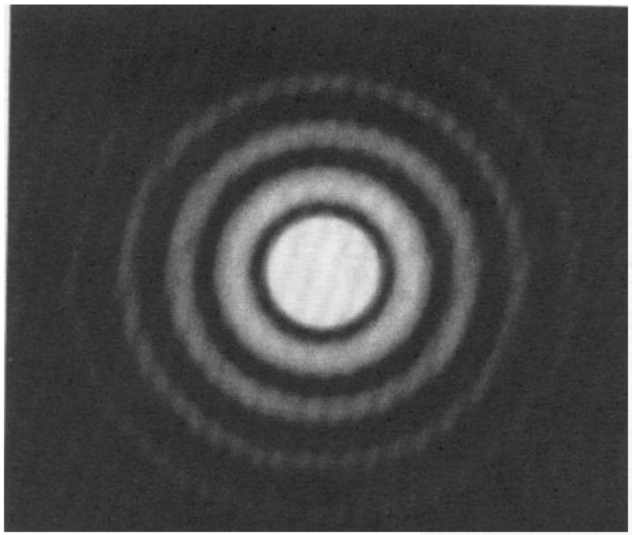
Aula-6
Difração - II

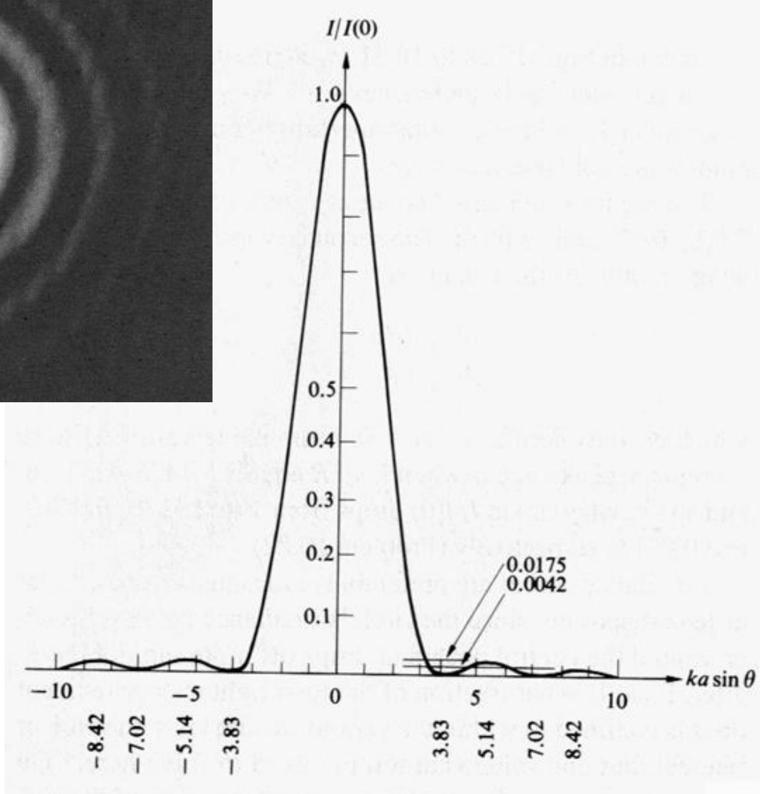
- Difração por um orifício circular
- Difração por duas fendas
- Rede de difração
- Difração de Raios-X por cristais

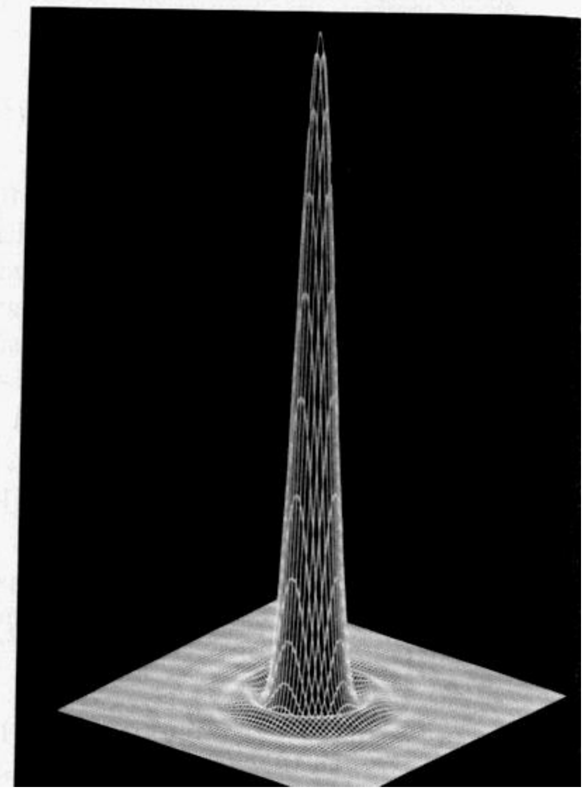
Difração por uma Abertura Circular

A posição do primeiro mínimo, para uma abertura circular de diâmetro d, é dada por:

