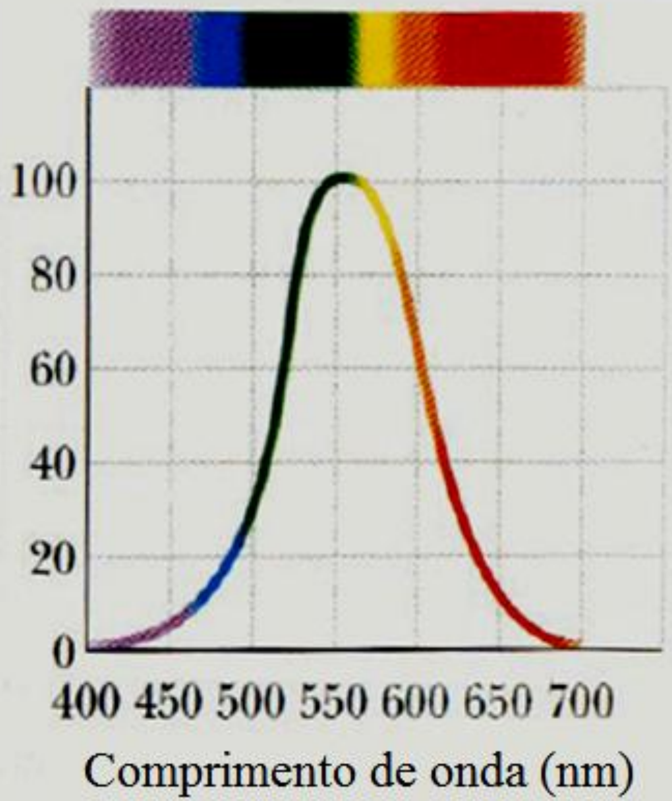
Aula 3
Ondas Eletromagnéticas

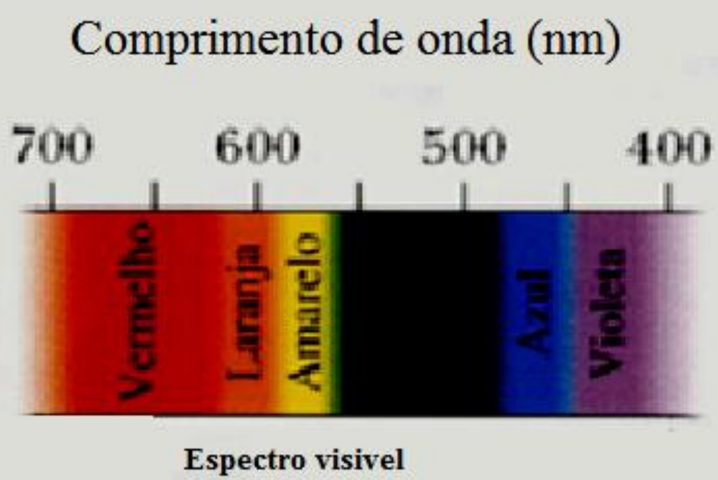
- Luz visível (nos permitem ver)
- Infravermelhos (aquecem a Terra)
- Ondas de radiofrequencia (transmissão de rádio)
- Microondas (cozinhar)

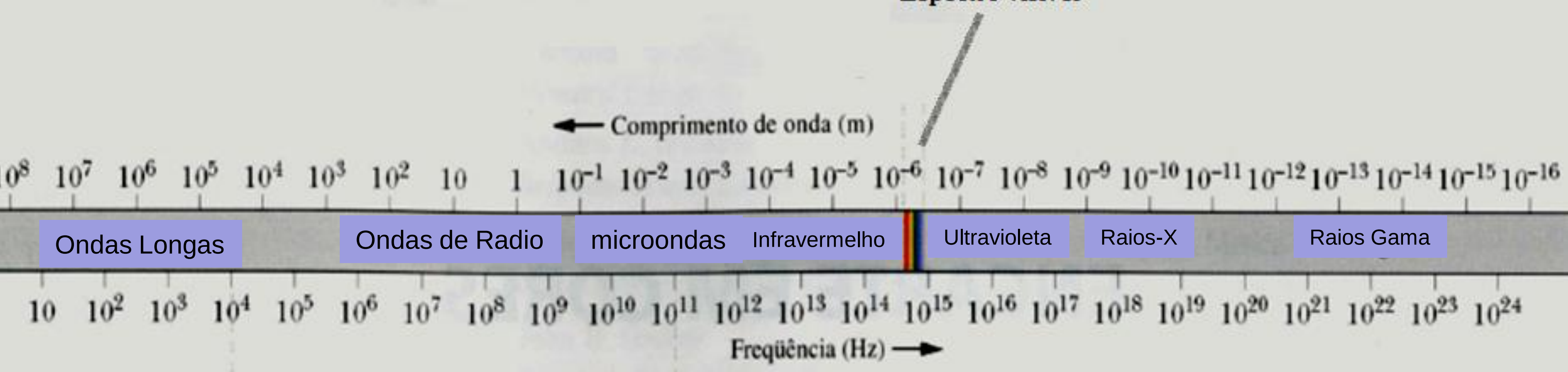
-Transporte de momento linear
- Polarização e Polarizadores
- Reflexão e Refração
- Dispersão
- Polarização por Reflexão

Ondas eletromagnéticas



Sensibilidade do olho humano





Ondas Eletromagnéticas

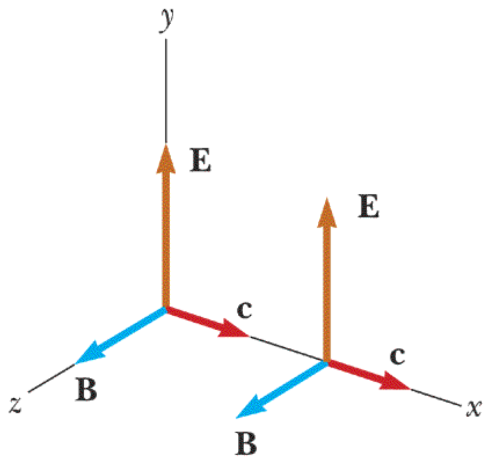
- São ondas transversais

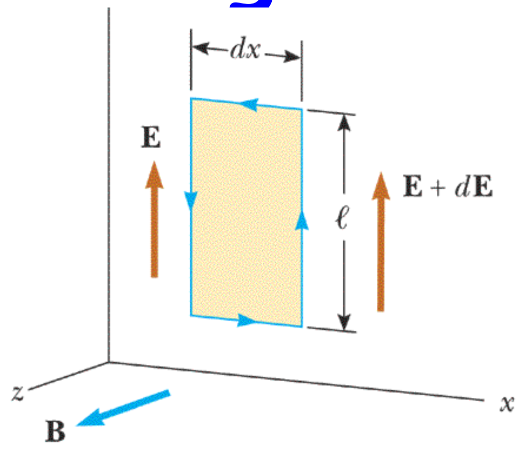
- Os campos elétricos e magnéticos de uma onda eletromagnética plana são perpendiculares entre si e à direção de propagação.

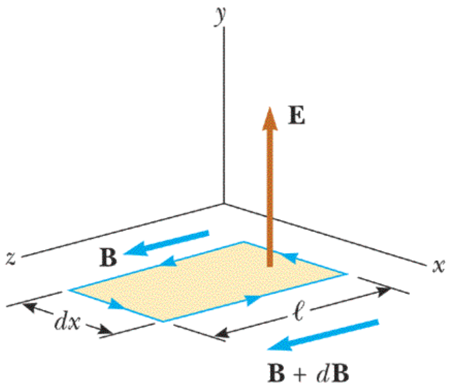
- Não necessitam de meio para propagar.

