

1. Relações Básicas

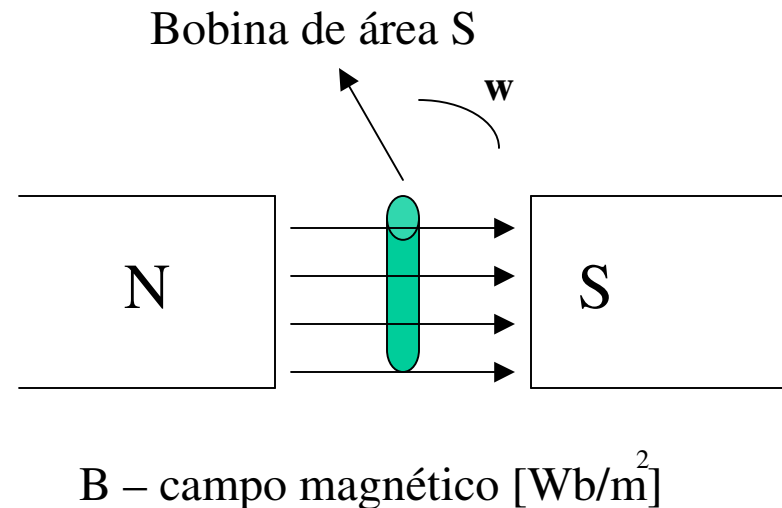
$$\varphi(\theta) = B \cdot S(\theta)$$

$$\varphi(\theta) = B \cdot S \cos \theta$$

$$\theta = \theta_0 + \omega t$$

$$\varphi(t) = B S \cos(\omega t + \theta)$$

S : Área da bobina



1.1 Lei de FARADAY

$$e = - N (d\phi/dt)$$

$$\phi(t) = B S \cos(\omega t + \theta)$$

$$e = \omega N B S \sin(\omega t + \theta)$$

e : *f.e.m.induzida (Volts)*

N : *Número de espiras da bobina*

1.2 Lei de FARADAY

Fazendo

$$E_m = NBS \omega$$

Resulta:

$$e = E_m \text{ sen } (\omega t + \theta)$$

1.2 Lei de FARADAY

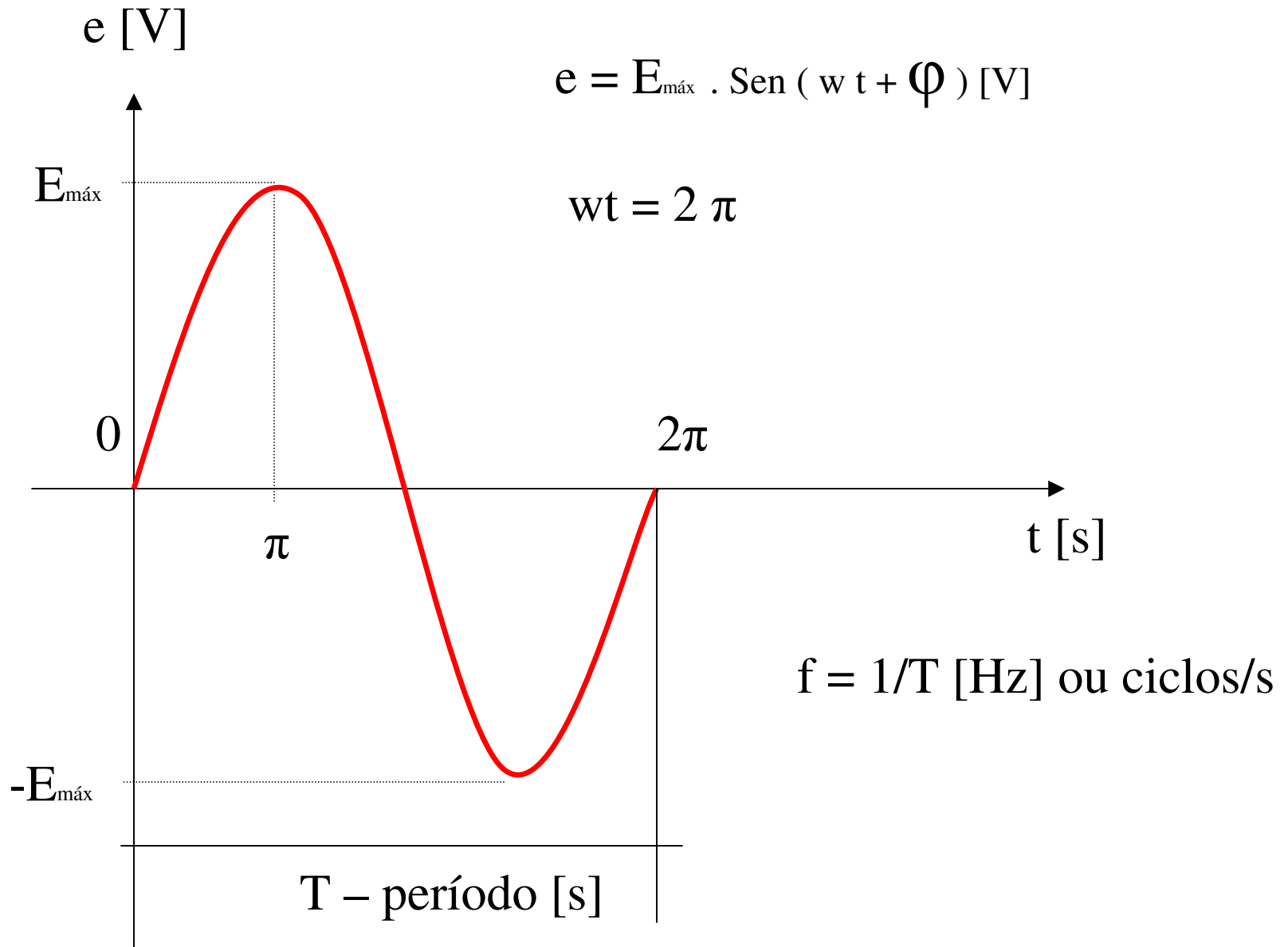
Representação Gráfica de $e(t)$:

