MECÂNICA DOS FLUIDOS

Prof. Gerônimo

AULA 2

DEFINIÇÃO DE FLUIDO, CONCEITOS E PROPRIEDADES FUNDAMENTAIS

INTRODUÇÃO

Mecânica dos Fluidos é a ciência que estuda o comportamento físico dos fluidos, assim como as leis que regem esse comportamento.

As bases lançadas pela Mecânica dos Fluidos são fundamentais para muitos ramos de aplicação na engenharia. Dessa forma, o escoamento de fluidos em canais e condutos, a lubrificação, os esforços em barragens, os corpos flutuantes, as máquinas hidráulicas, a ventilação, a aerodinâmica, estudos de impacto ambiental, realização de programas e projetos de gerenciamento de recursos hídricos, saneamento básico, tratamento de resíduos e recuperação de áreas contaminadas ou degradadas e muitos outros assuntos lançam mão das leis da Mecânica dos Fluidos para obter resultados de aplicação prática.

Como se pode observar, pelo exposto, poucos são os ramos da engenharia que escapam totalmente do conhecimento dessa ciência que se torna, assim, uma das de maior importância entre as que devem fazer parte dos conhecimentos básicos do engenheiro.

CONCEITOS FUNDAMENTAIS E DEFINIÇÃO DE FLUIDO

A definição de fluido é introduzida, normalmente, pela comparação dessa substância com um sólido.

A definição mais elementar diz: *"Fluido é uma substância que não tem uma forma própria, assume o formato do recipiente".* A Figura 1.1 ilustra o significado desse enunciado.

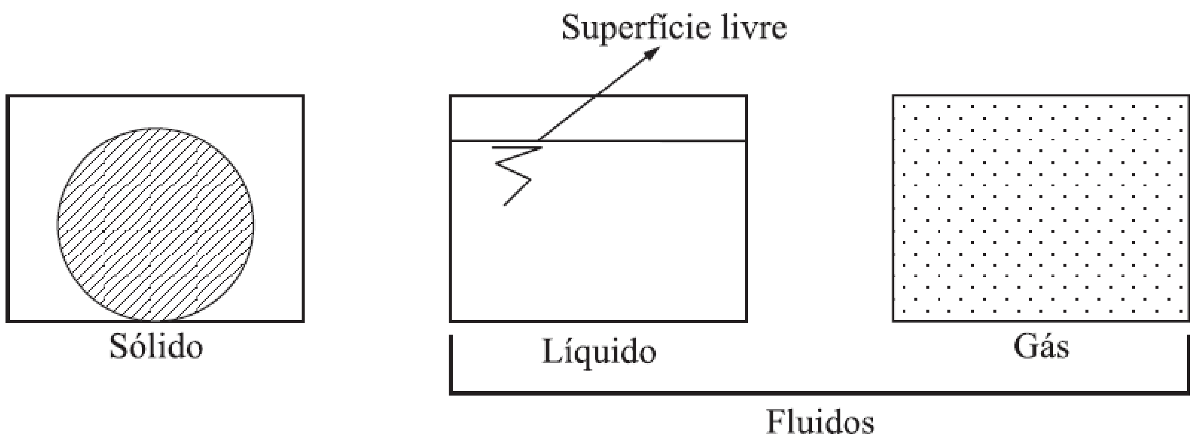


Figura 1.1

Os fluidos são, portanto, os líquidos e os gases, sendo que estes ainda se distinguem dos primeiros por ocuparem todo o recipiente, enquanto os líquidos apresentam uma superfície livre.

Se o problema fundamental fosse apenas reconhecer os fluidos, a definição apresentada seria perfeitamente suficiente para essa finalidade.

Entretanto, é possível introduzir uma outra que, apesar de ser mais complexa, permite construir uma estrutura lógica que será de grande utilidade para o desenvolvimento da Mecânica dos Fluidos.

Essa definição está novamente ligada à comparação de comportamento entre um sólido e um fluido, por uma observação prática denominada "Experiência das Duas Placas", descritas a seguir.

Seja um sólido preso entre duas placas planas, uma inferior fixa e a outra superior solicitada por uma força tangencial F_t (na direção do plano da placa) (Figura 1.2a)

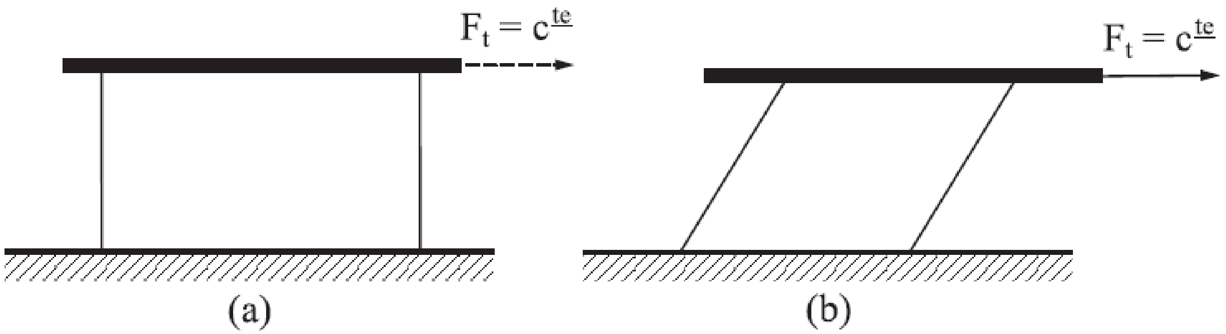


Figura 1.2

Mantida a força F_t constante, nota-se que o sólido se deforma angularmente (Figura 1.2b) até alcançar uma nova posição de equilíbrio estático.

Pode-se dizer, então, que um sólido, solicitado por uma força tangencial constante, deforma-se angularmente, mas atinge uma nova configuração de equilíbrio estático (Figura 1.2b).

A mesma experiência será agora realizada colocando-se um fluido entre as placas. Suponha que seja possível, por exemplo, por meio de um corante, visualizar um certo volume ABCD do fluido (Figura 1.3a).

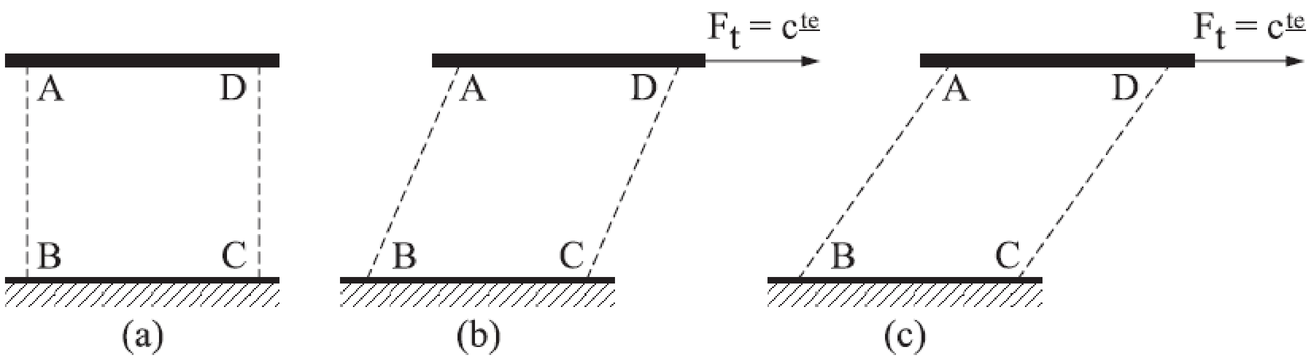


Figura 1.3

Se a placa superior adquire uma velocidade *v*, os pontos do fluido em contato com ela terão a mesma velocidade *v*, e os pontos do fluido em contato com a placa fixa ficarão parados junto dela.

