

# Aula 4

## Interferência

- Refração e Lei de Snell: frequência e comprimento de onda
- Mudança de fase
- Experimento de Young

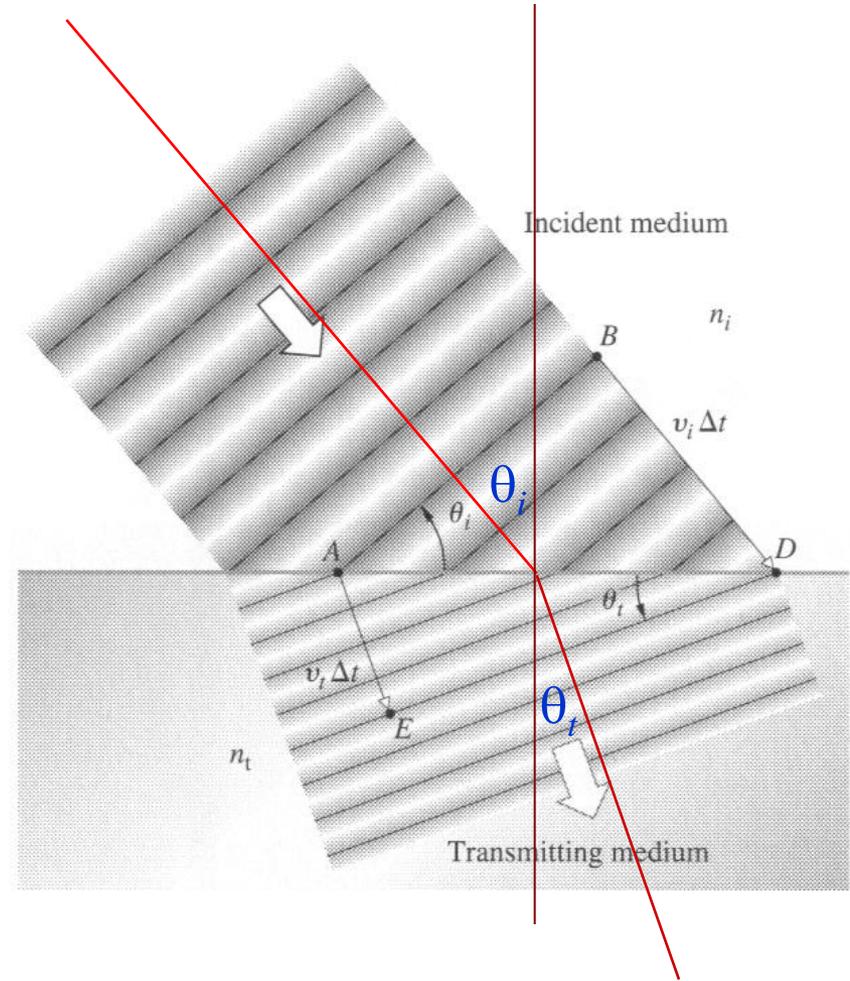
# Refração e Lei de Snell

Já vimos a *Lei de Snell*:

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

onde

$$n_i \equiv \frac{c}{v_i}$$



# Frequência e Comprimento de Onda na Refração

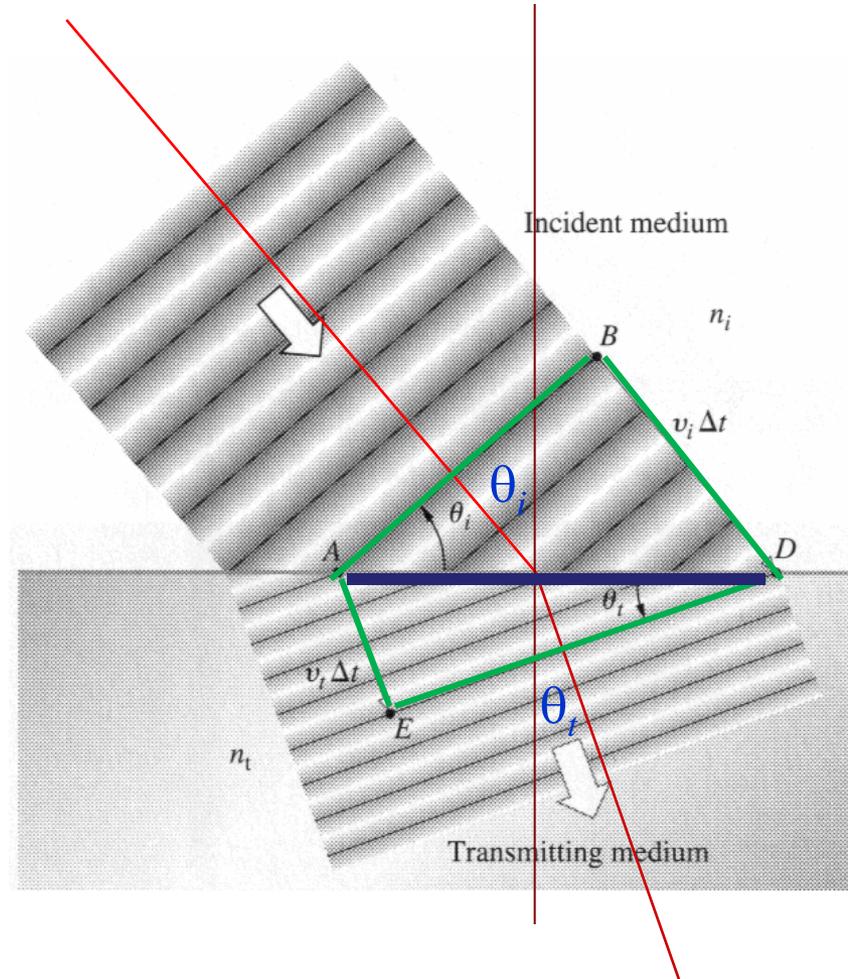
Temos:

$$\frac{n_i}{n_t} = \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \frac{4\lambda_t / \overline{AD}}{4\lambda_i / \overline{AD}}$$

logo:  $\lambda_t = \frac{n_i}{n_t} \lambda_i$

se  $n_i = 1$  (vácuo):

$$\lambda_t = \frac{\lambda}{n_t}$$



**Quanto a frequência ( $f$ ) :**

$$\frac{f_t}{f_i} = \frac{v_t / \lambda_t}{v_i / \lambda_i} = \frac{v_t \lambda_i}{v_i \lambda_t} = \left( \frac{c/n_t}{c/n_i} \right) \left( \frac{\lambda / n_i}{\lambda / n_t} \right) = \frac{n_i}{n_t} \frac{n_t}{n_i} = 1$$