$\theta_0 = \text{fase}$

$T = 2\pi / \omega(s)$: *Período*

E : *Valor Máximo de $e(t)$*

$f = 1/T$: *frequência(Hz)*



1.2 Lei de FARADAY

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt}$$

Valor médio quadrático = Valor Eficaz = Valor RMS

$$E = E_{\text{máx}} / \sqrt{2}$$

Exemplo 1: Para a f.e.m. dada por:

$$e = 311\text{sen}(377t + 35^\circ) \text{ (V)}$$

Determine:

a) O valor máximo de e;

b) O valor eficaz de e;

c) O período;

d) A frequência;

e) A fase.

Exemplo 2: Uma corrente alternada senoidal apresenta os seguintes parâmetros:

Corrente Eficaz $I=5\text{A}$;
frequência $f=50\text{ Hz}$;
fase $=-30\text{ graus}$

Escreva a expressão temporal dessa corrente.

2. Representação Complexa de uma Grandeza Senoidal

A mais poderosa ferramenta para tratamento de grandezas senoidais

2.1 Números Complexos

Unidade complexa:

$$j = \sqrt{-1}$$

a) Representação na forma

cartesiana $Z = a + jb$

a Parte Real de Z

b Parte Imaginária de Z

Correspondência entre Representações

$$Z\cos\alpha + jZ\sin\alpha = a + jb$$

$$a = Z\cos\alpha \quad b = Z\sin\alpha$$

$$Z = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\alpha = \arctg (b/a)$$

b) Representação na forma polar

$$Z_1 = Z \angle \alpha$$

Z: *Módulo de Z*

α : *Fase de Z₁*

Exemplo 1

Dados $Z_1 = 2 \angle 45^\circ$ $Z_2 = 5 + j4$

Determinar $Z_1 + Z_2$

$$Z_1 \cdot Z_2$$

$$Z_1/Z_2$$

Exemplo 2

$$e_1 = 10 \operatorname{sen} (377t - 35) \text{ [V]}$$

$$e_2 = 10 \operatorname{sen} (377t + 60) \text{ [V]}$$

Determine, usando notação complexa:

$$e = e_1 + e_2$$

Exemplo 3: *Dada a corrente senoidal determine o seu fasor.*

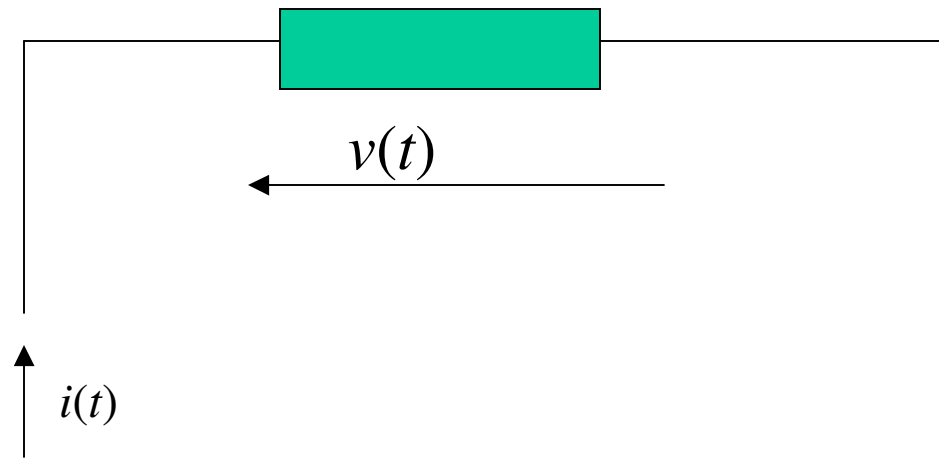
$$I = 5 \operatorname{sen} (377t - 420) \text{ [A]}$$

Exemplo 4: *Dado fasor da tensão senoidal determine a expressão de $v(t)$ para $f=100$ Hz.*

$$V = 380 \angle -75 \text{ [V]}$$

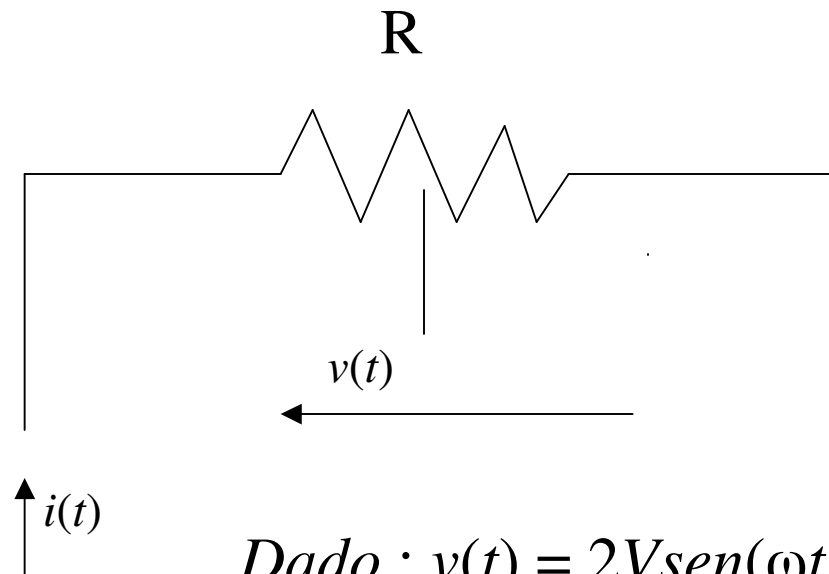
3. Circuitos em Corrente Alternada (C.A.)

IMPORTANTE: A alimentação de um circuito linear (R, L e C) com fonte de tensão senoidal com frequência “ f ” produz uma corrente, também senoidal, e de mesma frequência e vice-versa.

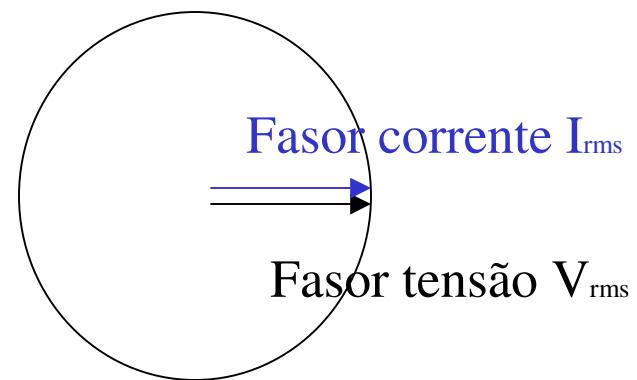
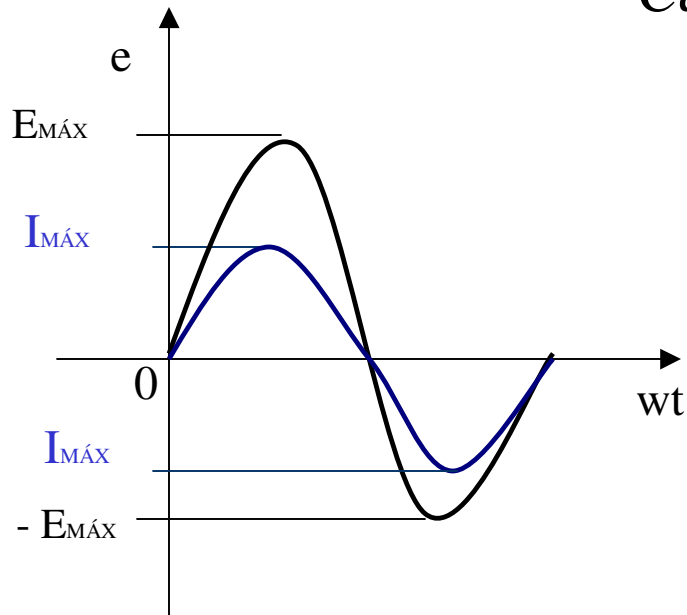


