

Métodos de cálculos de esforços no processo de conformação de metais

Forjamento



Métodos de Análise

- Método da deformação homogênea
- Método da fatia elementar (blocos)
- Método do limite superior e inferior
- Método das linhas de deslizamento
- Método da visualização
- Método da simulação
- Método dos elementos finitos

Método da Deformação Homogênea

- O método da deformação homogênea considera eu as deformações ocorridas no processo são todas homogênea, ou seja que não existem deformações por atrito e nem redundantes
- A partir da deformação associada ao processo de conformação mecânica, pode-se facilmente calcular a energia consumida ideal (u), por unidade de volume

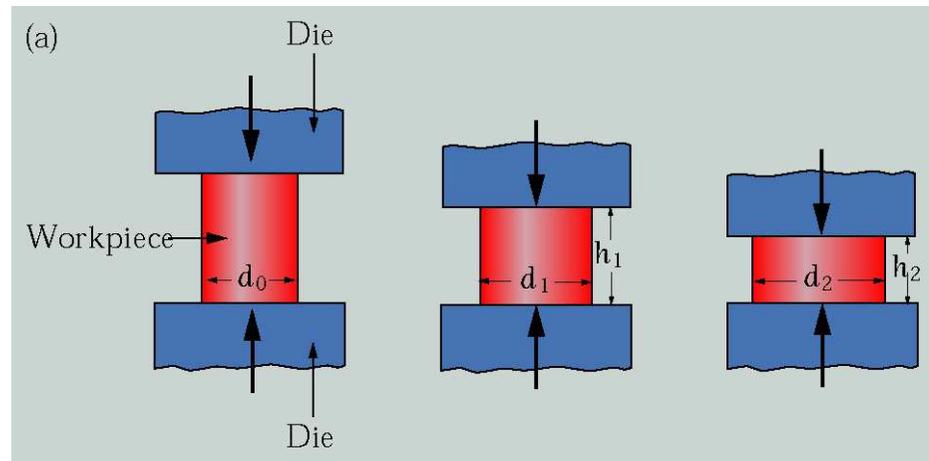
$$u = \int \bar{\sigma} d\bar{\epsilon}$$

Trabalho ideal (W)

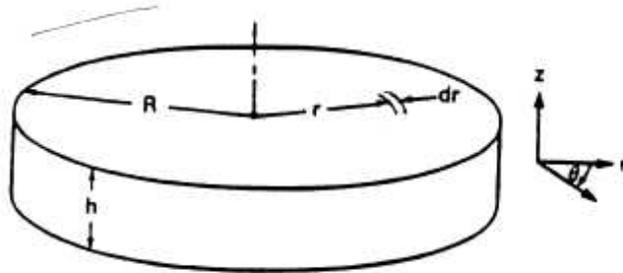
$$W = vol.u$$

Potência (N)

$$N = \frac{W}{t}$$



Compressão axisimétrica



$$\sigma_1 = \sigma_z$$

$$\sigma_2 = \sigma_r = 0$$

$$\sigma_3 = \sigma_\theta = 0$$

$$d\varepsilon_1 = d\varepsilon_z$$

$$d\varepsilon_\theta = d\varepsilon_r$$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{1/2}$$

$$\bar{\sigma} = \pm \sigma_z$$

$$d\varepsilon_z = \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta) \right]$$

$$d\varepsilon_z = \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \sigma_z$$