**Ela é a mesma,  
no meio material e no vácuo.**

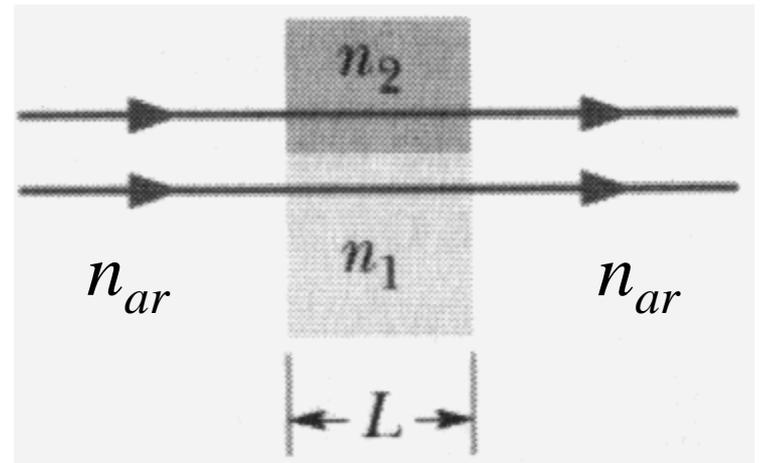
# Mudança de Fase

Os números de comprimentos de onda nos meios 1 e 2 são dados por:

$$N_{1(2)} = \frac{L}{\lambda_{n_{1(2)}}} = \frac{L n_{1(2)}}{\lambda}$$

logo:

$$N_2 - N_1 = \frac{L}{\lambda} (n_2 - n_1)$$



Diferença de fase efetiva:

$\Delta f =$  parte decimal de  $|N_2 - N_1|$  (em termos de uma fração de  $\lambda$ )

$\Delta\phi = 2\pi \Delta f$  (em radianos)

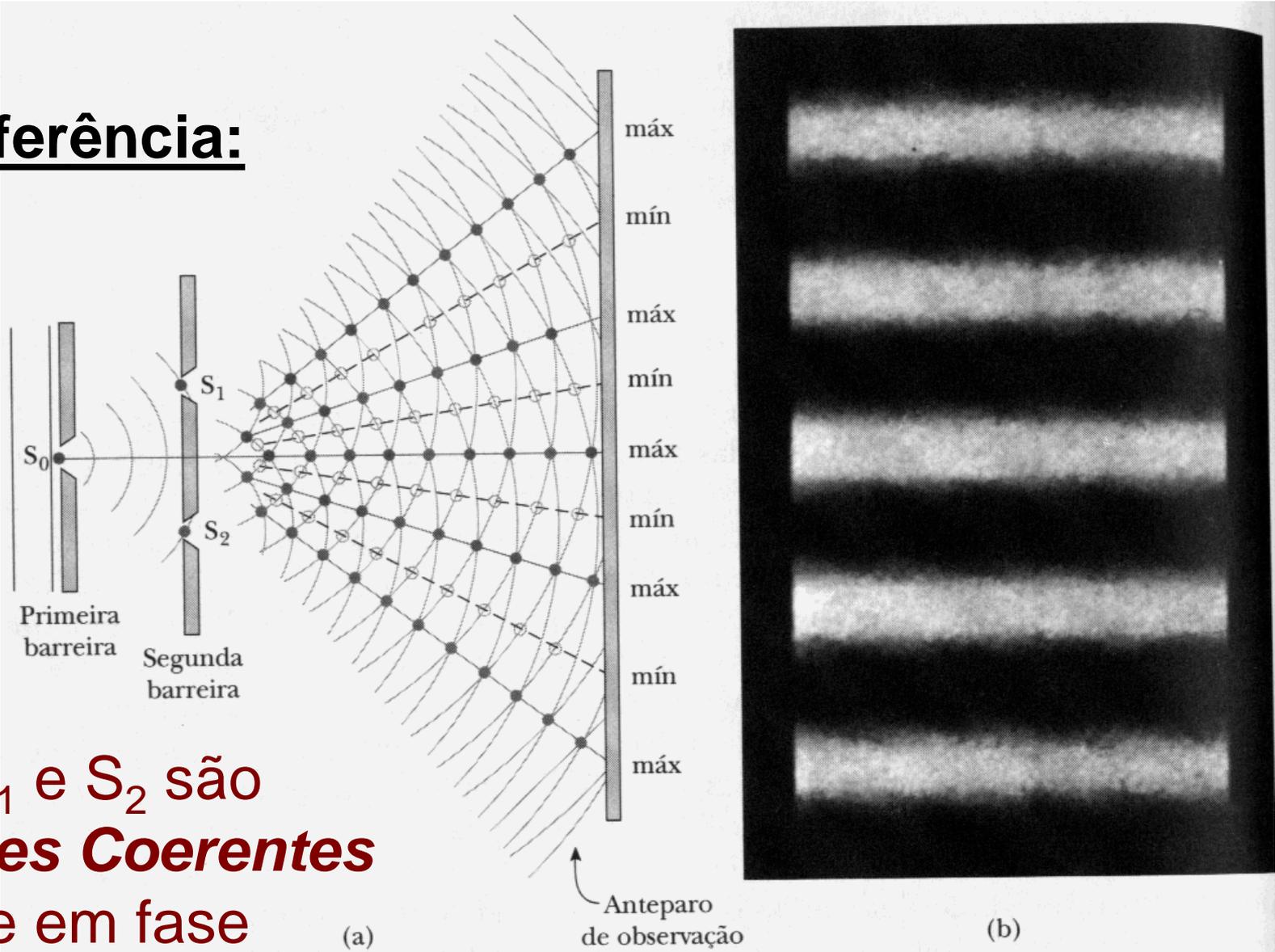
# Thomas Young (1773 -1829)

- Físico e médico inglês, estudou a sensibilidade das cores ao olho humano. Propôs a existência de três cones diferentes que têm sensibilidade para as cores vermelho, azul e verde: o princípio usado na TV colorida.
- Em 1800, no trabalho *Outlines of Experiments and Enquires Respecting Sound and Light* , comparou os modelos de Newton e Huygens dando suporte à **interpretação ondulatória** .