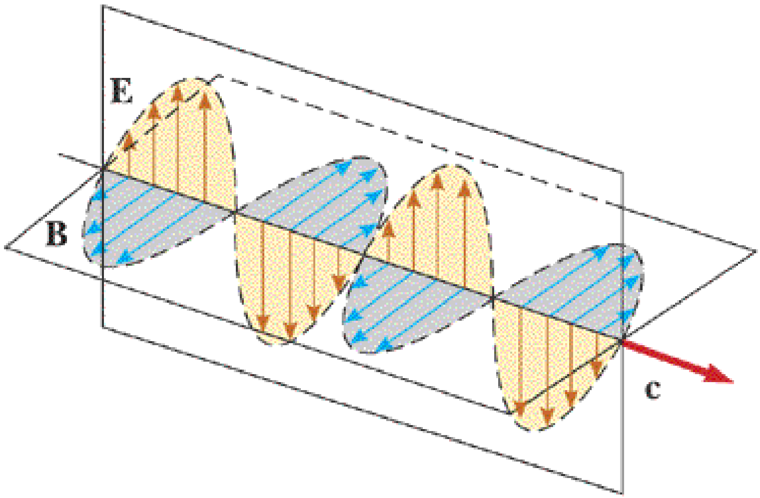
- Obedecem o princípio da superposição pois as Equações Diferenciais para E e B são lineares

Características de uma onda eletromagnética









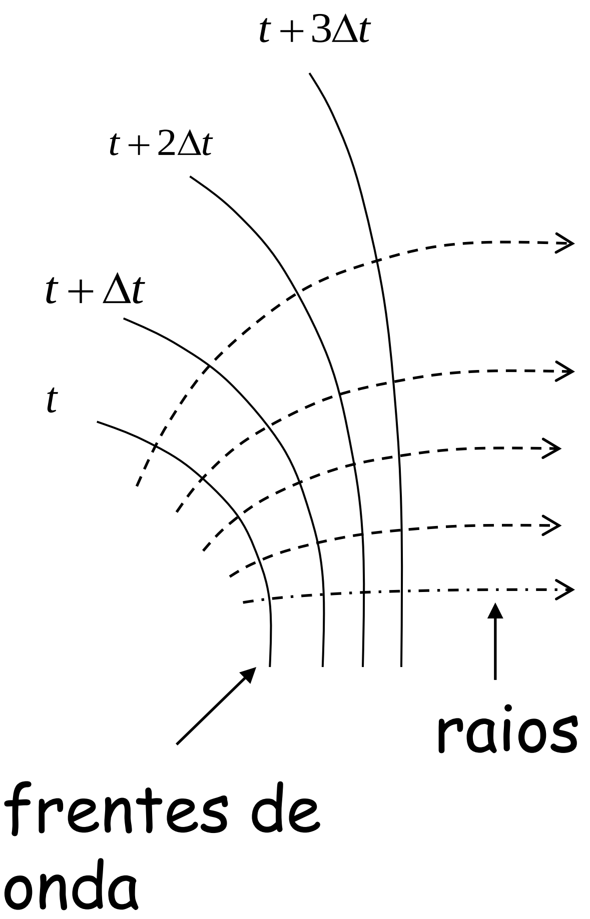
Velocidade de propagação

No vácuo $\quad \mathbf{c} = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

Em meios materiais $\quad \mathbf{v} = \dfrac{\mathbf{1}}{\sqrt{\boldsymbol{\mu}\ \boldsymbol{\varepsilon}}}$

$$\boxed{\mathbf{c} > \mathbf{v}}$$

Em geral $\quad \mathbf{v}(\vec{\mathbf{r}}) = \dfrac{1}{\sqrt{\mu(\vec{\mathbf{r}})\varepsilon(\vec{\mathbf{r}})}}$



A equação de onda

Assim as equações obedecidas pelas componentes de $E(r,t)$ e $B(r,t)$ são da forma

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(\vec{r},t)}{\partial t^2} - \nabla^2 u(\vec{r},t) = 0$$

onde $$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 m/s$$

"Esta velocidade é tão próxima da velocidade da luz que, aparentemente, temos fortes razões para concluir que ***a própria luz é um distúrbio eletromagnético****, na forma de ondas que se propagam através dos campos eletromagnéticos e de acordo com as leis do eletromagnetismo".*

Maxwell, 1862

A equação da onda eletromagnética

A solução geral da equação de onda é

$$E_y(x,t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

Em particular

$$E_y(x,t) = E_0 \sin k(x - ct) = E_0 \sin(kx - \omega t); \quad \omega = ck$$

é solução da equação de onda

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

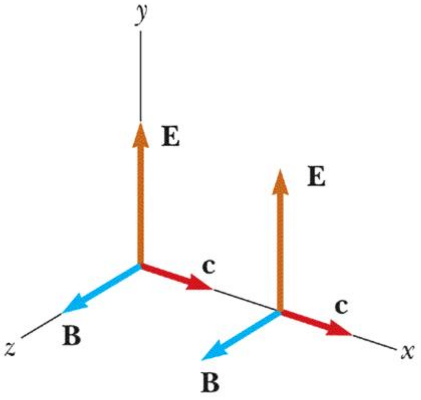
- Em geral, qualquer função periódica pode ser solução de uma equação de onda pois poderá ser expressa por uma Série de Fourier

Ondas eletromagnéticas

Tomemos $\vec{E}(x,t) = E_y(x,t)\,\hat{y}$

(3ª Eq. de Maxwell)

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x}\,\hat{z} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



Assim, temos:

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

B_z transverso à direção de propagação da onda:

- Sejam: $E_y(x,t) = E_m \,\text{sen}(kx - \omega t)$ e $B_z(x,t) = B_m \,\text{sen}(kx - \omega t)$

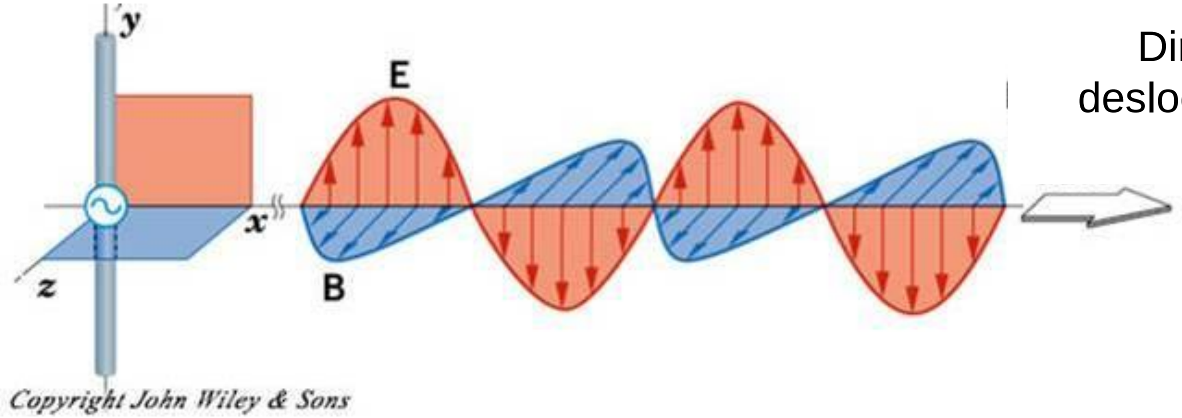
$$\boxed{\frac{E_m}{B_m} = \frac{\omega}{k} = c \quad \rightarrow \quad \frac{E_y}{B_z} = c}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

Ou seja, a todo instante a razão entre o campo elétrico e o campo de uma onda eletromagnética é igual á velocidade da luz.