$$sen\,\theta \approx 1{,}22\,\frac{\lambda}{d}$$



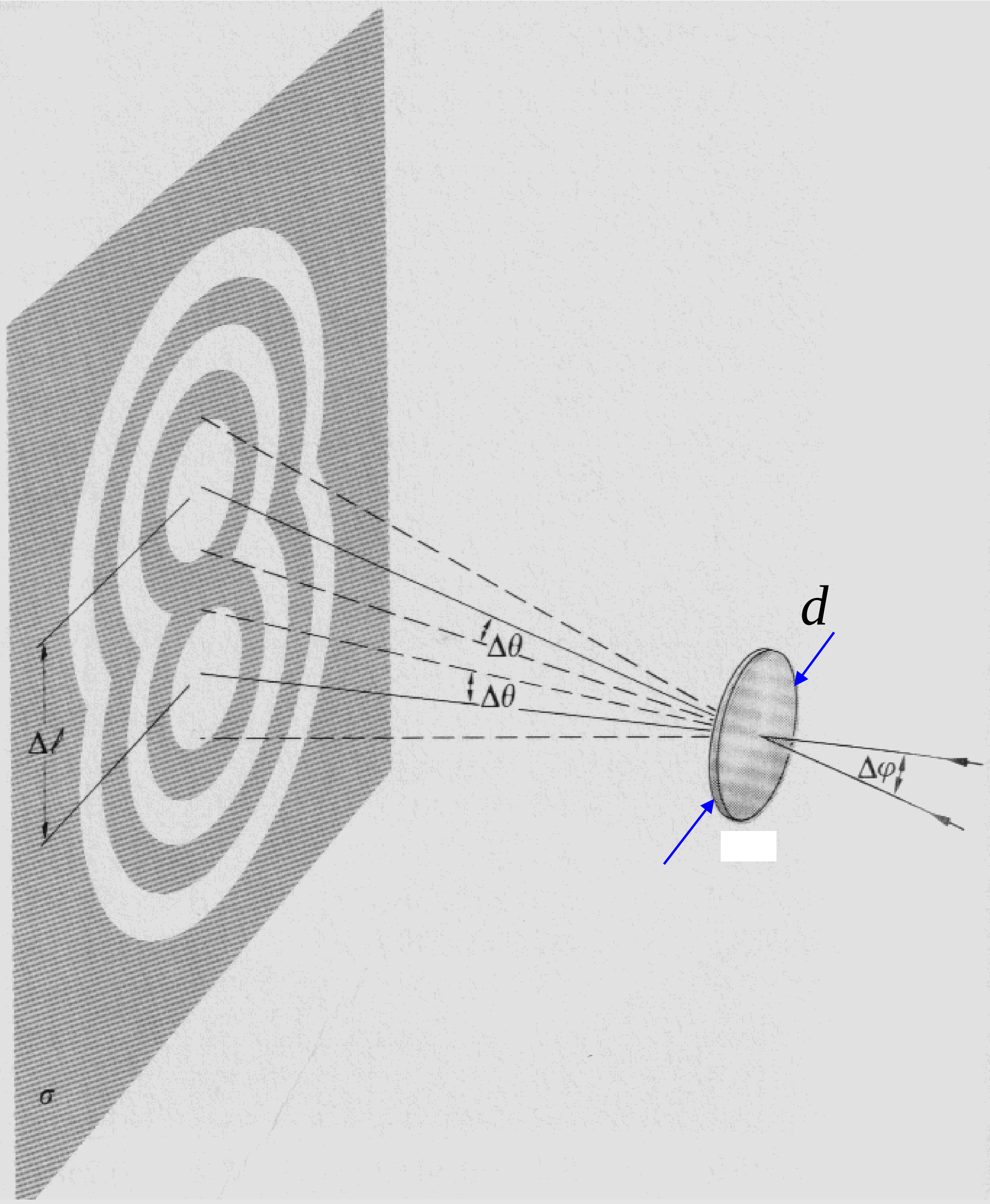




Resolução

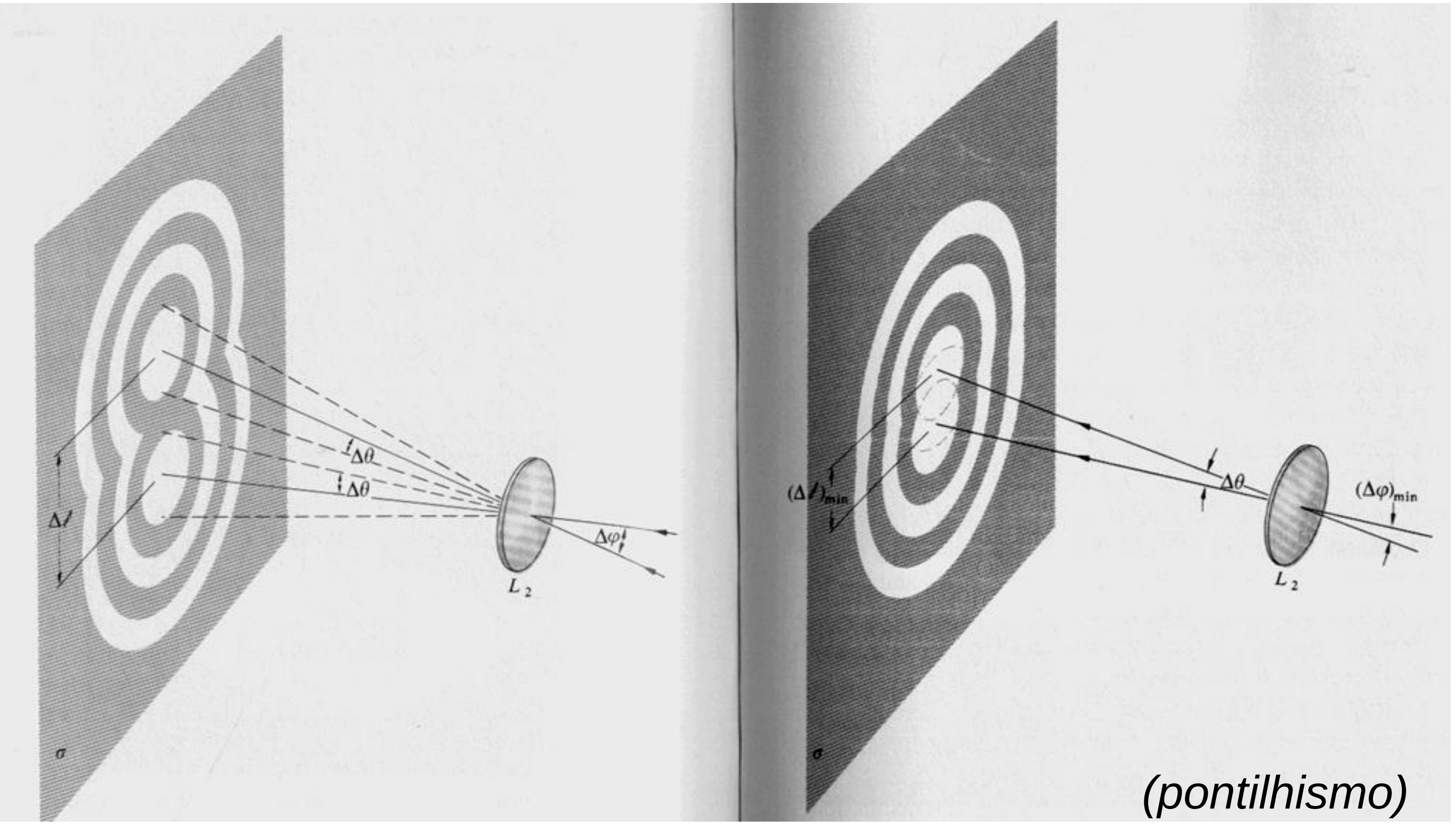
A imagem difratada de dois objetos pontuais, ao passar por um orifício de diâmetro ***d***, adquire uma separação angular da ordem de:

$$\Delta\theta_R \approx arc\,\mathrm{sen}\left(1{,}22\frac{\lambda}{d}\right)$$



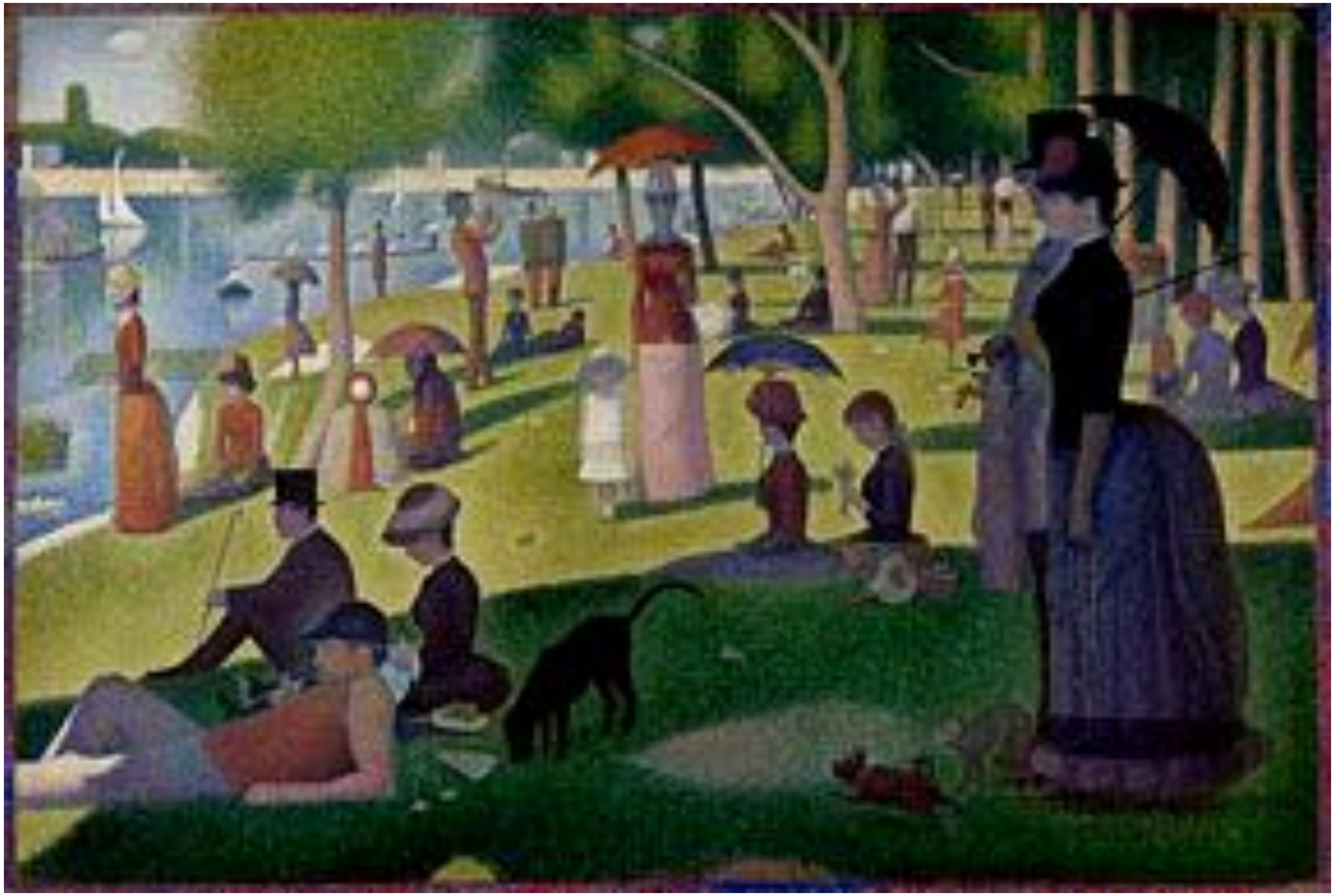
Critério de Rayleigh : A separação angular mínima para que duas fontes pontuais possam ser distinguidas é aquela onde o máximo central de uma coincide com o primeiro mínimo da figura de difração da outra:

$$\boxed{\Delta\theta_R = arc\,\mathrm{sen}\left(1{,}22\frac{\lambda}{d}\right) \approx 1{,}22\frac{\lambda}{d}}$$



(pontilhismo)

