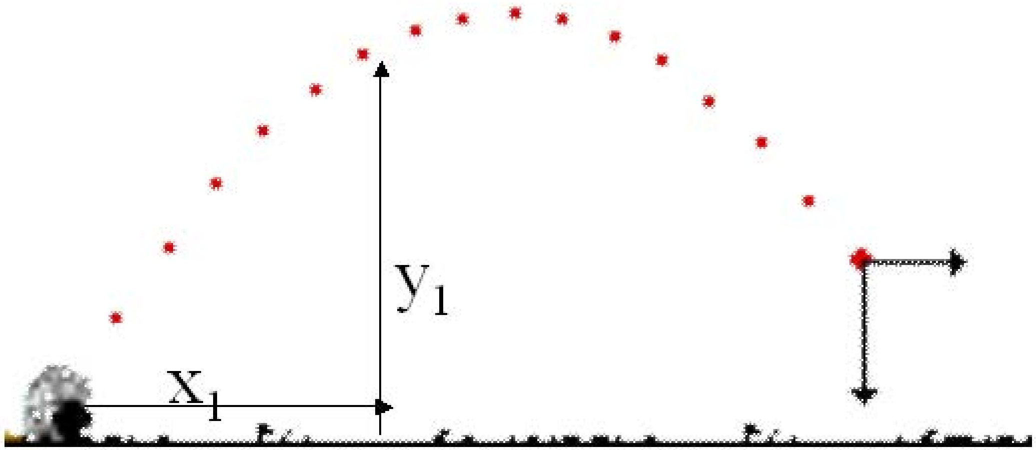
substituindo na Eq. para y

$$\mathbf{y(x) = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x - \frac{1}{2}\frac{g}{v_{0x}^2} x^2}$$

Equação de uma parábola!

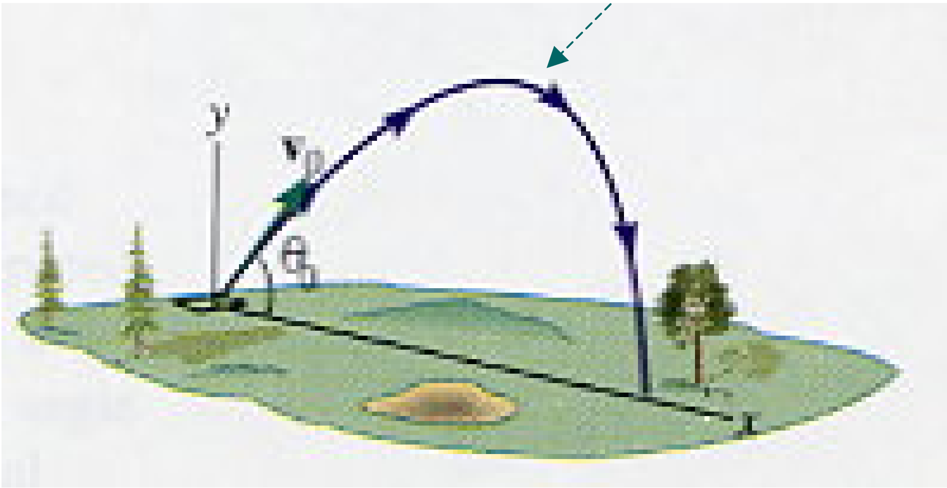
Ilustração-Movimento parabólico

Equação da Trajetória $$y(x) = tg\,(x) - \frac{1}{2}\frac{g}{v_{0x}^2}x^2$$



Alcance Horizontal

Como no lançamento horizontal, o lançamento oblíquo também pode ser analisado como dois movimentos independentes. O estudo deste tipo de movimento foi de fundamental importância para o desenvolvimento da balística, uma vez que o alcance definia o acerto ou o erro de um alvo.



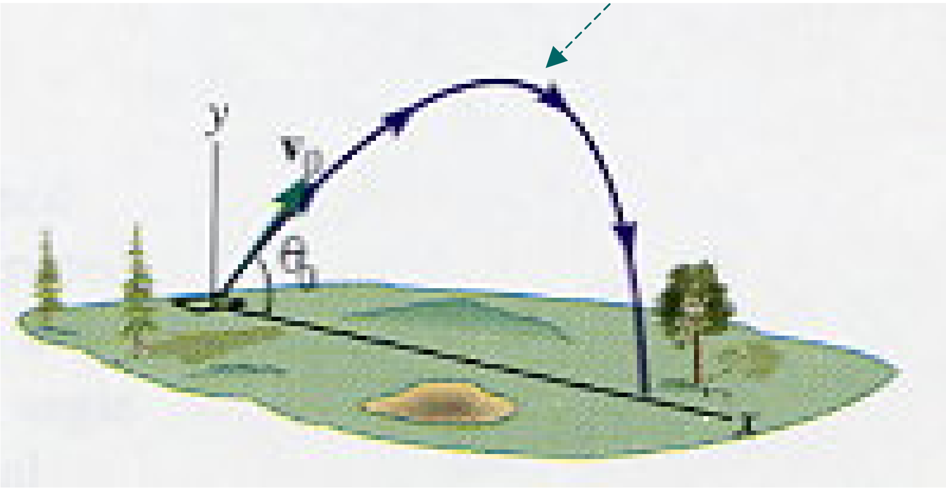
Note que

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$$

$$v_{0y} = v_0 \, \mathrm{sen}\theta_0$$

Alcance Horizontal

Tempo para atingir altura máxima h. quando $v_y = 0$.



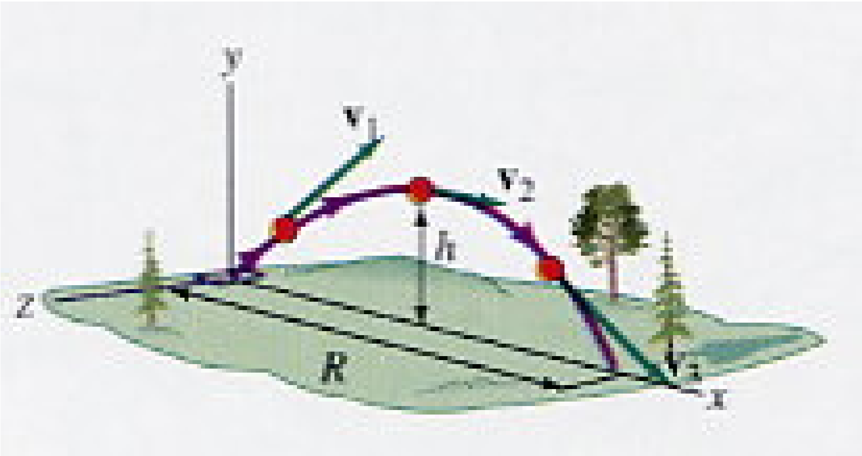
$$t_h = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \mathrm{sen}\theta_0}{g}$$

Note que

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$$

$$v_{0y} = v_0 \,\mathrm{sen}\theta_0$$

Considerando: $y_{final} = y_0 = 0$



$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

t =0 $$t\left(v_{0y} - \frac{1}{2}gt\right) = 0$$

$$\mathbf{v_{0y} = \frac{1g\,t}{2}}$$

$$T = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0}{g}\sin\theta_0$$

$$R = v_{0x}T = (v_0\cos\theta_0)\left(\frac{2v_0}{g}\sin\theta_0\right) = \frac{2v_0^2}{g}\sin\theta_0\,\cos\theta_0$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$ Identidade trigonométrica

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0$$

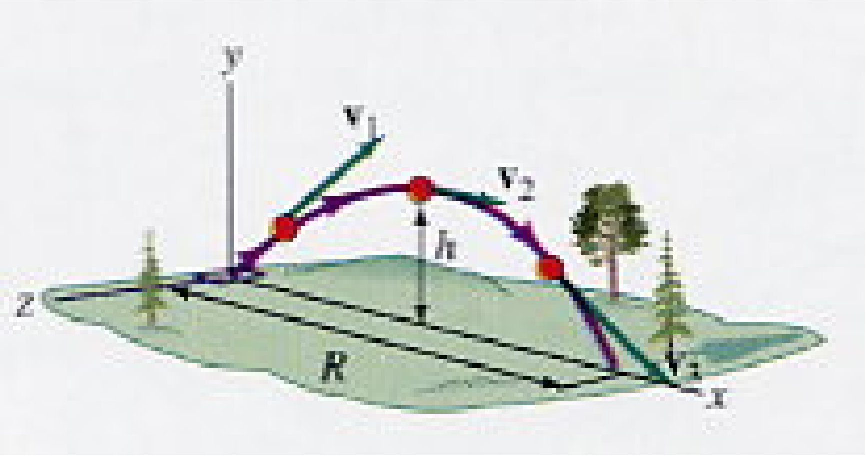
$$\boxed{R = \frac{v_0^2}{g}\,\text{sen}\,2\theta_0}$$

Alcance Horizontal

Tempo para atingir altura máxima h. Quando $v_y = 0$.

$$t_h = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}$$

O alcance R acontece em $t = 2\,t_h$



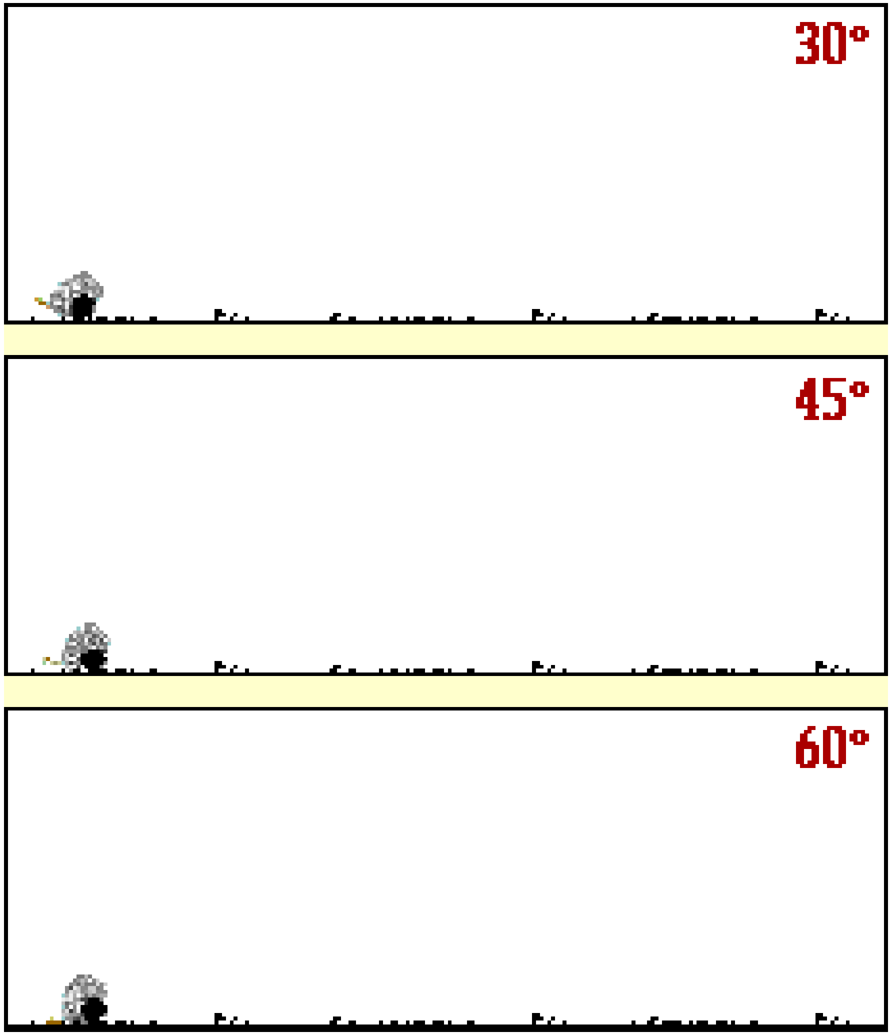
$$\boxed{R = \frac{v_0^2}{g}\operatorname{sen} 2\theta_0}$$