Ondas eletromagnéticas planas

$$E_y(x,t) = E_0 \sin k(x - ct) = E_0 \sin(kx - \omega t); \quad \omega = ck$$

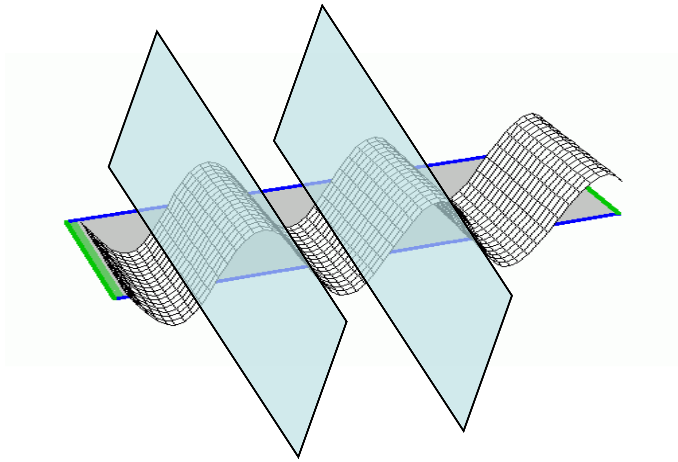


Direção de deslocamento da onda

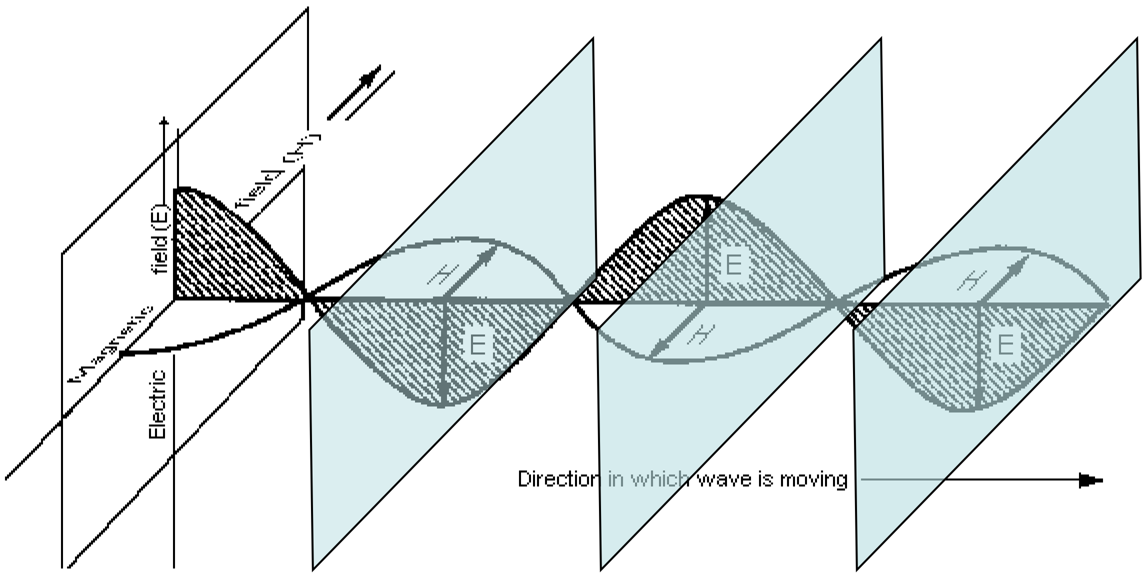
- *E* e *B* propagam-se em fase.

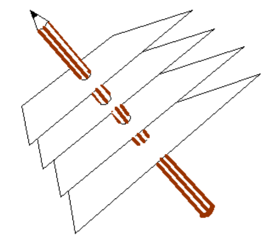
- *E* e *B* são mutuamente perpendiculares.

- *E* x *B* aponta na direção de propagação



Frente de onda plana





A frente de onda é o lugar geométrico dos pontos onde

$$\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t = \text{const.}$$

Ondas eletromagnéticas – principais parâmetros

Período: $\boxed{T}$

Comprimento de onda: $\boxed{\lambda}$

Freqüência: $\boxed{f = \frac{1}{T}}$

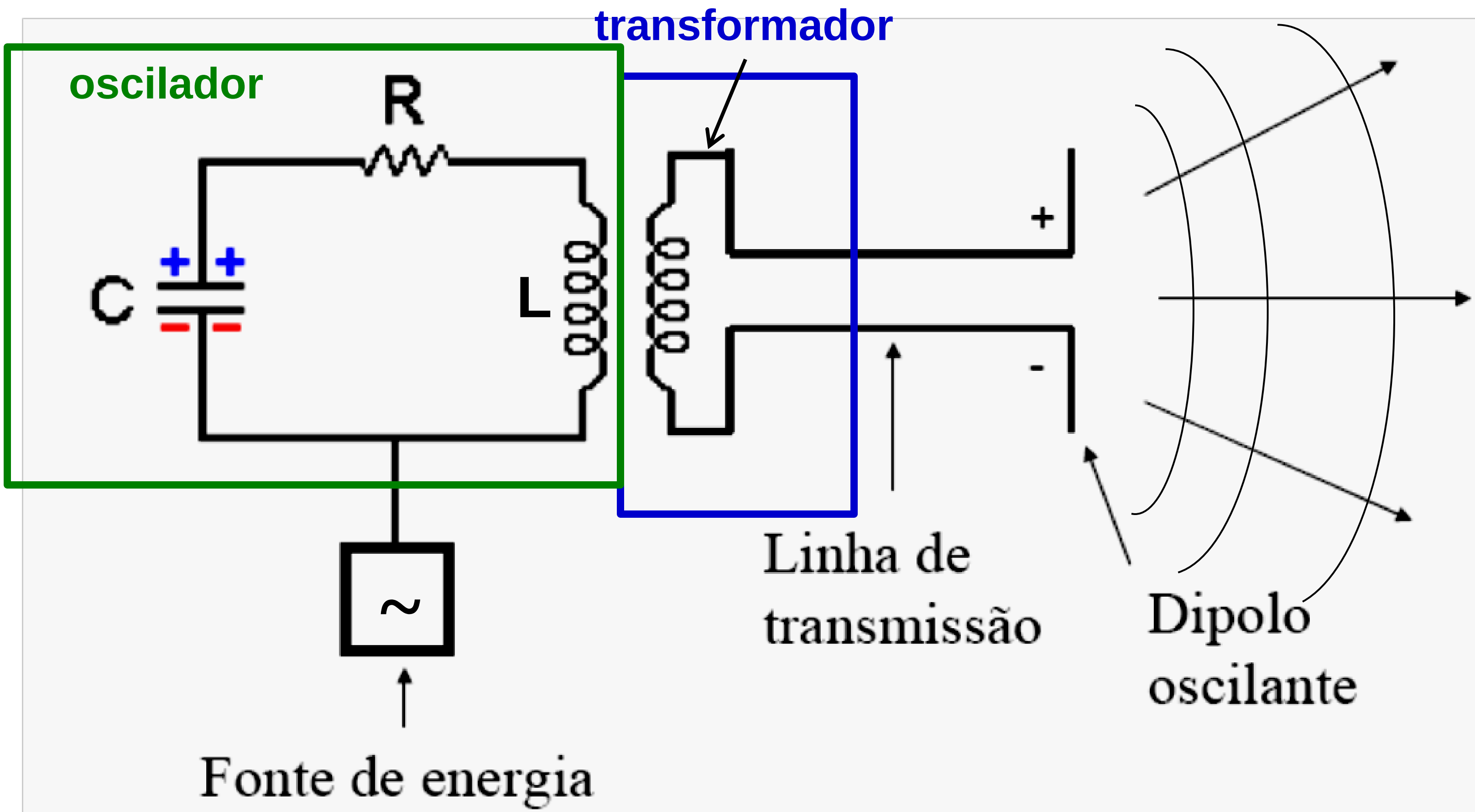
Freqüência angular: $\boxed{\omega = 2\pi f}$

Número de onda: $\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$

Velocidade de uma onda: $\boxed{v = \frac{\omega}{k} = \lambda f}$

Geração de Ondas eletromagnéticas

Transmissor : Gerador de corrente alternada ligado a uma antena



$$\text{Oscilação da corrente} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Geração de Ondas eletromagnéticas

Transmissor : Gerador de corrente alternada ligado a uma antena

O oscilador está acoplado a uma linha de transmissão por um transformador.

Este acoplamento gera uma corrente no oscilador que varia senoidalmente e provova uma oscilação das cargas do oscilador com frequencia $\omega=(LC)^{1/2}$.

A antena equivale a um dipolo elétrico cujo momento dipolar elétrico varia com o tempo.