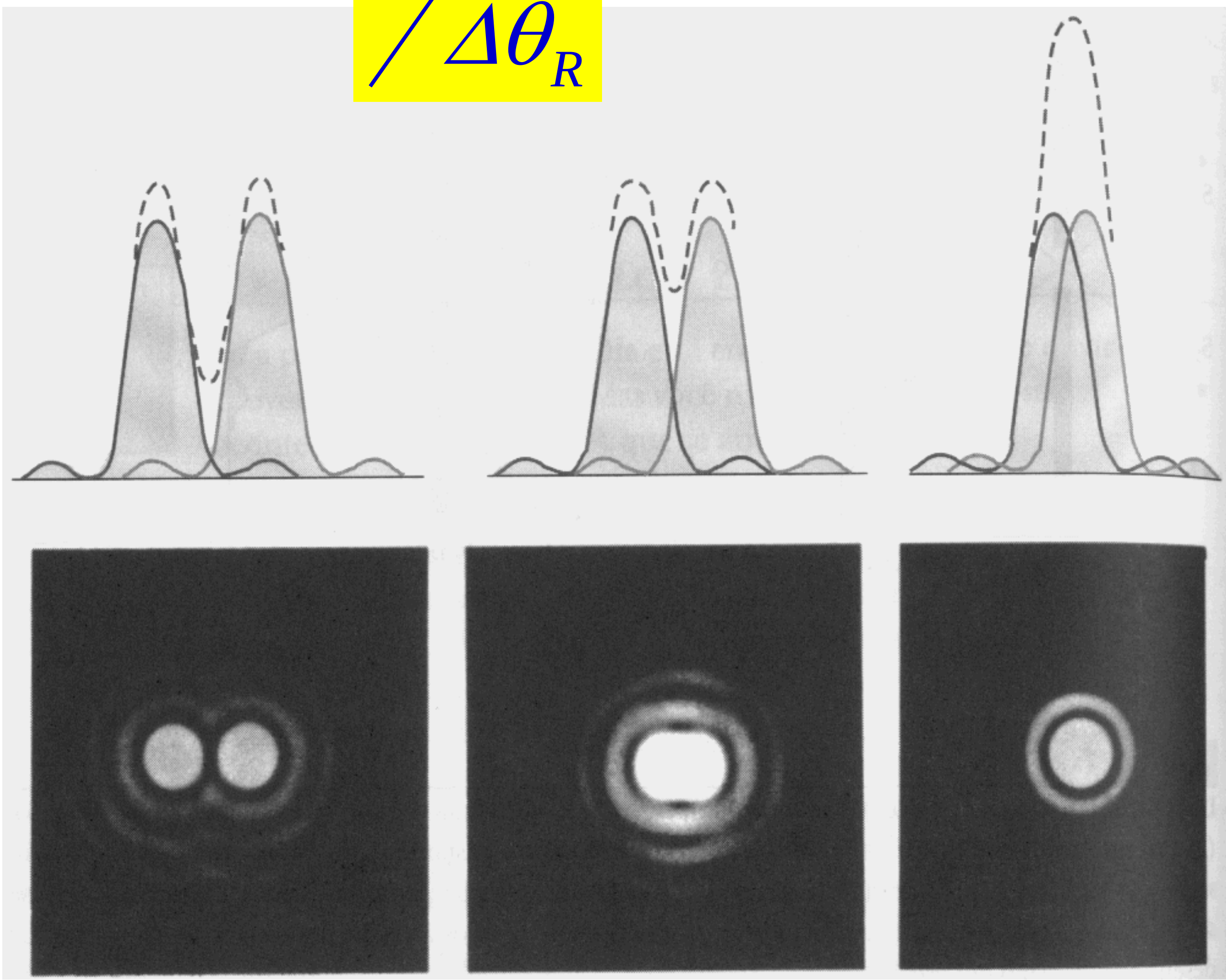
Un dimanche à la Grande Jatte



Georges Seurat (French, 1859-1891)
A Sunday on La Grande Jatte -- 1884, 1884-86
Oil on canvas, 81 3/4 x 121 1/4 in. (207.5 x 308.1 cm)

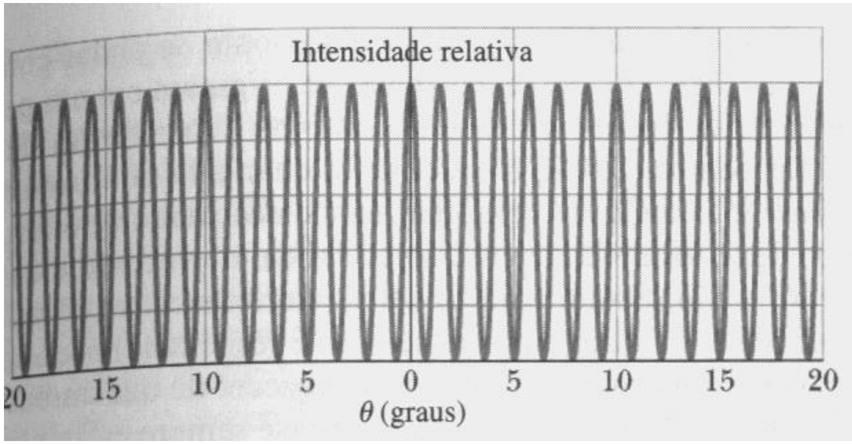
Os sistemas ópticos (microscópios, telescópios, olho humano) são caracterizados por um *poder de resolução*:

$$1/\Delta\theta_R$$

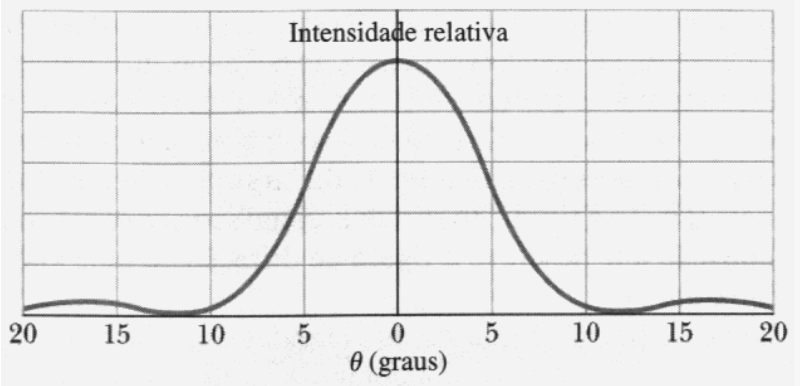


Difração por Duas Fendas

• No estudo do experimento de Young consideramos $a/\lambda \rightarrow 0$ e obtivemos a figura da direita.
• Neste limite as fontes S1 e S2 irradiam (I_0) de modo uniforme para todos os ângulos.



• Mas, se considerarmos uma razão a/λ finita, cada fonte irradiará de modo semelhante a figura da direita.



Intensidade da figura de interferência de duas fendas:

$$I(\theta) = I_m \left(\cos^2 \frac{\delta}{2}\right)\left(\frac{sen(\beta/2)}{(\beta/2)}\right)^2 \; ; \; I_m = 4I_{max}$$

onde:

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} sen\theta \qquad \beta = \frac{2\pi a}{\lambda} sen\theta$$

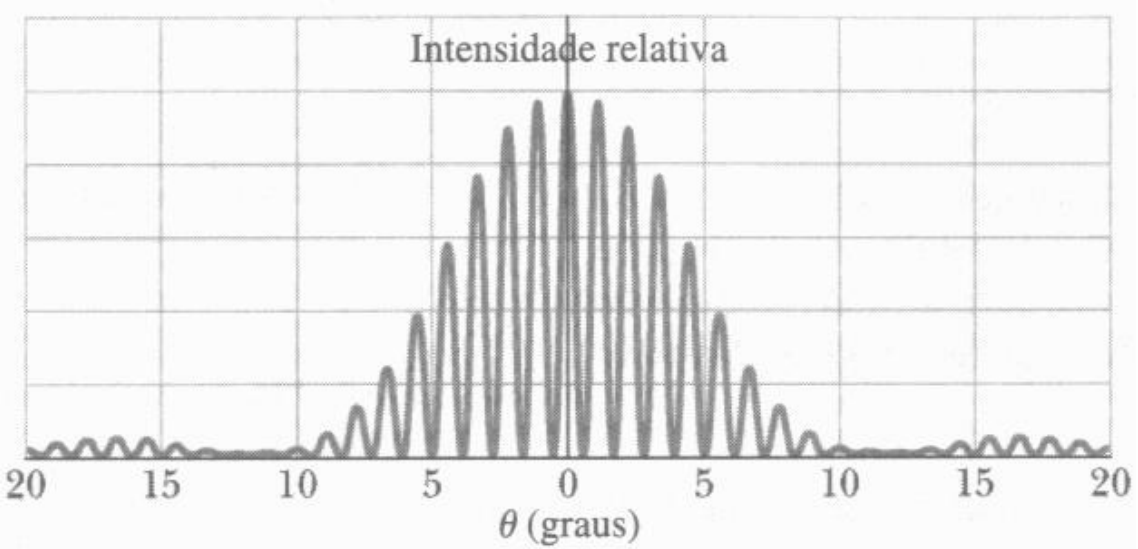
No limite $a/\lambda \to 0$ obtemos a eq. para a intensidade no experimento de Young:

$$I(\theta) = I_m \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

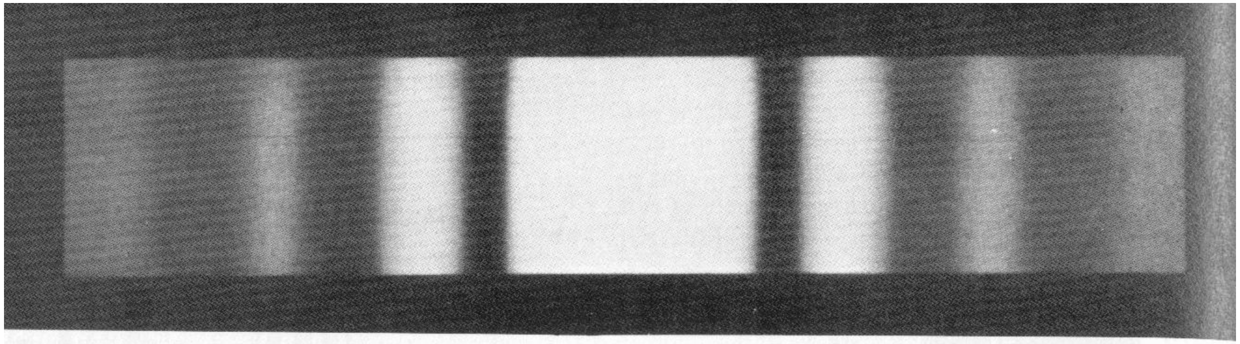
No limite $d/\lambda \to 0$ obtemos a eq. para a intensidade numa fenda única:

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{sen(\beta/2)}{(\beta/2)}\right)^2$$

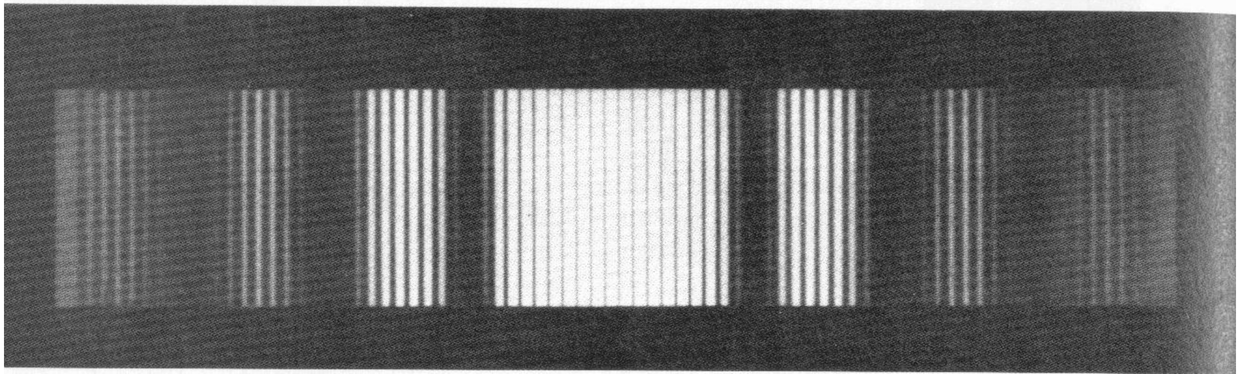
O gráfico geral da intensidade é algo como:



uma fenda



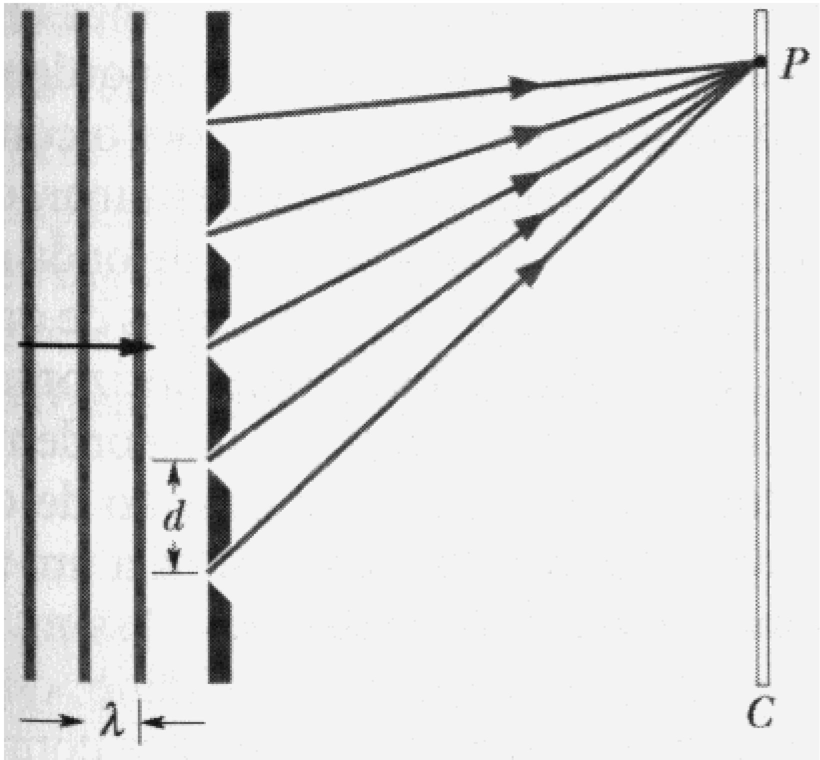
duas fendas

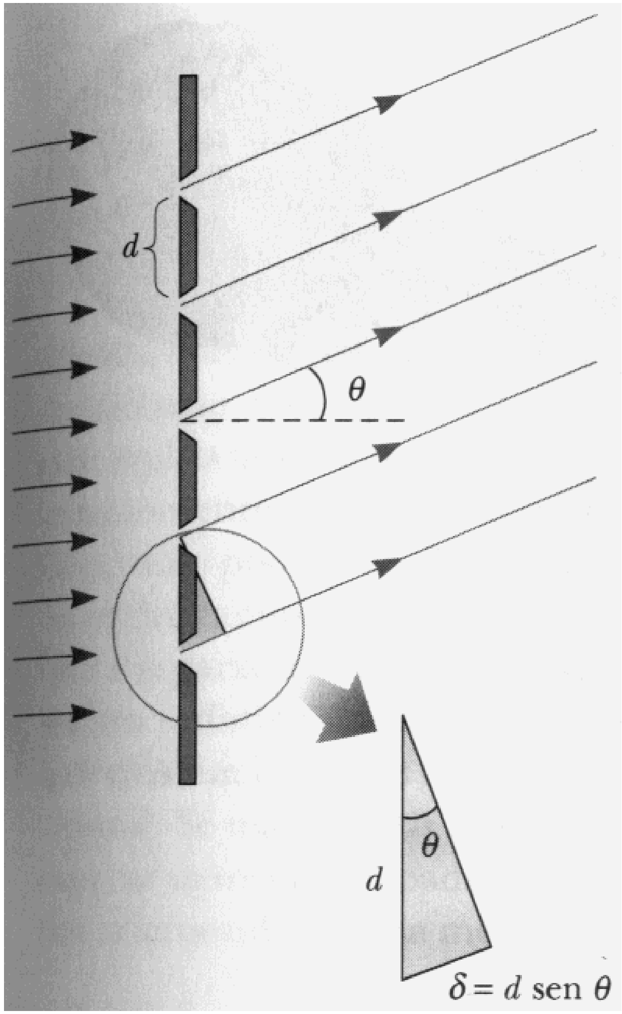


Rede de Difração

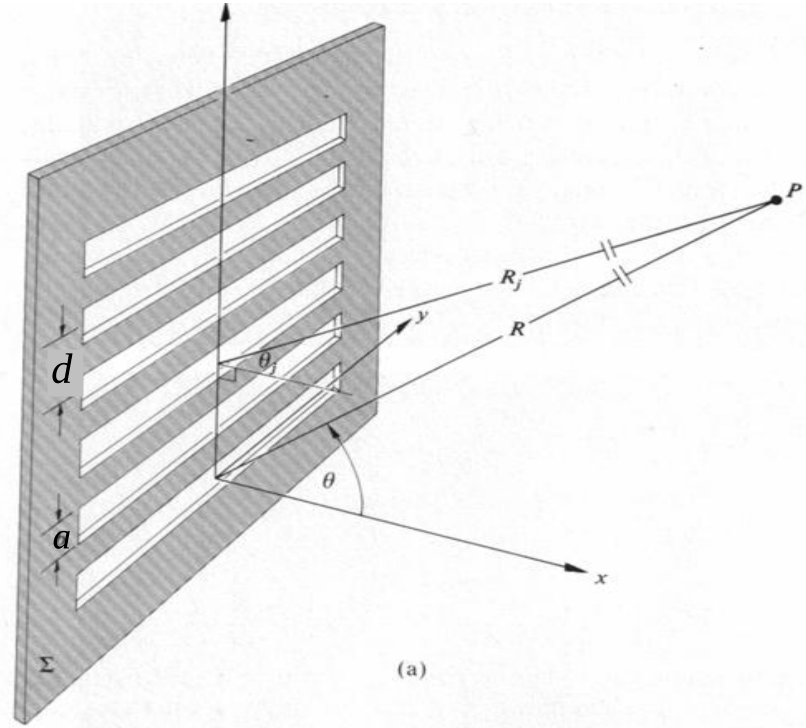
- Somando os raios, dois a dois, teremos máximos no anteparo quando:

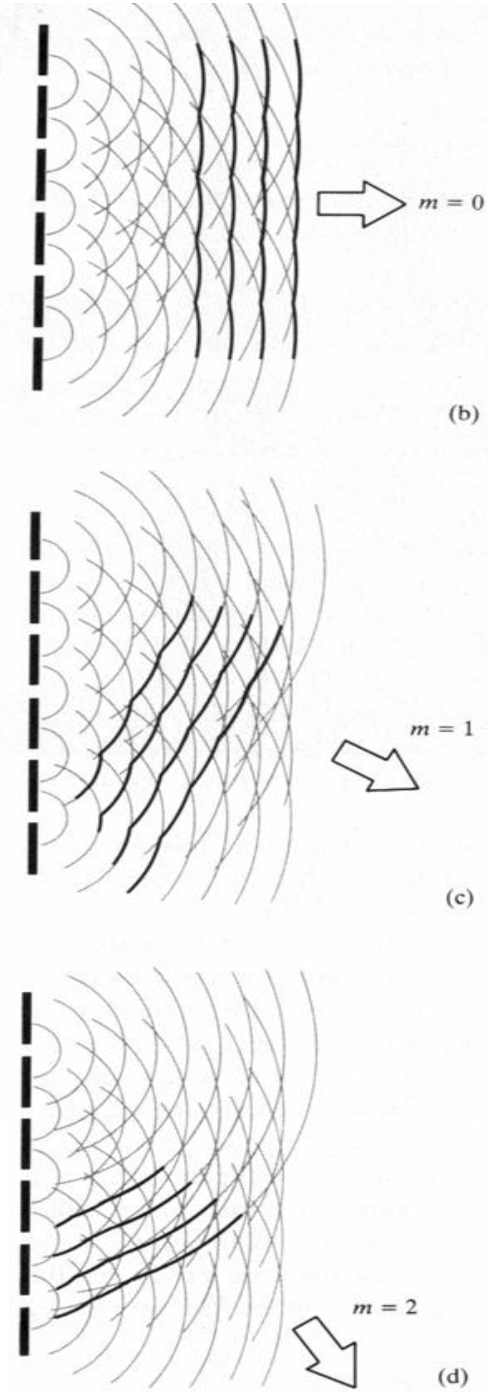
$$d.sen\theta = m\lambda\ ; \quad (m = 0,1,2,...)$$

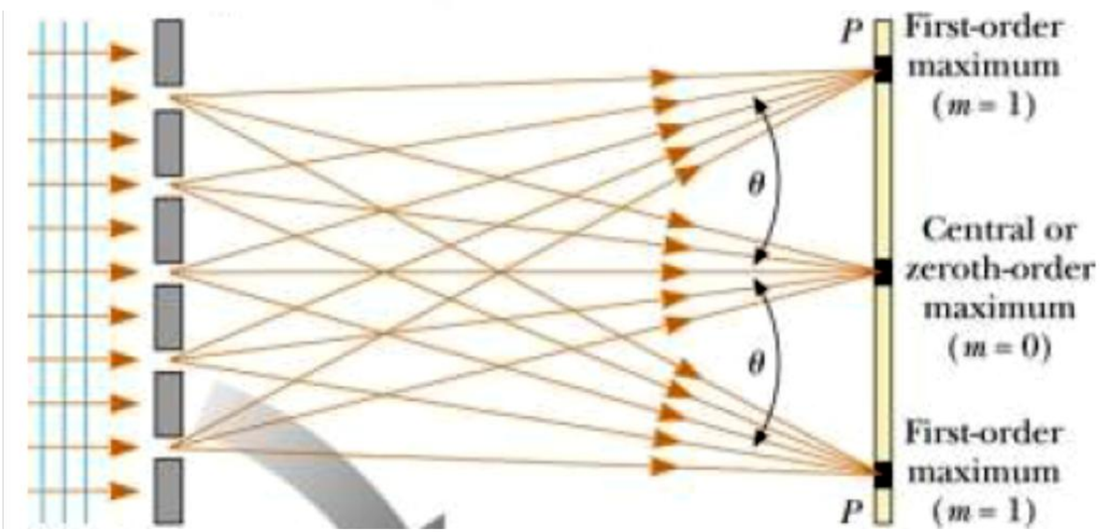




Frentes de onda



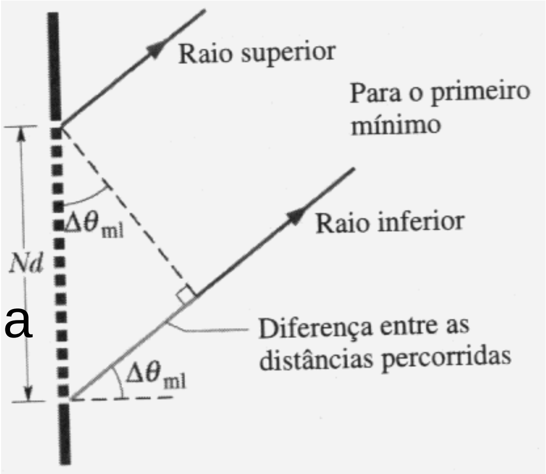




Largura das Linhas numa rede de difração

Verificamos no estudo da difração por uma fenda "a" que a posição do primeiro mínimo é dada por:

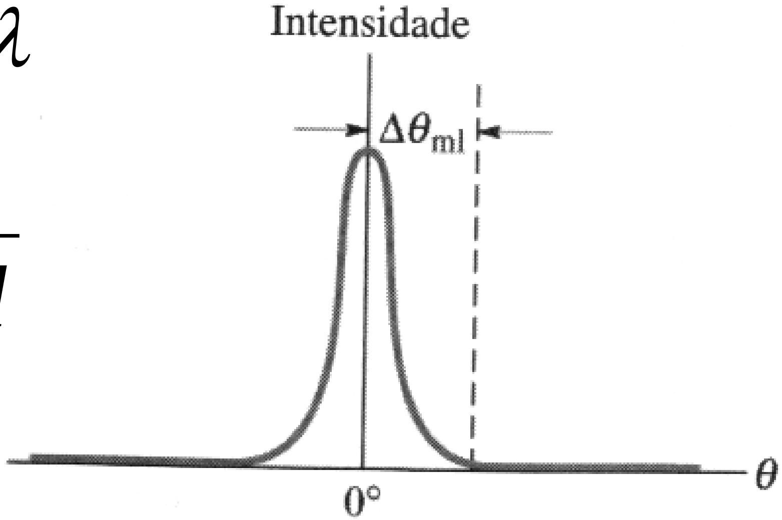
$$\lambda = a \,\text{sen}\,\theta$$



Para calcular a *meia largura* da linha clara central na rede, podemos fazer a analogia:

$$a \sim Nd \longrightarrow Nd\,\text{sen}(\Delta\theta^0_{ml}) = \lambda$$

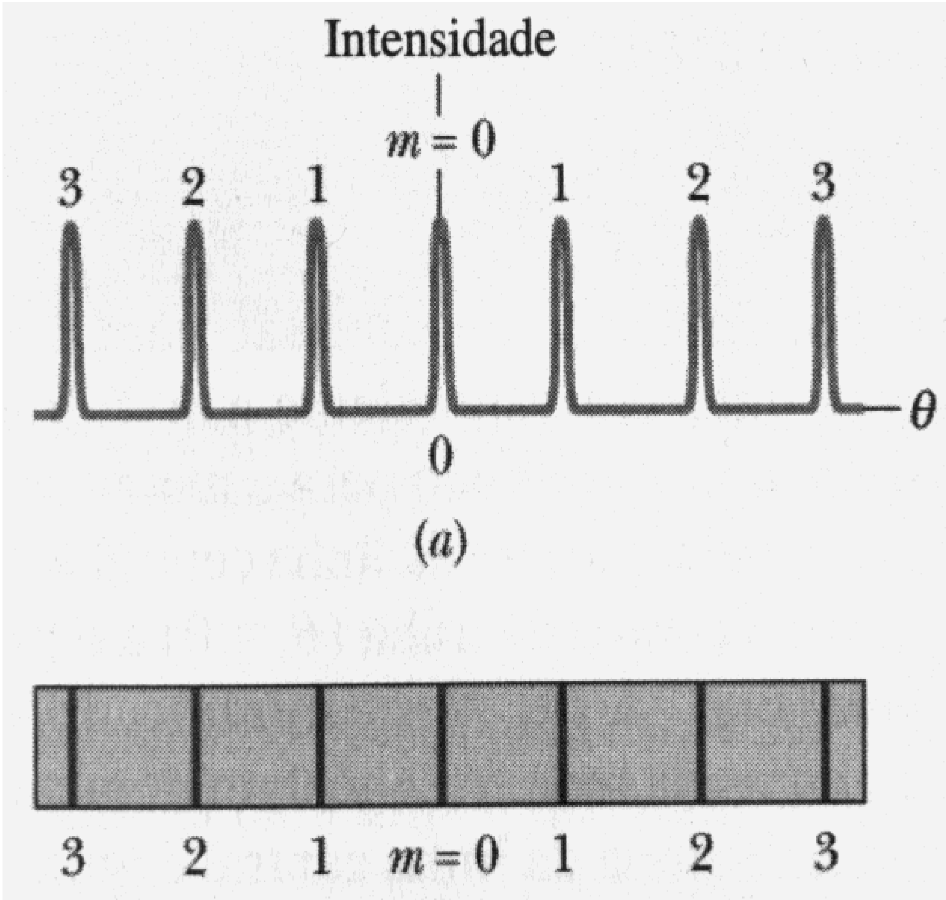
$$\Delta\theta^0_{ml} \approx 0 \longrightarrow \Delta\theta^0_{ml} \approx \frac{\lambda}{Nd}$$



Para um ângulo geral, ou seja, a meia largura da linha em θ será:

$$\Delta\theta_{ml}^{\theta} \approx \frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$$

A rede de difração tem uma resolução muito superior a uma fenda dupla, por exemplo:



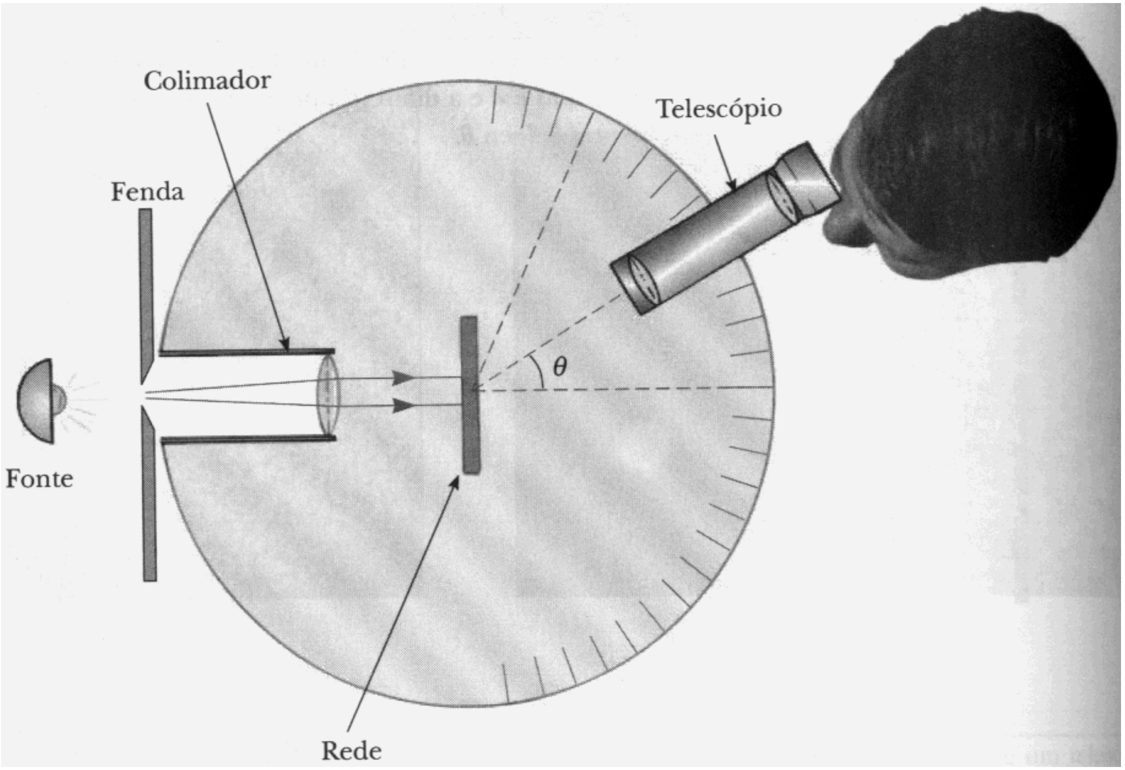
Pode ser utilizada para determinar um λ desconhecido a partir do θ .

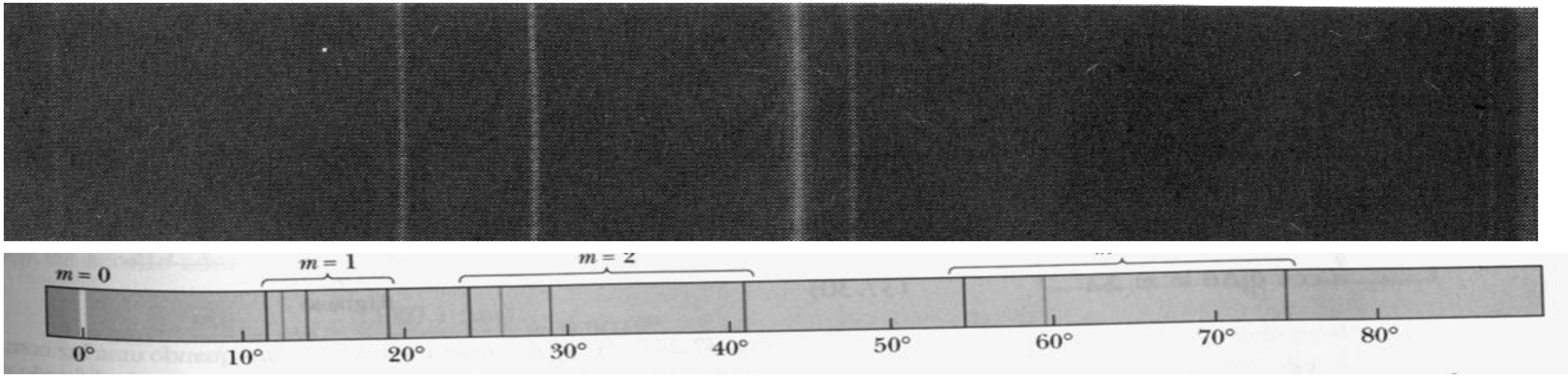
Pode ser utilizada para determinar um λ desconhecido a partir do θ :