Princípio da Aderência: *Os pontos de um fluido, em contato com uma superfície sólida, aderem aos pontos dela, com os quais estão em contato.*

Essa experiência permite a distinção entre sólidos e fluidos, pois, enquanto os sólidos se deformam limitadamente sob a ação de esforços tangenciais pequenos, os fluidos se deformam continuamente sem alcançar uma nova posição de equilíbrio estático.

Pode-se então dizer que:

Fluido é uma substância que se deforma continuamente, quando submetida a uma força tangencial constante qualquer ou, em outras palavras, fluido é uma substância que, submetida a uma força tangencial constante, não atinge uma nova configuração de equilíbrio estático.

TENSÃO DE CISALHAMENTO – Lei de Newton da viscosidade

Seja uma força F aplicada sobre uma superfície de área A (Figura 1.4). Essa força pode ser decomposta segundo a direção da normal à superfície e a da tangente, dando origem a uma componente normal e outra tangencial.

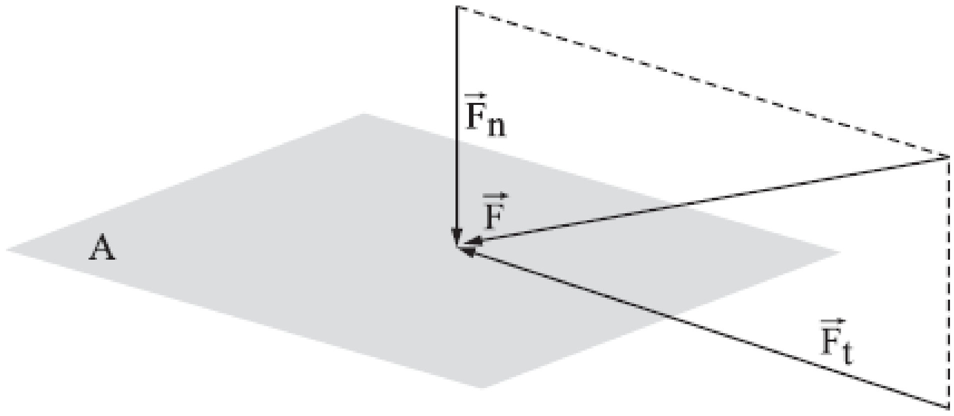


Figura 1.4

Define-se tensão de cisalhamento média como sendo o quociente entre o módulo da componente tangencial da força e a área sobre a qual está aplicada.

$$\boxed{\tau = \frac{F_t}{A}}$$

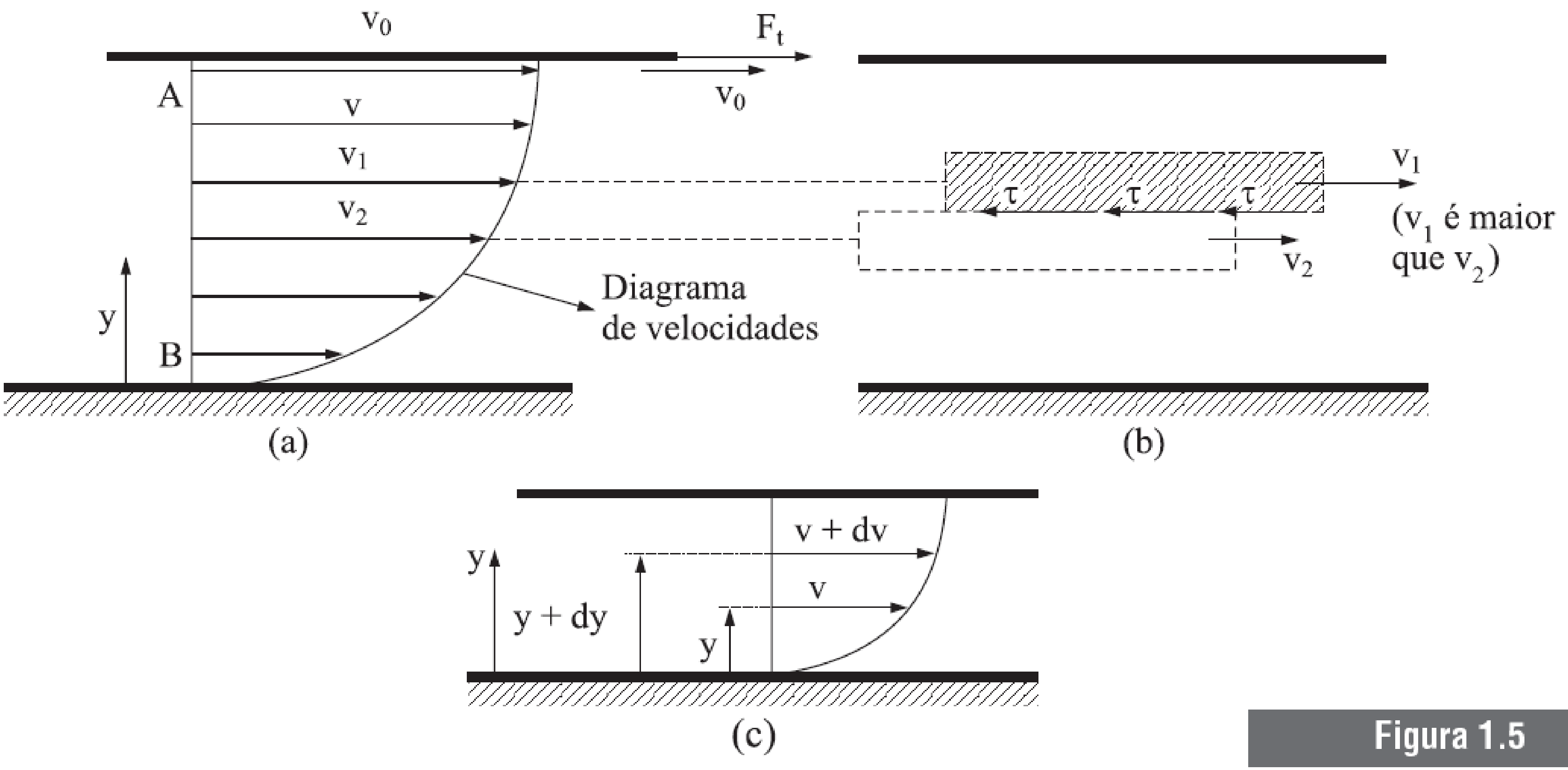
Em outras palavras: tensão de cisalhamento τ é a força tangencial por unidade de área. As unidades mais utilizadas para essa grandeza serão o kgf/m^2 do sistema MK*S (Técnico), o dina/cm^2 (CGS) e o N/m^2 (SI).