$$v(t) = 2V\text{sen}(\omega t + \alpha) \Leftrightarrow i(t) = 2I\text{sen}(\omega t + \beta)$$

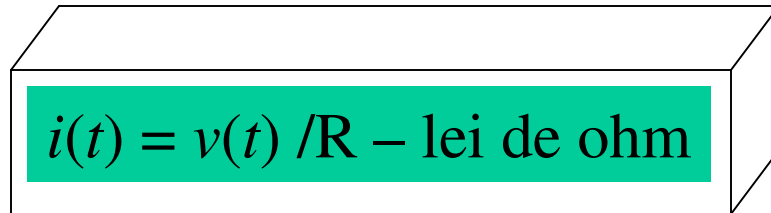
3.1 Resistor



Dado : $v(t) = 2V\text{sen}(\omega t + \alpha)$
Calcular : $i(t) = 2I\text{sen}(\omega t + \beta)$



3.1 Resistor – Resolução Temporal

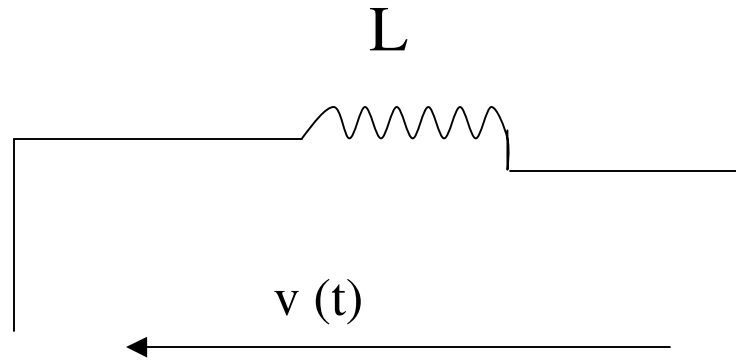

$$i(t) = v(t) / R - \text{lei de ohm}$$

$$2I \text{sen}(\omega t + \beta) = 2V \text{sen}(\omega t + \alpha) / R$$

Para os circuitos resistivos $\alpha = \beta$, pois o efeito provocado pela circulação da corrente pelo R (resistor) é somente de produção de calor.

$$P = R \cdot I^2 \quad [\text{W}] \quad \longrightarrow \quad E = P \cdot t \quad [\text{J}] \Rightarrow 1 \text{ cal} = 4,19 \text{ J}$$

3.2 Indutor



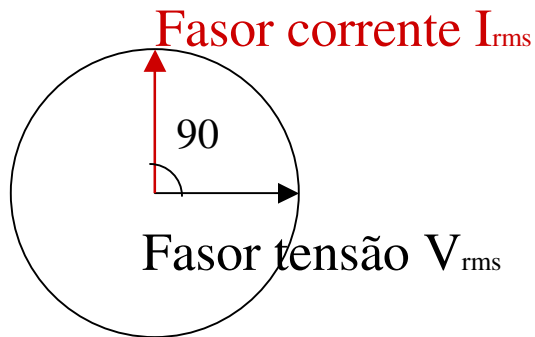
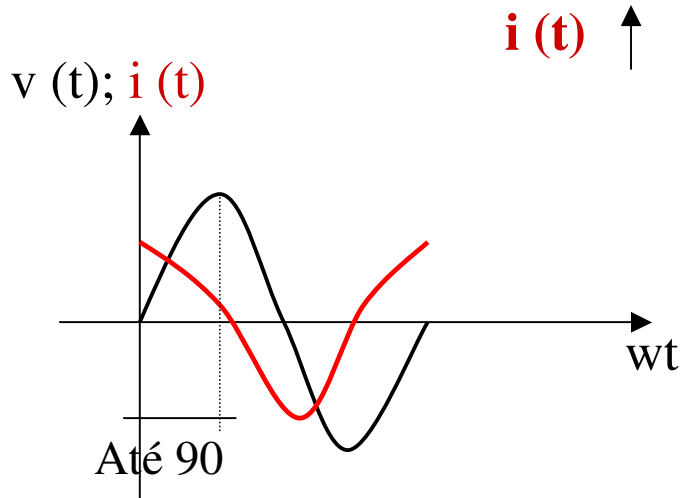
$$v(t) = 2V \text{sen}(\omega t + \alpha) \Leftrightarrow i(t) = 2I \text{sen}(\omega t + \beta)$$