$$d\,\mathrm{sen}\theta = m\lambda$$

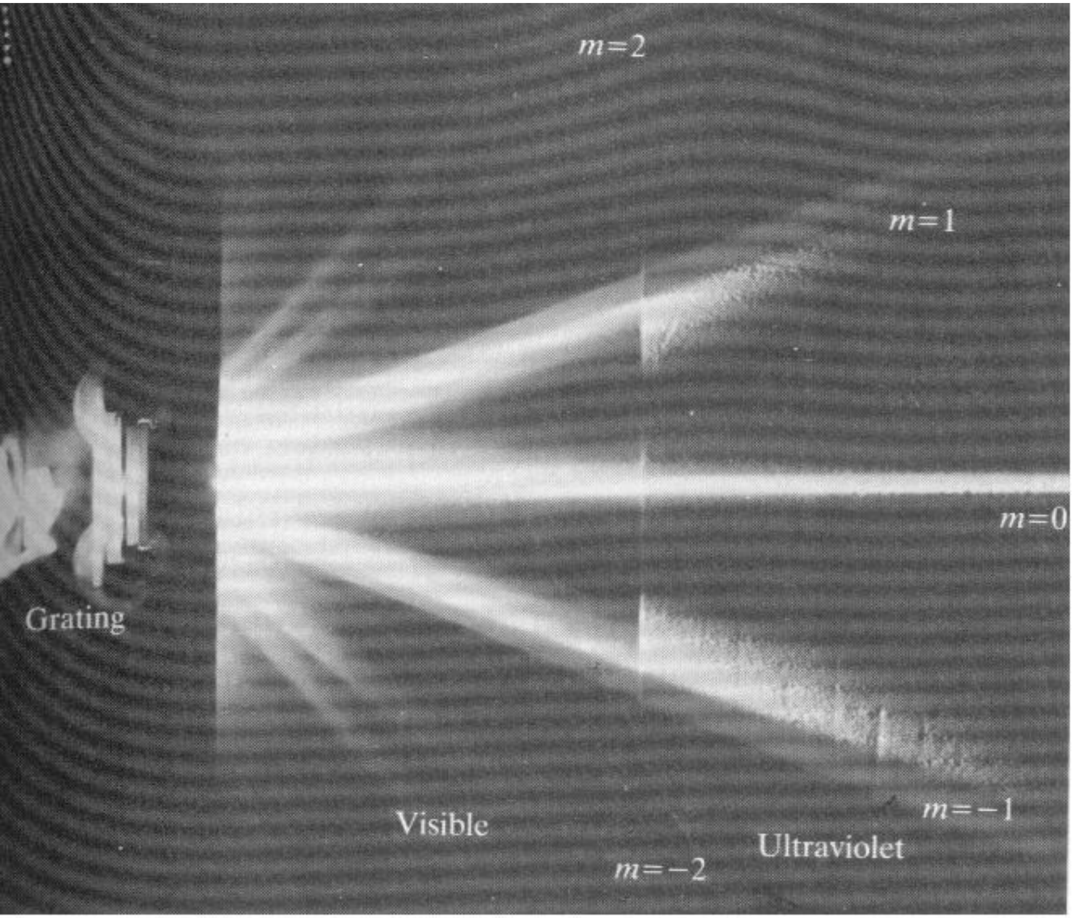
$$\boxed{\theta = \mathrm{arcsen}\left(\frac{m\lambda}{d}\right)}$$

Espectrômetro de Rede de Difração





Redes de difração com resolução menor:



Dispersão

A dispersão numa rede de difração é definida por:

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$$

sendo $\Delta\theta$ a separação angular entre duas linhas que diferem de $\Delta\lambda$.

<u>Vimos que</u> $\lambda = \frac{d\,sen\,\theta}{m}$ <u>portanto</u> $\frac{d\lambda}{d\theta} = \frac{d}{m}\cos\theta$

<u>Logo, temos:</u>

$$\uparrow D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{\uparrow m}{\downarrow d\cos\theta}$$

Resolução

A resolução numa rede de difração é definida por: $R = \dfrac{\lambda_{med}}{\Delta\lambda}$

Onde $\Delta\lambda$ é menor diferença de comprimento de onda que pode ser resolvido e λ_{med} é o comprimento de onda médio.

Vimos que o menor ângulo que pode ser resolvido é:

$$\Delta\theta_{ml}^{\theta} \approx \frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$$

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}$$

Substituindo este valor na eq. da dispersão:

$$\frac{\lambda}{Nd\cos\theta}\frac{1}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}$$

Assim, temos: $\boxed{R = \dfrac{\lambda_{med}}{\Delta\lambda} = Nm}$

Dispersão x Resolução

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}$$

A dispersão melhora com a diminuição de d.

Quanto maior D, maior é a distância entre as linhas

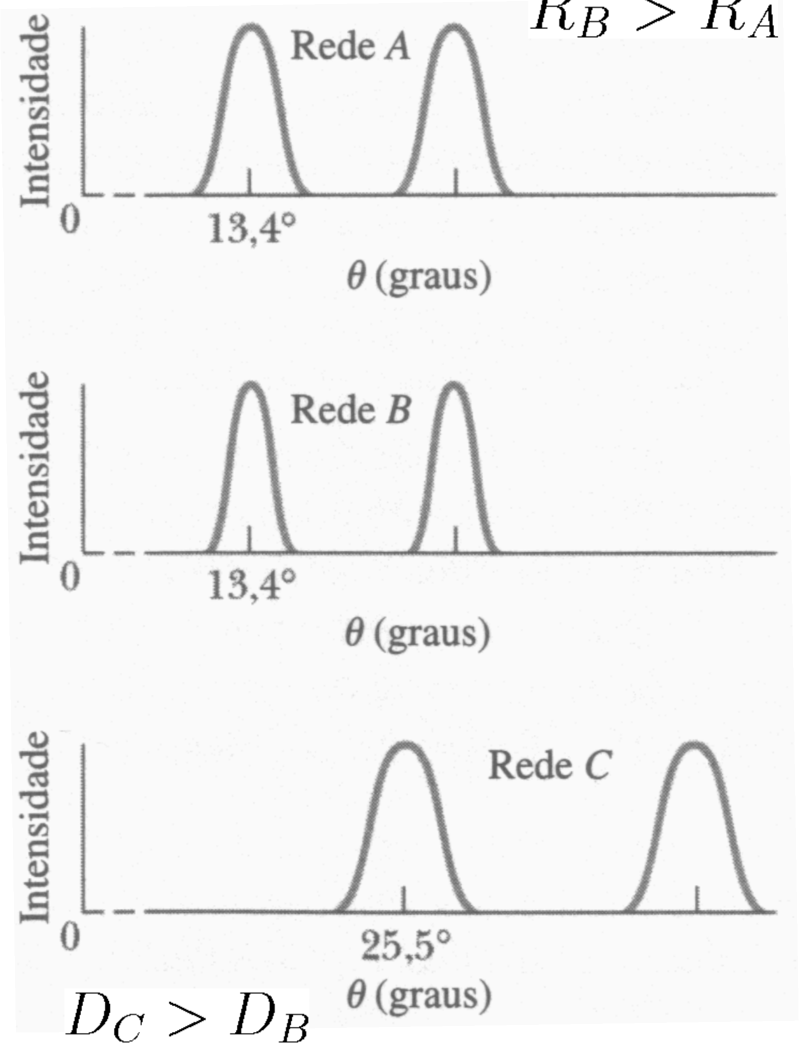
$$R = \frac{\lambda_{med}}{\Delta\lambda} = Nm$$

Resolução aumenta com N, número de ranhuras

Quanto maior R, mais próximas podem estar a linhas e ainda assim pode-se distinguí-las