LEI DE NEWTON – Escoamento Unidimensional

A seguir será descrito outro fato notável que pode ser observado na experiência das duas placas.

A Figura 1.5b mostra o aparecimento de τ devido à velocidade relativa $v_1 - v_2$, que cria um escorregamento entre as duas camadas indicadas.

Newton descobriu que em muitos fluidos a tensão de cisalhamento é proporcional (α) ao gradiente da velocidade, isto é, à variação da velocidade com y.



v_0
F_t
A
v_0
v
v_1
v_2
y
B
Diagrama de velocidades
(a)
v_1
τ
τ
τ
(v_1 é maior que v_2)
v_2
(b)
v + dv
y
y + dy
v
y
(c)

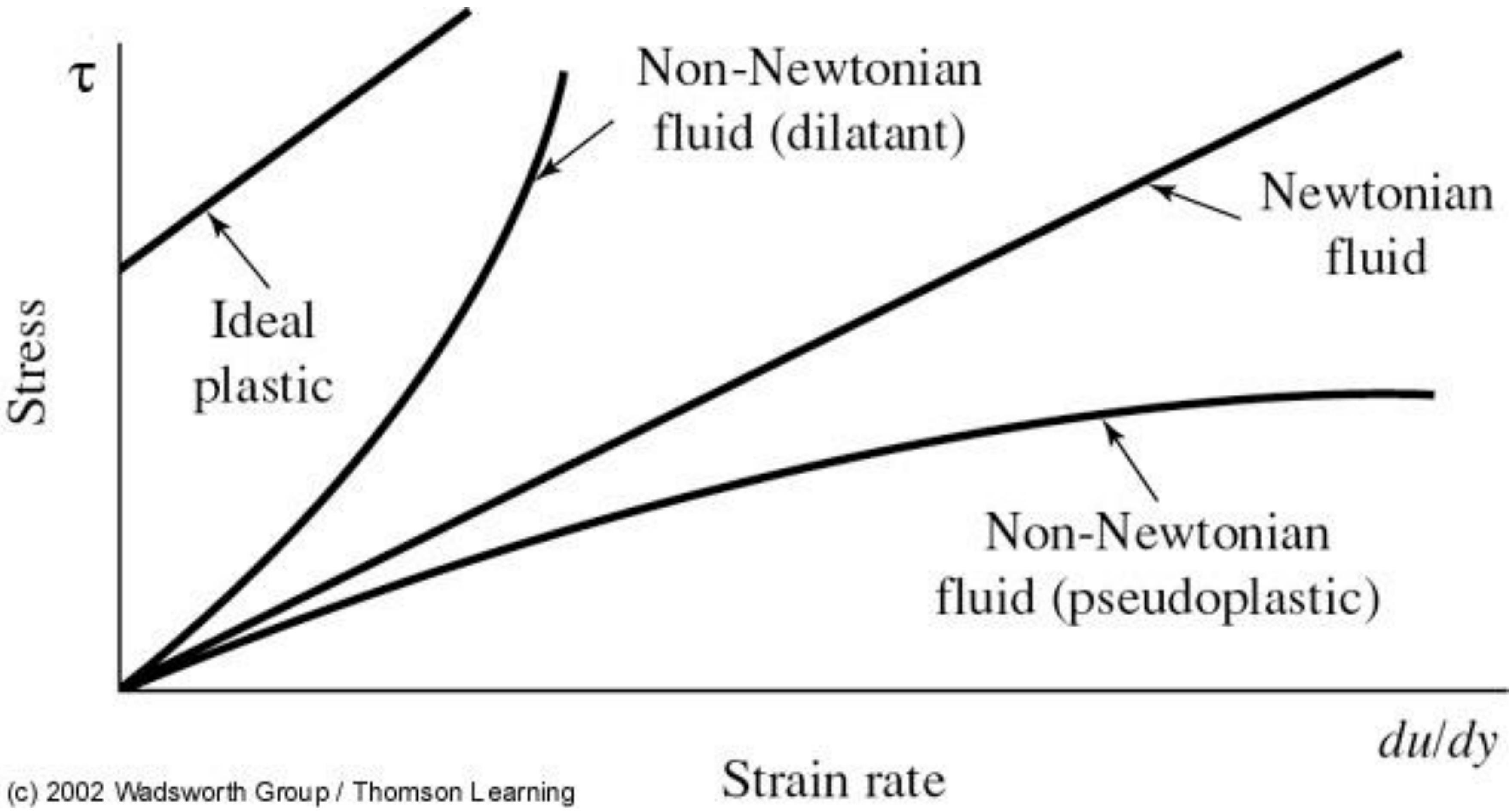
Figura 1.5

Disso pode-se traduzir a lei de Newton da viscosidade:

$$\tau \propto \frac{dv}{dy} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\tau}{\frac{dv}{dy}} = cte$$

Os fluidos que obedecem a essa lei são ditos fluidos newtonianos.

Os fluidos que se comportam de forma a obedecer à equação acima são a grande maioria, como água, ar, óleos, etc., e os restantes, chamados não-newtonianos, não serão abordados no nosso estudo, pois são de pequeno interesse geral, sendo objeto de estudos muito especializados.



τ
Stress
Non-Newtonian fluid (dilatant)
Newtonian fluid
Ideal plastic
Non-Newtonian fluid (pseudoplastic)
du/dy
Strain rate