$\lambda \sim$ 1m,
Ondas de rádio

$$\boxed{\text{Oscilação da corrente} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

Transporte de Energia por ondas eletromagnéticas

As densidades de energia elétrica e magnética são:

$$u_E(\vec{r},t)=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad e \qquad u_B(\vec{r},t)=\frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$\textit{como} \qquad B=\frac{E}{c} \qquad \Rightarrow \qquad u_B(\vec{r},t)=\frac{E^2}{2c^2\mu_0}=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Logo, a densidade total de energia armazenada no campo de radiação é:

$$\boxed{u(\vec{r},t)=u_E(\vec{r},t)+u_B(\vec{r},t)=\varepsilon_0 E^2}$$

$$\boxed{u\,(\vec{r},t) = u_E(\vec{r},t) + u_B(\vec{r},t) = \varepsilon_0 E^2}$$

Como $$E^2(\vec{r},t) = E_0^2 \sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$$

A média temporal da densidade de energia é dada por :

$$\bar{u} = \varepsilon_0 \overline{E^2} = \varepsilon_0 E_0^2 \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T \sin^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\,dt}_{=\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$$

A intensidade da radiação será então:

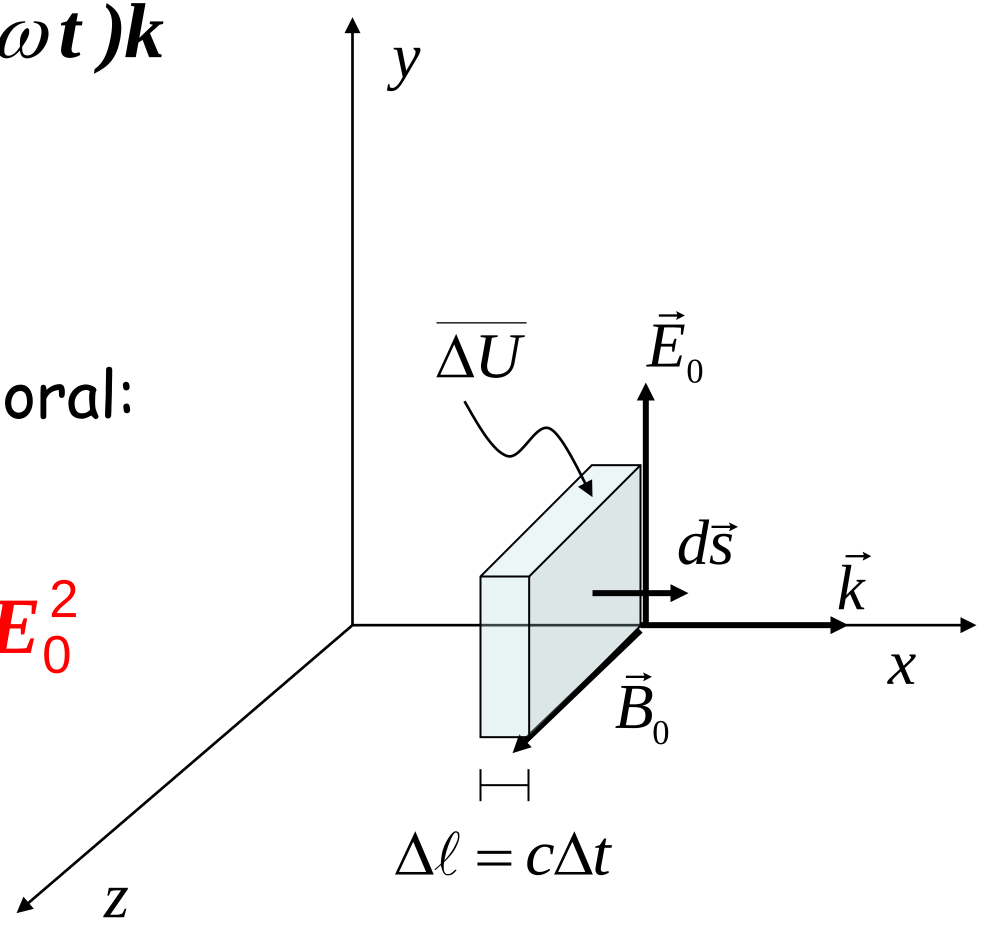
$$I \equiv \frac{\overline{\Delta U}}{A\,\Delta t} = \frac{\overline{\Delta U}}{A\,\Delta \ell}\frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \bar{u}\,c = \frac{1}{2}c\,\varepsilon_0 E_0^2$$

Pode-se desenvolver a mesma expressão como:

$$\vec{E} \times \vec{B} = \frac{E_0^2}{c} \sin^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)\hat{k}$$

Calculando-se a média temporal:

$$\overline{|\vec{E} \times \vec{B}|} = \frac{E_0^2}{2c} = \frac{1}{2} c\mu_0\varepsilon_0 E_0^2$$



A taxa de fluxo de energia é definida então pelo Vetor de Poynting.

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}$$

A intensidade de uma onda eletromagnética é igual à densidade média de energia multiplicada pela velocidade da luz.

$$I = S_{medio} = c.u_{media}$$

Transporte de momento linear da onda eletromagnética

Pressão de radiação

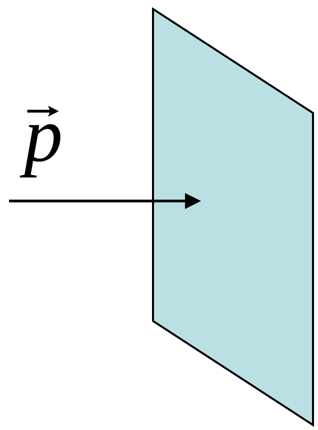
O mesmo elemento que transporta a energia $\overline{\Delta U}$ também transporta o momento linear

$$\Delta \vec{p} = \frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k}$$

Momento linear transferido para um objeto onde incide a radiação

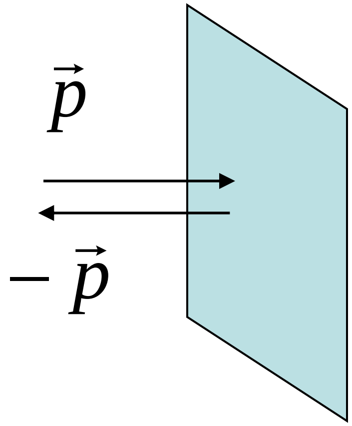
$$\Delta\vec{p}_a = \frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k}$$

no caso de absorção total da radiação



$$\Delta\vec{p}_r = 2\frac{\overline{\Delta U}}{c}\hat{k}$$

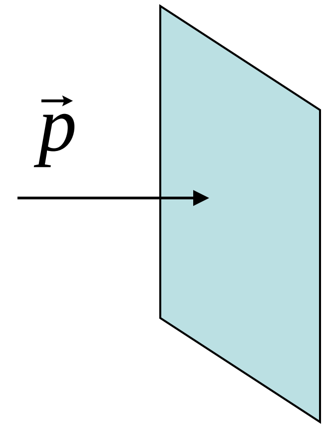
no caso de reflexão total da radiação



Mas, $$I \equiv \frac{\overline{\Delta U}}{A\,\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \overline{\Delta U} = I A \Delta t$$

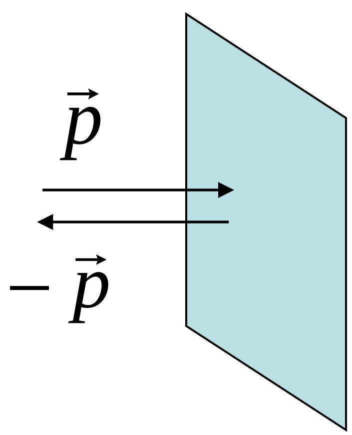
Pressão de radiação na absorção total

força: $$F_a = \frac{\Delta p_a}{\Delta t} = \frac{IA}{c} \Rightarrow$$ pressão: $$P_a = \frac{F_a}{A} = \frac{I}{c}$$



Pressão de radiação na reflexão total

força: $$F_r = \frac{\Delta p_r}{\Delta t} = \frac{2IA}{c} \Rightarrow$$ pressão: $$P_r = \frac{F_r}{A} = \frac{2I}{c}$$