# O Experimento de Young (1801)

## Interferência:



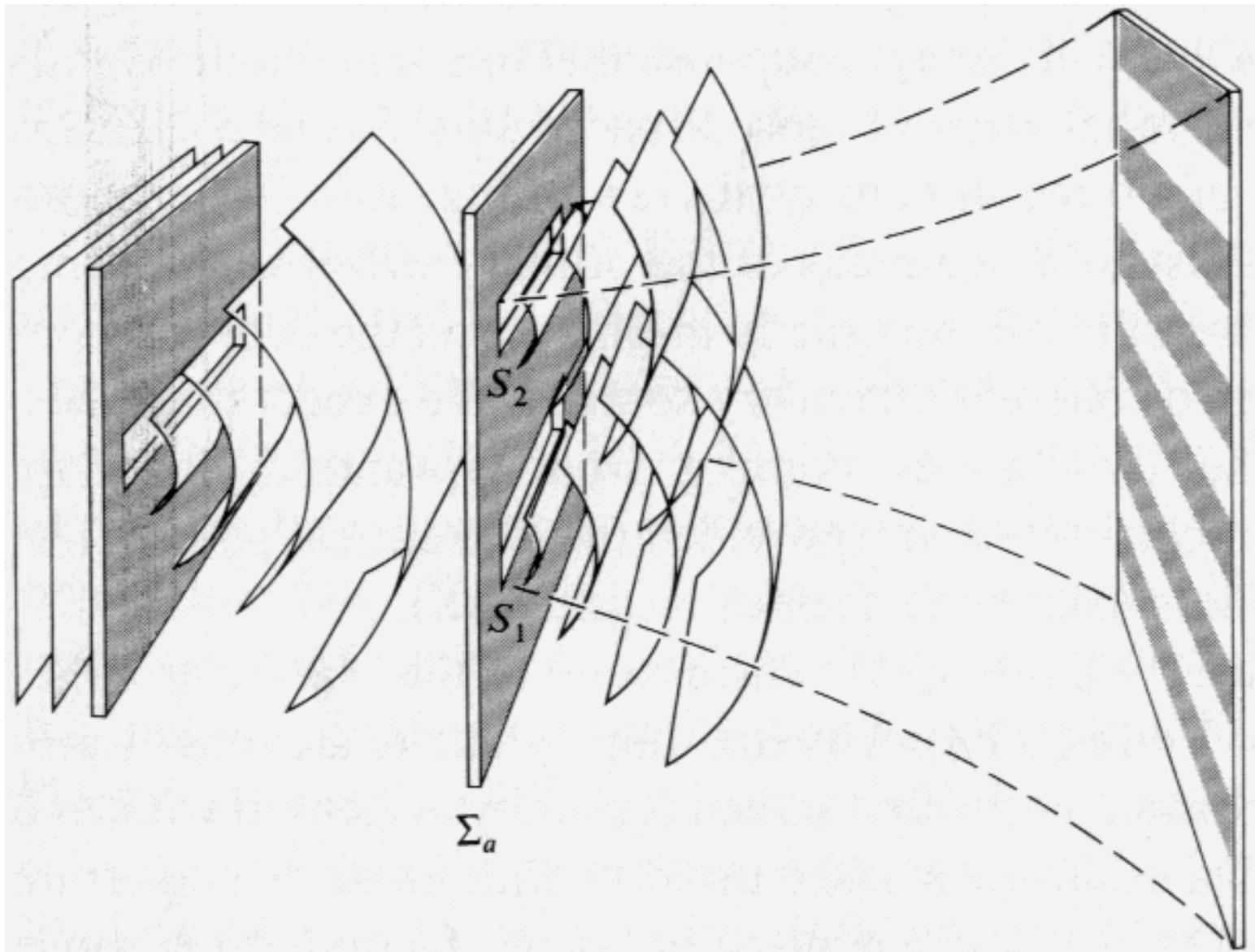
$S_1$  e  $S_2$  são  
**Fontes Coerentes**  
e em fase

(a)

Anteparo  
de observação

(b)

Visão tridimensional:



# Thomas Young's Double Slit Experiment

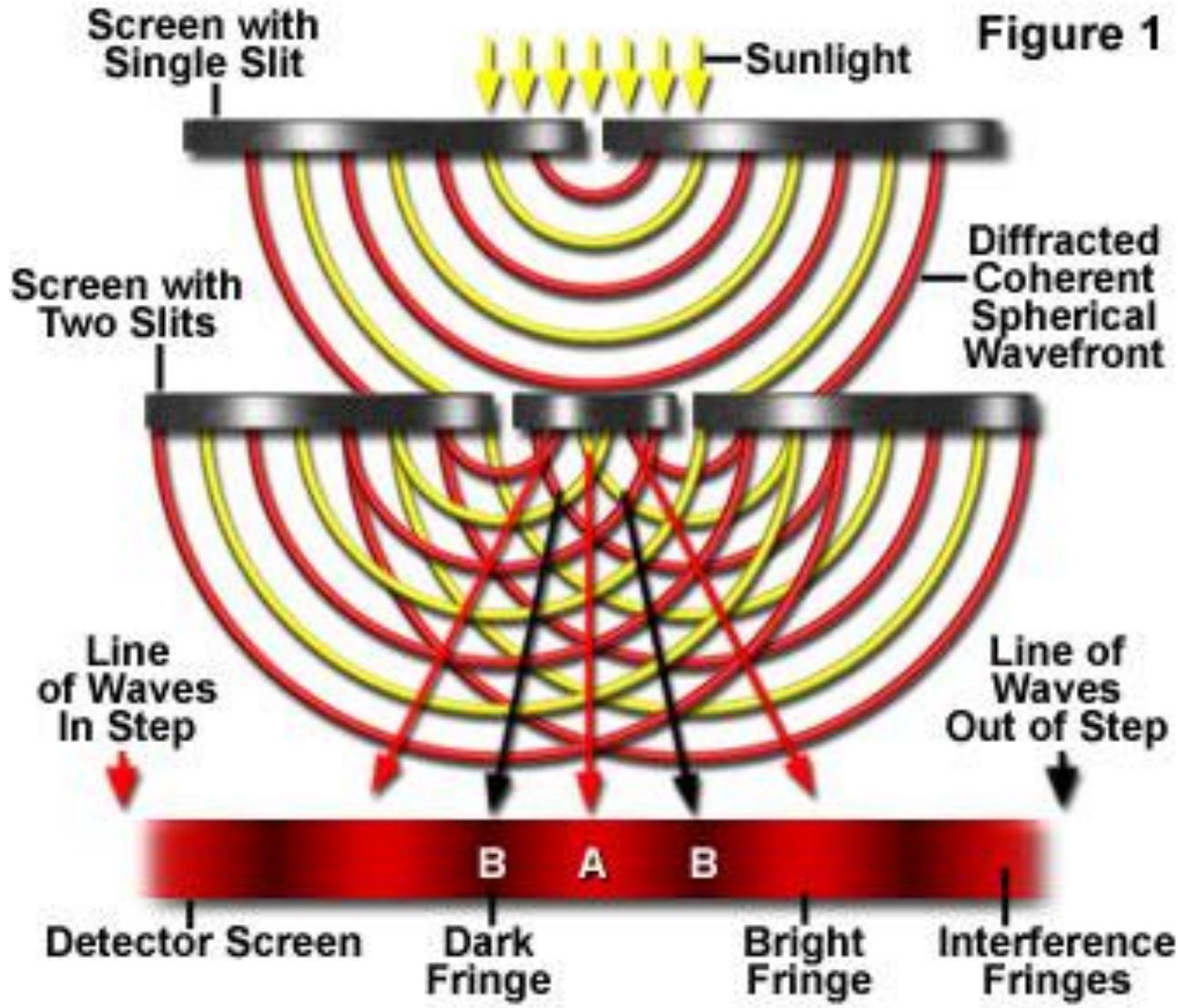
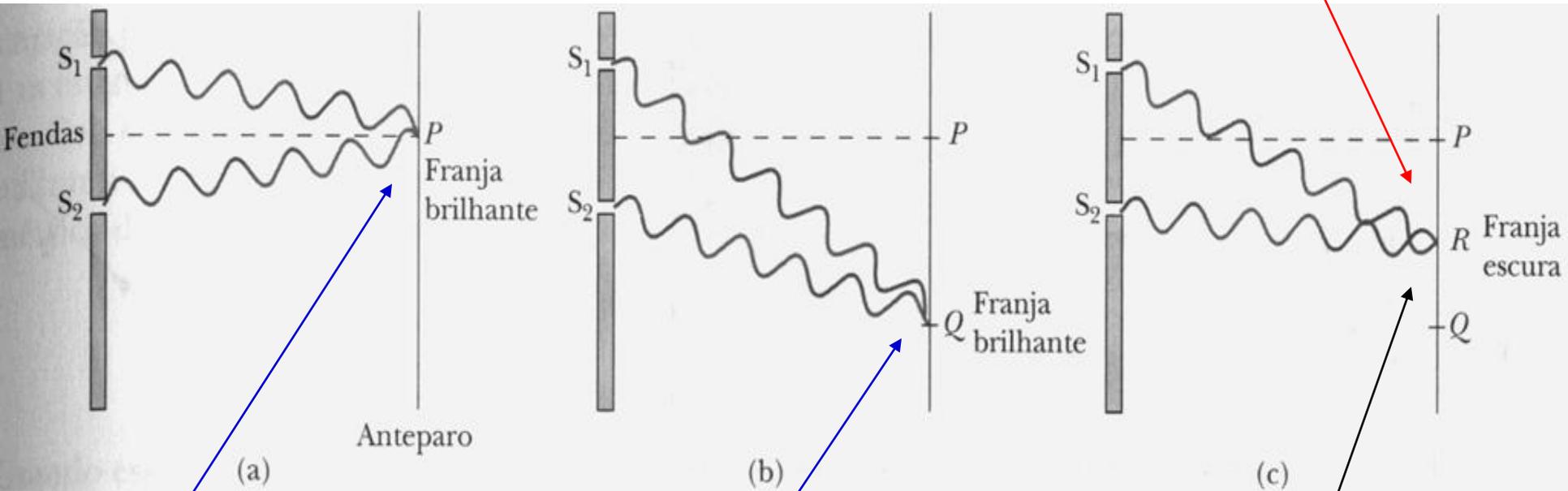