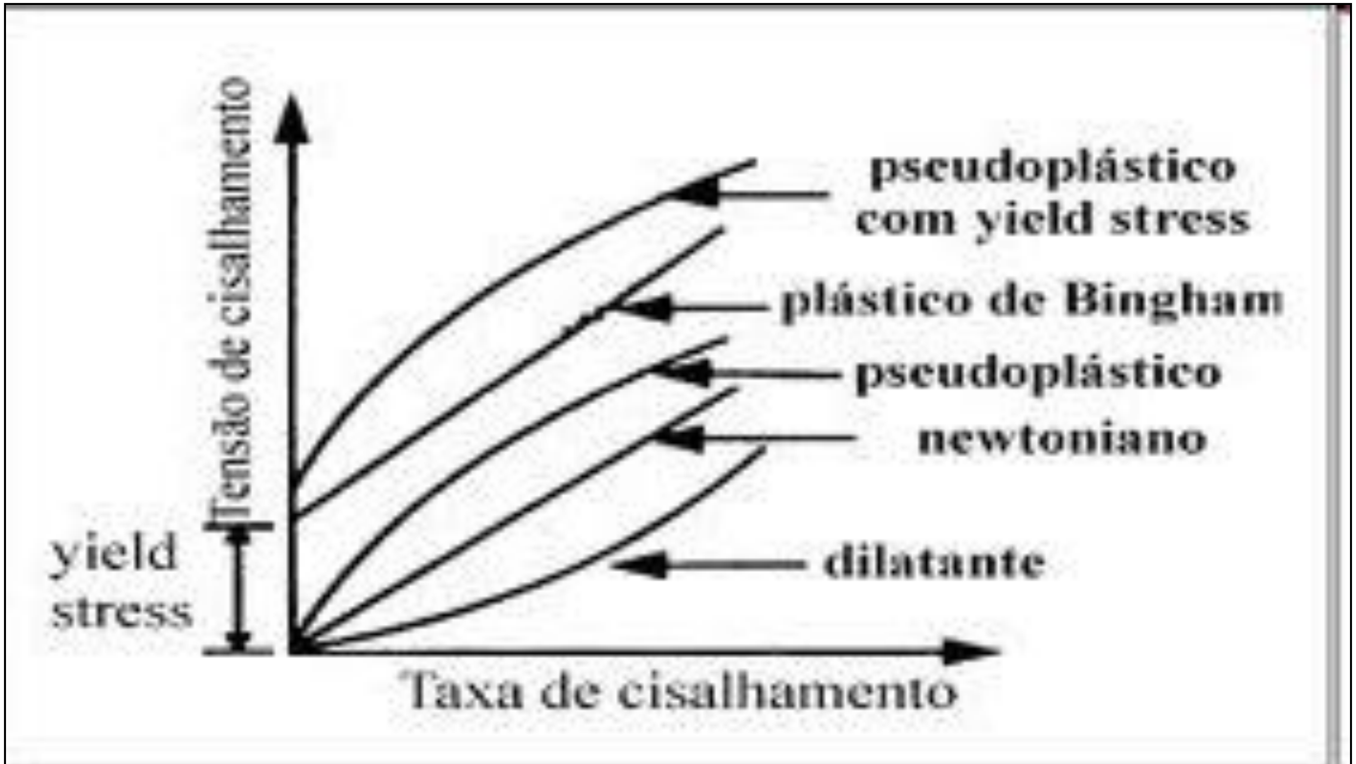


Figura 2 - Classificação do comportamento reológico de diferentes tipos de suspensões (Kawatra et al., 1996).

VISCOSIDADE ABSOLUTA OU DINÂMICA

A lei de Newton da viscosidade impõe uma proporcionalidade ente a tensão de cisalhamento e o gradiente da velocidade. Tal fato leva à introdução de um coeficiente de proporcionalidade na equação apresentada anteriormente.

Tal coeficiente será indicado por μ e denomina-se viscosidade absoluta ou dinâmica. A equação ficará então:

$$\boxed{\tau = \mu \frac{dv}{dy}}$$

A viscosidade é a propriedade pela qual um fluido oferece resistência ao cisalhamento.

Essa grandeza μ é uma propriedade de cada fluido e de suas condições, como, por exemplo, a pressão e, principalmente, a temperatura.

A viscosidade de um líquido diminui com a temperatura ($\uparrow T \Rightarrow \downarrow \mu_{líquido}$)

A viscosidade de um gás aumenta com a temperatura ($\uparrow T \Rightarrow \uparrow \mu_{gás}$)

Para pressões moderadas, a viscosidade é independente da pressão e depende somente da temperatura.

De uma forma mais prática: *Viscosidade é a propriedade que indica a maior ou a menor dificuldade de o fluido escoar (escorrer).*

As unidades da viscosidade podem ser obtidas por análise dimensional a partir da lei de Newton da viscosidade, adotando como grandezas fundamentais F L T.

Simplificação prática

Viu-se que a lei de Newton da viscosidade é escrita da seguinte forma:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

onde dv/dy é o gradiente da velocidade ou variação de v com y (Figura 1.6)

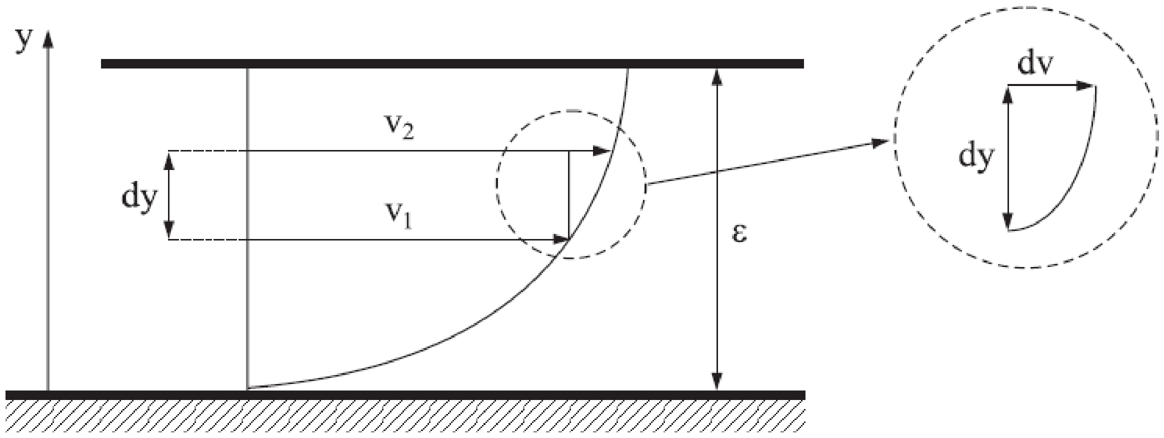


Figura 1.6

Pela figura, observa-se que, a um deslocamento dy, na direção do eixo y, corresponde uma variação dv da velocidade.

Quando a distância ε é pequena, pode-se considerar, sem muito erro, que a variação de v com y seja linear (Figura 1.7)

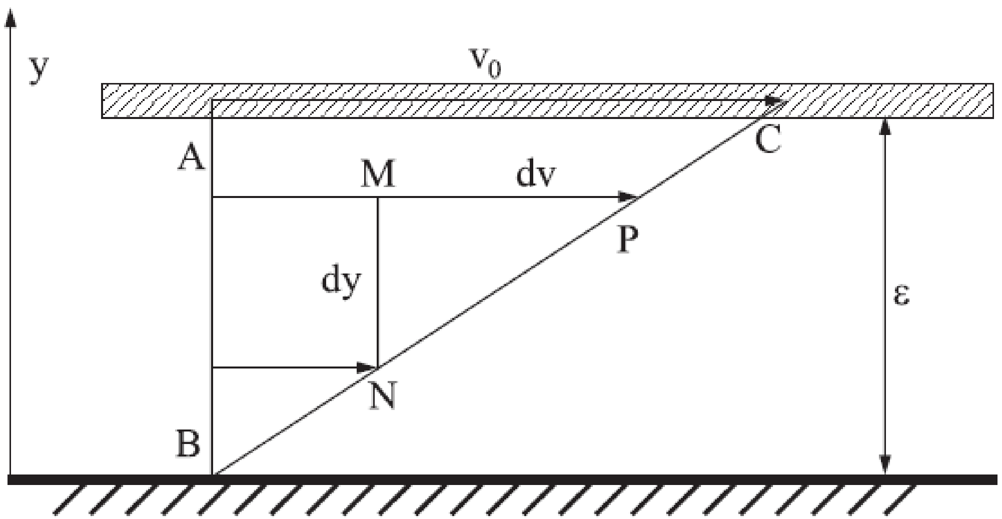


Figura 1.7

A simplificação que resulta desse fato é a seguinte:

$$\Delta ABC \approx \Delta MNP$$

Logo:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{v_0}{\varepsilon}$$

Ou, de uma forma mais geral:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

Ficando a lei de Newton:

$$\boxed{\tau = \mu \frac{\Delta v}{\Delta y} = \mu \frac{v_0}{\varepsilon}}$$

Esse fato leva a simplificações importantes nos problemas, evitando hipóteses e integrações às vezes complicadas.