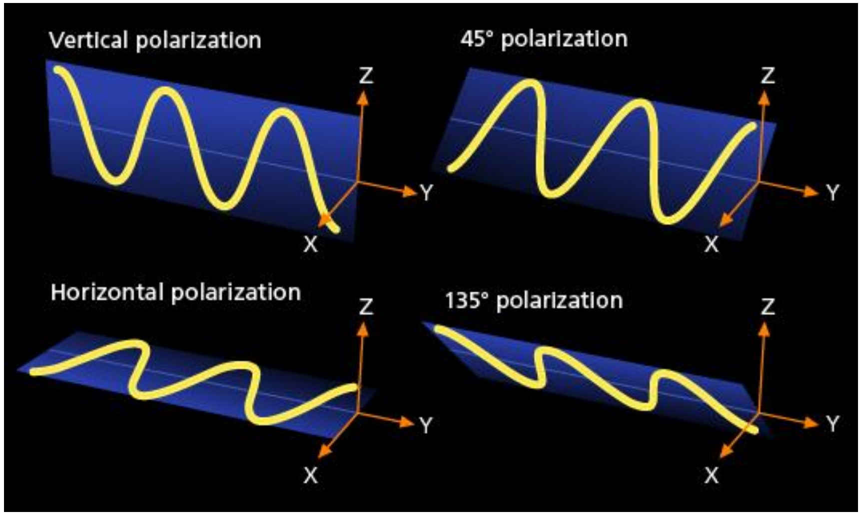


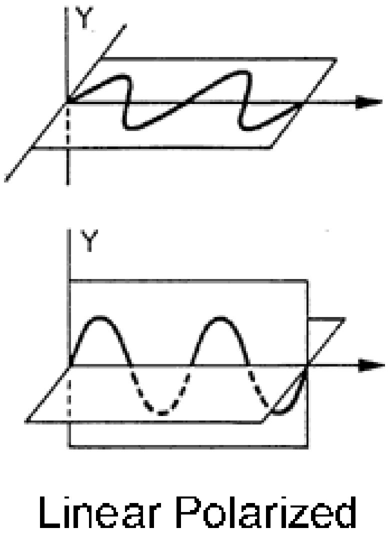
Polarização da radiação

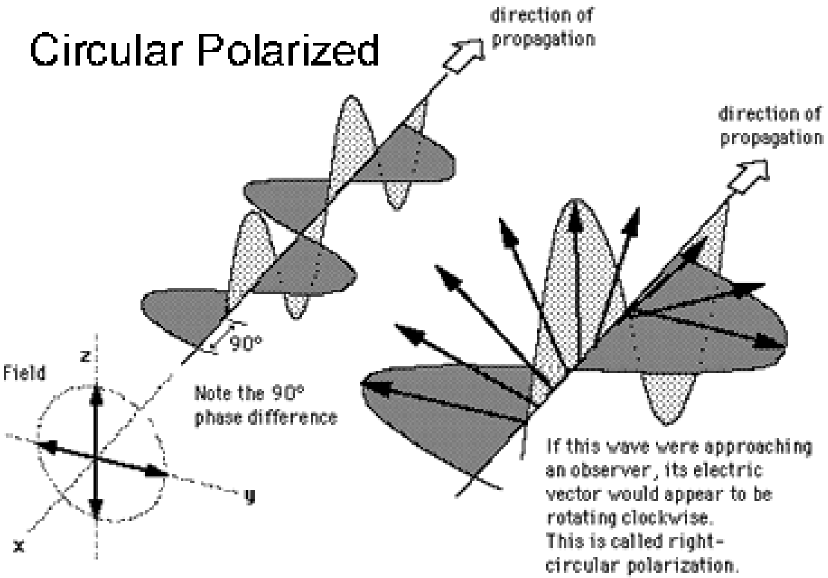
Polarização linear:

Direção do campo elétrico

$$\vec{E}(\vec{r},t)$$

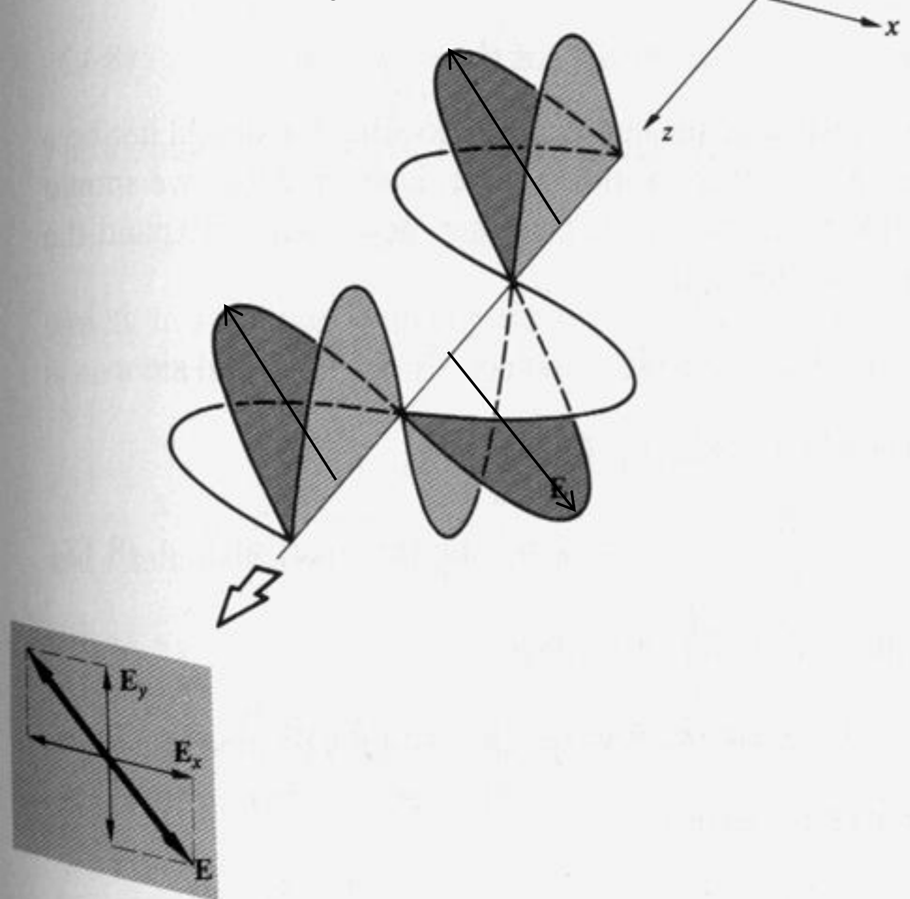






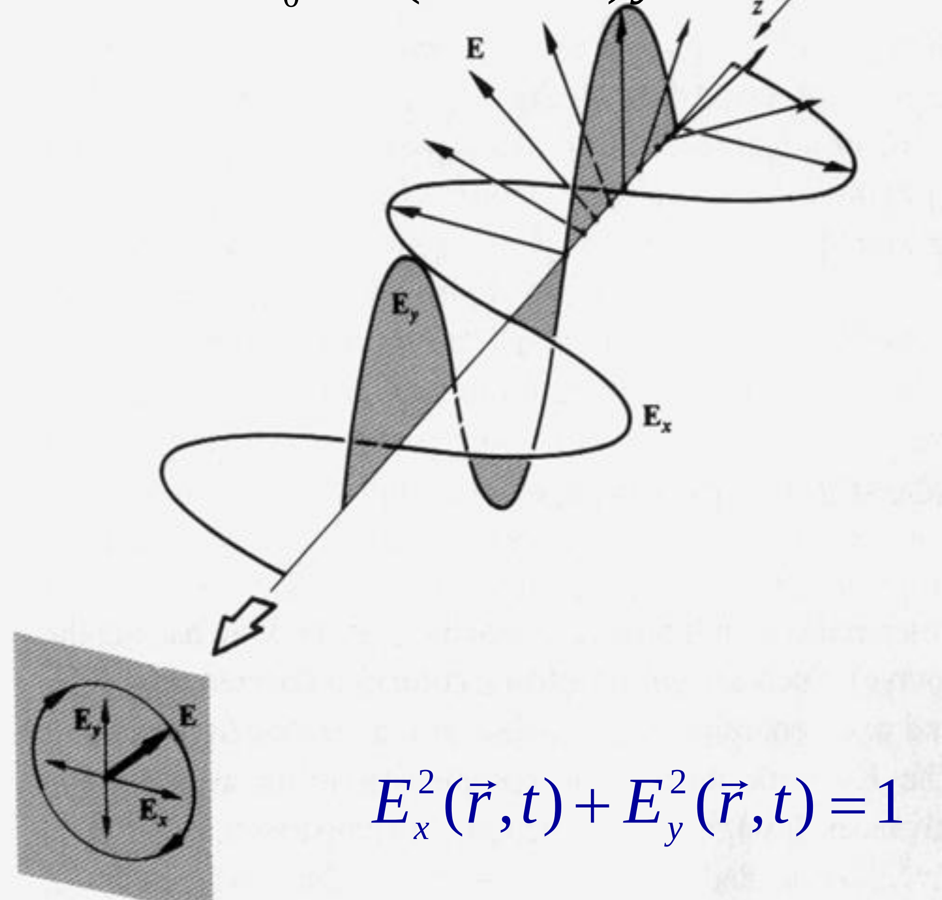
Polarização linear

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$$



Polarização circular

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 \sin(kz - \omega t)\hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t)\hat{y}$$

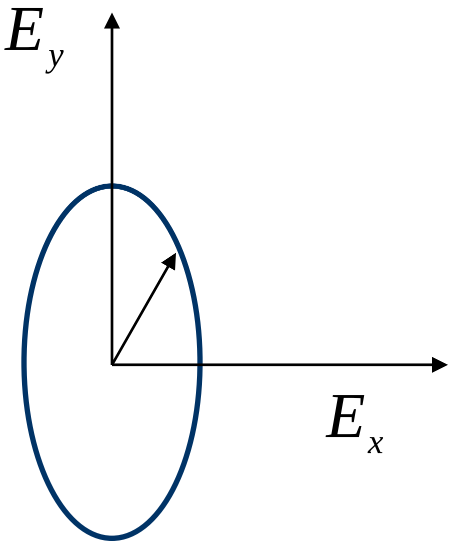


$$E_x^2(\vec{r},t) + E_y^2(\vec{r},t) = 1$$

Polarização elíptica

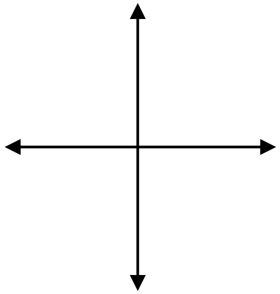
$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_{x0}\sin(kz-\omega t)\hat{x} + E_{y0}\cos(kz-\omega t)\hat{y}$$

$$\frac{E_x^2(\vec{r},t)}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2(\vec{r},t)}{E_{y0}^2} = 1$$



Um pulso eletromagnético geral corresponde a uma superposição de vários pulsos que oscilam em diferentes direções, com diferentes fases

→ radiação não-polarizada

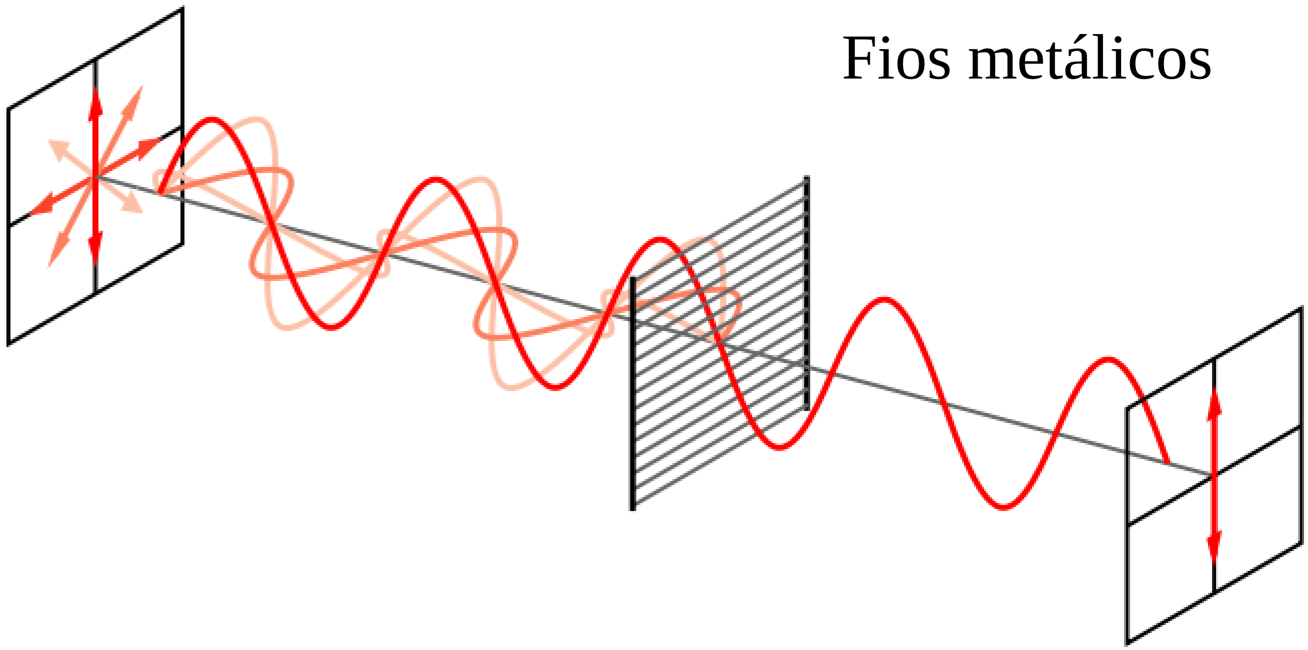


Polarizadores

A luz polarizada em uma dada direção é absorvida pelo material usado na fabricação do polarizador. A intensidade da luz polarizada perpendicularmente a esta direção fica inalterada.

Exemplo:

Fios metálicos



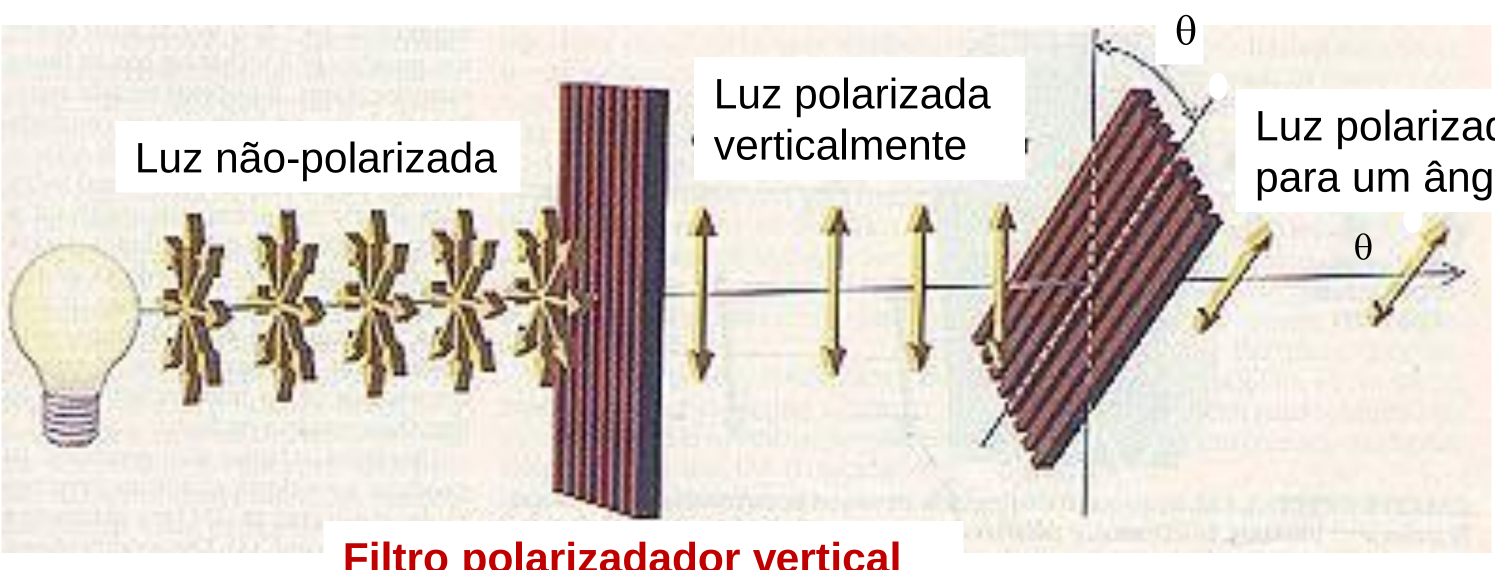
Polarizadores

Intensidade da radiação incidente não-polarizada:

$$I_0 = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_0^2$$

Intensidade da radiação polarizada ao longo de $\hat{y}$

$$I = I_0 \overline{\cos^2\theta} = \frac{I_0}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2\theta \, d\theta = \frac{I_0}{2}$$