$$v(t) = L \left[\frac{di(t)}{dt} \right] \text{ Lei de Faraday}$$

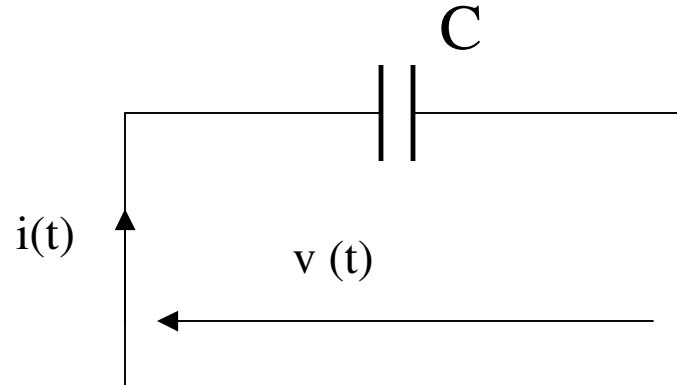
$$2V \text{sen}(\omega t + \alpha) = L 2I \omega \cos(\omega t + \beta)$$

Identificando: $I = V / \omega L$

e $\beta = \alpha - \pi/2$



3.3 Capacitor



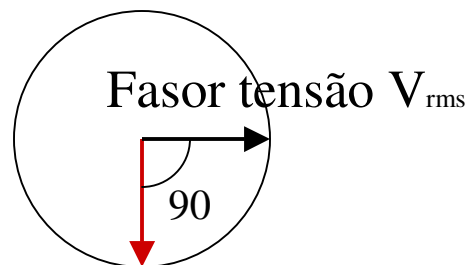
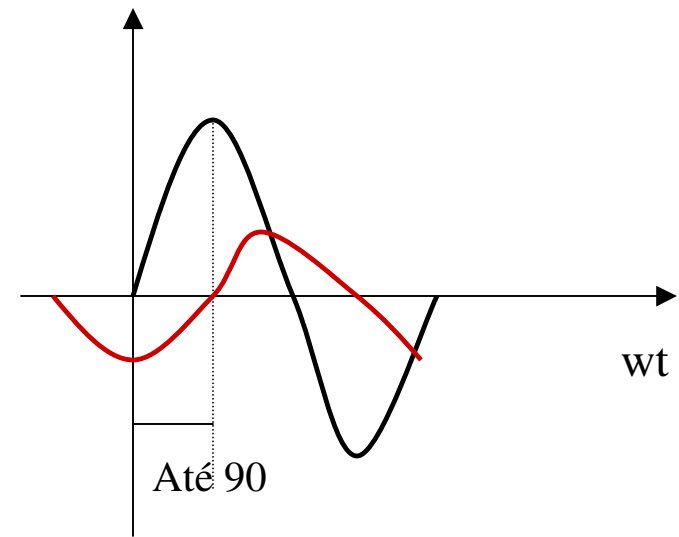
$$v(t) = 2V \text{sen}(\omega t + \alpha) \Leftrightarrow i(t) = 2I \text{sen}(\omega t + \beta) \quad v(t); \mathbf{i(t)}$$

$$i(t) = C [dv(t) / dt]$$

$$i(t) = 2I \text{sen}(\omega t + \beta) = C 2V \omega \text{cos}(\omega t + \alpha)$$