OBSERVAÇÕES:

✓ De forma simplificada, pode-se dizer que a viscosidade dos fluidos é originada por uma coesão entre as moléculas e pelos choques entre elas.

✓ A viscosidade, portanto, não é uma propriedade observável num fluido em repouso, pois, qualquer que seja a força tangencial, ele se deforma. Com o movimento do fluido, porém, ela faz sentir seu efeito, criando as condições para equilibrar a força F_t externa.

OBSERVAÇÕES:

✓ Pode-se dizer, então, que viscosidade dinâmica é a propriedade dos fluidos que permite equilibrar, dinamicamente, forças tangenciais externas quando os fluidos estão em movimento.

✓ Matematicamente, μ é a constante de proporcionalidade da lei de Newton da viscosidade.

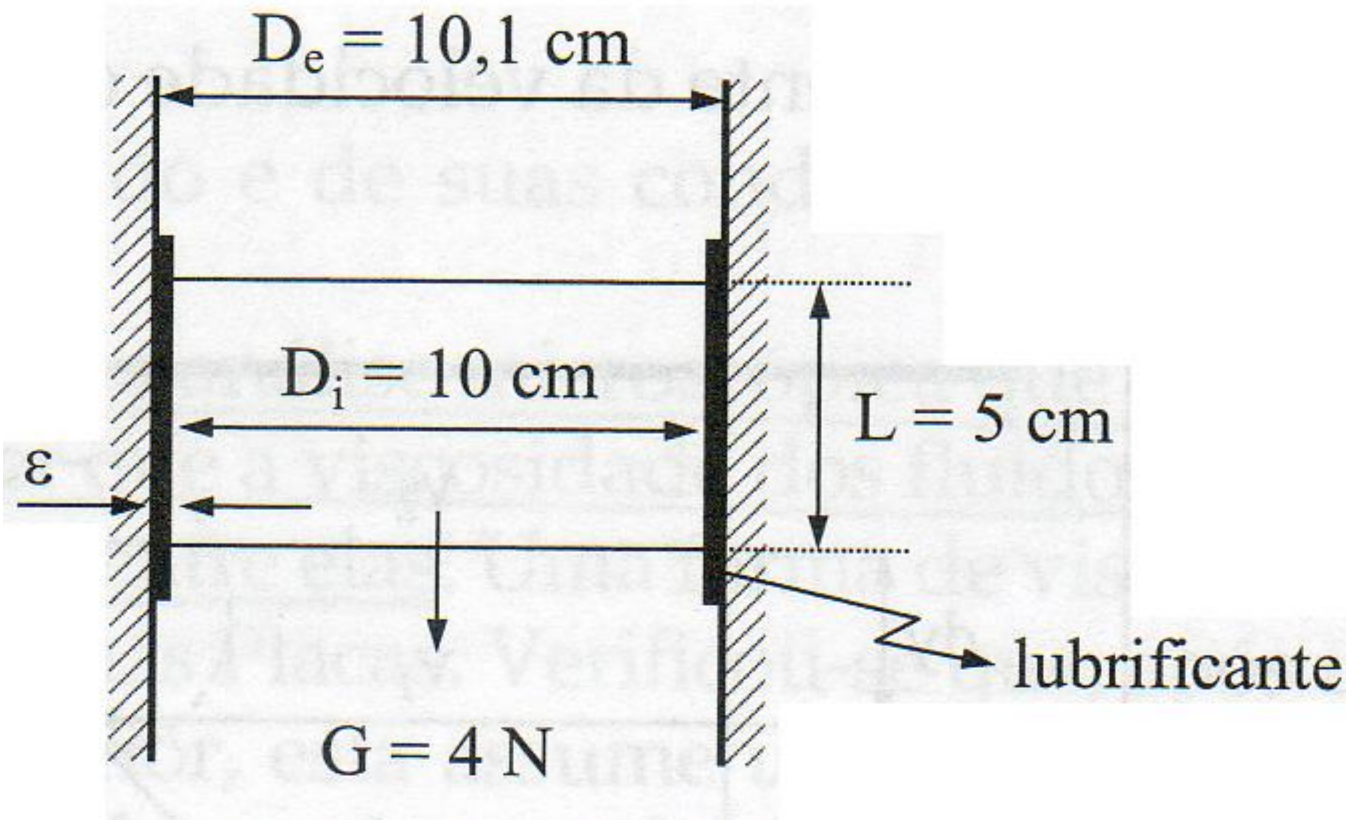
EXEMPLO 1 – Determinação da viscosidade dinâmica

Um pistão de peso G = 4 N cai dentro de um cilindro com uma velocidade constante de 2 m/s. O diâmetro do cilindro é 10,1 cm e o do pistão é 10,0 cm. Determinar a viscosidade do lubrificante colocado na folga entre o pistão e o cilindro:

a) Adotando um diagrama linear de velocidades;

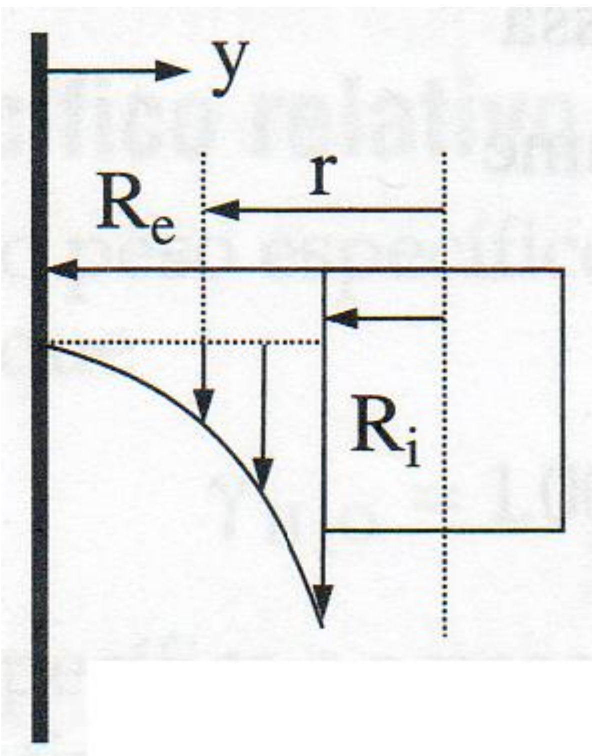
b) Considerando um diagrama não linear de velocidades.

