

2ª Aula do cap.2

Velocidade Instantânea e Aceleração Instantânea

Introdução

Velocidade Média e Velocidade Instantânea.

Aceleração Média e Aceleração Instantânea.

Velocidade Média e Velocidade escalar.

Limite de uma função.



Referência:

Halliday, David; Resnick, Robert & Walker, Jearl. Fundamentos de Física, Vol 1. Cap. 04 da 7ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996.

Tipler, Paul. Física, Vol 1 cap. 03. 4ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

<http://geocities.yahoo.com.br/saladefisica3/laboratorio/movimentos/movimentos.htm>

O Deslocamento e Velocidade média

Deslocamento, variação de espaço de (x_1, t_1) para (x_2, t_2) .

Exemplo: corrida de 100 metros.



Ouro - Justin Gatlin

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$$

(independe do caminho)

Velocidade média

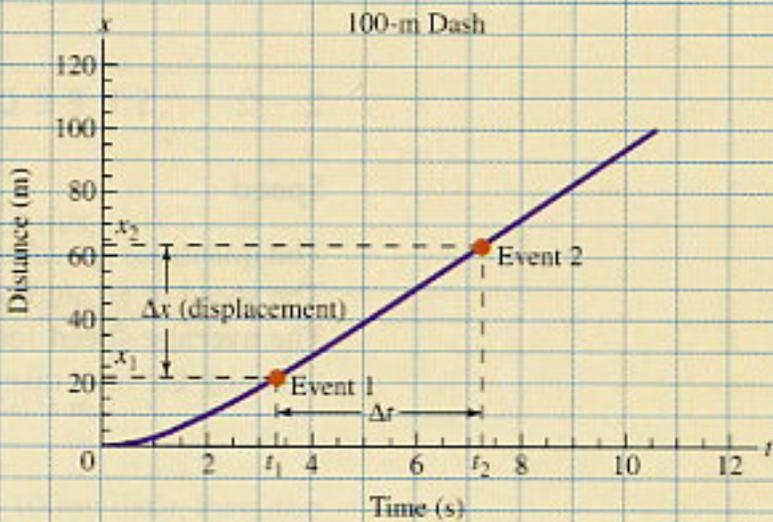
$$v_{\text{med}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

de 0s até 5.01s:

$$v_{\text{med}} = 40\text{m} / 5.01\text{s} = 8.0 \text{ m/s}$$

de 5.01s até 10.5s:

$$v_{\text{med}} = 60\text{m} / 5.49\text{s} = 10.9 \text{ m/s}$$



Velocidade Instantânea

Conceito

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

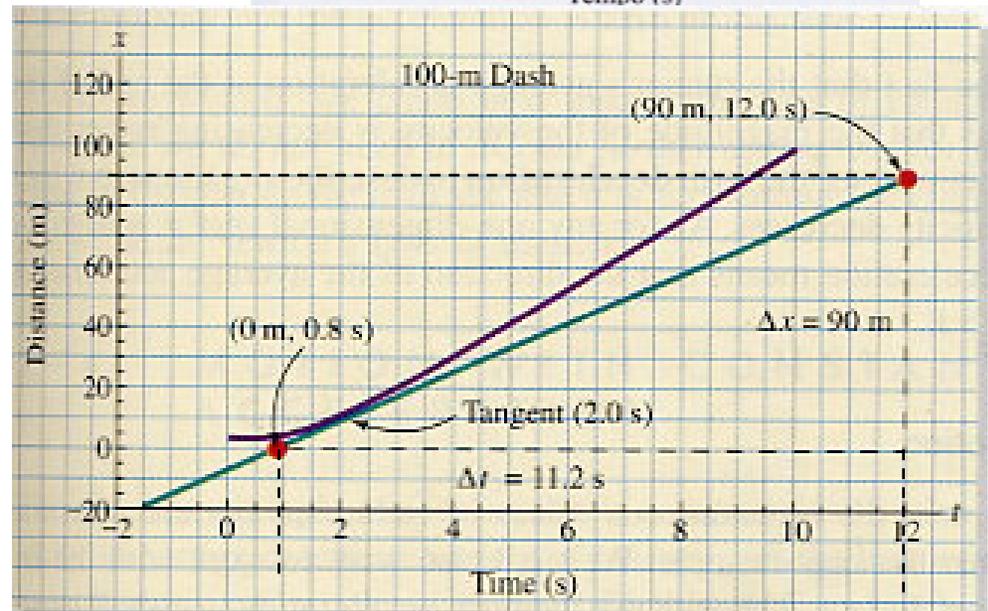
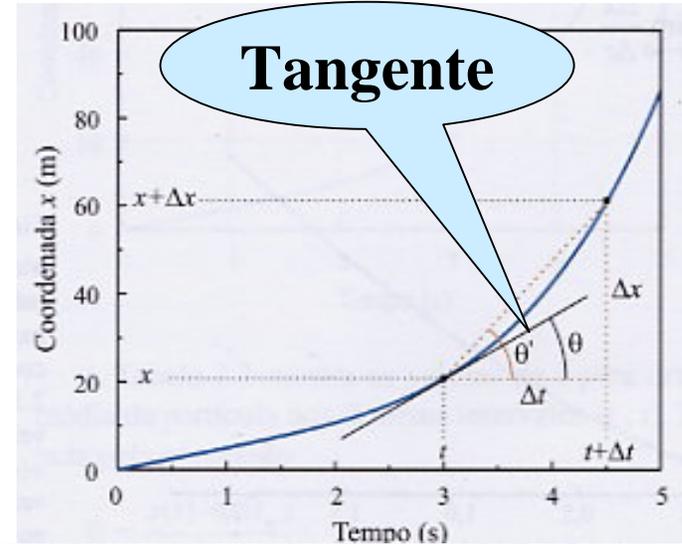
Derivada

