UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Escola de Engenharia de Lorena-EEL

LISTA AULA 11: Cálculo III TEOREMAS DA DIVERGÊNCIA E STOKES

Professor: Juan Fernando Zapata Zapata **Data**:13 de Novembro de 2015

1. Calcule a área da parte da superfície $z^2 = x^2 + y^2$ que esta acima do plano $z = 0$ e limitada pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4x$. Rta: $\sqrt{2}\pi$.

2. Calcule a área da parte da superfície $z^2 = x^2 + y^2$ que esta acima do plano $z = 0$ e limitada pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2ax$. Rta: $\sqrt{2}\pi\frac{a^2}{4}$.

3. Calcule a área da interseção da superfície formada pela interseção do cilindro $x^2 + y^2 = a^2$ e os plano $z = y$, $z = 0$. Rta: $4a^2$.

4. Se o campo $F(x,y,z)$ representa o vetor densidade do fluxo de um fluido então a massa que atravessa a superfície $\mathcal{S}$ na unidade de tempo no sentido do normal $\vec{\eta}$ é dada por $\int_S F.\vec{\eta}dS$. Calcule a massa do fluido que atravessa o hemisfério superior da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ com sentido para fora da esfera, sabendo que o vetor densidade de fluxo é dado por $F(x,y,z) = (x, -2x - y, z)$. Rta: $\frac{2\pi}{3}$.

5. Calcule $\int_\gamma F d\gamma$, onde $F(x,y,z) = (y - 1, z^2, y)$ e γ é a curva obtida pela interseção das superfícies $x^2 + y^2 = \frac{z^2}{2}$ e $z = y + 1$. Rta:$-\sqrt{2}\pi$.

6. Determine o fluxo do campo $F(x,y,z) = (x^3, y^3, z^3)$ através da superfície $x^2 + y^2 = z^2$, $z \in [0,h]$ de duas maneiras distintas: uma usando a definição de fluxo e outra usando o teorema da divergência. Rta:$\frac{\pi h^5}{10}$.

7. Se γ é a interseção das superfícies $4x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$ e $2x - z = 0$, calcular $\int_\gamma F d\gamma$ onde $F(x,y,z) = (2x + y - z, 2x + z, 2x - y - z)$. Rta:$\frac{5\pi}{\sqrt{2}}$.

8. Determine a área da superfície $z = x^2 + (y-1)^2$ que esta entre os planos $z = 1$ e $z = 4$. Rta:$\frac{17\sqrt{17}-5\sqrt{5}}{6}$.

9. Seja γ a curva obtida pela interseção das superfícies $x^2 + 4y^2 = 1$ e $z = x^2 + y^2$. Calcular $\int_\gamma F d\gamma$, onde $F(x,y,z) = (y - z, z - x, x - y)$. Rta:$-\pi$

10. Calcule o fluxo do campo $F(x,y,z) = (xy, -y^2, xz)$ através da superfície limitada pelo cilindro $x^2 + y^2 = R^2$, e os planos $z = 0$, $z = 3$. Rta:$\frac{9\pi R^2}{2}$.

11. Calcule $\int_\gamma F d\gamma$ onde $F(x,y,z) = (arctan(x^2), 3x, e^{3z}\tan z)$ γ é a curva obtida pela interseção das superfícies $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 1$. Rta:3π.

12. Calcule $\int\int_S RotF.\vec{\eta}dS$ se $F(x,y,z) = (yz, xz, yx)$ e S é a parte da esfera com centro na origem e raio 2 que esta dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 1$. Rta:?