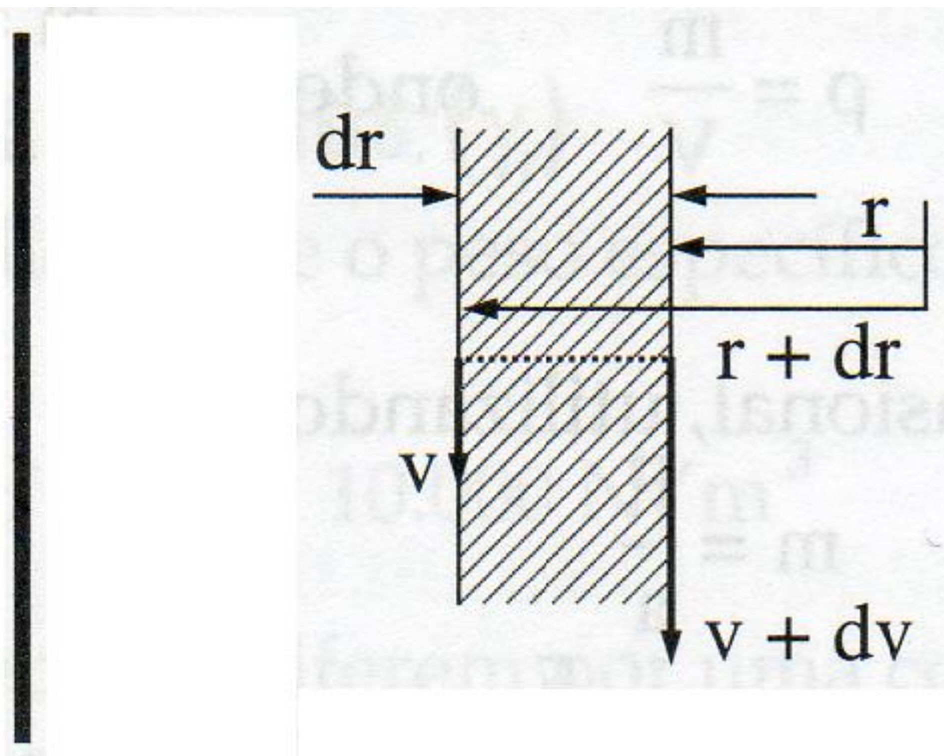
EXEMPLO 1 – Determinação da viscosidade dinâmica



EXEMPLO 1 – Determinação da viscosidade dinâmica

A seguir, o problema será resolvido também para o caso em que o diagrama não é linear.





EXEMPLO 1 – Determinação da viscosidade dinâmica

Adotando-se uma coordenada polar $R_i \leq r \leq R_e$, para uma camada de espessura dr, a velocidade varia de v + dv para v, criando o escorregamento que gera as tensões de cisalhamento.

Logo, $\tau = -\mu \dfrac{dv}{dr}$, pois para um dr positivo o v varia de um dv negativo.

Como cada camada se desloca com v = cte, isso significa que o peso, transmitido no contato com a primeira camada, equilibra-se com as tensões de cisalhamento um dr adiante.

EXEMPLO 1 – Determinação da viscosidade dinâmica

Assim, para uma camada genérica:

$$\tau A = G \qquad \text{ou} \qquad -\mu \frac{dv}{dr} 2\pi r L = G$$

Ou, separando as variáveis:

$$2\pi L \mu dv = -\frac{G dr}{r}$$

EXEMPLO 1 – Determinação da viscosidade dinâmica

Integrando de R_i a R_e, quando v varia de v a 0:

$$\int_{v}^{0} 2\pi L\mu dv = -\int_{R_i}^{R_e} G\frac{dr}{r}$$

$$-2\pi L\mu v = -G\ln\frac{R_e}{R_i}$$

$$\mu = \frac{G}{2\pi L v}\ln\frac{R_e}{R_i}$$

EXEMPLO 1 – Determinação da viscosidade dinâmica

ou

$$\mu = \frac{G}{2\pi L v} \ln \frac{D_e}{D_i}$$

$$\mu = \frac{4}{2\pi \times 0{,}05 \times 2} \ln \frac{10{,}1}{10} = 6{,}33 \times 10^{-2}\ \mathrm{N.s/m^2}$$

Note-se que esse seria o resultado correto. Então, o erro ao considerar o diagrama linear seria:

$$\text{Erro} = \frac{\mu_{\text{linear}} - \mu_{\text{real}}}{\mu_{\text{real}}} \times 100$$

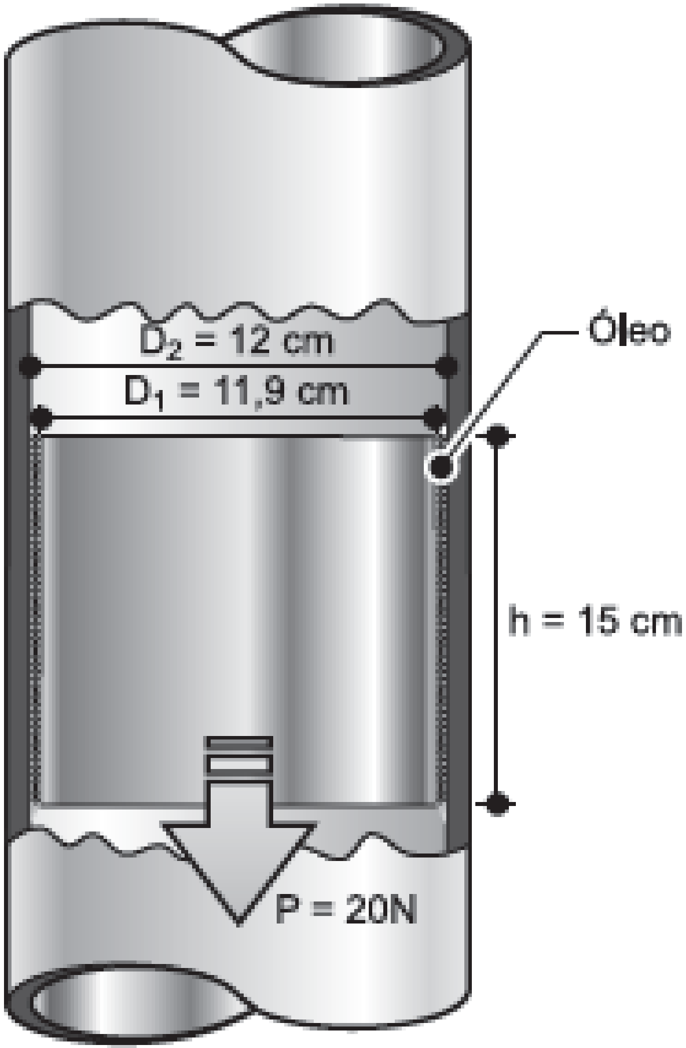
EXEMPLO 1 – Determinação da viscosidade dinâmica

$$\text{Erro} = \frac{6{,}37 \times 10^{-2} - 6{,}33 \times 10^{-2}}{6{,}33 \times 10^{-2}} \times 100 = 0{,}63\%$$

Que é um erro desprezível, comprovando que, quando a espessura do fluido é pequena, pode-se utilizar um diagrama linear.

