UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Escola de Engenharia de Lorena-EEL

LISTA AULA 7: Cálculo II — Planos tangentes e Função Implícita.

Professor: Juan Fernando Zapata Zapata — **Data**: 15 de abril de 2016

1. Utilize o conceito de aproximação linear para calcular (sem usar calculadora) o valor aproximado de $\dfrac{0,97}{\sqrt{15,05+\sqrt[3]{0,98}}}$. Depois calcule este mesmo valor usando uma calculadora e determine o erro dado pela aproximação linear.

2. Para cada uma das funções a seguir, Explique porque são diferenciáveis e determine a diferencial em cada ponto (x_0,y_0) do domínio.

   a. $f(x)=\sin^3(x^2)$

   b. $f(x,y)=x\tan y$

   c. $f(x,y,z)=ax+by+cz+d$

   d. $f(x,y,z,w)=\sin x+\cos y+\arcsin z+\arccos w$

   e. $f(x,y,z,u,w)=xyz+xzw+yuw+zuw$

3. Se $F(x,y)=x^3+y^3-2xy$ Calcule $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}(1)$.

4. Se $F(x,y)=e^{2y+x}+\sin(x^2+y)-1$, determine a equação da reta tangente a curva de nível 0 de F no ponto $(0,0)$.

5. Considere a função $F(x,y)=ax^2+2bxy+cx^2+d$, onde $d\neq 0$. Sobre quais condições é possível determinar a reta tangente em todos os pontos da curva de nível 0 de F.

6. Determine a equação do plano tangente ao gráfico da função $f(x,y)=x^2+y^2$ que é paralelo ao plano $3x+8y-5z=10$.

7. Encontre a equação do plano tangente à superfície $z=x^2+y^2-4x$ que é perpendicular a reta

$$\begin{cases} x &= 3+4t \\ y &= -2t \\ z &= 1+t \end{cases}$$

8. Determinar a equação do plano tangente ao elipsoide $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{16}=1$ que é paralelo ao plano $2x+3y+4z=\sqrt{\pi}$.

9. Determinar a equação do plano tangente ao elipsoide $x^2+3y^2+5z^2=1$ que é paralelo ao plano tangente ao gráfico de $f(x,y)=xy$ no ponto $(1,1,1)$.(Duas respostas)

10. Determinar a equação do plano tangente ao hiperboloide de duas folhas $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{z^2}{16}=1$ que é paralelo ao plano $x+y+z=1$. (Duas respostas)

11. Prove que os planos tangentes à superfície

$$\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{a}, \quad a \, \text{constante}$$

cortam os eixos coordenados em pontos equidistantes da origem.

12. Prove que a superfície $x^2+y^2+z^2-2x-2y-6z+10=0$ possue infinitos planos tangentes que são perpendiculares ao plano $3x-y+z=7$.

13. Determinar os pontos na superfície $x^2+y^2+z^2+4x-6y-2z+7=0$ onde os planos tangentes são paralelos aos planos coordenados.

14. Prove que a superfície $x^2+y^2+z^2-2x-2y-6z+10=0$ possue examente dois planos tangentes que são perpendiculares aos planos(ambos) $3x-y+z=7$ e $x+8y+5z=10$.

15. Prove que as retas normais à superfície $z=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}y^3+y$ nos pontos (x_0,y_0,z_0) $x_0\neq 0$, não são paralelas ao eixo y.

16. Determinar a equação da esfera que possue planos tangentes paralelos aos planos $x+y+z=5$ e $x+y+z=-3$, sabendo que um dos pontos de tangencia é (1,2,2).

17. Prove que as esferas $x^2+y^2+z^2=2x$, $x^2+y^2+z^2=2z$, $x^2+y^2+z^2=2y$ são ortogonais (isto é nos pontos de intersecção os planos tangentes são ortogonais)