$$d\varepsilon_z = d\bar{\varepsilon}$$


$$\bar{\sigma} = K\bar{\epsilon}^n$$

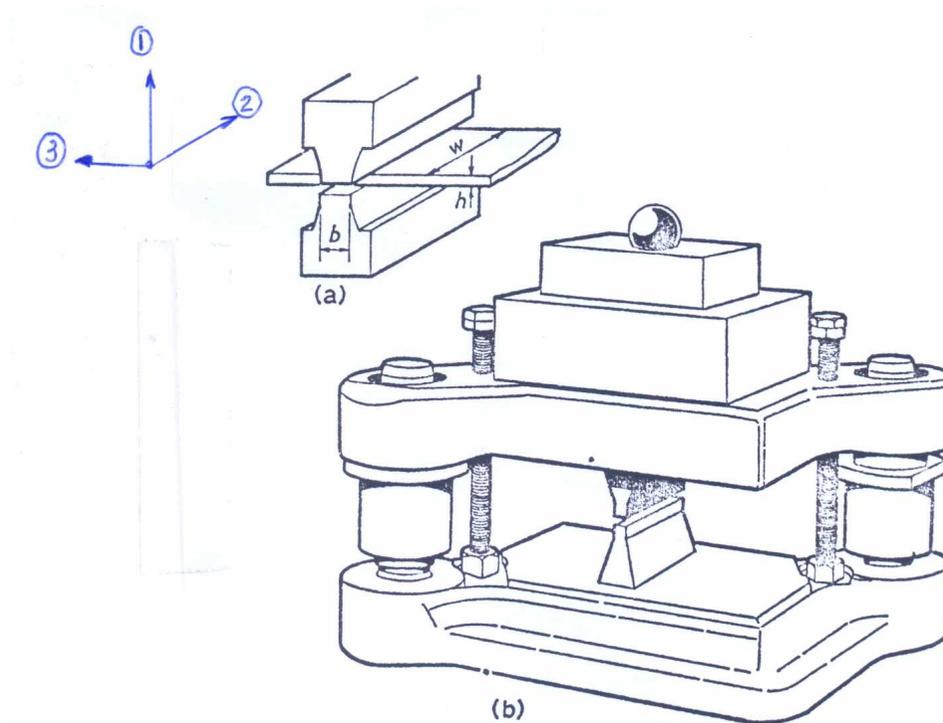
$$\bar{Y} = \frac{K\epsilon_f^n}{n+1}$$

$$u = \bar{Y}\bar{\epsilon}_f$$

$$u = \bar{Y} \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$$

$$u = \bar{Y} \ln\left(\frac{h}{h_0}\right)$$

Compressão em deformação plana



$$\sigma_1 = -p$$

$$\sigma_1 = \frac{P}{b.W}$$

$$\sigma_3 = 0$$

utilizando \Rightarrow Levy - Mises

$$d\varepsilon_2 = 0 = \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right]$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}\sigma_1$$

$$\varepsilon_1 = \ln \frac{h}{h_0}$$

$$\varepsilon_2 = 0$$

$$d\varepsilon_2 = 0$$

$$\varepsilon_3 = -\varepsilon_1$$

Tensão efetiva

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{1/2}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(\frac{1}{2} \sigma_1 \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \sigma_1 \right)^2 + (\sigma_1)^2 \right]^{1/2}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_1$$

Deformação efetiva

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} (d\epsilon_1^2 + d\epsilon_2^2 + d\epsilon_3^2)}$$

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}} (2d\epsilon_1)^{1/2}$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \epsilon_1$$



Exemplo 1: forjamento axisimétrico

Um cilindro de latão com 20 mm de diâmetro e 30 mm de altura é comprimido, entre pratos de maior extensão que a peça sem atrito, numa prensa hidráulica com uma velocidade constante $v=40$ mm/s até ser obtida uma altura final igual a 8 mm.

- Calcule o valor da força de compressão no instante correspondente ao final da operação. Admita que a operação de compressão se realiza a frio;
- Determine a quantidade de energia a fornecer pela prensa para se realizar a totalidade da operação de compressão;
- Apresente uma estimativa do valor da potência que é exigida à prensa hidráulica no instante final da operação;

Informações adicionais relativas ao latão:

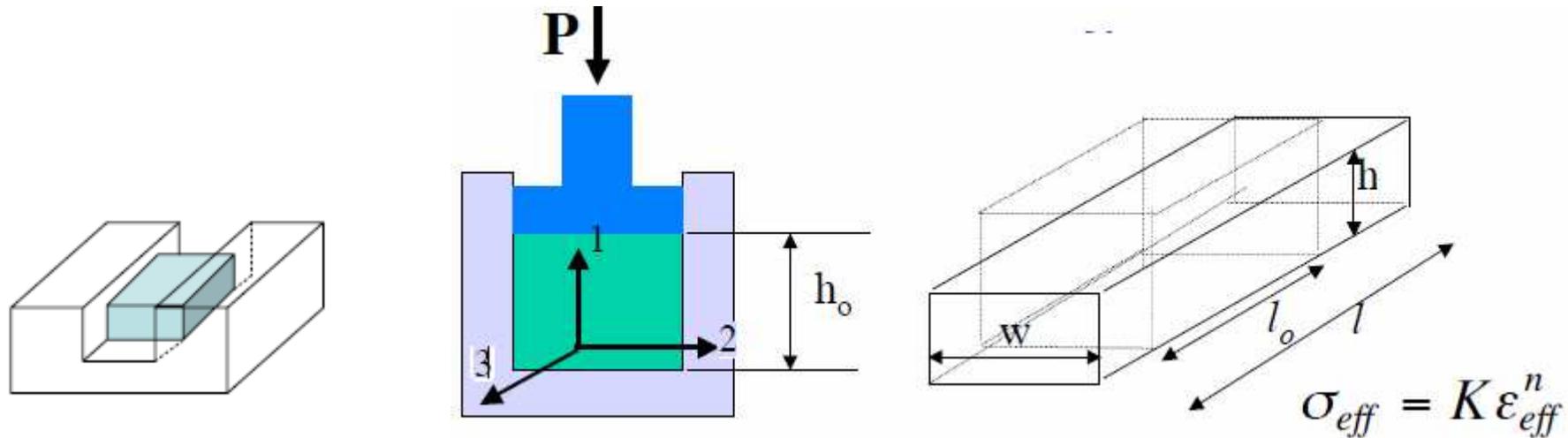
*Curva tensão x deformação a frio (25°C): $\bar{\sigma} = 500\bar{\epsilon}^{0,51}$

** Lembrar que: $d\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}(d\epsilon_1^2 + d\epsilon_2^2 + d\epsilon_3^2)}$

$$d\varepsilon = \sqrt{\frac{2}{3}(d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2)}$$

Exemplo 2: forjamento em deformação plana

- A figura abaixo mostra o forjamento de um bloco cujo tamanho inicial é: $l_0 = 10$ cm; $h_0 = 5$ cm; $h = 2,5$ cm e $w = 6$ cm. O material forjado é uma liga de Al 6061-O. Dado $K = 205$ MPa e $n = 0,2$, pede-se:
 - a) A carga final no forjamento;
 - b) O trabalho realizado;
 - c) A potência se a operação foi feita em 10 s





Método dos Blocos

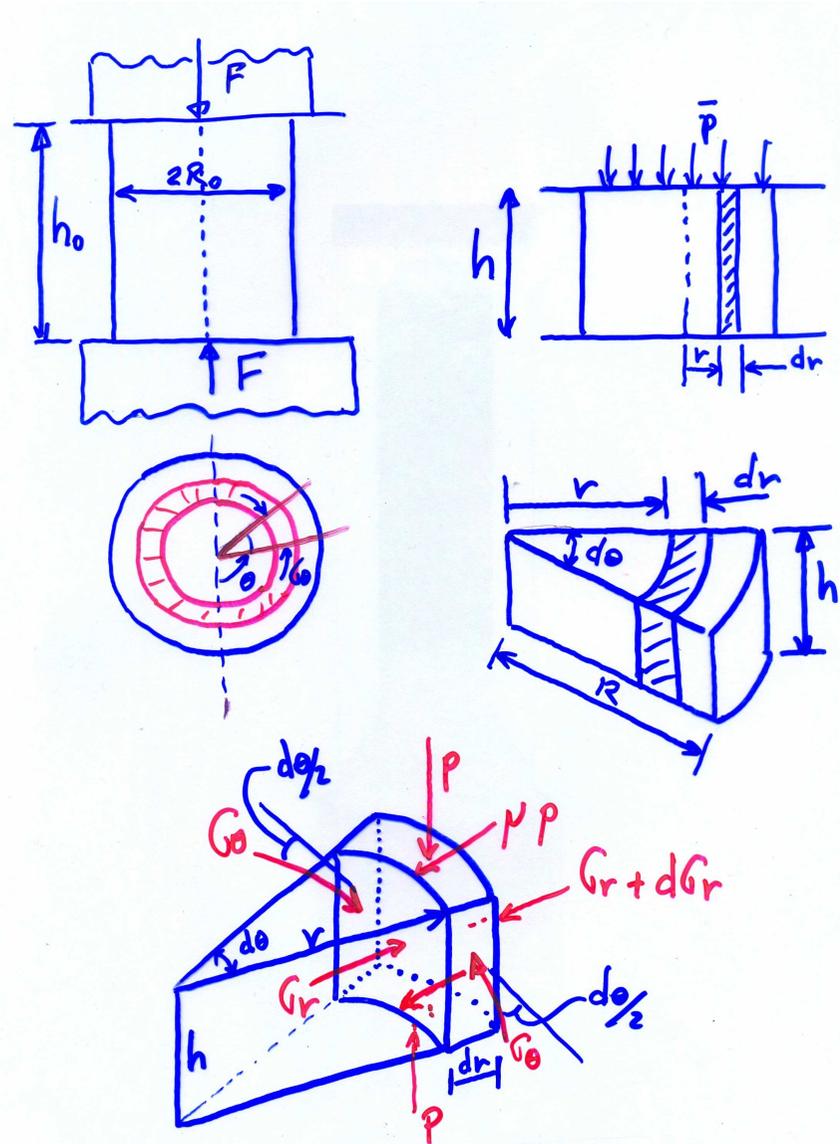
- Não considera o encruamento
- Admite que o material se deforma uniformemente na zona de deformação
- As tensões são principais
- As tensões variam predominantemente em uma direção
- Admite que o efeito do atrito está confinado a uma pequena zona na interface de contato com a matriz e que a tensão tangencial não altera as direções principais



Análise

- Seleção de um bloco apropriado
- Diagrama de corpo livre do slab (bloco)
- Equação de equilíbrio
- Relações tensão deformação (Levy-Mises)
- Teoria de escoamento (von Mises ou Tresca)
- Solução final

Forjamento Axisimétrico



Obs. As tensões são principais

$$\sum F_r = 0$$

$$-(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta.h + \sigma_r r d\theta.h - 2\mu p(r d\theta dr) + 2\sigma_\theta \text{sen} \frac{d\theta}{2} (h.dr) = 0 \quad \text{Eq.1}$$

$$d\theta \Rightarrow \text{pequeno} \therefore \cos \frac{d\theta}{2} = 1 \therefore \text{sen} \frac{d\theta}{2} = \frac{d\theta}{2}$$

Desprezando os termos de segunda ordem e dividindo por dr.dθ.h

$$-\sigma_r + \sigma_\theta - r \frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{2\mu p r}{h} = 0$$

÷ r

$$\frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} - \frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{2\mu p}{h} = 0 \quad \text{Eq.2}$$

axisimetria $\Rightarrow \sigma_r = \sigma_\theta$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{-2\mu p}{h} \quad \text{Eq.3}$$

Critério de escoamento de tresca

$$\begin{aligned} -\sigma_r - (-p) &= \sigma_e \\ -\sigma_r + p &= \sigma_e = \text{constante} \\ d\sigma_r &= dp \end{aligned} \quad \text{Eq.4}$$

Substituindo na eq.3 temos:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{p} &= -\frac{2\mu}{h} dr \\ \ln p &= -\frac{2\mu r}{h} + C \end{aligned} \quad \text{Eq.5}$$

