LISTA AULA 7: Cálculo III — CAMPOS CONSERVATIVOS E INTEGRAL DE LINHA

Professor: Juan Fernando Zapata Zapata — **Data**:29 de setembro de 2015

1. a. Se $F(x,y) = (3+2xy, x^2-3y^2)$, existe uma função φ tal que $\nabla\varphi(x,y) = F(x,y)$? explique! Se a resposta for sim, calcule φ.

   b. Calcule $\int_\gamma F d\gamma$, onde γ é a curva parametrizada por $\gamma(t) = (e^t \sin t, e^t \cos t) \quad t \in [0,\pi]$

2. Se $F(x,y,z) = (xz, xyz, -y^2)$, existe uma função φ tal que $\nabla\varphi(x,y,z) = F(x,y,z)$? explique! Se a resposta for sim, calcule φ.

3. Se $F(x,y) = (x^2z^3, 2xyz^3, 3xy^2z^2)$, existe uma função φ tal que $\nabla\varphi(x,y,z) = F(x,y,z)$? explique! Se a resposta for sim, calcule φ.

4. Considere o campo vetorial $F(x,y,z) = (2x+ay+z, -3x+2y+bz, x-y+2z)$,

   a. Determine os valores de $a,b \in \mathbb{R}$ para que o campo F seja conservativo.

   b. Para os valores de a e b encontrados no item a. determine uma função potencial do campo F e calcule o trabalho do campo F para levar uma partícula através da curva $\gamma(t) = (t^2, t^3, t^4) \quad t \in [0,1]$.

5. Considere o campo vetorial $F(x,y,z) = (ye^{xy} - z\sin(xz), xe^{xy}, -x\sin(xz))$.

   a. Prove que F é um campo conservativo e determine uma função potencial.

   b. Calcule $\int_\gamma F d\gamma$, onde γ é a curva determina pela intersecção das superfícies $x^2+y^2+z^2 = 6z$ e $z+y=3$.

6. Considere o campo vetorial $F(x,y,z) = (yze^{xz} + 2xyz - 2x, e^{xz} + x^2z, xye^{xz} + x^2y)$ e a curva γ parametrizada por $\gamma(t) = \left(3\sin(\frac{\pi}{2}t), 3\cos(\pi t), 3t-3\right) \quad t \in [0,1]$. Calcule $\int_\gamma F d\gamma$.

7. Considere o campo vetorial $F(x,y,z) = \left(\dfrac{yz}{1+x^2y^2z^2} + 2x, \dfrac{xz}{1+x^2y^2z^2} - z, \dfrac{xy}{1+x^2y^2z^2} - y\right)$.

   a. Prove que F é um campo conservativo e determine uma função potencial.

   b. Determine a parametrização de uma curva γ que tem ponto inicial $\left(2,1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, ponto final $(2,\sqrt{2},0)$ e está sobre a superfície $x+y^2+2z^2 = 4 \quad x \geq 0$. Calcule $\int_\gamma F d\gamma$.

8. Considere o campo de vetores $F(x,y) = (x^2-y^2, x^2-2)$. Se γ é a circunferência de raio 1, prove que F não é um campo conservativo e mesmo assim $\int_\gamma F d\gamma = 0$. Isto contradiz o teorema fundamental da integral de linha?