



1. Considere o modelo populacional dos pássaros fêmeas visto em sala de Aula e considere em que a taxa de sobrevivência dos adultos é $\frac{1}{2}$, a taxa de reprodução é 2 e a taxa de sobrevivência dos jovens é $\frac{1}{3}$.
 - a. Utilizando uma população inicial de 100 adultos e 60 jovens, calcule a população para os próximos anos.
 - b. A população será extinta? Ela vai se estabilizar? ou irá divergir? Explique.
 - c. Os resultados anteriores dependem da população inicial? explique.
 - d. No longo prazo, qual será a porcentagem do total de fêmeas da população formada por jovens?
2. Considere mais uma vez o modelo populacional dos pássaros fêmeas em que a taxa de sobrevivência dos adultos é $\frac{3}{10}$, a taxa de sobrevivência dos jovens é $\frac{1}{3}$, a taxa de reprodução é 2 e a população inicial é formada por 100 adultos e 50 jovens.

- a. Determine a matriz A tal que

$$\begin{bmatrix} a_{k+1} \\ j_{k+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} a_k \\ j_k \end{bmatrix}$$

- b. Encontre os auto-valores da matriz A obtida no item a. auto-vetores associados e uma matriz P que diagonalize A .
- c. Determine uma formula para $V_k = \begin{bmatrix} a_k \\ j_k \end{bmatrix}$ que dependa só de k .
- d. Utilize a formula encontrada no item anterior para calcular a população daqui a 5 anos.
- e. A população será extinta? Ela vai se estabilizar? ou irá divergir? Explique.
- f. Os resultados anteriores dependem da população inicial? explique.
- g. No longo prazo, qual será a porcentagem do total de fêmeas da população formada por jovens?

3. Considere mais uma vez o modelo populacional dos pássaros fêmeas em que a taxa de sobrevivência dos adultos é $\frac{2}{5}$ e a taxa de reprodução é 4. Encontre β , o valor necessário para a taxa de sobrevivência dos jovens, para garantir que a população vai se estabilizar no longo prazo.



4. No modelo geral para estudar a população de pássaros suponha que a taxa de sobrevivência dos adultos é α e a taxa de reprodução m são fixadas. Se β denota a taxa de sobrevivência dos jovens prove que:

- Se estabilizará se $\beta = \frac{1 - \alpha}{m}$.
- Se tornará extinta se $\beta < \frac{1 - \alpha}{m}$.
- Se tornará muito grande se $\beta > \frac{1 - \alpha}{m}$.

5. A população de uma espécie ameaçada de falcões e de seu predador natural, o rato do mato, originalmente com 30 falcões e 2000 ratos, é representada pelo seguinte modelo:

$$f_{k+1} = 0,55f_k + 0,005r_k$$

$$r_{k+1} = -1,8f_k + 1,2r_k$$

em que f_k e r_k representam as populações de falcões e ratos, respectivamente no ano k .

a. Expresse o modelo na forma matricial

$$\begin{bmatrix} f_{k+1} \\ r_{k+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} f_k \\ r_k \end{bmatrix}$$

- Encontre os auto-valores de A e bases para os auto-espacos de cada auto-valor.
- Diagonalize a matriz A e determine uma formula para f_k e r_k .
- Prove que com o passar do tempo vai ter um equilíbrio nas populações.
- Em 5 anos, biólogos tentaram melhorar a população de falcões introduzindo 1000 ratos na area de caça dos falcões. Preveja e compare a nova população de falcões para daqui a 10 anos.
- A partir de tal ponto, a taxa de sobrevivência dos falcões cai para 0,5. Os biólogos estão preocupado que isso possa eliminar a população de falcões. Teste para ver o que o modelo está prevendo e explique o que esta acontecendo.

6. A produção anual de trigo em certo campo tem sido igual a media da produção nos dois anos anteriores. Se as produções em 1990 e 1991 foram 12 milhões de toneladas, respectivamente, determine uma formula para a produção k anos após de 1991. Qual será a produção média no longo praço.

7. um planejador urbano quer determinar o número x_k de modos que uma coluna com k vagas de estacionamento pode ser preenchida por carros e caminhões. Se caminhões ocupam duas vagas cada um, encontre uma formula para x_k e a estime para valores grandes de k .