C obtido por condições de contorno

$$r = R \Rightarrow \sigma_r = 0$$

Da eq. 4 $p = \sigma_e$

$$C = \ln \sigma_e + \frac{2\mu R}{h} \quad \text{Eq.6}$$

então

$$\ln \frac{p}{\sigma_e} = \frac{2\mu}{h} (R - r)$$

$$p = \sigma_e e^{\frac{2\mu}{h}(R-r)}$$

Cálculo da força (F)

$$F = \int_A p dA = \int_0^R (2\pi r dr) \sigma_e e^{\frac{2\mu}{h}(R-r)}$$

$$F = \frac{\pi}{2} \sigma_e \left(\frac{h}{\mu} \right)^2 \left[e^{\frac{2\mu R}{h}} - \frac{2\mu R}{h} - 1 \right]$$

Pressão média (p)

$$\bar{p} = \frac{F}{\pi R^2}$$

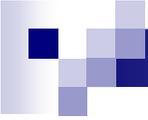
também

$$\bar{p} = \sigma_e \left[1 + \frac{2\mu R}{3h} \right]$$



Exemplo 1

Um disco sólido de 4 in de diâmetro e 1 in de altura está sendo comprimido. Se a tensão de escoamento para esse material é 50 ksi, estime a força necessária para iniciar o fluxo plástico para: a) $\mu=0,2$; b) $\mu=0,577$ ou seja, aderência total ou emperramento (sticking friction).



Exemplo 2

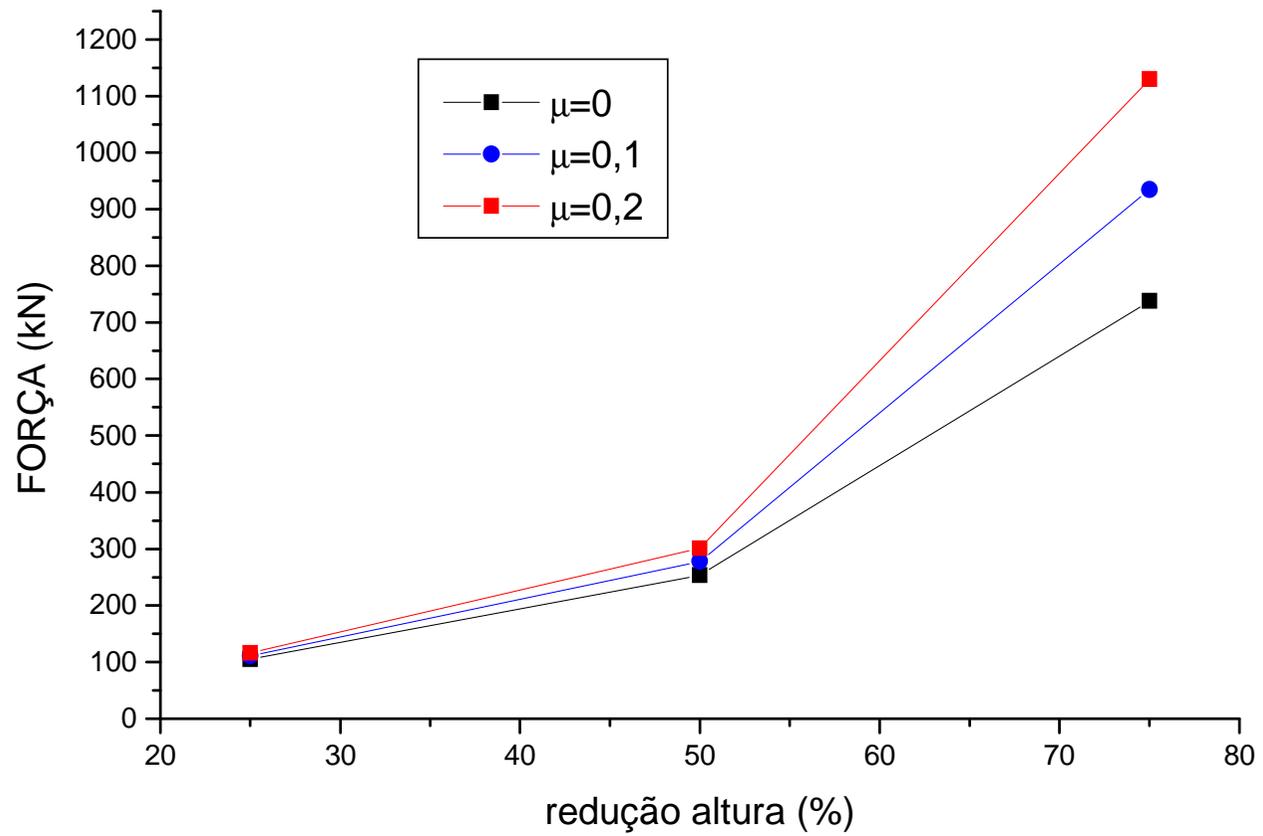
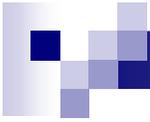
Proceda à representação gráfica da evolução da força com a redução em altura que resulta do forjamento a frio em matriz aberta de uma pré-forma cilíndrica de Cobre recozido com 25 mm de altura e 25 mm de diâmetro.

