



Pesquisa Operacional II

Programação Linear Binária

Prof. Fabrício Maciel Gomes
Departamento de Engenharia Química
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



Programação Linear Binária

Métodos de otimização da PLB: têm o inconveniente de o tempo de resolução crescer drasticamente com o aumento do número de variáveis inteiras do modelo.

Aplicações:

- (1) Problema de investimento.
- (2) Problemas com custo fixo. Problema de
- (3) alocação de armazéns. Problemas de
- (4) sequenciamento de tarefas.
- (5) Roteamento de veículos, linearização de função objetivo com produto de variáveis, problema do caixeiro viajante, problemas de “matching”, de “covering”, de “partitioning”, e de “packing”).



Programação Linear Binária

- Formulações de PLI para problemas de decisão tipo “sim ou não”, “ou – ou”, “há restrições de que k em n tenham que se manter”, “há funções com n valores possíveis”, “há custo fixo de preparação”.
- **Exemplo de decisões “sim ou não”:** executar o projeto?, fazer o investimento?, instalar a empresa naquela cidade?

Solução usar variável binária $Y_i = \begin{cases} 1, & \text{se a Decisão } i \text{ for sim} \\ 0, & \text{se a Decisão } i \text{ for não} \end{cases}$



Programação Linear Binária

Grupos de alternativas mutuamente exclusivas – somente uma decisão no grupo pode ser “sim”. fazer:

$\sum_i Y_i = 1$ - Se exatamente uma decisão no grupo tiver que ser “sim”.

$\sum_i Y_i \leq 1$ - Se quando muito uma decisão no grupo tiver que ser “sim”

Decisões contingentes – dependem de decisões anteriores. exemplo: decisão k é contingente na decisão j , se a decisão k puder ser “sim” somente se a decisão j for “sim”. fazer:

$Y_K \leq Y_J$ ou seja, quando $Y_J = 1$ dá escolha livre para Y_K , mas se $Y_J = 0$ força $Y_K = 0$.



Programação Linear Binária

Exemplo

Uma indústria quer se expandir, construindo nova fábrica ou em Los Angeles ou em São Francisco. Também será considerada a construção de um novo depósito na cidade que for selecionada para receber a nova fábrica. O valor presente líquido de cada alternativa está na tabela abaixo. A última coluna dá o capital requerido para os investimentos, sendo o capital total disponível \$25 milhões.

Achar a combinação viável de alternativas que maximize o presente líquido total.

IDENTIFICAÇÃO DA DECISÃO	QUESTÃO "SIM OU NÃO"	VARIÁVEL DE DECISÃO	VALOR PRESENTE LÍQUIDO	CAPITAL REQUERIDO
1	FÁBRICA EM L.A.?	Y_1	7.000.000,00	20.000.000,00
2	FÁBRICA EM S.F.?	Y_2	5.000.000,00	15.000.000,00
3	DEPÓSITO EM L.A.?	Y_3	4.000.000,00	12.000.000,00
4	DEPÓSITO EM S.F.?	Y_4	3.000.000,00	10.000.000,00



Programação Linear Binária

Exemplo

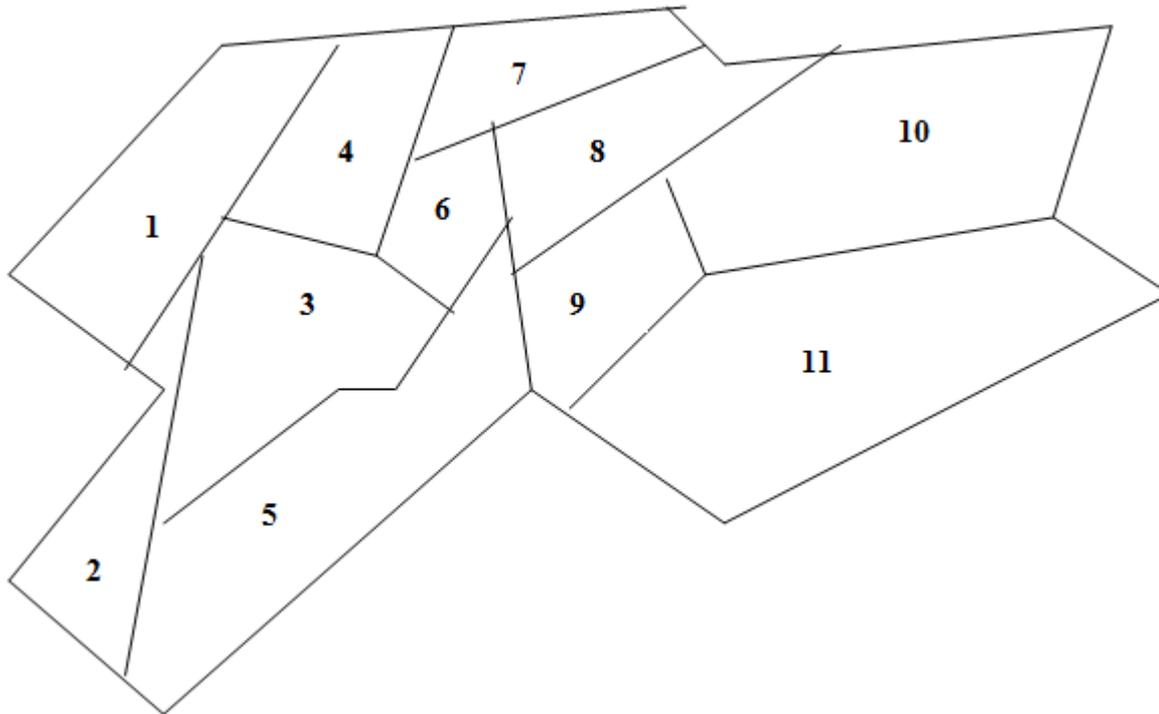
Deseja-se investir \$14.000, \$12.000 e \$15.000 em cada mês do próximo trimestre. Foram identificadas 4 oportunidades de investimento: Investimento 1 requer \$5.000, \$8.000 e \$2.000 no mês 1, 2 e 3, respectivamente, e tem um valor presente de \$8.000; Investimento 2 requer \$7.000 no mês 1 e \$10.000 no mês 3, tendo um valor presente de \$11.000; Investimento 3 requer \$4.000 no período 2 e \$6.000 no período 3, tendo um valor presente de \$6.000; Investimento 4 requer \$3.000, \$4.000 e \$5.000, tendo valor presente de \$4.000. Como realizar o investimento?