Figure 1

Temos a formação de franjas devido a diferença de percursos (ópticos):

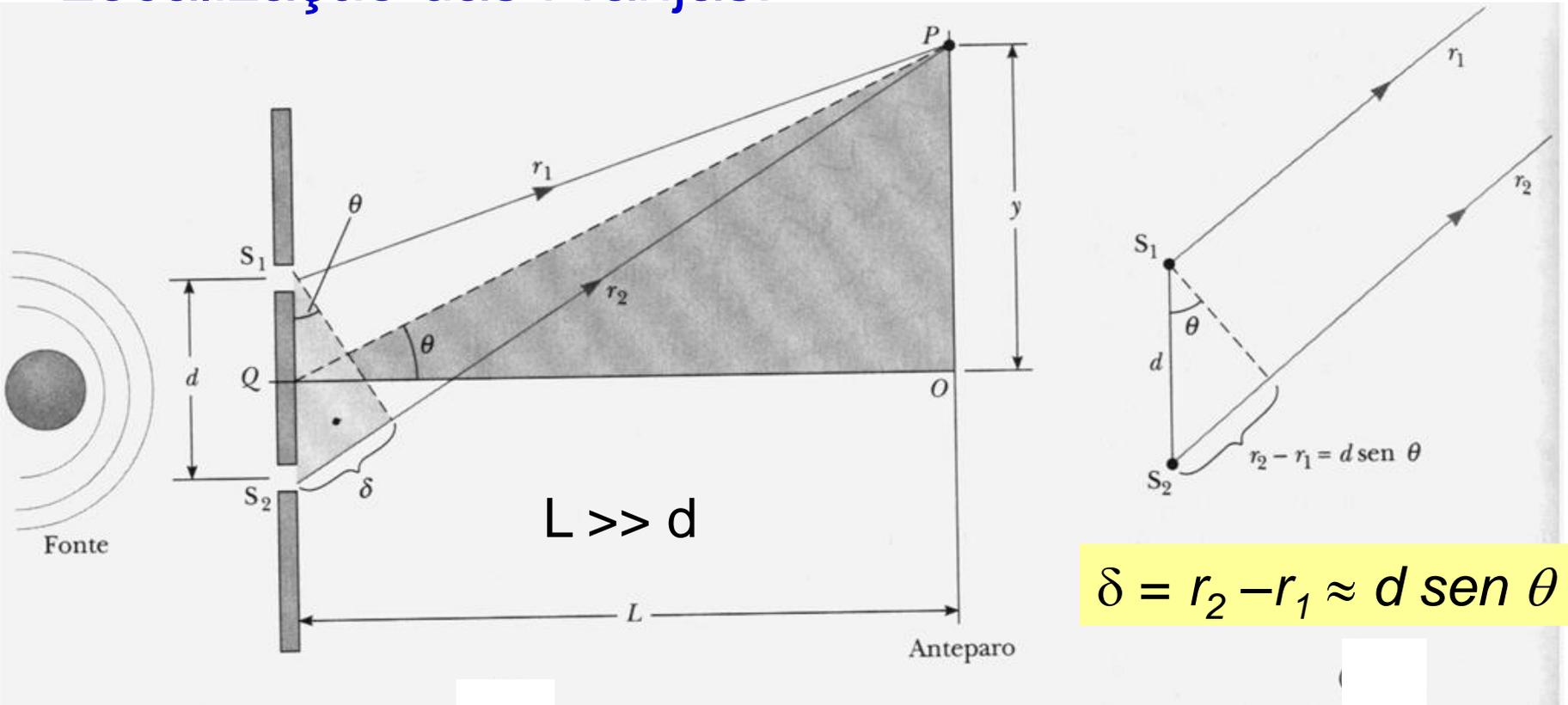
## Ondas fora de Fase: Interferência Destrutiva



Ondas em Fase: Interferência Construtiva

R a meia distancia entre P e Q.

# Localização das Franjas:



$$\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta$$

**Franja clara:**

(int. construtiva)

$$\delta = m \lambda ; \quad d \sin \theta = m \lambda , \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

**Franja escura:**

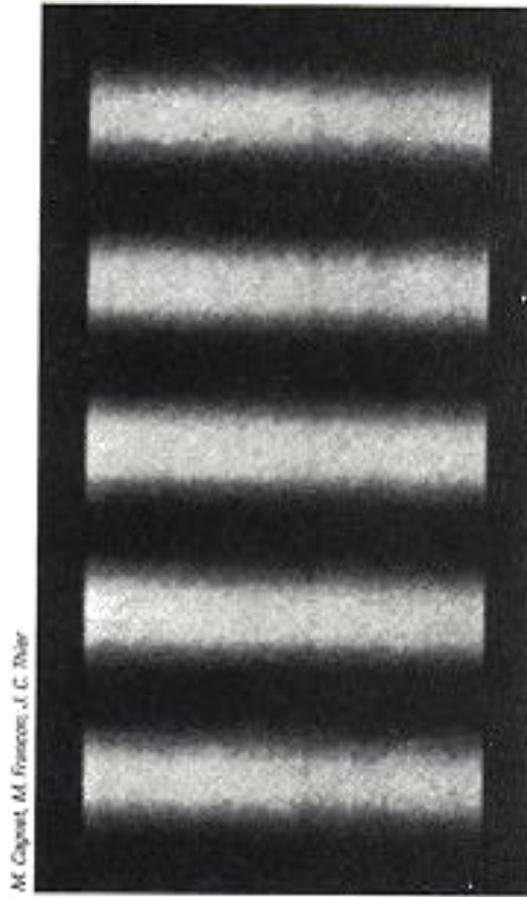
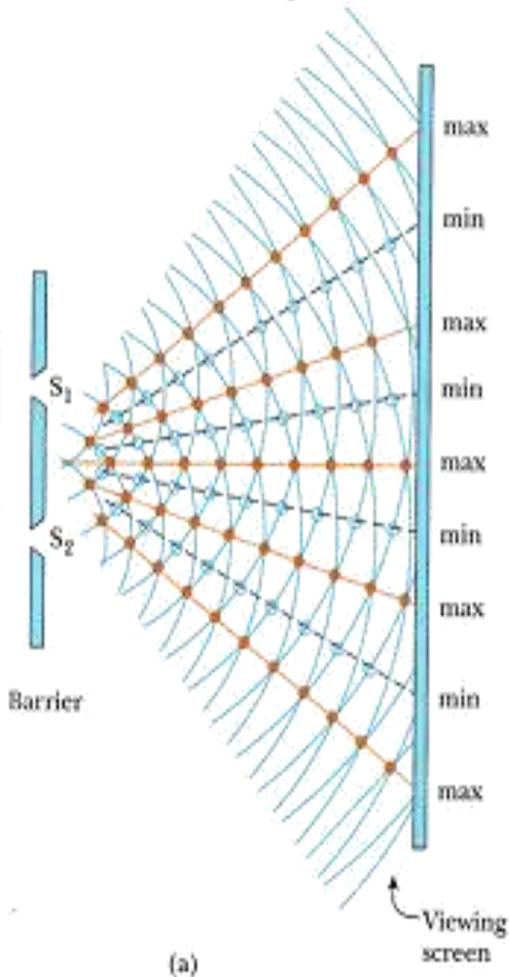
(int. destrutiva)