Considere valores de redução até 75% da altura inicial e analise três situações de atrito distintas recorrendo ao método da fatia elementar:

- a) Sem atrito
- b) Com atrito $\mu = 0.1$
- c) Com atrito $\mu = 0.2$

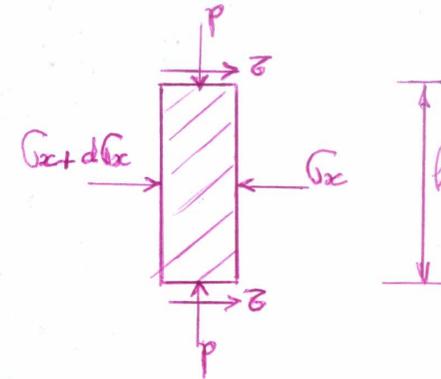
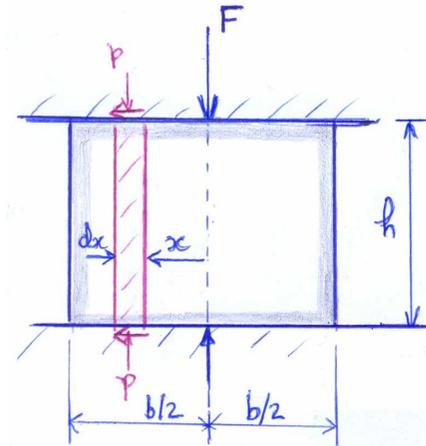
Informações adicionais:

Comportamento mecânico do Cobre recozido a 25°C: $\sigma = 315 \varepsilon^{0.54}$ MPa



Forjamento em deformação plana

$$\begin{aligned} \varepsilon_z &= 0 \\ \sigma_y &= p \end{aligned}$$



$W \Rightarrow$ largura

$$\tau = \mu p$$

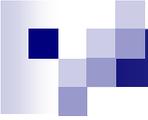
$$F_{\text{atrito}} = \mu p dx \cdot W$$

$$(\sigma_x + d\sigma_x)h \cdot W + 2\mu p W dx - \sigma_x h W = 0$$

$$\div h W$$

$$d\sigma_x + \frac{2\mu p dx}{h} = 0$$

Eq.1


$$p - \sigma_x = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e = \text{constante} \quad \text{Eq.2}$$

$$d\sigma_x = dp = -\frac{2\mu p dx}{h}$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{2\mu}{h} dx$$

integrando

$$\ln p = -\frac{2\mu}{h} x + C_1 \quad \text{Eq.3}$$

C_1 determinada por alguma condição de contorno. Ex.: para $x=b/2 \Rightarrow \sigma_x=0$; e usando eq.2:

$$p = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e$$

$$C_1 = \ln\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e\right) + \frac{\mu b}{h}$$

