LISTA AULA 1 e Aula 2: Cálculo III Teorema de existência e Teorema de Fubinni

Professor: Juan Fernando Zapata Zapata **Data**:14 de agosto de 2015

1. Utilize a definição da integral de Riemann para provar que se f e g são integráveis na região $B \subset \mathbb{R}^2$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ então αf e $f+g$ são integráveis em B.

2. Suponha que $f(x,y)$ é uma função continua. Nos exercicios a continuação é dada uma região B do plano. Escreva a integral $\int\int_B f(x,y)dxdy$ como uma integral iterada dependendo se a região B é do tipo I ou II. Caso a região seja dos dois tipos escreva a expresão para ambos.

   a. B é a região limitada pelos eixos coordenados e a reta $y = 4-3x$.

   b. B é o tiângulo de vértices $(1,1)$ $(5,1)$ e $(5,6)$.

   c. B é a região determinada pelas desigualdades $x^2 \leq y$ e $y \leq \sqrt{x}$.

   d. $B = \{(x,y) : y^2 + 2 \leq x \leq y+3\}$.

3. Nos exercicios a continuacão é dada uma região B do plano. Para calcular $\int\int_B f(x,y)dxdy$ é necessário expressar B como união de sub-regiões tipo I ou II , aplicar o teorema de Fubinni em cada sub-região e escrever $\int\int_B f(x,y)dxdy$ como a soma das integrais em cada sub-região. Escreva em cada casso a correspondente soma de integrais iteradas.

   a. B é o losango de vértices $(0,0)$ $(2,3)$, $(0,6)$ e $(-2,3)$.

   b. B é o quadrilatero com vértices $(1,0)$ $(10,1)$, $(7,5)$ e $(3,5)$.

   c. B é a região no plano determinada pela desigualdade $|x| + |y| \leq 1$

4. Em Cada um dos itens, explique porque a integral $\int\int_B f(x,y)dxdy$ existe e calcule o valor, se:

   a. $f(x,y) = e^{x+y}$ e $B = [1,2] \times [0,3]$

   b. $f(x,y) = x^2ye^{xy}$ e $B = [0,1] \times [0,1]$

   c. $f(x,y) = x\cos(2x-y)$ e $B = \{(x,y) : x \in [1,2] \quad \text{e} \quad y \in [0,3]\}$.

   e. $f(x,y) = x^2y^3$ e B é o retângulo de vértices $(0,0), (3,0), (3,2)$ e $(0,2)$

   f. $f(x,y) = \dfrac{x^2}{y}$ e B é a região limitada pelas parábolas $y = x^2$ e $x = y^2$.

   g. $f(x,y) = e^{x+2y}$ e B é a região determinada pela desigualdade $|x| + |y| \leq 1$.