$$\delta = (m + 1/2) \lambda ; \quad d \sin \theta = (m + 1/2) \lambda$$

# Franjas Claras e Escuras:

## Light Wave Interference

$$\left\{ \begin{array}{l} d \sin \theta = m\lambda \\ d \sin \theta = (m + 1/2) \lambda \end{array} \right.$$



$m = 2$  (Máx. Lateral de 2ª ordem)

$m = 1$  (Min. Lateral de 2ª ordem)

$m = 1$  (Máx. Lateral de 1ª ordem)

$m = 0$  (Min. Lateral de 1ª ordem)

$m = 0$  (Máximo central)

$m = 0$  (Min. Lateral de 1ª ordem)

$m = 1$  (Máx. Lateral de 1ª ordem)

$m = 1$  (Min. Lateral de 2ª ordem)

$m = 2$  (Máx. Lateral de 2ª ordem)

# Posições no Anteparo

Para ângulos pequenos temos:  $\theta \approx \tan \theta \approx \sin \theta$

Para os máximos mais centrais:

$$d \sin \theta = m\lambda$$

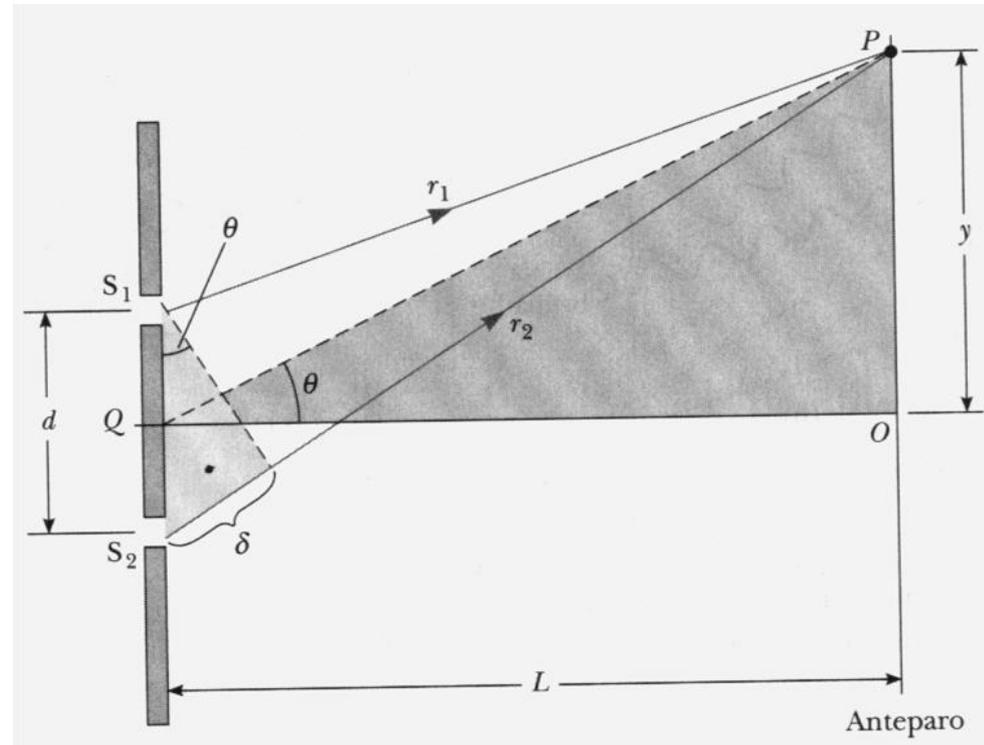
$$d \tan \theta \approx m\lambda$$

$$d \frac{y_m}{L} \approx m\lambda$$

$$y_{\max} \approx m \frac{\lambda L}{d}$$

Analogamente, para os mínimos mais centrais:

$$y_{\min} \approx \left( m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda L}{d}$$



# Posições no Anteparo

$$y_m \approx m \frac{\lambda L}{d} \qquad y_{m+1} \approx (m+1) \frac{\lambda L}{d}$$

O espaçamento entre as franjas será :

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m \approx \frac{\lambda L}{d}$$

Se  $d$  e  $\theta$  são pequenos, a distância entre as franjas independe de  $m$  !

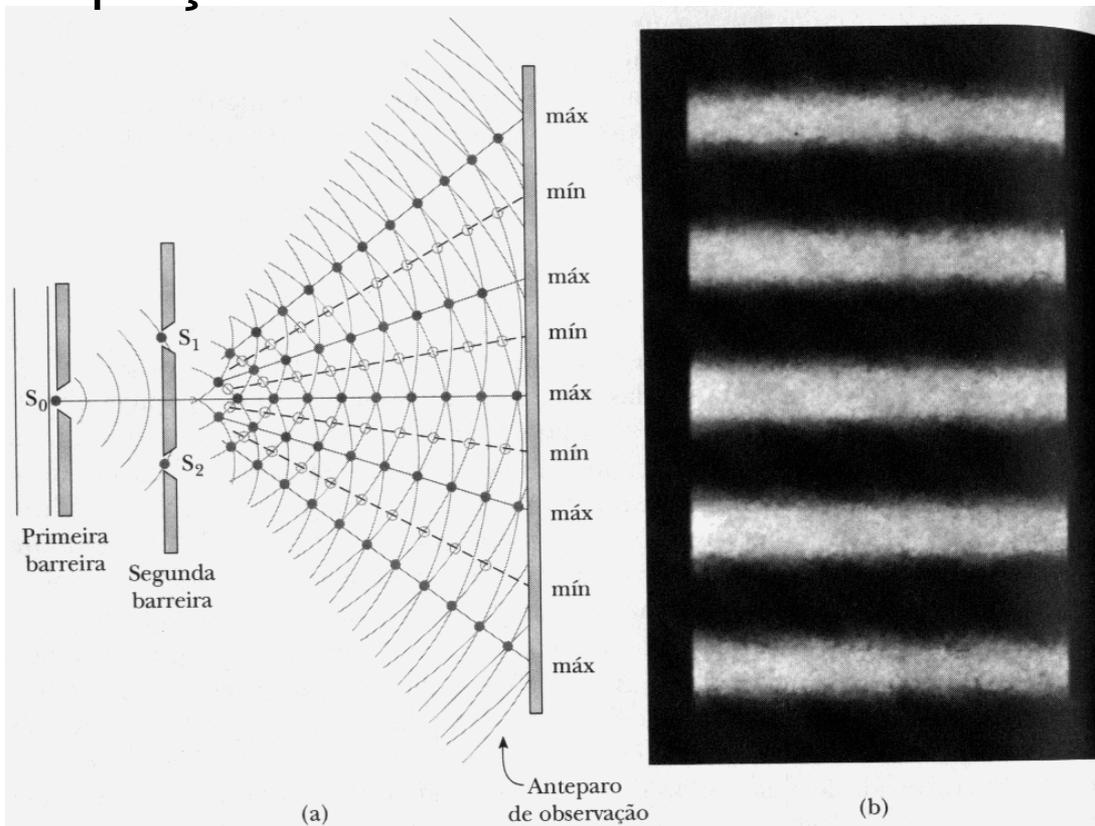
# Intensidade das Franjas de Interferência