Da eq.3

$$\ln p = -\frac{2\mu}{h} x + \ln\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e\right) + \frac{\mu b}{h}$$



$$p = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e e^{\frac{2\mu}{h}\left(\frac{b}{2}-x\right)}$$

$$p = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e e^{\frac{2\mu}{h} \left(\frac{b}{2} - x \right)}$$

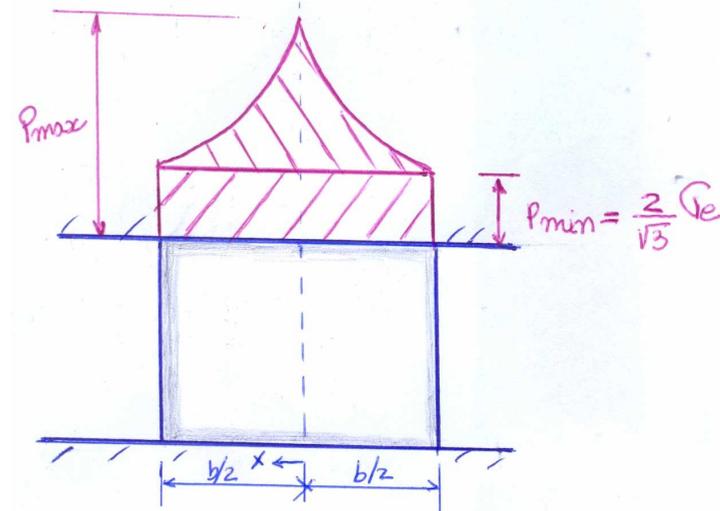
perfil de pressão

$$p_{\max} \Rightarrow p/x = 0$$

$$p_{\max} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e e^{\frac{\mu}{h} b}$$

$$p_{\min} \Rightarrow x = b/2$$

$$p_{\min} = p_{\max} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e$$



Carga Total (F)

$$F = \int_{-b/2}^{b/2} p(x)Wdx = W \int_{-b/2}^{b/2} p(x)dx$$

$$F = 2W \int_0^{b/2} \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e e^{2\mu/h(b-x)} dx$$

$$F = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_e}{\mu/h} W \left(e^{\frac{\mu b}{h}} - 1 \right)$$

Pressão média

$$\bar{p} = \frac{F}{bW} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_e}{\mu b} h \left(e^{\frac{\mu b}{h}} - 1 \right)$$

Uma vez obtido \bar{p}

Lembrando que: $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots$

$$\bar{p} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_e}{\mu b} h \left(1 + \frac{\mu b}{h} + \frac{\mu^2 b^2}{2h^2} - 1 \right)$$

$$F = \bar{p}bW$$

$$\boxed{\bar{p} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_e \left(1 + \frac{\mu b}{2h} \right)}$$



Exemplo 3

Compressão em deformação plana é conduzida num bloco de metal a qual a tensão de escoamento é 26 ksi. A largura do bloco é de 8 in enquanto que a altura é de 1 in. Assumindo que o coef. de atrito médio em cada interface é 0,1 estime :

- a) a pressão mínima no início do fluxo plástico;
- b) a pressão máxima no início do fluxo plástico;
- c) A pressão média no início do fluxo plástico;
- d) A força para forjar o metal. Dado: $W = 10$ in.



Exercício proposto

Uma pré-forma rectangular com 100 mm de comprimento, 20 mm de largura e 25 mm de espessura é forjada a frio em matriz aberta com atrito.

Utilize o método da fatia elementar para calcular o valor da força que é necessário aplicar para reduzir a altura inicial da pré-forma em 20%. Admita condições de deformação plástica plana e um valor do coeficiente de atrito de Amonton-Coulomb $\mu = 0.3$.

Informações adicionais:

Comportamento mecânico do material da pré-forma: $\sigma = 400 \varepsilon^{0.5}$ MPa.