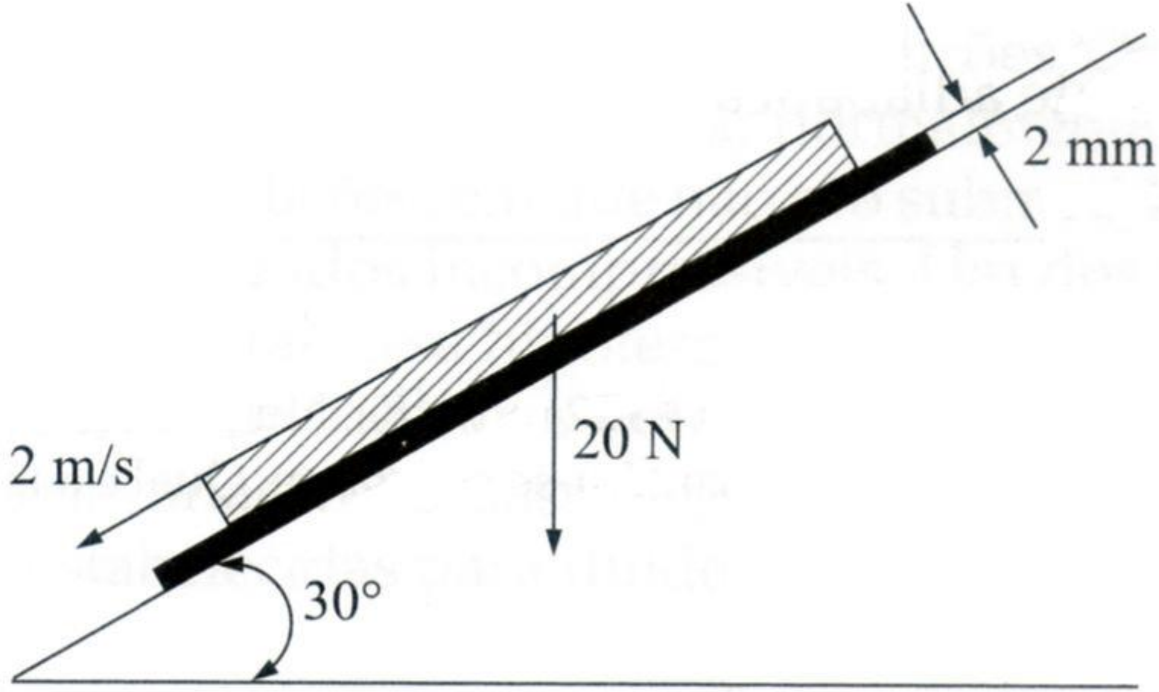
EXEMPLO 2 – Determinação da viscosidade dinâmica

Um pistão de peso P = 20 N, é liberado no topo de um tubo cilíndrico e começa a cair dentro deste sob a ação da gravidade. A parede interna do tubo foi besuntada com óleo com viscosidade dinâmica $\mu = 0{,}065\ kg.m^{-1}.s^{-1}$. O tubo é suficientemente longo para que a velocidade estacionária do pistão seja atingida. As dimensões do pistão e do tubo estão indicadas na figura ao lado. Determine a velocidade estacionária do pistão V_0.



EXEMPLO 3 – Determinação da viscosidade dinâmica

Uma placa quadrada de 1,0 m de lado e 20 N de peso desliza sobre um plano inclinado de 30º, sobre uma película de óleo. A velocidade da placa é 2 m/s constante. Qual a viscosidade dinâmica do óleo, se a espessura da película é 2 mm?



Resolução:

Sendo constante a velocidade da placa, deve haver um equilíbrio dinâmico na direção do movimento, isto é, a força motora (a que provoca o movimento) deve ser equilibrada por uma força resistente (de mesma direção e sentido contrário).

$$G \operatorname{sen} 30^{o} = F_t$$

$$G \operatorname{sen} 30^{o} = \tau A$$

$$G \operatorname{sen} 30^{o} = \mu \frac{v}{\varepsilon} A$$

$$\mu = \frac{\varepsilon G \operatorname{sen} 30^{o}}{vA} = \frac{2 \times 10^{-3} \times 20 \times \operatorname{sen} 30^{o}}{2 \times 1 \times 1} = 10^{-2}\ \frac{N.s}{m^2}$$

ANÁLISE DIMENSIONAL - SEMELHANÇA

Neste tópico, o aluno deverá compreender a utilidade da análise dimensional para a construção de leis da Física. O agrupamento de grandezas em números adimensionais facilita a análise empírica das funções que representam os fenômenos da natureza.

Esse assunto é dedicado à interpretação dos principais adimensionais utilizados na Mecânica dos Fluidos e à teoria dos modelos ou semelhança, de grande utilidade em análise experimental.

ANÁLISE DIMENSIONAL - SEMELHANÇA

RESPONDA AS QUESTÕES:

1- Faça uma pequena descrição referente às grandezas fundamentais e derivadas e sobre equações dimensionais.

2- Faça uma pequena descrição referente aos sistemas coerentes de unidades.

3- Descreva resumidamente sobre os números adimensionais. Comente sobre a vantagem da utilização dos números adimensionais na pesquisa de uma lei física.

ANÁLISE DIMENSIONAL - SEMELHANÇA

RESPONDA AS QUESTÕES:

4- Apresente alguns números adimensionais típicos.

5- Faça uma pequena descrição sobre o Teorema dos π.

6- Descreva resumidamente sobre semelhança ou teoria dos modelos.

7- Comente sobre escalas de semelhança e relações entre escalas.

ANÁLISE DIMENSIONAL - SEMELHANÇA

RESPONDA AS QUESTÕES:

8- Determinar nas bases FLT e MLT as equações dimensionais das seguintes grandezas:

área	volume	aceleração	massa
força	massa específica	peso específico	pressão
tensão de cisalhamento	Vazão em volume	Vazão em peso	Vazão em massa
Viscosidade dinâmica	Viscosidade cinemática	momento	trabalho
potência			

ANÁLISE DIMENSIONAL - SEMELHANÇA

RESPOSTAS DA

QUESTÃO 8

Base FLT

$$[A] = L^2$$
$$[V] = L^3$$
$$[a] = LT^{-2}$$
$$[m] = FL^{-1}T^2$$
$$[F] = F$$
$$[\rho] = FL^{-4}T^2$$
$$[\gamma] = FL^{-3}$$
$$[p] = FL^{-2}$$
$$[\tau] = FL^{-2}$$
$$[Q] = L^3T^{-1}$$
$$[Q_G] = FT^{-1}$$
$$[Q_m] = FL^{-1}T^2 \times T^{-1} = FL^{-1}T$$
$$[\mu] = FL^{-2}T$$
$$[\nu] = L^2T^{-1}$$
$$[M] = FL$$
$$[W] = FL$$
$$[N] = FLT^{-1}$$

Base MLT

$$[A] = L^2$$
$$[V] = L^3$$
$$[a] = LT^{-2}$$
$$[m] = M$$
$$[F] = MLT^{-2}$$
$$[\rho] = ML^{-3}$$
$$[\gamma] = MLT^{-2} \times L^{-3} = ML^{-2}T^{-2}$$
$$[p] = MLT^{-2} \times L^{-2} = ML^{-1}T^{-2}$$
$$[\tau] = ML^{-1}T^{-2}$$
$$[Q] = L^3T^{-1}$$
$$[Q_G] = MLT^{-2} \times T^{-1} = MLT^{-3}$$
$$[Q_m] = MT^{-1}$$
$$[\mu] = MLT^{-2} \times L^{-2}T = ML^{-1}T^{-1}$$
$$[\nu] = L^2T^{-1}$$
$$[M] = MLT^{-2} \times L = ML^2T^{-2}$$
$$[W] = ML^2T^{-2}$$
$$[N] = MLT^{-2} \times LT^{-1} = ML^2T^{-3}$$

ANÁLISE DIMENSIONAL

SEMELHANÇA

INTRODUÇÃO

A solução de muitos problemas da Mecânica dos Fluidos por métodos puramente analíticos é, em geral, difícil e trabalhosa, e às vezes impossível, devido ao grande número de variáveis envolvidas. Por causa disso, desenvolvem-se métodos experimentais que permitem, nesses problemas, produzir modelos matemáticos condizentes com a realidade.

