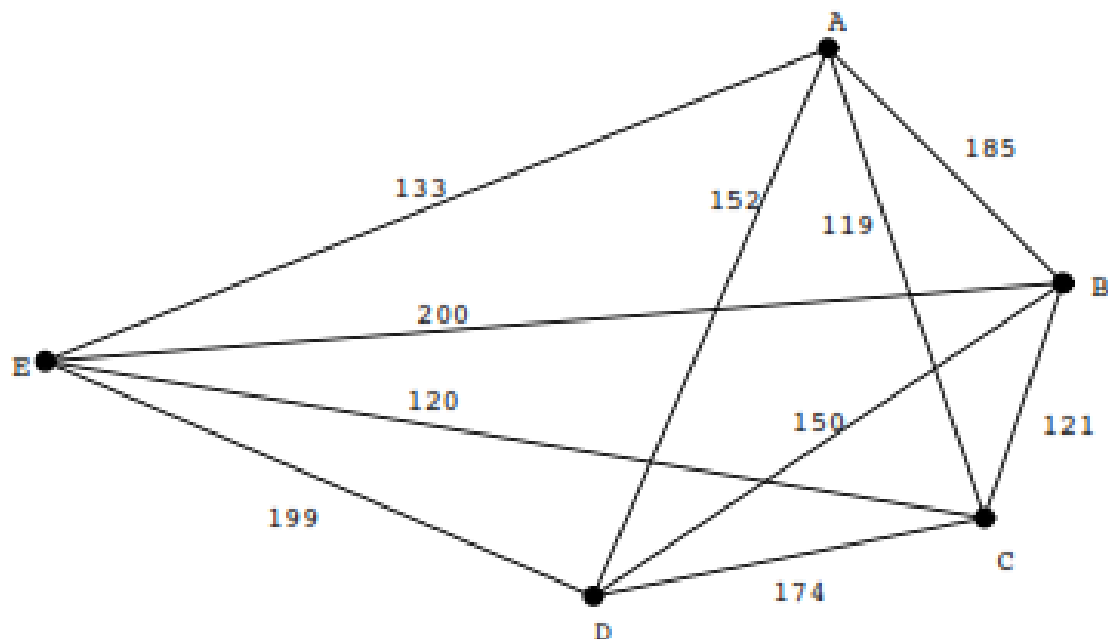


Exemplo (Zé Pedro, o caixeiro viajante). O Zé Pedro é um caixeiro viajante que tem clientes em cinco cidades, que abreviamos por A , B , C , D e E . Ele precisa de planejar uma viagem de negócios com cidade de partida e de destino final A (a cidade onde mora), passando por cada uma das restantes quatro cidades precisamente uma vez. O grafo abaixo representa o custo de cada viagem (em qualquer um dos sentidos) entre cada par de cidades.



Qual o percurso mais barato para esta viagem do Zé Pedro? Por outras palavras, pretendemos encontrar um ciclo Hamiltoniano optimal no grafo dado (isto é, um ciclo Hamiltoniano cuja soma do peso das arestas é mínimo).

| | A | B | C | D | E |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| A | 0 | 185 | 119 | 152 | 133 |
| B | 185 | 0 | 121 | 150 | 200 |
| C | 119 | 121 | 0 | 174 | 120 |
| D | 152 | 150 | 174 | 0 | 199 |
| E | 133 | 200 | 120 | 199 | 0 |

Modelo

$$\begin{aligned}
 Z(\text{Min}) = & 185X_{12} + 119X_{13} + 152X_{14} + 133X_{15} + 185X_{21} + 121X_{23} + 150X_{24} \\
 & + 200X_{25} + 119X_{31} + 121X_{32} + 174X_{34} + 120X_{35} + 152X_{41} + 150X_{42} + \\
 & 174X_{43} + 199X_{45} + 133X_{51} + 200X_{52} + 120X_{53} + 199X_{54}
 \end{aligned}$$

Restrições

Cidades:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} = 1 \\ X_{21} + X_{23} + X_{24} + X_{25} = 1 \\ X_{31} + X_{32} + X_{34} + X_{35} = 1 \\ X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{45} = 1 \\ X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} = 1 \end{array} \right.$$

Repetição de Caminhos:

$$X_{12} + X_{21} \leq 1$$

$$X_{13} + X_{31} \leq 1$$

$$X_{14} + X_{41} \leq 1$$

$$X_{15} + X_{51} \leq 1$$

$$X_{23} + X_{32} \leq 1$$

$$X_{24} + X_{42} \leq 1$$

$$X_{25} + X_{52} \leq 1$$

$$X_{34} + X_{43} \leq 1$$

$$X_{35} + X_{53} \leq 1$$

$$X_{45} + X_{54} \leq 1$$

Variáveis Binomiais:

$$X_{i,j} = (0,1)$$

$$i, j = 1, \dots, 5$$

Exemplo (Vida em Marte). A tabela abaixo indica as distancias aproximadas, em milhas, entre sete locais de Marte, onde cientistas da NASA pensam haver maior probabilidade de encontrar vestígios de vida.

| | A | G | H | I | N | P | W |
|---|------|------|------|------|------|------|------|
| A | - | 7500 | 5000 | 2800 | 3500 | 1500 | 2200 |
| G | 7500 | - | 3000 | 6000 | 8000 | 6500 | 5000 |
| H | 5000 | 3000 | - | 4000 | 4800 | 3500 | 2800 |
| I | 2800 | 6000 | 4000 | - | 2000 | 3000 | 2900 |
| N | 3500 | 8000 | 4800 | 2000 | - | 4000 | 3200 |
| P | 1500 | 6500 | 3500 | 3000 | 4000 | - | 1300 |
| W | 2200 | 5000 | 2800 | 2900 | 3200 | 1300 | - |

Quer-se planejar uma viagem que colocará um robô em Marte, aterrando em *A*. O robô deverá percorrer cada um dos locais, recolher amostras de solo e regressar a *A*, de onde um foguetão trará as amostras para Terra de forma a serem analisadas. Como encontrar um ciclo Hamiltoniano optimal no grafo correspondente?