LISTA AULA 9: Cálculo II Multiplicadores de Lagrange, Extremos em Compactos.

Professor: Juan Fernando Zapata Zapata **Data**: 30 de maio de 2016

1. Determine o valor máximo possível para o produto de três números positivos se a soma tem que ser 20.

2. Determine os extremos absolutos da função $f(x,y) = x^2y$ que estão sobre a elipse $2x^2 + y^2 = 3$.

3. Determine os extremos absolutos da função $f(x,y,z) = x - y - z$ que estão sobre o elipsoide $x^2 + 2y^2 + z^2 = 50$.

4. Considere as funções $f(x,y,z) = x^3 + y^2 + z^2 + x^2y + xy^2 + xz$ e $g(x,y,z) = x + y + z - 1$. Prove que $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ é um mínimo absoluto de f restrito a $g(x,y,z) = 0$, mas que f não tem máximo absoluto na resticção.

5. Determine o pontos mas próximos e mais afastados da origem que estão em cada uma das curvas a seguir:

   a. $x^2 + y^2 + xy = 4$.

   b. $x^4 + y^4 + 2x^2 + 4y^2 + xy - 5 = 0$.

   c. $(x^2 + y^2)^2 - 3x^2 + 4y^2 - 2xy - 2 = 0$.

   d. $\ln(x^2) + y^2 = 1$.

6. Determinar os pontos na hipérbole $x^2 - y^2 = 1$ mas próximos da reta $y = 3x$.

7. Determinar o ponto no parabolóide $z = (x-2)^2 + 0{,}25(y-3)^2 + 5$ que está mas próximo do plano $x + y + z = 0$.

8. Nos itens a seguir é dada uma função e um conjunto K(compacto). Determine os extremos absolutos de f em K

   a. $f(x,y) = x + y \quad K = \{(x,y) : x \in [-1,1], y \in [-1,1], \}$.

   b. $f(x,y) = x^2 + y^2 + x + y \quad K = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

   c. $f(x,y) = \cos x + \cos y \quad K = \{(x,y) : x \in [-\pi,\pi], y \in [-\pi,\pi], \}$.

   d. $f(x,y) = \sin x + \cos y \quad K = \{(x,y) : x \in [-\pi,\pi], y \in [-\pi,\pi], \}$.

   e. $f(x,y) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + y^2 - 2y + 1 \quad K = \{(x,y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$.

   e. $f(x,y) = x^2y^3(1 - x - y) \quad K = \{(x,y) : |x| + |y| \leq 1\}$.

9. A produção de um certo objeto requer x horas de trabalho de uma maquina e y horas de trabalho de uma pessoa, se o custo da produção é dado por

$$C(x,y) = 2x^3 - 6xy + y^2 + 500,$$

determine o número de horas maquina e horas pessoa para que a produção tenha custo mínimo.

10. A temperatura em cada ponto do plano xy é dada por $T(x,y) = 2x^2 - 3xy + 5y^2$. Determinar as temperaturas máxima e mínima na placa dada por $K = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$, assim como os pontos onde estas temperaturas são atingidas.

11. Prove que o valor máximo da função $f(x,y,z) = x^2y^2z^2$ na esfera $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ é $\left(\frac{1}{3}r^2\right)^3$.

12. Utilize o item anterior para provar que $(x^2y^2z^2)^{\frac{1}{3}} \leq \dfrac{x^2 + y^2 + z^2}{3}$.

13. Determine os extremos da função $f(x,y,z) = xyz$ na intersecção entre as superfícies $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e $x + y + z = 0$.