A interferência entre  $S_1$  e  $S_2$ , de intensidades  $I_0$  na tela, leva a energia luminosa a ser redistribuída no anteparo segundo a equação:

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right)$$

onde:

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \text{sen } \theta$$

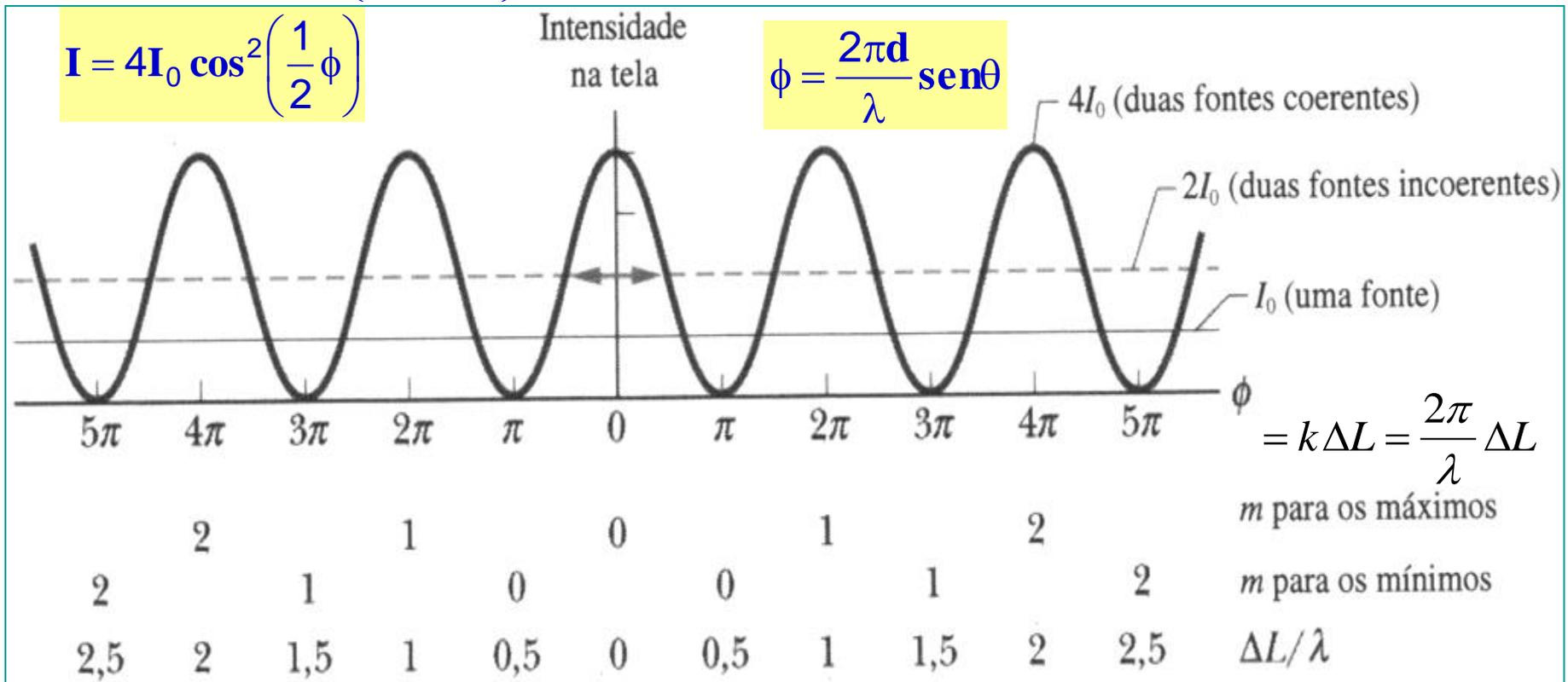


- Os máximos de intensidade ocorrem em: ( $m = 0, 1, 2, \dots$ )

$$\frac{1}{2}\phi = m\pi \Rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} \text{sen}\theta = m\pi \Rightarrow d \text{sen}\theta = m\lambda$$

- Os mínimos em:

$$\frac{1}{2}\phi = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \Rightarrow d \text{sen}\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$



# Prova: Fórmula da Intensidade

O campo elétrico gerado por duas fontes coerentes:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t)$$

onde  $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$  e  $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$  são devidos às fontes 1 e 2.

supondo:

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{01} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \\ \vec{E}_2(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{02} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \end{aligned} \quad ; \quad \vec{E}_{01} // \vec{E}_{02}$$

Podemos escrever para o ponto P no anteparo:

$$E^2(P, t) = E_{01}^2 \cos^2(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t) + E_{02}^2 \cos^2(\vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t) + 2 \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \omega t) \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \omega t)$$

Usando as expressões:

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2};$$

$$\text{e } \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \approx E_{01} E_{02}$$

$$2 \cos a \cos b = \cos(a+b) + \cos(a-b);$$

$$+ E_{01} \cdot E_{02} [\cos(\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) - 2\omega t) + \cos(\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2))] ]$$

Tomando a **média temporal**, temos:

$$\bar{E}^2(P) = \frac{E_{01}^2}{2} + \frac{E_{02}^2}{2} + E_{01} \cdot E_{02} \cos \vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

Multiplicando por:  $c\varepsilon_0$  e usando:  $I = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_0^2$

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)} \cos \vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

Assim,  $I_{1(2)}(P)$  são as intensidades das fontes 1 e 2 no ponto P.

como:  $\theta_1 \approx \theta_2 \approx \theta \implies \vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \approx k(r_1 - r_2)$   
e  $\vec{k} \cdot \vec{r}_1 \approx k r_1$  ;  $\vec{k} \cdot \vec{r}_2 \approx k r_2$

como:  $\theta_1 \approx \theta_2 \approx \theta \quad \Rightarrow \quad \vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \approx k(r_1 - r_2)$