Identificando: $I = V / [1/\omega C]$

$$\beta = \alpha + \pi/2$$



Fasor corrente I_{rms}

RESUMO

Resistor

$$R = V / I$$

Indutor

$$jX_L = V / I$$
$$X_L = \omega L$$

Capacitor

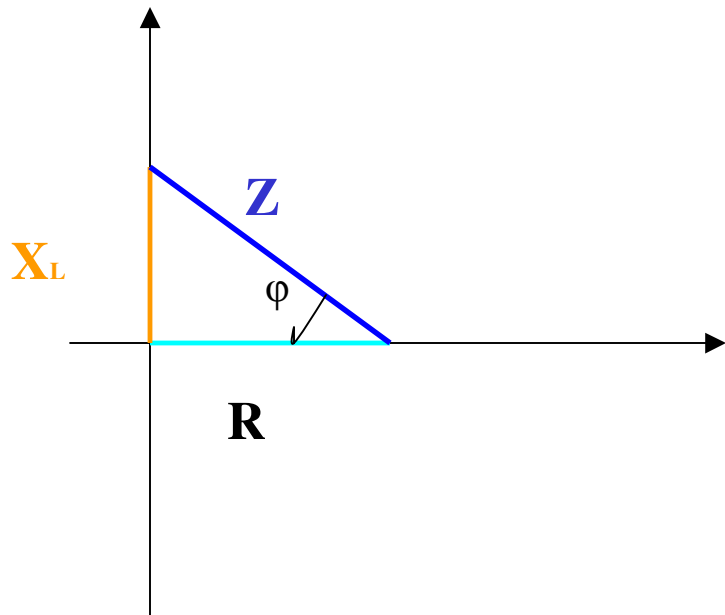
$$-jX_C = V / I$$
$$X_C = 1 / [\omega C]$$

Nos circuitos de corrente alternada sempre são utilizados esses elementos **RESISTOR, INDUTOR E CAPACITOR**, associados formando os Chamados **BIPOLos**, as associações podem ser:

$$R \text{ e } X_L; R \text{ e } X_C; R, X_L \text{ e } X_C; X_L \text{ e } X_C$$

Nestes casos tem-se a formação da grandeza **IMPEDÂNCIA**, dando origem ao **Triângulo de Impedâncias**

TRIÂNGULO DE IMPEDÂNCIAS



$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\cos\varphi = R/Z = \text{fator de potência}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = X_L/R$$

$$\operatorname{Sen}\varphi = X_L/Z$$

TRIÂNGULO DE POTÊNCIAS

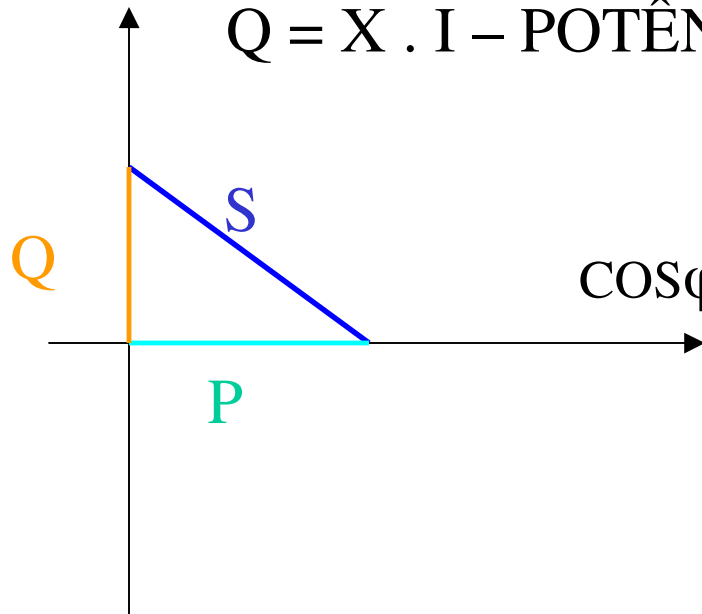
Para montar o triângulo de potências pode-se fazer o produto do triângulo de impedâncias pela corrente que circula pelo circuito,

Onde então:

$$S = Z \cdot I^2 - \text{POTÊNCIA APARENTE [VA]}$$

$$P = R \cdot I^2 - \text{POTÊNCIA ATIVA [W]}$$

$$Q = X \cdot I^2 - \text{POTÊNCIA REATIVA [VAR]}$$



$$\cos\varphi = P/S = \text{fator de potência}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = Q/P$$

$$\operatorname{Sen}\varphi = Q/S$$