LISTA AULA 9: Cálculo III INTEGRAIS TRIPLAS

Professor: Juan Fernando Zapata Zapata **Data**:3 de novembro de 2015.

1. Calcule
$$\iiint_\Omega z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \quad \text{e} \quad \iiint_\Omega yz\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$
onde Ω é o tetraedro sólido de vértices $(0,0,0),(1,0,1),(1,1,0)$ e $(1,0,0)$.

2. Calcule a volume do sólido no primeiro octante limitado pelo cilindro $x^2+y^2=1$ e o plano $z=x$.

3. Calcule
$$\iiint_\Omega z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \quad \text{e} \quad \iiint_\Omega xyz\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$
onde Ω é o solido no primeiro octante limitado pela esfera $x^2+y^2+z^2=16$ e os planos coordenados.

4. Calcule
$$\iiint_\Omega xe^y+ye^z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$
Onde Ω é a região limitada pelos planos $x=0, y=0, z=0, y=1-x, z=1$.

5. Descrever cada um dos seguintes conjuntos em coordenadas cilindricas:

   a. $\Omega=\{(x,y,z): x^2+y^2\leq 1, x\geq 0, y\geq 0, -1\leq z\leq 1\}$.

   b. $\Omega=\{(x,y,z): 1\leq x^2+y^2\leq 4, 0\leq z\leq 1\}$.

   c. $\Omega=\{(x,y,z): x^2+y^2\leq 2x, 1\leq z\leq 4\}$.

   d. $\Omega=\{(x,y,z): 1\leq x^2+y^2\leq 9, x^2+y^2\leq z\leq 3x^2+3y^2\}$.

6. Calcule o volume de cada um dos conjuntos dados no item anterior.

7. Descrever cada um dos seguintes conjuntos em coordenadas esféricas:

   a. $\Omega=\{(x,y,z): 1\leq x^2+y^2+z^2\leq 4, x\geq 0, y\geq 0, z\leq 0\}$.

   b. $\Omega=\{(x,y,z): 1\leq x^2+y^2+z^2\leq 4, z^2\leq x^2+y^2z\leq 0\}$.

   c. $\Omega=\{(x,y,z): 1\leq x^2+y^2+z^2\leq 9, x\leq y\leq \sqrt{3}x\}$.

8. Calcule o volume de cada um dos conjuntos dados no item anterior.

9. Calcule
$$\iiint_\Omega z^2\sin(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$
Onde $\Omega=\{(x,y,z): 1\leq x^2+y^2\leq 4, 0\leq z\leq 1\}$.

10. Calcule
$$\iiint_\Omega \frac{1}{1+x^2+y^2+z^2}\mathrm{dxdydz}$$
Onde $\Omega = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 \leq 1, z \leq 0\}$.

11. Calcule
$$\iiint_\Omega xe^y + ye^z\mathrm{dxdydz}$$
Onde Ω é a região limitada pelos paraboloides $z = x^2+y^2$, $z = 2x^2+2y^2$ os cilindros $xy = 1$ $xy = 4$ e os planos $y = x$ $y = 5x$(Ajuda: A mudança de variáveis $u = \frac{z}{x^2+y^2}$ $v = xy$ $w = \frac{y}{x}$ pode facilitar as contas)Rta: $\frac{765}{8}\left(\ln(5)\frac{156}{25}\right)$

12. Utilize coordenadas cilíndricas para calcular o volume da região Ω limitada pelos paraboloides $z = x^2+y^2$, $z = 4x^2+y^2$ e os cilíndros $y = x^2$ e $y = 3x$. Rta:$\frac{9477}{35}$

13. Calcule
$$\iiint_\Omega k(x^2+y^2)+1\mathrm{dxdydz}$$
Onde Ω é o sólido limitado pela superfície $x^2+y^2+z^4 = 1$. Rta:$4\pi\left(\frac{8k+18}{45}\right)$

14. Calcule a densidade média do sólido limitado pela superfície $(x^2+y^2+z^2)^2 = x^2+y^2$ se a densidade em cada ponto (x,y,z) da superfície é dada por $\delta(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}$. Rta:$\frac{128}{105\pi}$

15. Determine o momento de inércia do cubo de lado a homogêneo com densidade $\delta(x,y,z) = \rho_0$.

16. Calcule o volume da região compreendida entre as esferas $x^2+y^2+z^2 = 1$ e $x^2+y^2+(z-1)^2 = 1$. Rta:$\frac{5}{12}\pi$

17. Calcule o volume da região compreendida entre os elipsóides $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2} = 1$ e $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{(z-c)^2}{c^2} = 1$. Rta:$\frac{5}{12}\pi abc$

18. Calcule o volume da região limitado pela superfície $(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c})^4 = \frac{xyz}{abc}$ Rta:$\frac{abc}{554400}$

19. Calcule o volume da região Ω limitada pelos parabolóides $z = x^2+y^2$, $z = 4x^2+4y^2$, o cilindro $y = x^2$ e o plano $y = 3x$. Rta:$\frac{9477}{35}$

20. Calcule a integral da função $f(x,y,z) = \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+1$ Definida sobre o sólido Ω contido na superfície $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^4}{c^4} = 1$. Rta:$\frac{104\pi abc}{45}$.