Lembrando que:  $r_1 - r_2 \approx d \operatorname{sen} \theta$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \operatorname{sen} \theta\right)$$

No caso do experimento de Young temos:

Se as fontes são iguais:  $I_1 = I_2 = I_0$

$$E_{01} = E_{02}$$

$$I = 2I_0(1 + \cos \phi) = 4I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \operatorname{sen} \theta$$

$$1 + \cos(\phi/2 + \phi/2) = 1 + \cos^2(\phi/2) - \operatorname{sen}^2(\phi/2) = 2\cos^2(\phi/2)$$

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right)$$

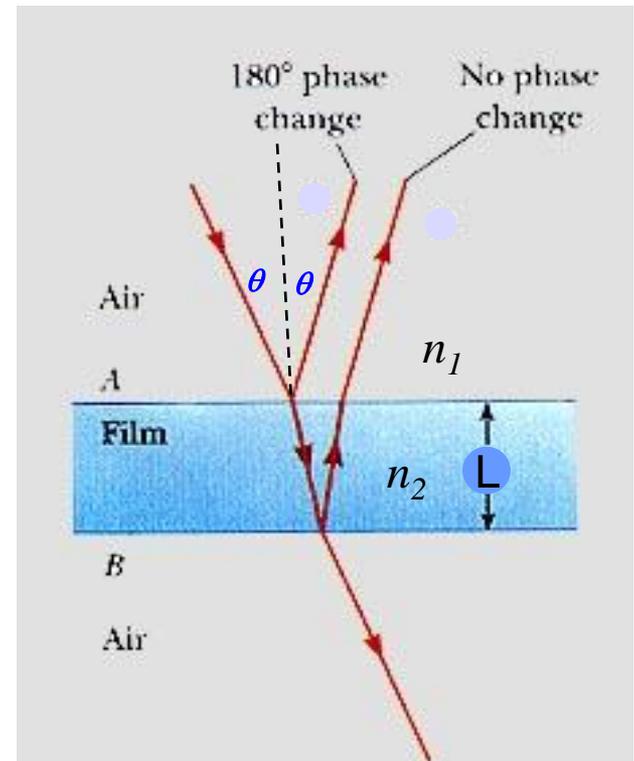
# Interferência em Filmes Finos

- Luz incidente em um filme fino apresenta efeitos de interferência associados à diferença de caminho óptico dentro do filme.

Considere:  $\theta \ll 1$

Fatos:

- Incidência de 1 para 2, onde  $n_2 > n_1$ ; o raio refletido tem defasagem de  $180^\circ$  e o refratado está em fase com o incidente;
- Incidência de 1 para 2, onde  $n_2 < n_1$ ; o raio refletido não tem defasagem.



$$n_2 > n_1$$

A mudança de fase se dá na interface 1

Interferência construtiva:

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_1 \frac{n_1}{n_2}; \quad \lambda_2 n_2 = \lambda_1 n_1 = \lambda \text{ (ar)}$$

$$2n_2 L = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Interferência destrutiva:  $2L = m\lambda_2 = m\lambda_1 \frac{n_1}{n_2}$

$$2n_2 L = m\lambda$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

$$n_2 < n_1$$

A mudança de fase se dá na interface 2

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

Interferência construtiva

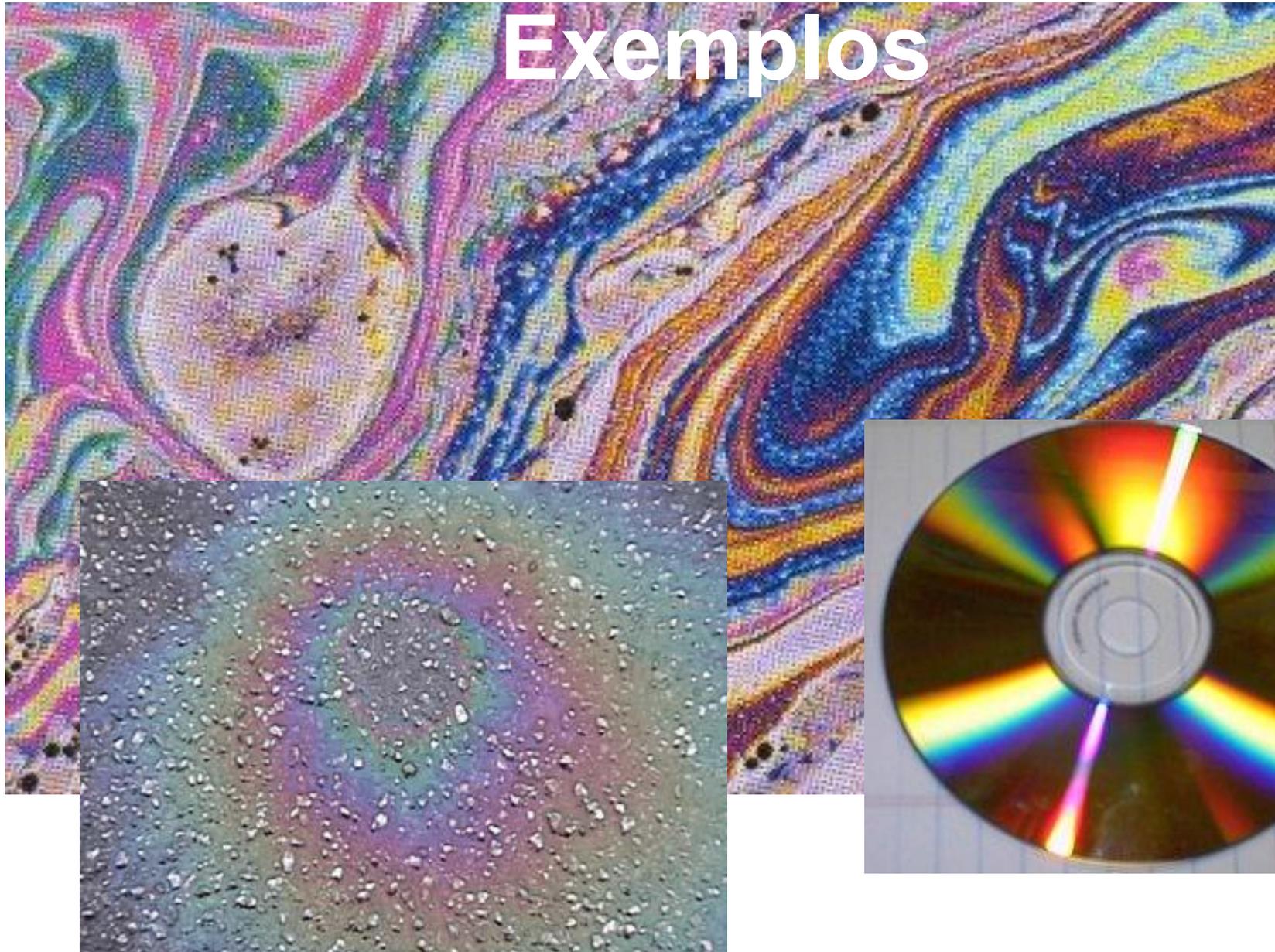
$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_1 \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow 2n_{21}L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_1 ;$$

$m = 0, 1, 2, \dots$

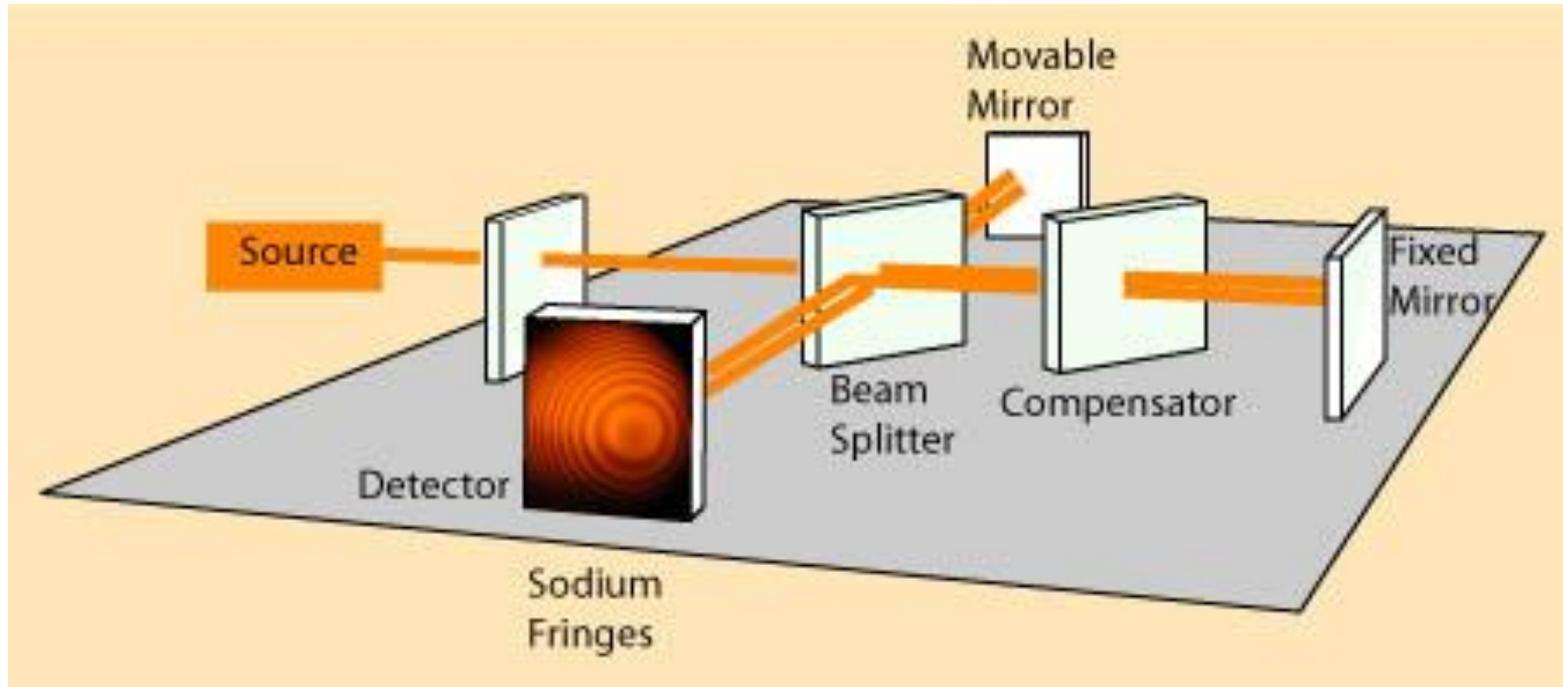
Interferência destrutiva

$$2L = m\lambda_2 = m\lambda_1 \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow 2n_{21}L = m\lambda_1 ;$$

# Exemplos



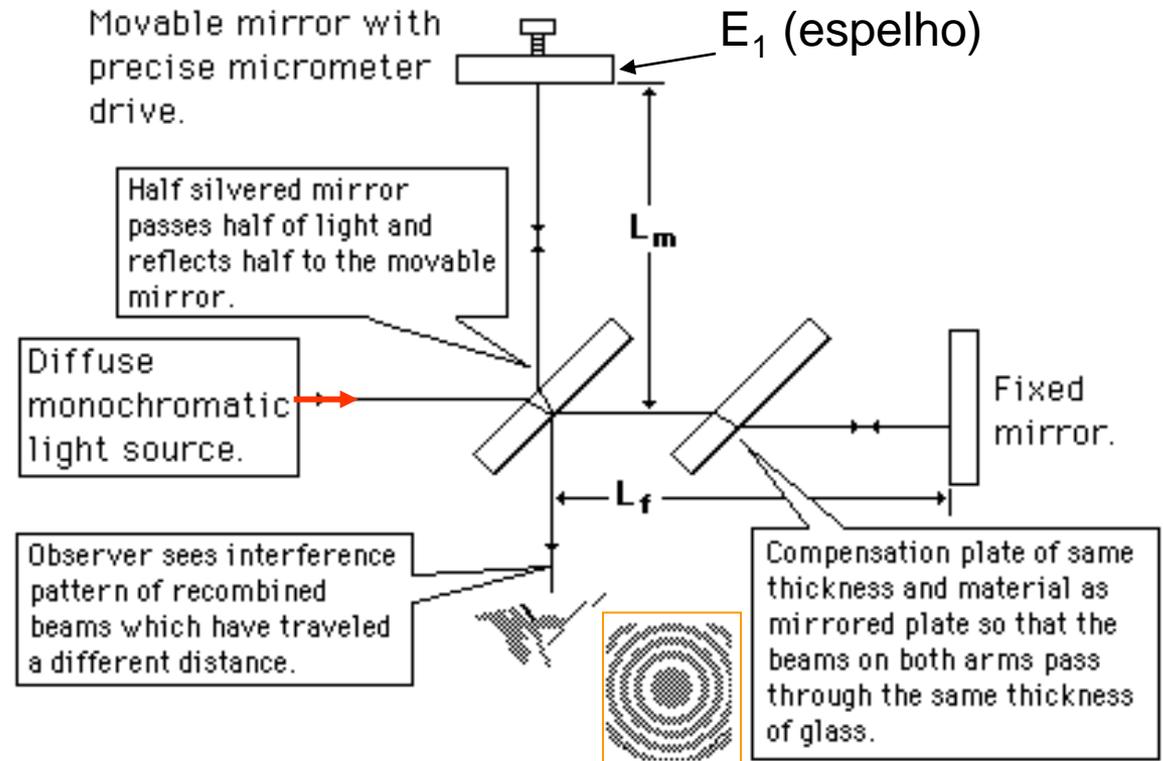
# Interferômetro de Michelson



# Interferômetro de Michelson

Diferença de caminho óptico:

$$2L_m - 2L_f$$



- Se a diferença for alterada temos modificação na interferência.
- Se E<sub>1</sub> mudar de  $\lambda/2$  todos os máximos se deslocam para os adjacentes ( $2 \times \lambda/2$ : uma franja).

# Interferômetro de Michelson

- Usando esta técnica é possível medir a espessura  $L$  de um bloco colocado no caminho dos raios.
- Michelson mostrou que o metro padrão era equivalente a 1.553.163,5 comprimentos de onda de uma luz monocromática emitida por uma fonte luminosa de Cádmiu. Por esta medida ele ganhou o Premio Nobel de Física de 1907.