Programação Linear Binária

Exemplo

Uma cidade está revendo a localização de seus Grupamentos de Bombeiros - GB. A cidade é dividida em distritos, como no mapa abaixo. Um GB pode ser colocado em cada distrito e é capaz de atender todo distrito vizinho (adjacente no mapa). O objetivo é minimizar o número de GB necessários.





Programação Linear Binária

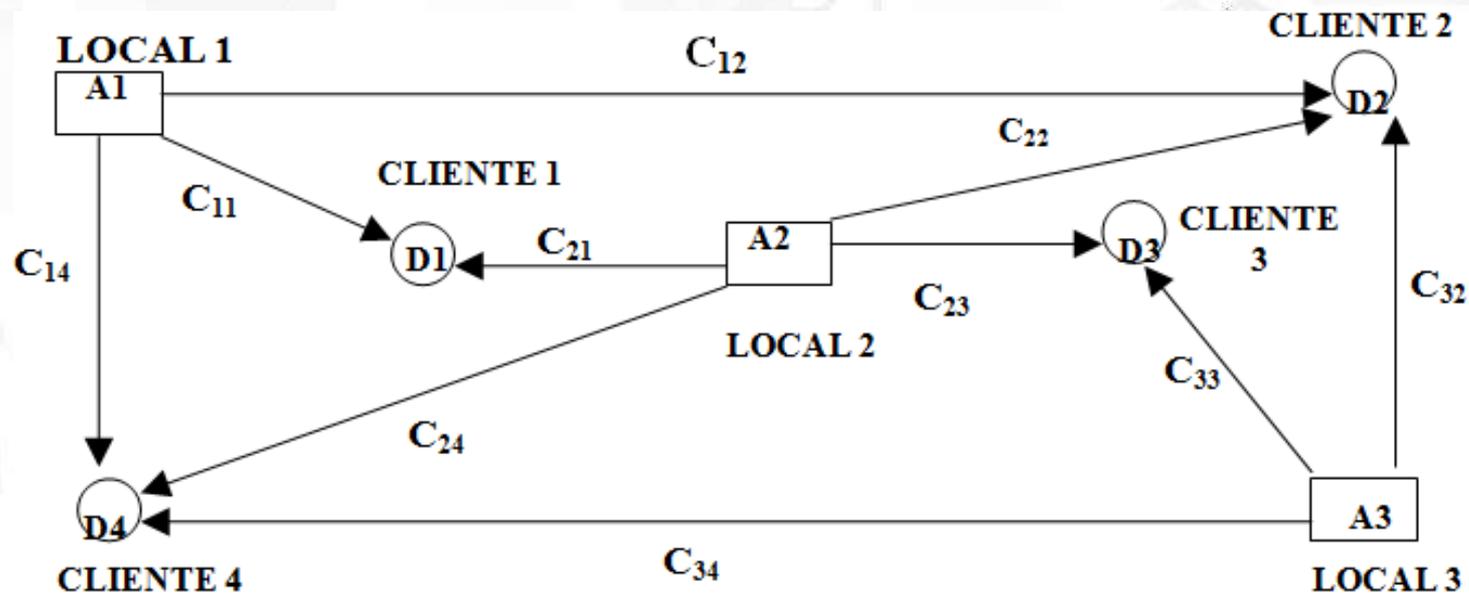
Uma empresa está planejando expandir suas atividades abrindo dois novos armazéns, sendo que há três locais sob estudo para a instalação destes armazéns (ver figura adiante). quatro clientes devem ter atendidas suas demandas: d_1 , d_2 , d_3 , e d_4 . Admita que quaisquer dois locais são suficientes para atender toda a demanda existente, mas o local 1 só pode atender clientes 1, 2 e 4; o local 3 pode atender os clientes 2, 3 e 4; enquanto o local 2 pode atender todos os clientes. O custo unitário de transporte do local i ao cliente j é dado por c_{ij} . Para cada local as informações são as seguintes:

LOCAL	CAPACIDADE	INVESTIMENTO INICIAL	CUSTO UNITARIO OPERAÇÃO
1	A_1	$\$ K_1$	$\$ P_1$
2	A_2	$\$ K_2$	$\$ P_2$
3	A_3	$\$ K_3$	$\$ P_3$



Programação Linear Binária

Deseja-se selecionar os locais apropriados para instalar os armazéns que minimize o custo total de investimento, operação e transporte.





Programação Linear Binária

Restrições “ou - ou”: escolher entre 2 recursos qual usar para um dado propósito, de modo que seja necessário que uma das duas restrições de disponibilidade de recursos se mantenha válida.

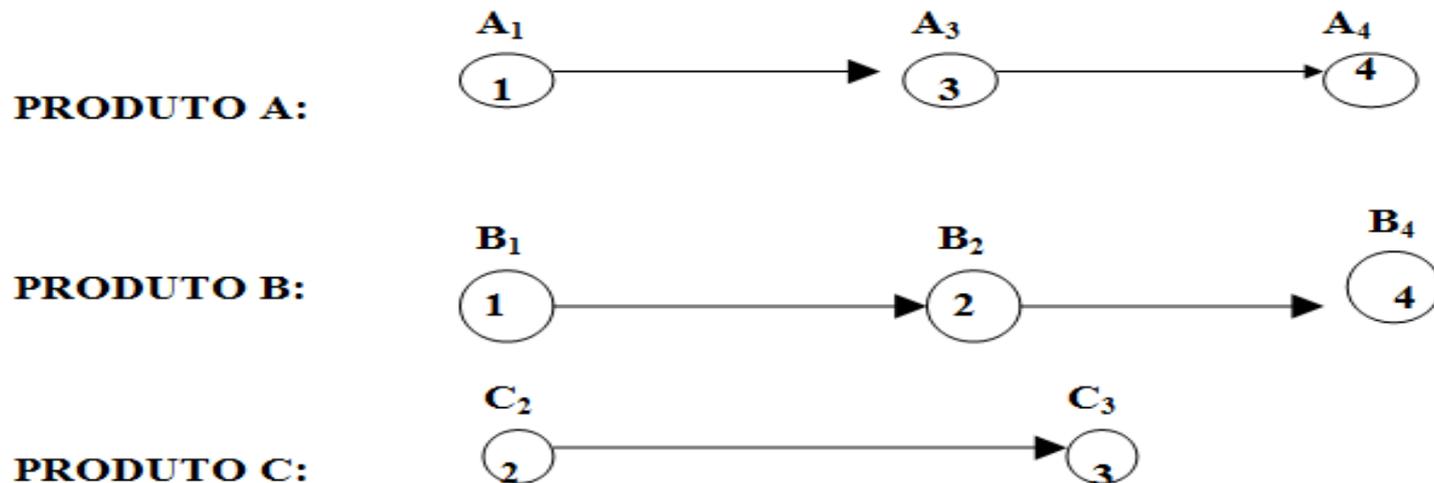
Exemplo: seja M = número suficientemente grande.

$$\begin{array}{l} 3X_1 + 2X_2 \leq 18 \\ X_1 + 4X_2 \leq 16 \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 3X_1 + 2X_2 \leq 18 + Y.M \\ X_1 + 4X_2 \leq 16 + (1 - Y).M \\ Y = 0 \text{ ou } 1 \end{cases}$$



Programação Linear Binária

Três produtos A, B e C serão produzidos usando quatro máquinas. a sequência tecnológica e os tempos de processamento (A_i , B_j , C_k) são mostrados abaixo:



Cada máquina pode processar um produto de cada vez. Cada produto requer um conjunto diferente de ferramentas, de modo que cada máquina termina o processamento de um produto antes de iniciar o processamento de um outro produto.



Programação Linear Binária

Deseja-se que o tempo para terminar o produto B não seja maior que d horas após o início das atividades de processamento. O problema é determinar a sequência na qual os vários produtos devem ser processados nas máquinas de modo que se complete a fabricação de todos os produtos no menor tempo possível.