Exemplo:

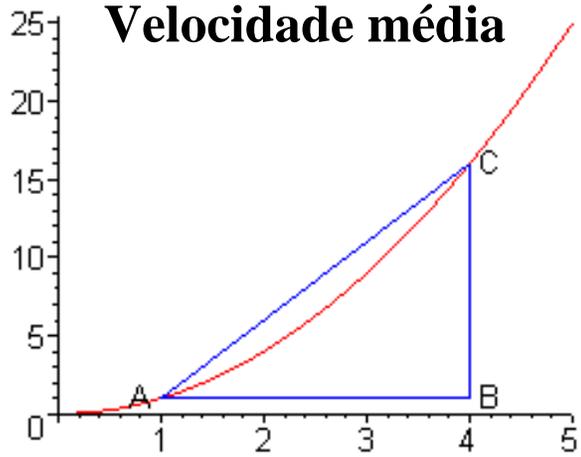
Na corrida, de 100 m,
a velocidade em $t = 2\text{ s}$ é

$$v(t = 2\text{ s}) = \frac{90\text{ m}}{11.2\text{ s}} = 8.0\text{ m/s}$$

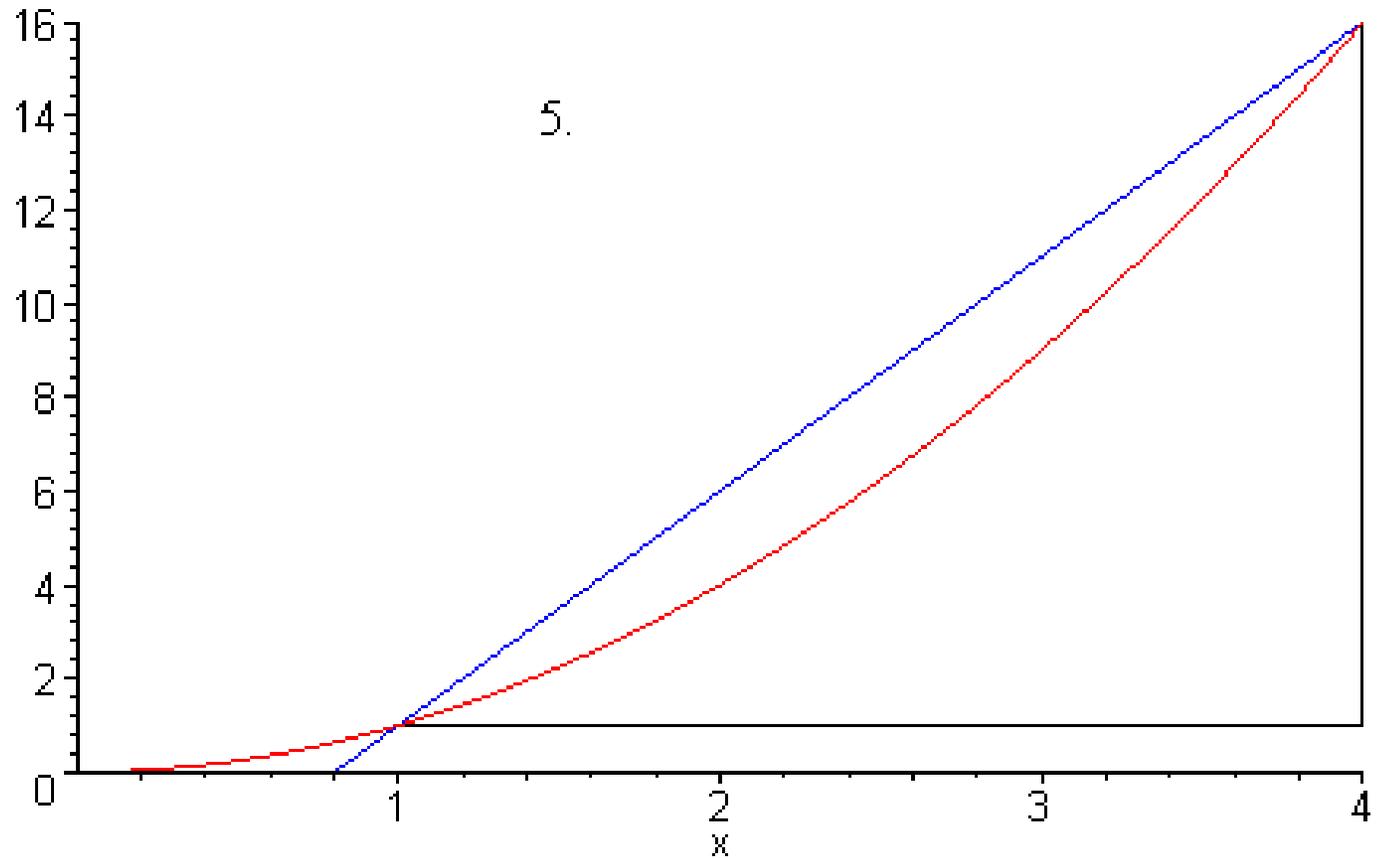
Geometricamente

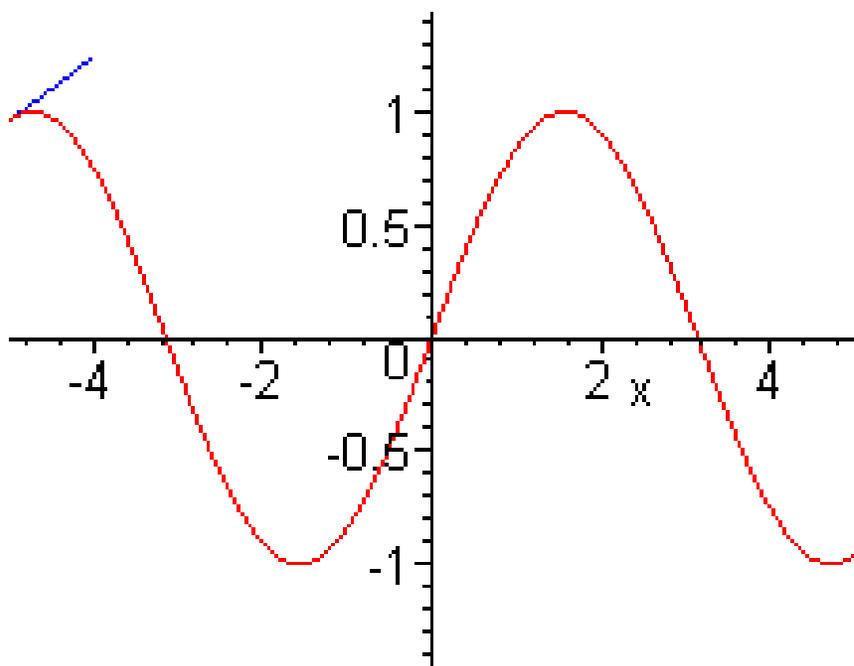
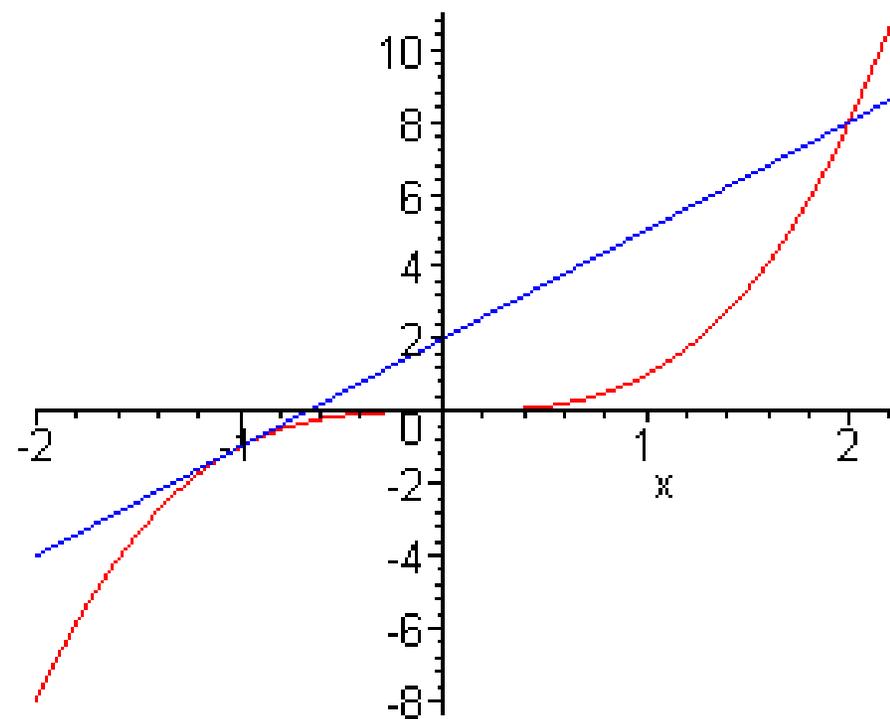
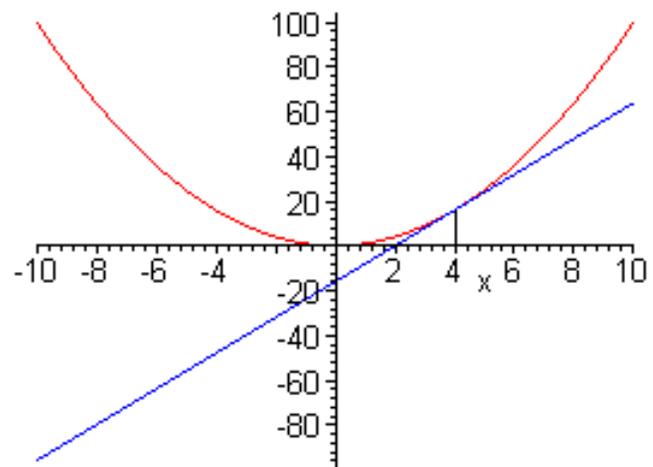


Velocidade média



Velocidade instantânea



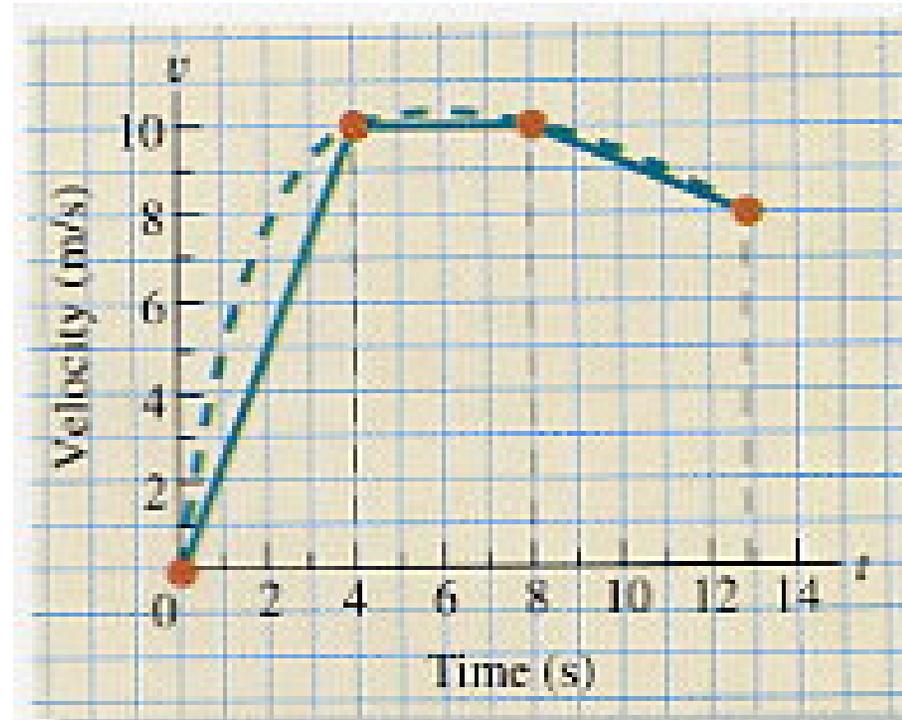


Aceleração Média

$$a_{\text{med}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

A corredora acelera uniformemente até 10m/s em $t = 4\text{s}$. Mantém a velocidade nos próximos 4s.

De 8s até 12.7s reduz a velocidade para 8m/s.



de 0s até 4s: $a_{\text{med}} = 10\text{m/s} / 4\text{s} = 2.5 \text{ m/s}^2$

de 4s até 8s: $a_{\text{med}} = 0\text{m/s} / 4\text{s} = 0 \text{ m/s}^2$

de 8s até 12.7s: $a_{\text{med}} = -2\text{m/s} / 4.7\text{s} = -0.42 \text{ m/s}^2$

Aceleração Instantânea

Conceito

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Derivada

note

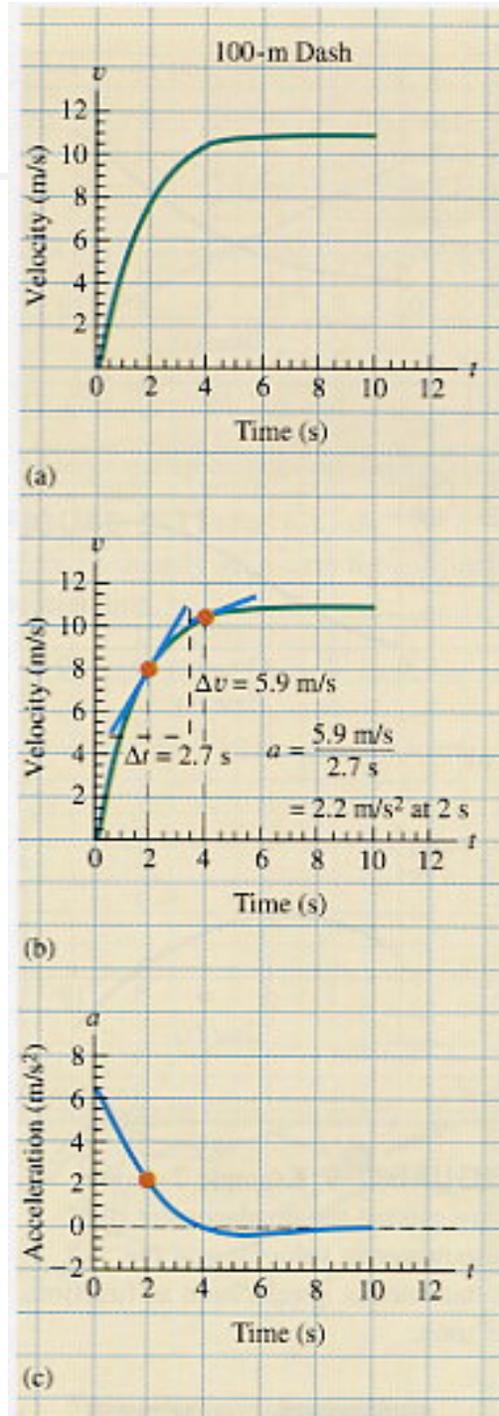
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{dx}{dt} \right] = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Segunda derivada

Exemplo:

Na corrida, de 100 m,
a aceleração em $t = 2\text{s}$ é

$$a(t = 2\text{s}) = \frac{5.9\text{ m/s}}{2.7\text{s}} = 2.2\text{ m/s}^2$$



Resumo dos Conceitos:

Velocidade Instantânea e Aceleração Instantânea

- **Problema direto,**
 - $x(t) \rightarrow (\text{derivada}) \rightarrow v(t)$
 - $v(t) \rightarrow (\text{derivada}) \rightarrow a(t)$
- *Problema inverso ???*
 - $a(t) \rightarrow (\text{integral}) \rightarrow v(t)$
 - $v(t) \rightarrow (\text{integral}) \rightarrow x(t)$
- **Quem fez?**



Sir Isaac Newton (1642 – 1727)

As equações de movimento para o caso de aceleração constante são:

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

Resumo dos Conceitos:



Sir Isaac Newton (1642 – 1727)

- **Problema direto,**

- $x(t) \rightarrow (\text{derivada}) \rightarrow v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$

- $v(t) \rightarrow (\text{derivada}) \rightarrow a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$

- *Problema inverso ???*

- *integral* $\rightarrow a(t)$

$$v(t) = \int a(t)dt$$

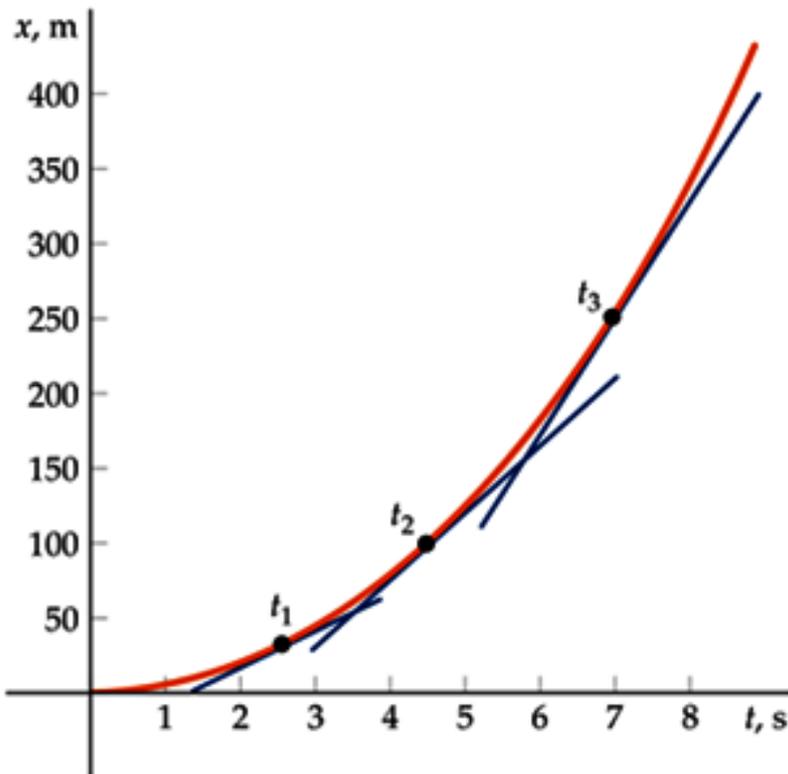
- *integral* $\rightarrow v(t)$

$$x(t) = \int v(t)dt$$

Exemplo:

Velocidade Instantânea

Posição dada por $x(t) = 5 t^2$



$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$x(t) = 5t^2$$

$$\begin{aligned} x(t + \Delta t) &= 5(t + \Delta t)^2 = 5[t^2 + 2t\Delta t + (\Delta t)^2] \\ &= 5t^2 + 10t\Delta t + 5(\Delta t)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta x &= x(t + \Delta t) - x(t) \\ &= [5t^2 + 10t\Delta t + 5(\Delta t)^2] - 5t^2 \\ &= 10t\Delta t + 5(\Delta t)^2 \end{aligned}$$

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10t\Delta t + 5(\Delta t)^2}{\Delta t} = 10t + 5\Delta t$$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = 10t$$