Analisador – a luz incidente deve estar polarizada

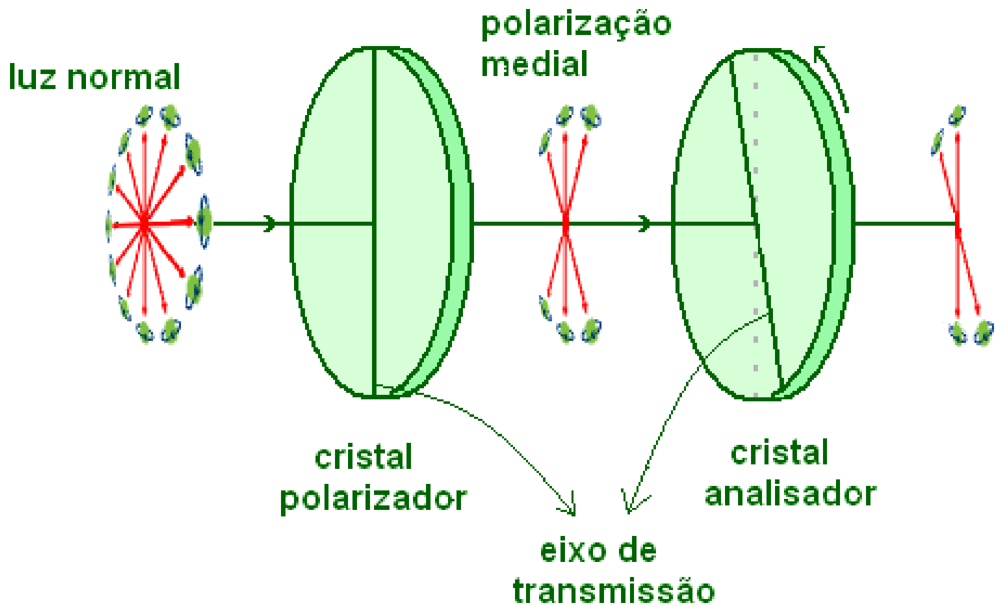
Intensidade incidente da radiação polarizada:

$$I = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_{||}^2$$

$$E_{||} = E_0 \cos\theta$$

$$E_{\perp} = E_0 \sin\theta$$

Intensidade da radiação polarizada ao longo de :

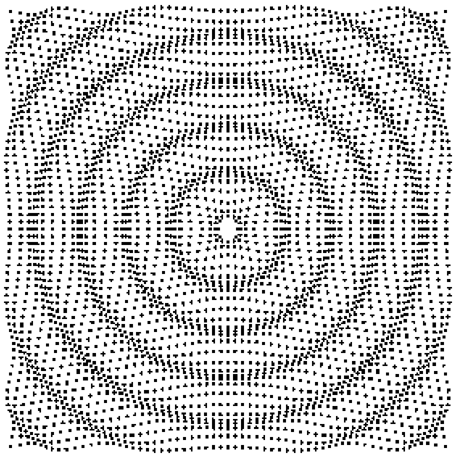


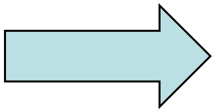
$$I = I_0 \cos^2\theta$$

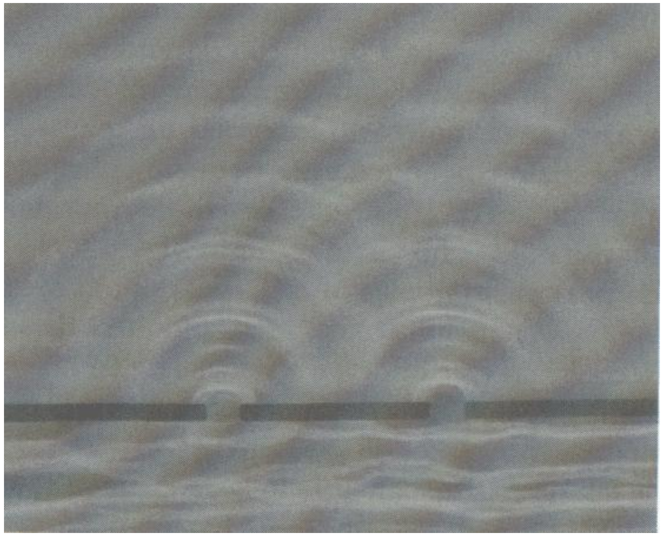
Reflexão e refração: Princípio de Huygens

Todos os pontos de uma frente de onda se comportam como ***<u>fontes pontuais</u>*** para ondas secundárias.

Depois de um intervalo de tempo t, a nova posição da frente onda é dada por uma superfície tangente a estas ondas secundárias.

