Técnicas Numéricas

A

A.1 Integrais Úteis no Projeto de Reatores

Links

Veja também *www.integrals.com.*

$$\int_0^x \frac{dx}{1-x} = \ln\frac{1}{1-x} \tag{A-1}$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{(1-x)^2} = \frac{1}{1-x_2} - \frac{1}{1-x_1} \tag{A-2}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{(1-x)^2} = \frac{x}{1-x} \tag{A-3}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{1+\varepsilon x} = \frac{1}{\varepsilon}\ln(1+\varepsilon x) \tag{A-4}$$

$$\int_0^x \frac{(1+\varepsilon x)dx}{1-x} = (1+\varepsilon)\ln\frac{1}{1-x} - \varepsilon x \tag{A-5}$$

$$\int_0^x \frac{(1+\varepsilon x)dx}{(1-x)^2} = \frac{(1+\varepsilon)x}{1-x} - \varepsilon\ln\frac{1}{1-x} \tag{A-6}$$

$$\int_0^x \frac{(1+\varepsilon x)^2 dx}{(1-x)^2} = 2\varepsilon(1+\varepsilon)\ln(1-x) + \varepsilon^2 x + \frac{(1+\varepsilon)^2 x}{1-x} \tag{A-7}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{(1-x)(\Theta_B - x)} = \frac{1}{\Theta_B - 1}\ln\frac{\Theta_B - x}{\Theta_B(1-x)} \qquad \Theta_B \neq 1 \tag{A-8}$$

$$\int_0^W (1-\alpha W)^{1/2} dW = \frac{2}{3\alpha}\left[1-(1-\alpha W)^{3/2}\right] \tag{A-9}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{ax^2+bx+c} = \frac{-2}{2ax+b} + \frac{2}{b} \qquad \text{para } b^2 = 4ac \tag{A-10}$$

$$\int_0^x \frac{dx}{ax^2+bx+c} = \frac{1}{a(p-q)}\ln\left(\frac{q}{p}\cdot\frac{x-p}{x-q}\right) \qquad \text{para } b^2 > 4ac \tag{A-11}$$

em que p e q são as raízes da equação.

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad i.e., p, q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\int_0^x \frac{a+bx}{c+gx}\,dx = \frac{bx}{g} + \frac{ag-bc}{g^2}\ln\frac{c+gx}{c}$$

A.2 Diferenciação Gráfica de Áreas Iguais

Existem muitas maneiras de diferenciar dados numéricos e dados apresentados [illegible]. Devemos restringir nossas discussões à técnica de diferenciação de áreas iguais. [illegible] mento delineado aqui, queremos encontrar a derivada de y com relação a x.

1. Faça uma tabela com as observações (y_i, x_i), conforme mostrado na Tabela [illegible]
2. Para cada *intervalo*, calcule $\Delta x_n = x_n - x_{n-1}$ e $\Delta y_n = y_n - y_{n-1}$.

TABELA A-1

x_i	y_i	Δx	Δy	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\frac{dy}{dx}$
x_1	y_1				$\left(\frac{dy}{dx}\right)_1$
		$x_2 - x_1$	$y_2 - y_1$	$\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)_2$	
x_2	y_2				$\left(\frac{dy}{dx}\right)_2$
		$x_3 - x_2$	$y_3 - y_2$	$\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)_3$	
x x_4	y y_4				$\left(\frac{dy}{dx}\right)_3$
		etc.			

Esse método é usado no Capítulo 5.

3. Calcule $\Delta y_n/\Delta x_n$ como uma estimativa do coeficiente angular [illegible] valo x_{n-1} a x_n.
4. Faça um gráfico desses valores como um histograma *versus* x_i. [illegible] x_3, por exemplo, é $(y_3 - y_2)/(x_3 - x_2)$. Veja a Figura A-1.
5. Em seguida, desenhe a *curva suave* que melhor aproxima a [illegible] ma. Ou seja, tente em cada intervalo balancear as áreas, [illegible] cadas como A e B. Porém, quando essa aproximação não for possível, [illegible] para vários intervalos (como as áreas marcadas C e D). De [illegible] Δx e Δy, sabemos que

$$y_n - y_1 = \sum_{i=2}^{n} \frac{\Delta y}{\Delta x_i}\,\Delta x_i$$

O método de áreas iguais tenta estimar dy/dx de modo que

$$y_n - y_1 = \int_{x_1}^{x_n} \frac{dy}{dx}\,dx$$

ou seja, de tal modo que a área sob $\Delta y/\Delta x$ é a mesma que [illegible] *toda parte possível.*

6. Leia as estimativas de dy/dx a partir dessa curva nos pontos [illegible] complete a tabela.

Veja o material on-line, Apêndice A, para exemplo trabalhado

APÊNDICE - A

FORMULÁRIO DE ALGUMAS INTEGRAIS ENVOLVENDO $ax+b$ E $px+q$

1) $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln(ax+b)$

2) $\int \frac{xdx}{ax+b} = \frac{x}{a} - \frac{b}{a^2}\ln(ax+b)$

3) $\int \frac{dx}{x(ax+b)} = \frac{1}{b}\ln\left(\frac{x}{ax+b}\right)$

4) $\int \frac{dx}{(ax+b)^2} = \frac{-1}{a(ax+b)}$

5) $\int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{(n+1)a}$, se n = -1, veja item (1)

6) $\int \frac{dx}{(ax+b)(px+q)} = \frac{1}{bp-aq}\ln\left(\frac{px+q}{ax+b}\right)$

7) $\int \frac{xdx}{(ax+b)(px+q)} = \frac{1}{bp-aq}\left\{\frac{b}{a}\ln(ax+b) - \frac{q}{p}\ln(px+q)\right\}$

8)

$$\int \frac{dx}{(ax+b)^m(px+q)^n} = \frac{-1}{(n-1)(bp-aq)}\left\{\frac{1}{(ax+b)^{m-1}(px+q)^{n-1}} + a(m+n-2)\int \frac{dx}{(ax+b)^m(px+q)^{n-1}}\right\}$$

9) $\int \frac{ax+b}{px+q}dx = \frac{ax}{p} + \frac{bp-aq}{p^2}\ln(px+q)$

10)
$$\int \frac{(ax+b)^m}{(px+q)^n}dx = \begin{cases} \dfrac{-1}{(n-1)(bp-aq)}\left\{\dfrac{(ax+b)^{m+1}}{(px+q)^{n-1}} + (n-m-2)a\displaystyle\int \dfrac{(ax+b)^m}{(px+q)^{n-1}}dx\right\} \\ \dfrac{-1}{(n-m-1)p}\left\{\dfrac{(ax+b)^m}{(px+q)^{n-1}} + m(bp-aq)\displaystyle\int \dfrac{(ax+b)^{m-1}}{(px+q)^n}dx\right\} \\ \dfrac{-1}{(n-1)p}\left\{\dfrac{(ax+b)^m}{(px+q)^{n-1}} - ma\displaystyle\int \dfrac{(ax+b)^{m-1}}{(px+q)^{n-1}}dx\right\} \end{cases}$$

****