$D_A = D_B$

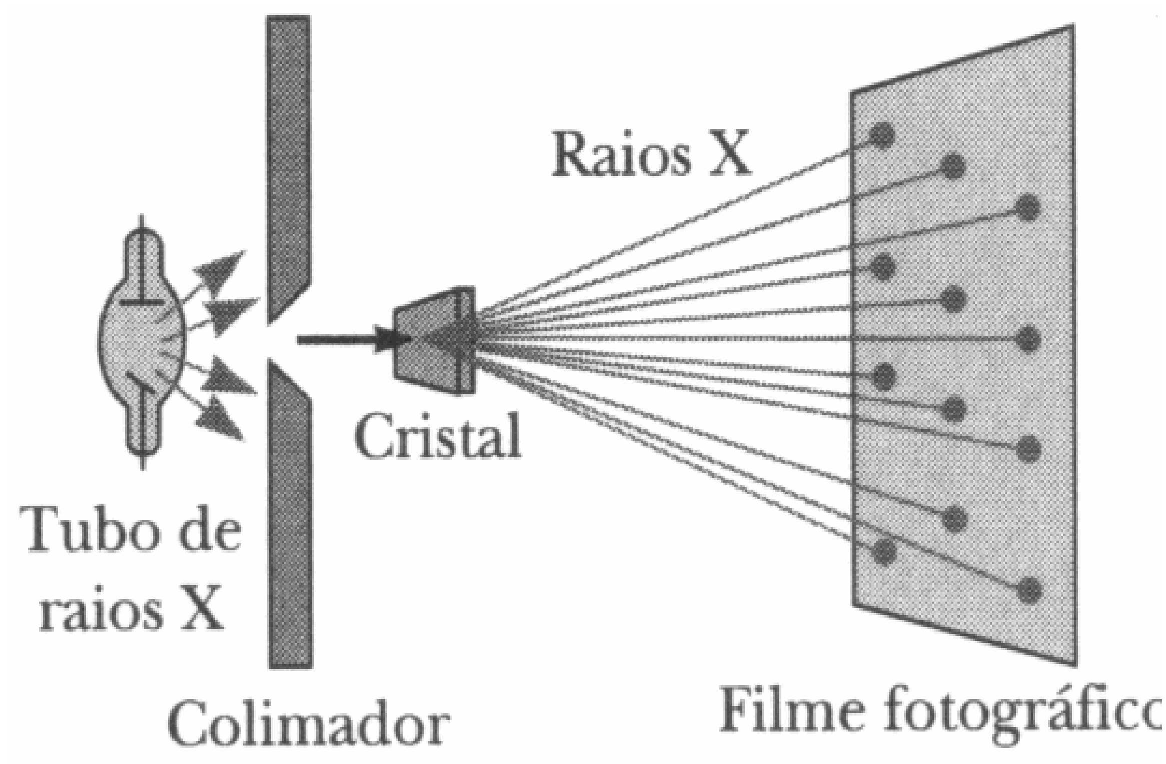
$R_B > R_A$



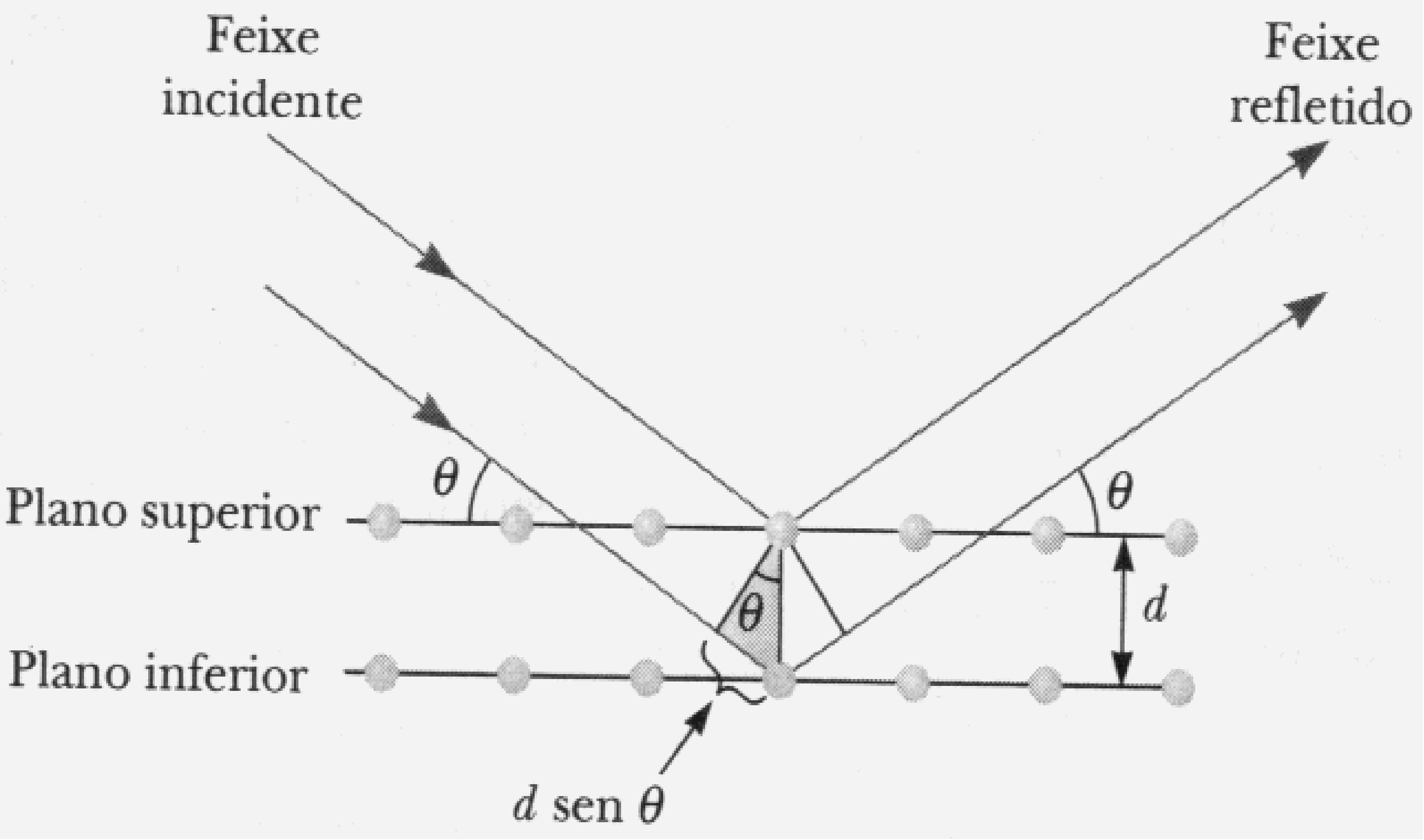
$D_C > D_B$

$R_C < R_B$

Difração de Raios-X por Cristais



O comprimento de onda dos Raios X é da ordem do espaçamento atômico em cristais, 10^{-10} m = 1 Å.



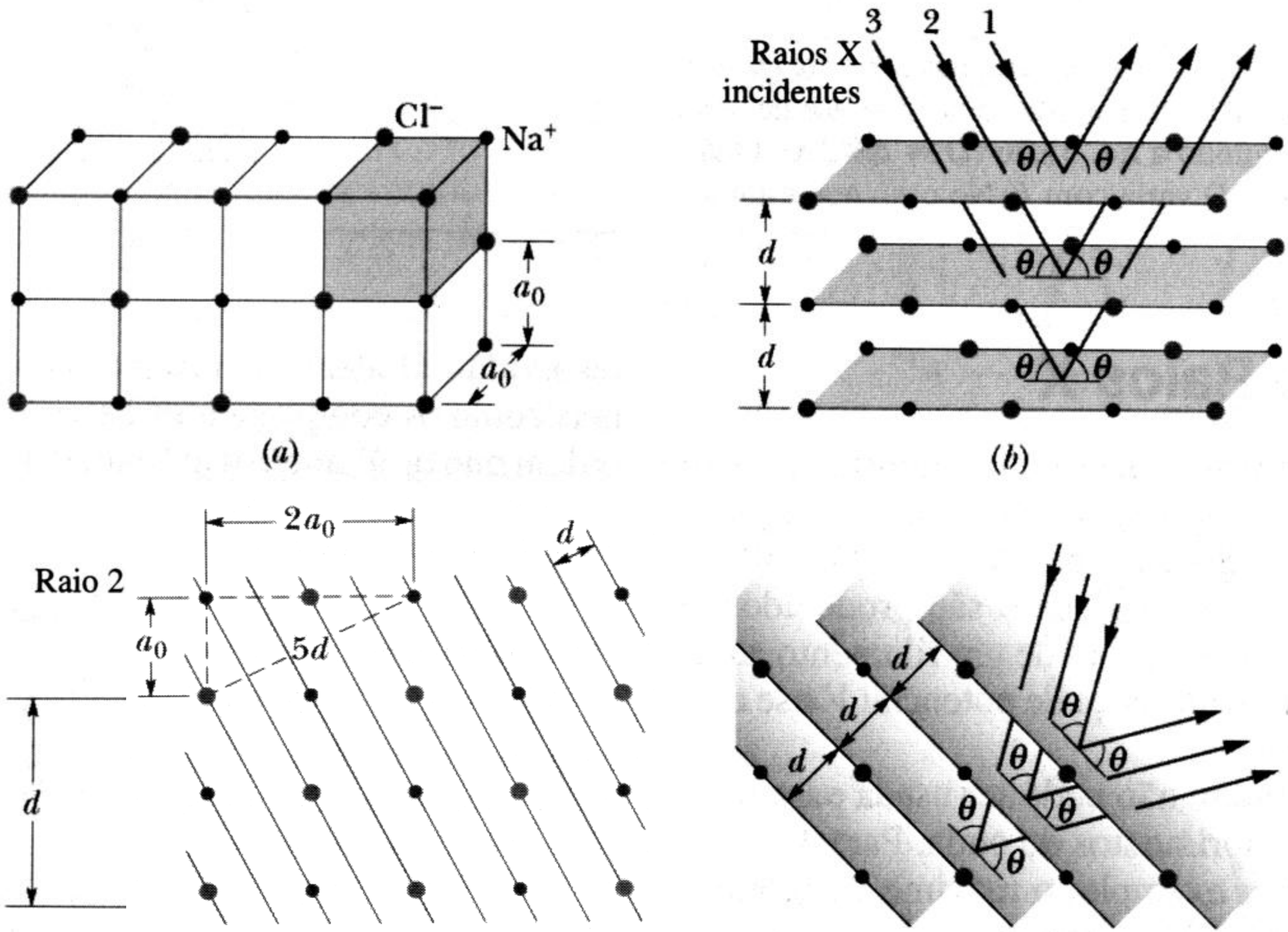
Temos interferências construtivas quando:

$$\boxed{2d\,\mathrm{sen}\,\theta = m\lambda}$$

Lei de Bragg

$$(m = 1, 2, 3...)$$

Porém, para qualquer ângulo de incidência, temos vários planos de reflexão.



Assim, temos uma figura de difração complexa: