Física 1

2 – Movimento Retilíneo

Introdução

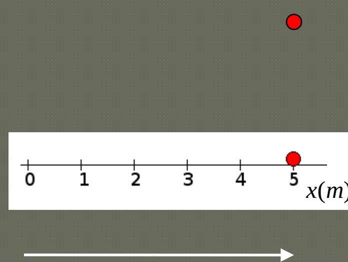
Objetivo do estudo da cinemática

Descrever o movimento dos corpos e fazer previsões acerca do movimento.

Posição

Definição

A posição de um corpo é definida por meio de suas coordenadas ou do seu vetor posição em relação a um referencial.



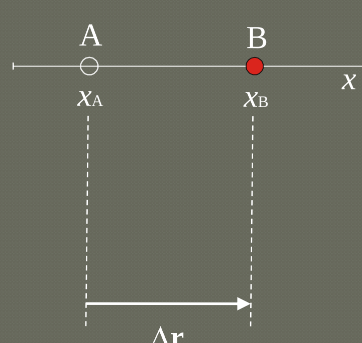
$x = 5\ \mathrm{m}$

$\mathbf{r} = \; 5\ \mathrm{m}\ \ \mathbf{i}$

Deslocamento

Definição

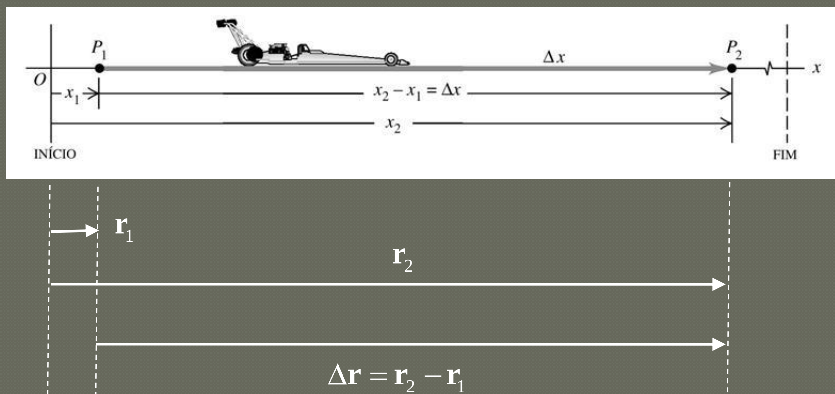
Deslocamento de um ponto A até um ponto B é a diferença entre a posição de B e a posição de A, em relação a um certo referencial espacial.



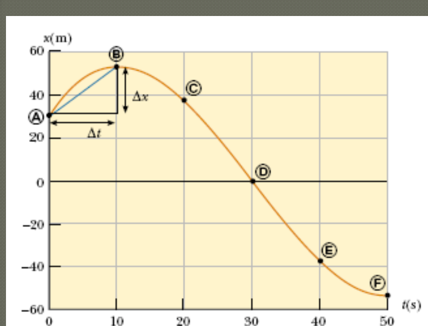
$$\Delta x_{AB} = x_B - x_A$$

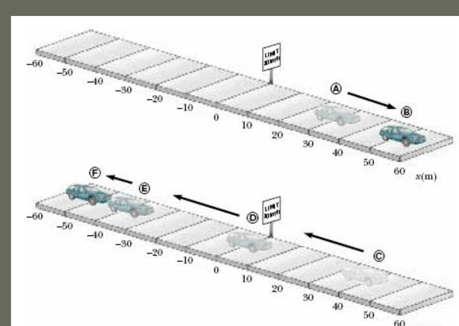
$$\Delta\mathbf{r} = \; x_B - x_A \; \ \mathbf{i}$$

Posição e deslocamento



Deslocamento





Position of the Car at Various Times

Position	t(s)	x(m)
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	− 37
Ⓕ	50	− 53

Deslocamentos observados:

$A \to B$: $\Delta x = +22$ m

$B \to C$: $\Delta x = -14$ m

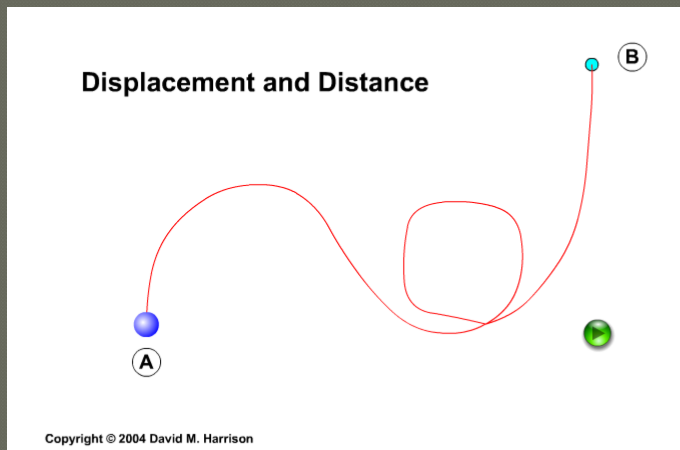
$C \to D$: $\Delta x = -38$ m

$D \to E$: $\Delta x = -37$ m

$E \to F$: $\Delta x = -16$ m

$A \to F$: $\Delta x = -83$ m

Deslocamento e distância percorrida



Deslocamento:
$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$

Distância:
Δs

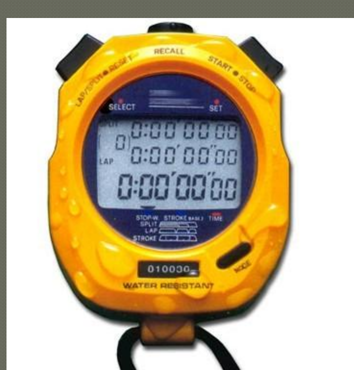
$\cancel{\Delta s = s_B - s_A}$

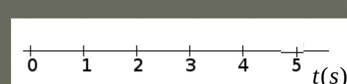
http://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/ClassMechanics/DisplaceDistance/DisplaceDistance.html

Tempo

Instante e intervalo de tempo

Na mecânica clássica, a linha do tempo cresce sempre no sentido positivo. Deve-se evitar o uso de referenciais de tempo com valores negativos.





Instante de tempo: $t = 3\ \mathrm{s}$

Intervalo de tempo:

$$\Delta t = 5\ \mathrm{s} - 3\ \mathrm{s} = 2\ \mathrm{s}$$

Velocidade média

Definição:

A velocidade média com que um móvel vai do ponto A ao ponto B é a razão entre o deslocamento de A até B e o intervalo de tempo decorrido nesse deslocamento.

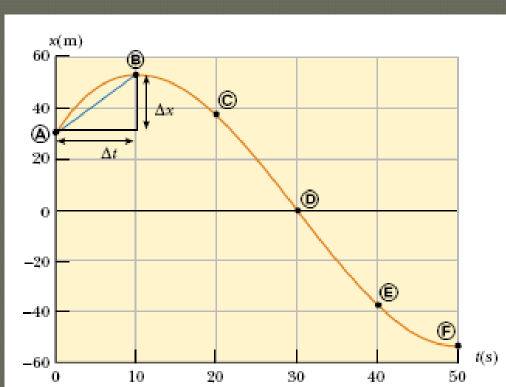
$$\boxed{v_{m,AB} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}}$$

Ou simplesmente...

$$\boxed{v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

Velocidade média

$$\boxed{v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$



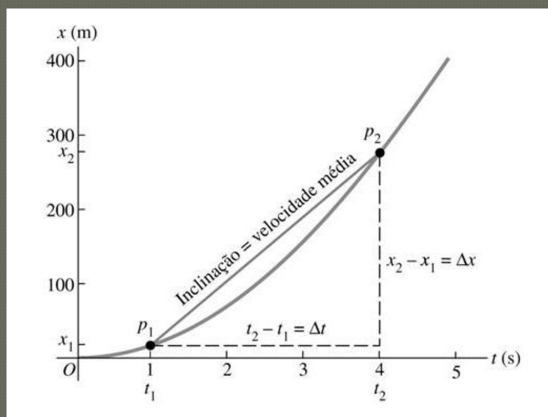
Position of the Car at Various Times

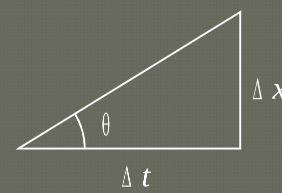
Position	t(s)	x(m)
A	0	30
B	10	52
C	20	38
D	30	0
E	40	− 37
F	50	− 53

$$v_{m,AB} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{52\text{ m} - 30\text{ m}}{10\text{ s} - 0\text{ s}} = \frac{22\text{ m}}{10\text{ s}} = 2,2\text{ m/s}$$

Velocidade média

Interpretação gráfica





$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta$$

Inclinação da reta P_1P_2

Velocidade escalar média

A velocidade escalar média é a razão entre distância percorrida e o intervalo de tempo decorrido.

$$v_{em} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Como o nome sugere, a velocidade escalar média é uma grandeza escalar.

Um exemplo prático

Final dos 100 m nado livre – Olimpíadas de Atenas - 2004

Deslocamento:

$$\Delta x = x_f - x_i = 0 \text{ m}$$

Velocidade média:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0 \text{ m/s}$$

Velocidade escalar média:

$$v_{em} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100,0 \text{ m}}{48,17 \text{ s}} = 2,076 \text{ m/s}$$

Velocidade escalar média dos três primeiros colocados:

1° → 2,076 m/s
2° → 2,073 m/s
3° → 2,059 m/s

http://br.youtube.com/watch?v=h2ihO7RLXgg

Velocidade instantânea

Definição:

A velocidade instantânea é o limite da velocidade média quando o intervalo de tempo tende a zero. Ela é igual à taxa de variação da posição com o tempo.

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$

$\dfrac{dx}{dt}$ é a *derivada primeira* da função $x(t)$ em relação a t.

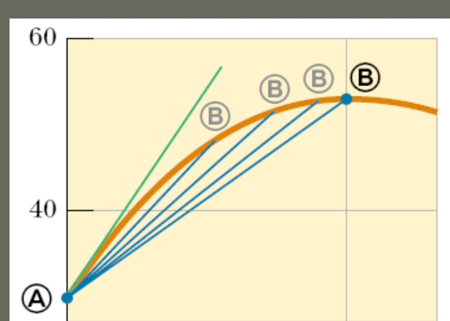
Velocidade instantânea

Velocímetro

$v = 29$ km/h

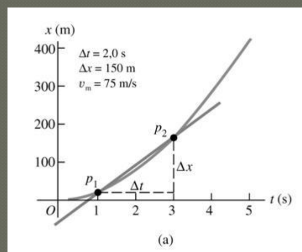
Velocidade instantânea

Aproximando-se cada vez mais o ponto B do ponto A, a velocidade média entre A e B tende para a velocidade instantânea em A.

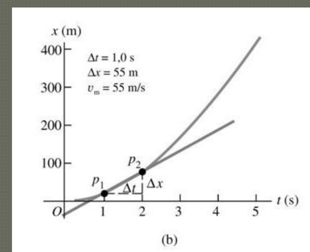


$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x_{t+\Delta t} - x_t}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

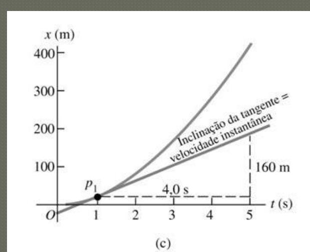
Velocidade instantânea



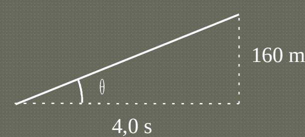
(a)



(b)



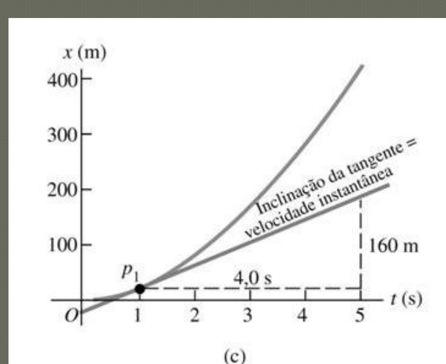
(c)



$$v_1 = \tan\theta = \frac{dx}{dt} = \frac{160\text{ m}}{4{,}0\text{ s}} = 40\text{ m/s}$$

Velocidade instantânea

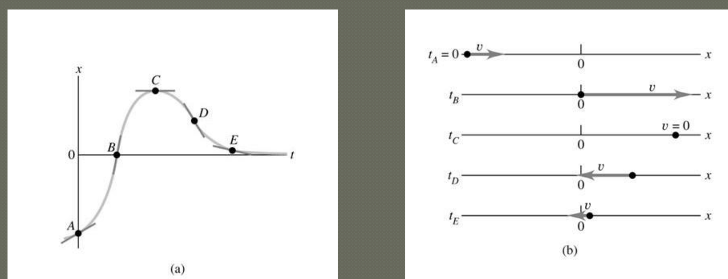
Em um gráfico da posição da partícula em função do tempo, $x(t) = f(t)$, a velocidade instantânea em qualquer ponto é igual à inclinação da tangente da curva nesse ponto.



(c)

Cálculo da velocidade usando um gráfico *x*-*t*

O valor da inclinação da reta tangente, ou seja, a velocidade instantânea, deve ser medida com o auxílio de uma régua.



Velocidade escalar

A velocidade escalar é o módulo da velocidade instantânea.

$$v_e = |\mathbf{v}|$$

Como o nome sugere, a velocidade escalar é uma grandeza escalar.

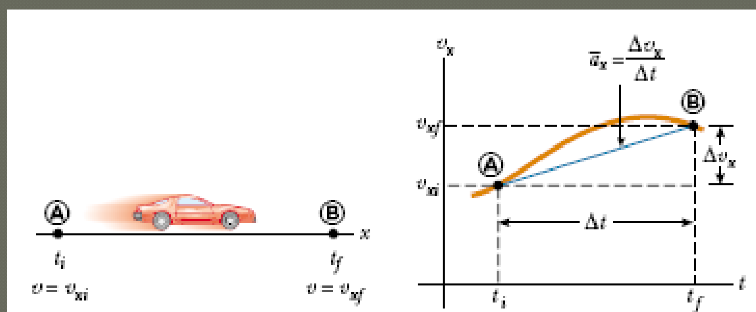
Aceleração média

Definição:

$$a_{m,AB} = \frac{\Delta v_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A}$$

Ou simplesmente...

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Aceleração média

Decolagem de um F14 Tomcat num porta-aviões

$$a_m = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{100\text{ m/s} - 0\text{ m/s}}{5{,}0\text{ s} - 0{,}0\text{ s}} = \frac{100\text{ m/s}}{5{,}0\text{ s}} = 20\text{ m/s}^2 \qquad a_m \approx 2g$$

http://www.youtube.com/watch?v=NU_0eqPLpac

Aceleração média

Aterrisagem de um F18 Hornet num porta-aviões

$$a_m = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{0\text{ m/s} - 100\text{ m/s}}{3{,}8\text{ s} - 0{,}0\text{ s}} = \frac{-100\text{ m/s}}{3{,}8\text{ s}} = -26\text{ m/s}^2 \qquad a_m \approx -2{,}5g$$

http://br.youtube.com/watch?v=nNakmOSL-Jg

Aceleração média

Aceleração de um dragster de 0 a 515 km/h (143 m/s) em 4,5 s

$$a_m = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{143\text{ m/s} - 0\text{ m/s}}{4{,}5\text{ s} - 0{,}0\text{ s}} = \frac{143\text{ m/s}}{4{,}5\text{ s}} \approx 32\text{ m/s}^2 \qquad a_m \approx 3g$$

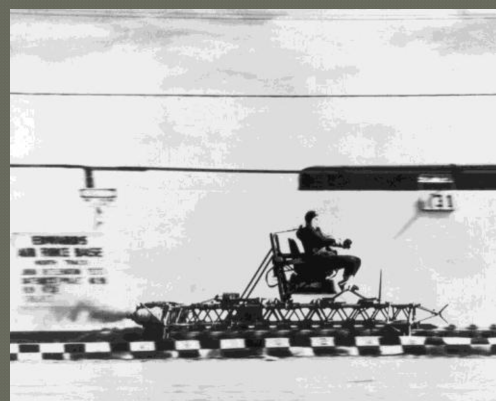
http://br.youtube.com/watch?v=A4dJz6b9204

Aceleração média

Recorde mundial de velocidade em terra

Estabelecido em 19/03/1954. Perdurou por décadas.

Cel. John P. Stapp
(1910-1999)



Velocidade máxima atingida = 1.020 km/h

Aceleração média

Recorde mundial de velocidade em terra

A desaceleração, em apenas 1,4 s, foi de -202 m/s^2, que é equivalente a -20 g.

http://en.wikipedia.org/wiki/John_Stapp

Velocidade e aceleração médias

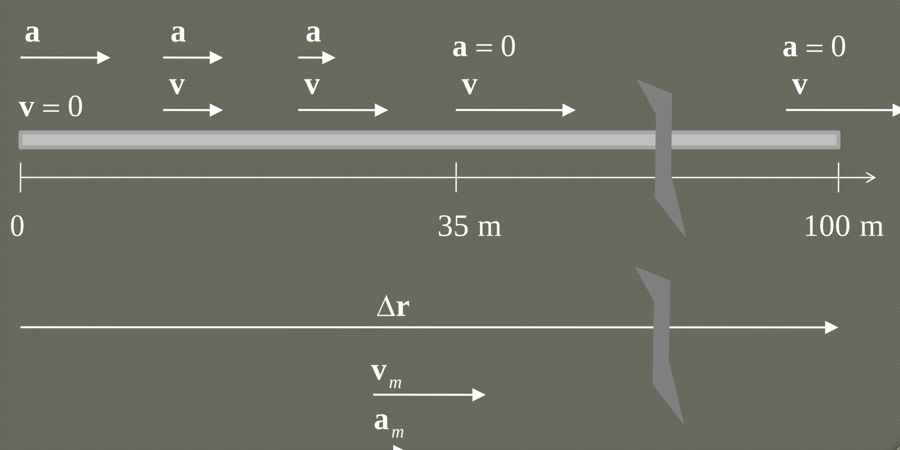
Final dos 100 m rasos – Olimpíadas de Atenas - 2004

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100\text{ m}}{9{,}85\text{ s}} \approx 10{,}2\text{ m/s} \qquad a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10{,}152\cdots\text{ m/s}}{9{,}85\text{ s}} \approx 1{,}03\text{ m/s}^2$$

http://br.youtube.com/watch?v=ithORG3VnZE

Deslocamento, velocidade e aceleração

Corrida de 100 m rasos



Aceleração instantânea

Definição:

A aceleração instantânea é o limite da aceleração média, quando o intervalo de tempo tende a zero. Ela é igual à taxa de variação da velocidade com o tempo.

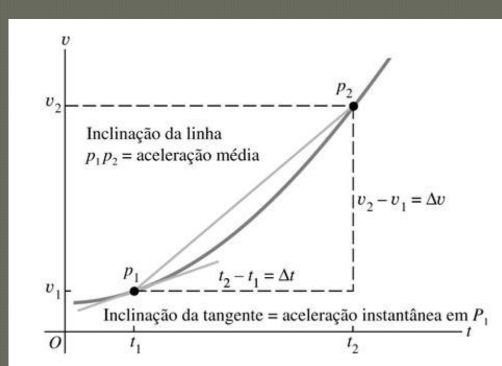
$$\boxed{a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}}$$

$\frac{dv}{dt}$ é a *derivada* primeira da função $v(t)$ em relação a t.

$\frac{d^2x}{dt^2}$ é a *derivada* segunda da função $x(t)$ em relação a t.

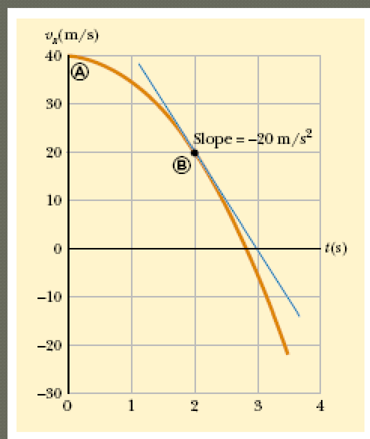
Aceleração instantânea

Em um gráfico da velocidade da partícula em função do tempo, $v(t) = f(t)$, a aceleração instantânea em qualquer ponto é igual à inclinação da tangente da curva nesse ponto.



Aceleração instantânea

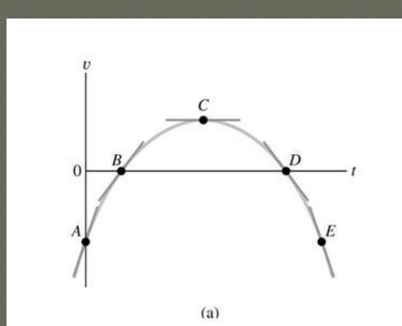
Em um gráfico da velocidade da partícula em função do tempo, $v(t) = f(t)$, a aceleração instantânea em qualquer ponto é igual à inclinação da tangente da curva nesse ponto.

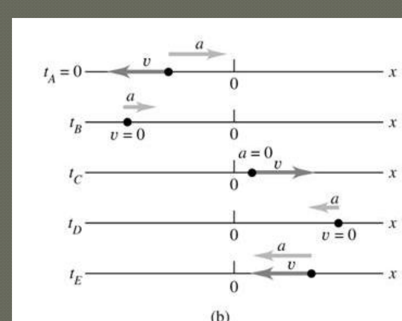


$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_{t+\Delta t} - v_t}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Aceleração instantânea

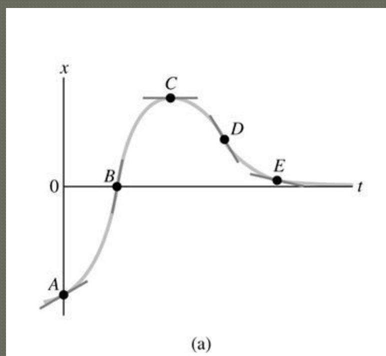
Gráfico *v-t*

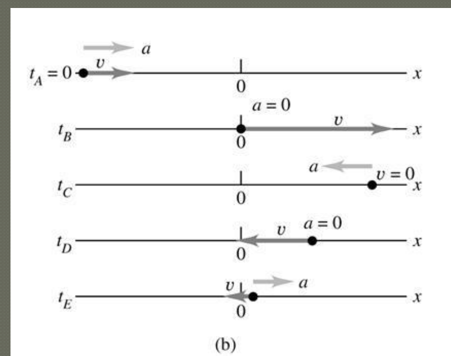




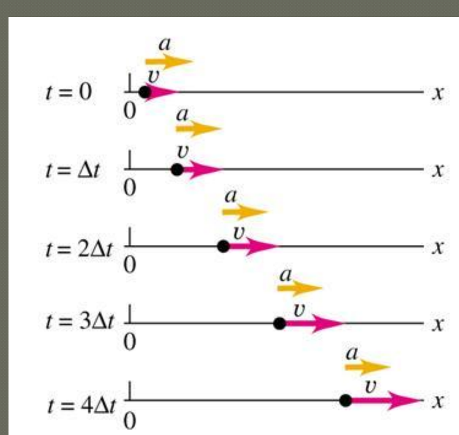
Velocidade e aceleração instantâneas

Gráfico x-t





Movimento com aceleração constante



Movimento com aceleração constante

Equações

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v - v_0}{t - 0} \Rightarrow \boxed{v = v_0 + at}$$

$$v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x - x_0}{t - 0} \Rightarrow v_m = \frac{x - x_0}{t}$$

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow v_m = \frac{v_0 + v}{2}$$

$$v = v_0 + at$$

$$\boxed{x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$$

Movimento com aceleração constante

Equações

$$v = v_0 + at$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

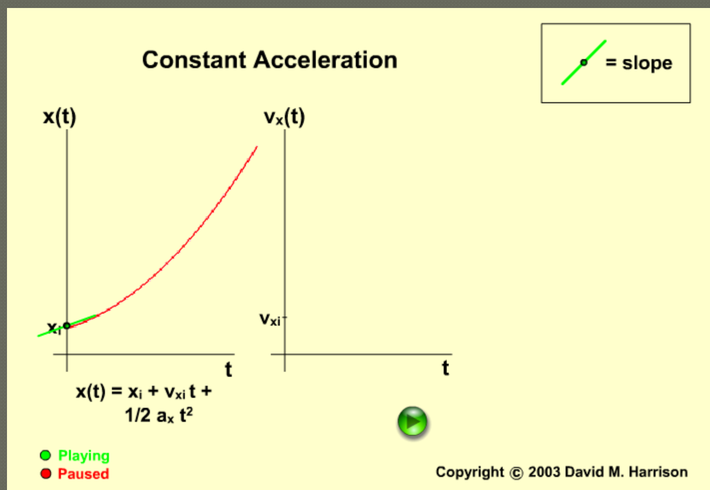
$$x - x_0 = vt - \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \;\; x - x_0$$

$$x - x_0 = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t$$

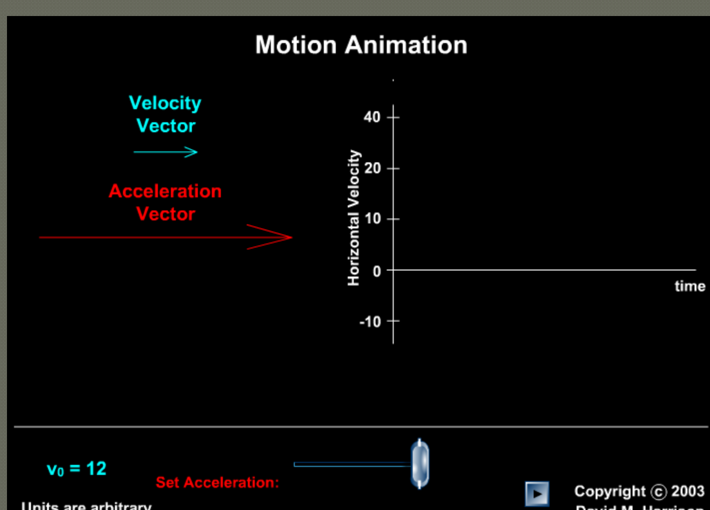
Estas equações são válidas apenas quando a aceleração é constante!

Movimento com aceleração constante



http://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/ClassMechanics/ConstantAccel/ConstantAccel.html

Movimento com aceleração constante



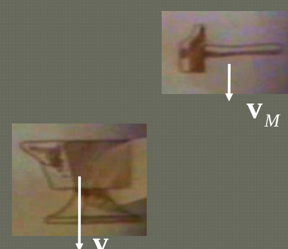
http://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/ClassMechanics/MotionDiagram/MotionDiagram.html

Queda livre de corpos

Segundo a visão aristotélica, corpos mais pesados deveriam cair mais rápido.

t_0

t_1



$\mathbf{v}_M$

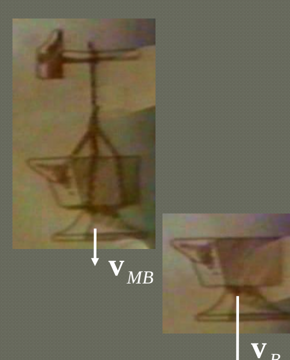
$\mathbf{v}_B$

Queda livre de corpos

Galileo imaginou que se um corpo leve fosse amarrado a um corpo pesado, o leve atrasaria a queda do mais pesado.

t_0

t_1



$\mathbf{v}_{MB}$

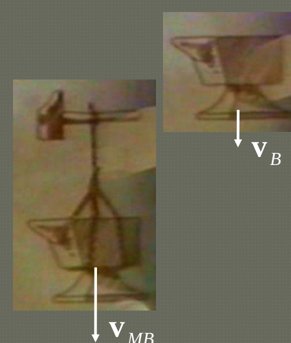
$\mathbf{v}_B$

Queda livre de corpos

t_0

Galileo concluiu que isso entra em contradição com a idéia de que os corpos mais pesados (o martelo amarrado à bigorna) deveriam cair mais rápido do que os mais leves (o martelo).

t_1

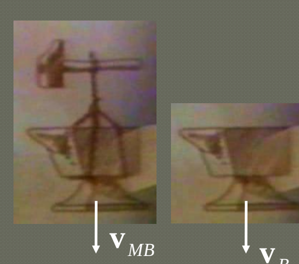


Queda livre de corpos

t_0

A conclusão de Galileo foi de que todos os corpos devem cair com a mesma aceleração.

t_1



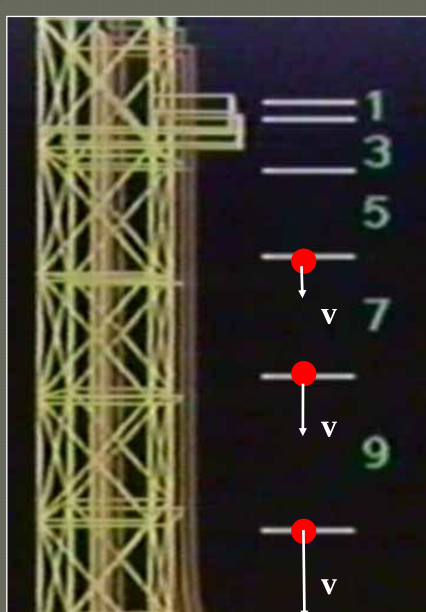
Queda livre de corpos

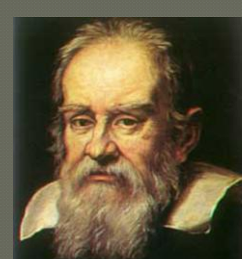
Astronauta David Scott – Apolo 15 (Ago/1971)

"... In my left hand, I have a feather. In my right hand, a hammer. ... One of the reasons we got here today was because of a gentleman named Galileo a long time ago who made a rather significant discovery about falling objects in gravity fields. ... The feather happens to be, appropriately, a falcon feather, for our Falcon, and I'll drop the two of them here and hopefully they'll hit the ground at the same time. [They did.] ... This proves that Mr. Galileo was correct in his findings. "

http://br.youtube.com/watch?v=5C5_dOEyAfk

Queda livre de corpos

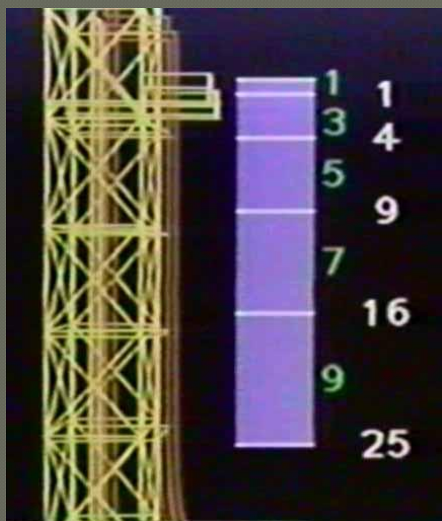




Galileo Galilei
(1564-1642)

Galileo observou que a cada intervalo de tempo, um objeto em queda livre percorre distâncias que estão na proporção de números ímpares consecutivos.

Queda livre de corpos



Galileo observou também que, a cada intervalo de tempo, as distâncias totais percorridas estão na proporção de quadrados perfeitos. Logo...

A conclusão é que a distância percorrida em queda livre é proporcional ao quadrado do tempo de queda.

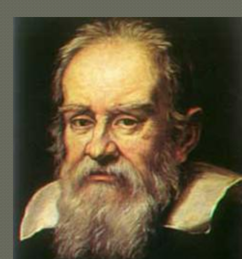
$$s(t) \propto t^2$$

$$s(t) = ct^2$$

Queda livre de corpos

Apesar de a expressão s(t) = ct2 permitir o cálculo da distância percorrida em queda livre após um certo intervalo de tempo, Galileu foi incapaz de calcular a velocidade do corpo num certo instante de tempo.

$$v = v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{0} \; ???$$



Galileo Galilei
(1564-1642)

Galileu desconhecia a ferramenta matemática necessária para isso: a derivada.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Queda livre de corpos

Qual é a velocidade de queda em cada instante de tempo?

$$s\ \ t\ \ = ct^2$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s\ \ t + \Delta t\ \ - s\ \ t}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{c\ \ t + \Delta t\ \ ^2 - ct^2}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{c\cancel{t}^2 + 2ct\Delta t + c\Delta t^2 - c\cancel{t}^2}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2ct\cancel{\Delta}t + c\cancel{\Delta}t^2}{\cancel{\Delta}t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} 2ct + c\Delta t$$

$$\boxed{v = 2ct}$$

Queda livre de corpos

Qual é a aceleração de queda em cada instante de tempo?

$$v\ \ t\ \ = 2ct$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v\ \ t + \Delta t\ \ - v\ \ t}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2c\ \ t + \Delta t\ \ - 2ct}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2\cancel{c}t + 2c\Delta t - 2\cancel{c}t}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2c\cancel{\Delta}t}{\cancel{\Delta}t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} 2c$$

$$\boxed{a = 2c}$$

Queda livre de corpos

Como $a = g$, teremos...

$$a = g = 2c \quad \Rightarrow \quad c = \frac{g}{2}$$

Logo...

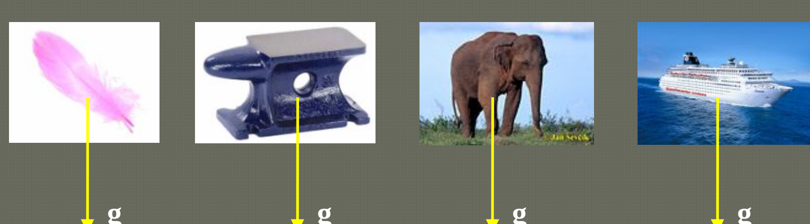
$$\boxed{s(t) = \frac{1}{2}gt^2} \qquad \boxed{v(t) = gt} \qquad \boxed{a = g}$$

- Os corpos caem com aceleração constante;
- Os corpos caem com velocidade proporcional ao tempo;
- Os corpos caem uma distância proporcional ao quadrado do tempo;

Queda livre de corpos

Mais importante que tudo...

No vácuo, todos os corpos caem com a mesma aceleração.



A explicação para este fenômeno foi dada por Einstein, séculos após a morte de Galileu.

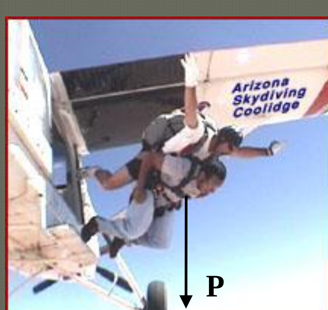
Queda livre de corpos

A queda livre é o movimento resultante unicamente da aceleração provocada pela gravidade. Um objeto em queda livre está sujeito a apenas uma força: o seu próprio peso.

http://

Queda livre de corpos

O pára-quedista só fica em queda livre no instante $t_0 = 0$ do salto, quando a resistência do ar é zero.



$$\mathbf{P} = \ m_1 + m_2 \ \ \mathbf{g}$$

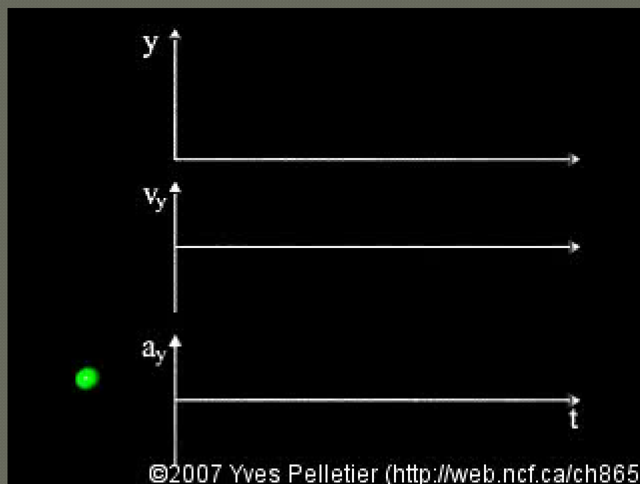
$$\mathbf{a} = \mathbf{g}$$

$$\mathbf{P} + \mathbf{D} = 0$$

$$\mathbf{a} = 0$$

P = força peso; **D** = força de arrasto do ar

Queda livre de corpos



http://br.youtube.com/watch?v=8A7DiGzJUvg

Queda livre de corpos

Equações

$$v = v_0 + at$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x - x_0 = vt - \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \quad x - x_0$$

$$x - x_0 = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t$$

$$x \to y$$

$$a = -g$$

$$\Rightarrow$$

$$v = v_0 - gt$$

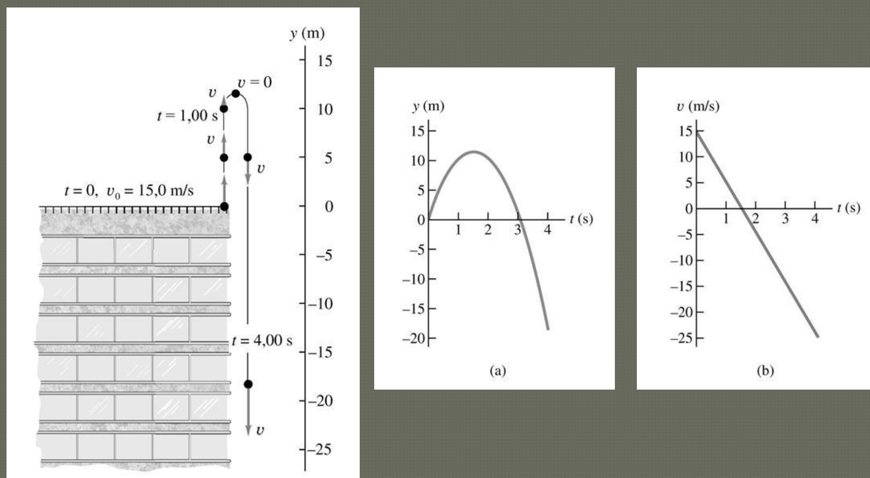
$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y - y_0 = vt + \frac{1}{2} g t^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g \quad y - y_0$$

$$y - y_0 = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t$$

Queda livre de corpos



Diferenciação vs. integração

Derivada

Declividade da reta tangente

Posição $x = \int v\,dt$

$v = \dfrac{dx}{dt}$ Velocidade $v = \int a\,dt$

$a = \dfrac{dv}{dt}$ Aceleração

Integral

Área sob a curva

Regras de diferenciação

Derivada de uma constante: $\frac{da}{dx} = 0 \quad (\text{a} = \text{constante})$

Derivada de uma potência: $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$

Derivada da função seno: $\frac{d}{dx} \text{sen}\, x = \cos x$

Derivada da função cosseno: $\frac{d}{dx} \cos x = -\text{sen}\, x$

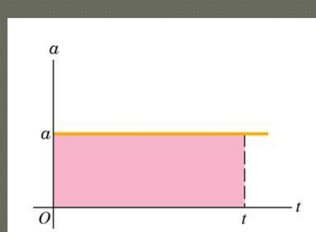
Regra da soma: $\frac{d \;\; y+z}{dx} = \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx}$

Regra do produto: $\frac{d \;\; yz}{dx} = y\frac{dz}{dx} + z\frac{dy}{dx}$

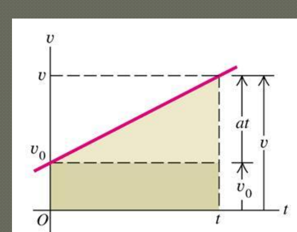
Regra da cadeia: $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}$

Velocidade e posição por integração

Aceleração constante

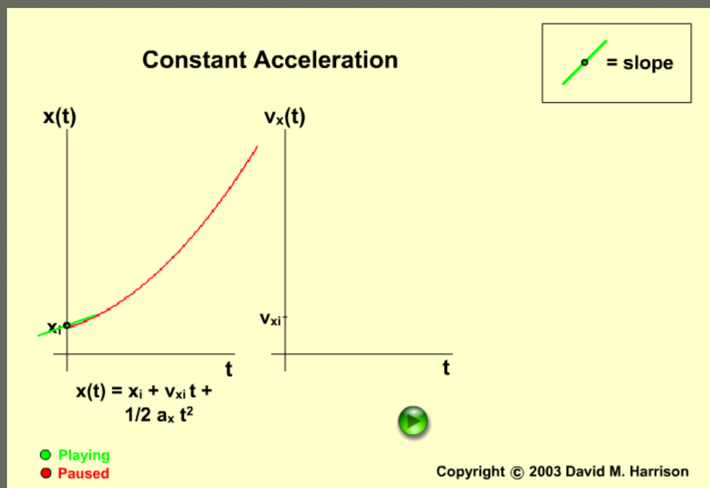


$v = \int a dt = at$



$x = \int v dt = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Velocidade e posição por integração



http://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/ClassMechanics/ConstantAccel/ConstantAccel.html