Alcance Máximo

Alcance máximo

$$R = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen} 2\theta_0$$

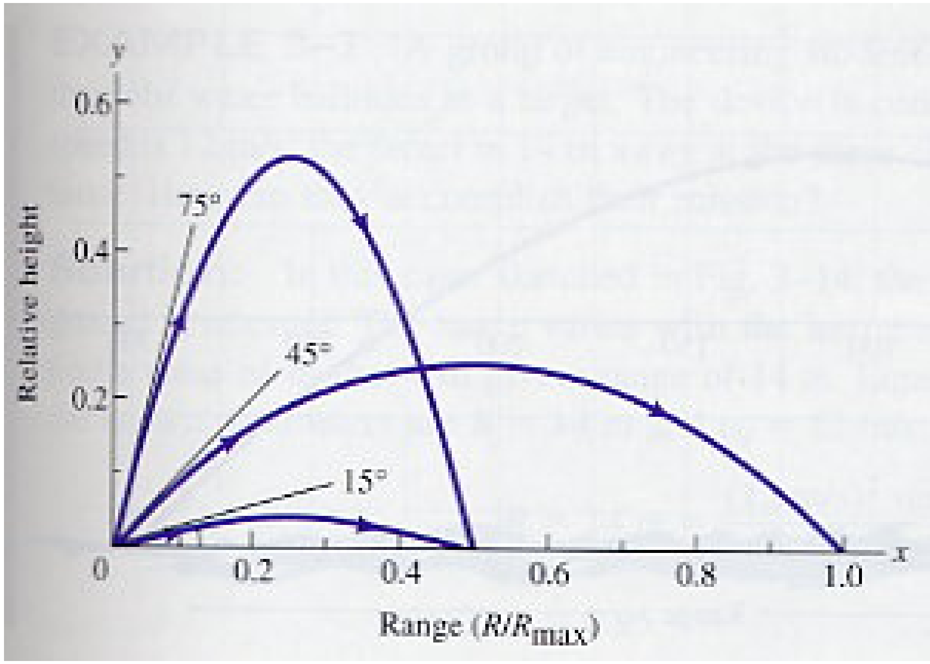
Para um valor fixo do módulo da velocidade inicial o alcance máximo acontece para $2\theta_0 = \pi / 2$ ou seja $\theta_0 = 45^0$.



Alcance Máximo

Alcance máximo

$$R = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen} 2\theta_0$$



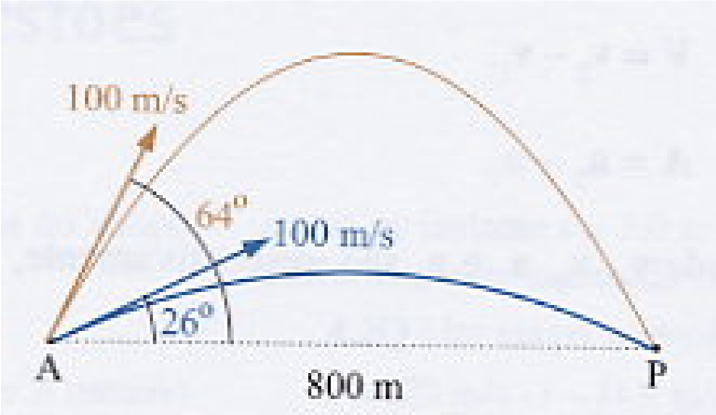
Para um valor fixo do módulo da velocidade inicial o alcance máximo acontece para $2\theta_0 = \pi / 2$ ou seja $\theta_0 = 45^0$.

$$\boxed{R_{max} = \frac{v_0^2}{g}}$$

Alcance - Exemplo

Canhão atira bolas com vel v_0 portanto seu alcance máximo é $R_{max} = v_0^2/g$. Mostre que para atirar o alvo a uma distância D existem dois ângulos θ_0 possíveis. v_0 = 100 m/s, D = 800m

$$\text{sen}2\theta_0 = \frac{gR}{v_0^2} = \frac{R}{R_{max}}$$



Usando os dados numéricos temos R_{max} = 1019 m

$$\text{sen}2\theta_0 = \frac{800}{1019} = 0.785$$

$$\mathbf{2\theta_{01} = 52^0,\ \ 2\theta_{02} = 128^0}$$

ou

$$\mathbf{\theta_{01} = 26^0,\ \ \theta_{01} = 64^0}$$