INTRODUÇÃO

A análise dimensional, como será visto, é uma teoria matemática que, aplicada à Física, e especificamente à Mecânica dos Fluidos, permite tirar maiores proveitos dos resultados experimentais, assim como racionalizar a pesquisa e, portanto, diminuir-lhe o custo e as perdas de tempo.

A teoria da semelhança, ou teoria dos modelos, é baseada em princípios abordados pela análise dimensional e resolve certos problemas através da análise de modelos convenientes do fenômeno em estudo.

Grandezas Fundamentais e Derivadas

Equações Dimensionais

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

Para descrever um certo fenômeno físico, devem-se construir funções que interliguem grandezas como espaço, tempo, velocidade, aceleração, força, massa, energia cinética, trabalho, etc.

Após examinar esse conjunto, verifica-se que as grandezas não são independentes, isto é, grande parte delas está interligada pelas equações que descrevem as leis físicas e as definições.

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

Assim, por exemplo, se um sistema percorre , com movimento retilíneo e uniforme, 100 m em 20 s, não se pode dizer que sua velocidade média é 10 m/s, já que, pela definição, ela deveria ser 5 m/s.

Da mesma forma, se a massa de um corpo for 20 kg e sua aceleração, 10 m/s^2, a força resultante que age nele será 200 N e não outro valor qualquer, já que, pela definição, pela segunda lei de Newton da dinâmica, $F = ma$.

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

Uma pesquisa no conjunto de grandezas da Mecânica mostra a existência de somente três grandezas independentes, a partir das quais podem ser relacionadas todas as demais. A escolha dessas grandezas é feita de forma conveniente e o conjunto delas é chamado **base completa da Mecânica**.

A escolha, em geral, recai no termo **FLT** (Força, Comprimento, Tempo) ou **MLT** (Massa, Comprimento, Tempo). Ao longo destas anotações, será preferida a base FLT.

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

Todas as outras grandezas que não fazem parte da base completa são ditas **grandezas derivadas** e podem ser relacionadas com as grandezas fundamentais por meio das equações da Mecânica.

A equação monômia que relaciona uma grandeza derivada com a base completa é chamada **equação dimensional.**

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

Grandeza de Base		Unidade de Base		
nome	símbolo	dimensão	nome	símbolo
comprimento	l, L	L	metro	m
massa	m	M	quilograma	kg
tempo	t	T	segundo	s
intensidade da corrente eléctrica	I	I	ampere	A
temperatura termodinâmica	T	Θ	kelvin	K
quantidade de matéria	n, (ν)	N	mole	mol
intensidade luminosa	I_v	J	candela	cd

Grandezas e unidades de base do sistema internacional de unidades.

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

Grandeza de Base	Dimensão
comprimento	L
massa	M
tempo	T
intensidade da corrente eléctrica	I
temperatura termodinâmica	Θ
quantidade de matéria	N
intensidade luminosa	J

Definição das Grandezas de Base.

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

Quantidade	Símbolo	Dimensões
Comprimento	l	L
Tempo	t	T
Massa	m	M
Força	F	ML/T^2
Velocidade	V	L/T
Aceleração	a	L/T^2
Freqüência	ω	T^{-1}
Gravidade	g	L/T^2
Área	A	L^2

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

Quantidade	Símbolo	Dimensões
Vazão	Q	L^3/T
Fluxo de massa	$\dot{m}$	M/T
Pressão	p	M/LT^2
Tensão	τ	M/LT^2
Massa específica	ρ	M/L^3
Peso específico	γ	M/L^2T^2
Viscosidade	μ	M/LT
Viscosidade cinemática	ν	L^2/T

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

Quantidade	Símbolo	Dimensões
Trabalho	W	ML^2/T^2
Potencia, fluxo de calor	$\dot{W}, \dot{Q}$	ML^2/T^3
Tensão superficial	σ	M/T^2
Módulo da elasticidade volumétrica	B	M/LT^2

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

Pronúncia	Minúscula	Maiúscula
alfa	α	Α
beta	β	Β
gama	γ	Γ
delta	δ	Δ
épsilon	ε	Ε
dzeta	ζ	Ζ
eta	η	Η
teta	θ	Θ
iota	ι	Ι
capa	κ	Κ
lâmbda	λ	Λ
mi	μ	Μ

Pronúncia	Minúscula	Maiúscula
ni	ν	Ν
ksi	ξ	Ξ
omicron	ο	Ο
pi	π	Π
rho	ρ	Ρ
sigma	σ	Σ
tau	τ	Τ
upsilon	υ	Υ
phi	φ	Φ
khi	χ	Χ
psi	ψ	Ψ
ômega	ω	Ω

Alfabeto Grego

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

EXEMPLO 1: Escrever a equação dimensional da viscosidade cinemática na base FLT.

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

EXEMPLO 2: Escrever a dimensão da massa específica.

Dimensão

Equação de definição: $\rho = \dfrac{m}{V}$ (= massa / volume)

$$[\rho] = \frac{[m]}{[V]} \quad ; \quad [V] = [l^3] \quad ; \quad [\rho] = \frac{[m]}{[l^3]}$$

a dimensão da massa é $[\rho] = \dfrac{\mathrm{M}}{\mathrm{L}^3} = \mathrm{L}^{-3}\mathrm{M}$

Nas unidades definidas no S.I.: kg m^{-3}

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

EXEMPLO 3: Escrever a dimensão da força.

Dimensão da força. Equação de definição: $F = ma$ (= massa . aceleração)

$$[F] = [m] \cdot [a]$$

$$a = \frac{v}{t} \qquad \Rightarrow \qquad [a] = \frac{[v]}{[t]}$$

$$v = \frac{x}{t} \qquad \Rightarrow \qquad [v] = \frac{[x]}{[t]} = \mathrm{LT}^{-1}$$ assim,

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \mathrm{LT}^{-2}$$ e logo vem, $[F] = [m] \cdot [a] = \mathrm{LMT}^{-2}$

Nas unidades definidas no S.I.: kg m s^{-2}

Grandezas Fundamentais
Equações dimensionais

EXEMPLO 4: Escrever a dimensão da constante (molar) dos gases ideais.

$$pV = nRT \quad \Rightarrow \quad R = \frac{pV}{nT}$$

$$[R] = \frac{[p]\cdot[V]}{[n]\cdot[T]} \qquad [p] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{\mathrm{LMT^{-2}}}{\mathrm{L^2}} = \mathrm{L^{-1}MT^{-2}} \qquad [V] = [l^3] = \mathrm{L^3} \qquad [n] = \mathrm{N} \qquad [T] = \Theta$$

$$[R] = \frac{(\mathrm{L^{-1}MT^{-2}})\mathrm{L^3}}{\mathrm{N}\Theta} = \mathrm{L^2MT^{-2}}\Theta^{-1}\mathrm{N^{-1}}$$

Nas unidades definidas no S.I.: kg m^2 s^{-2} K^{-1} mol^{-1}