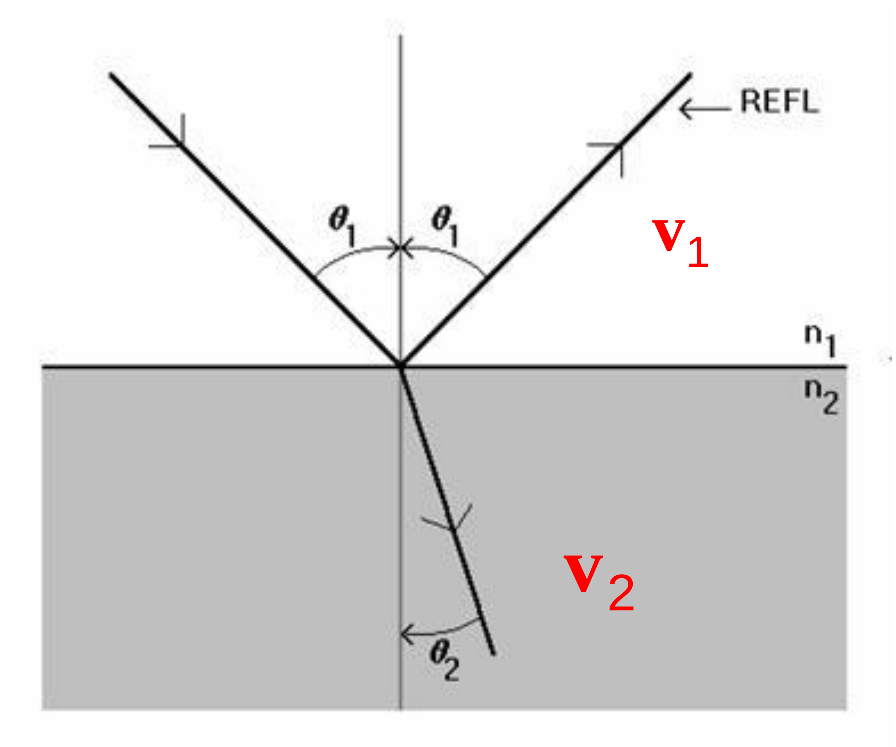


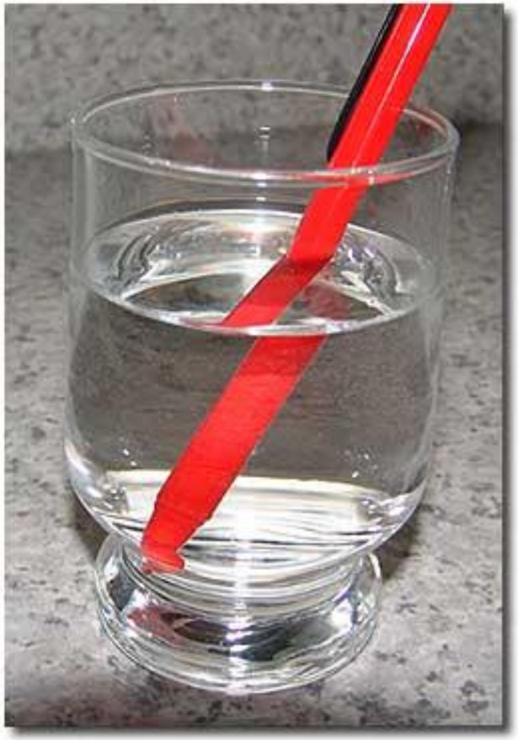




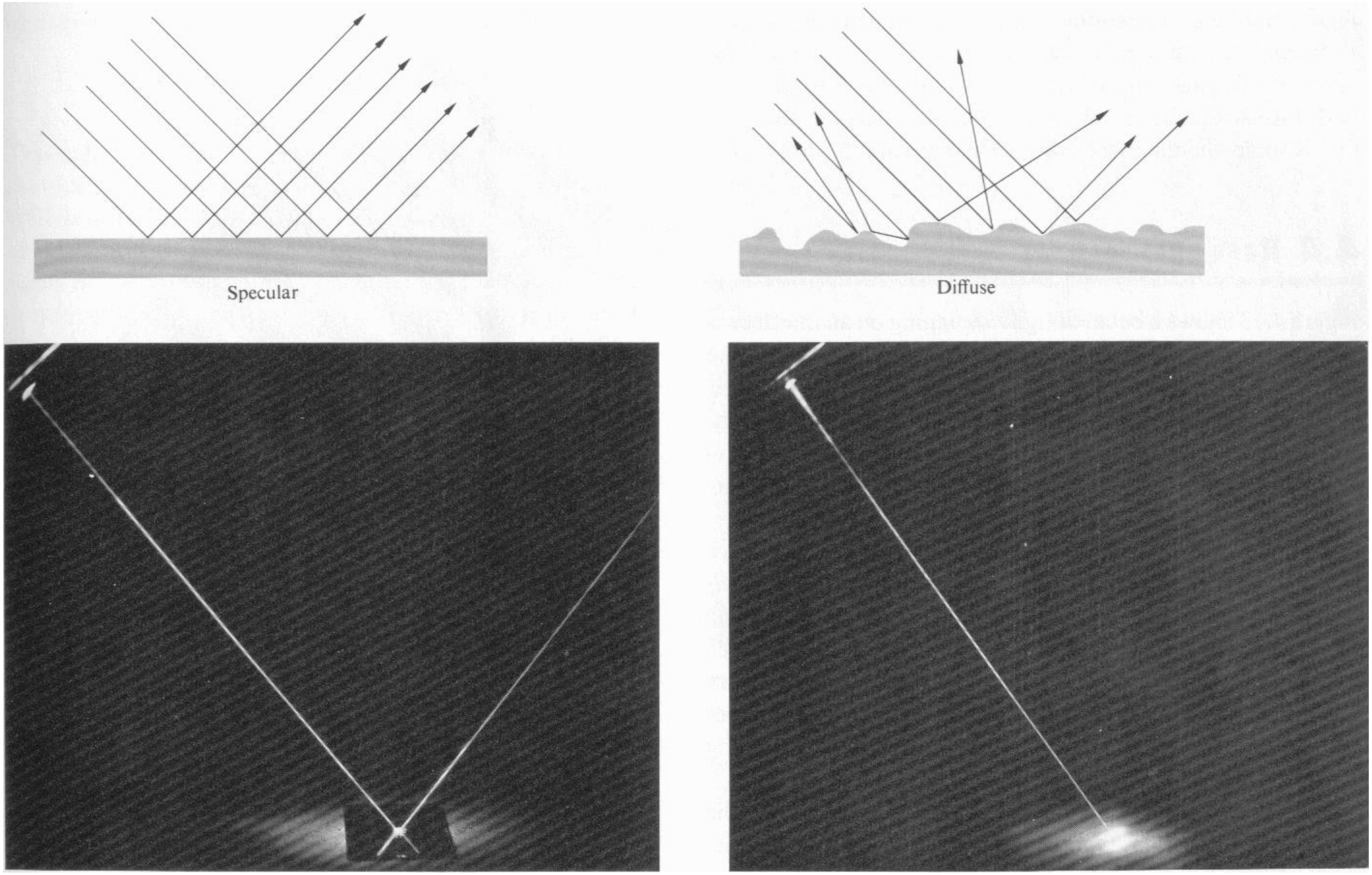
Índice de refração

$$\mathbf{n} \equiv \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{v}}$$



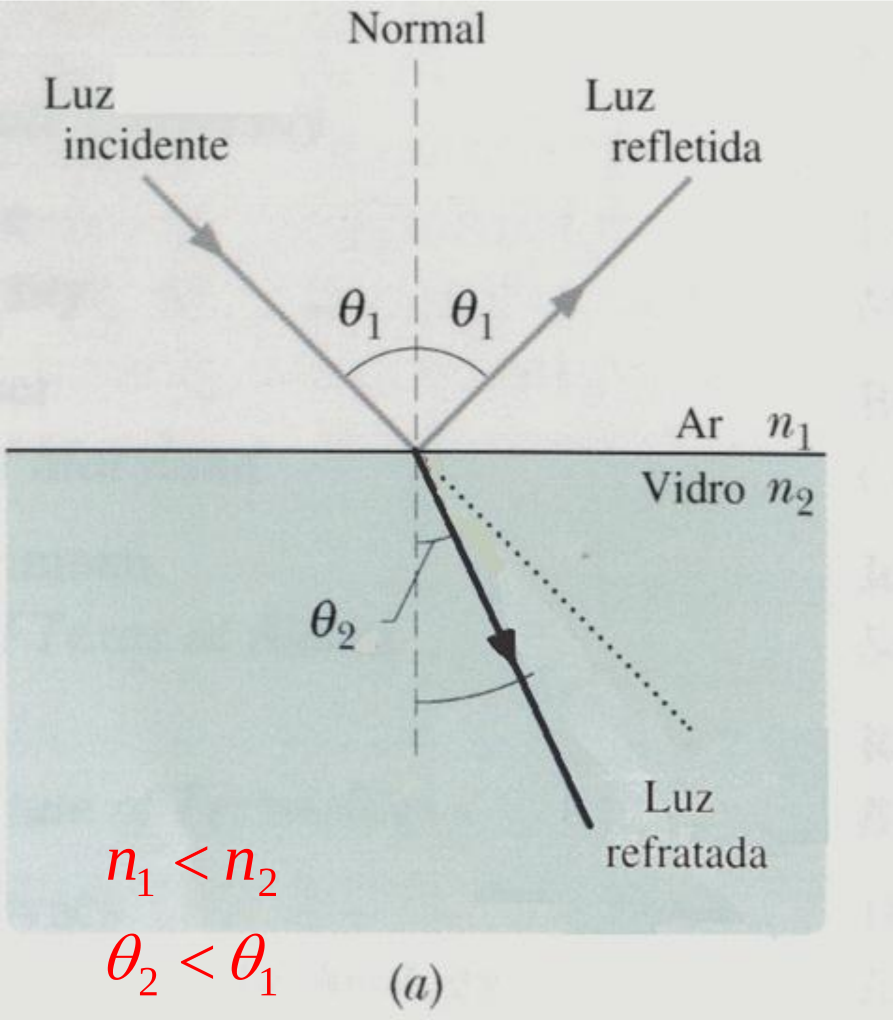


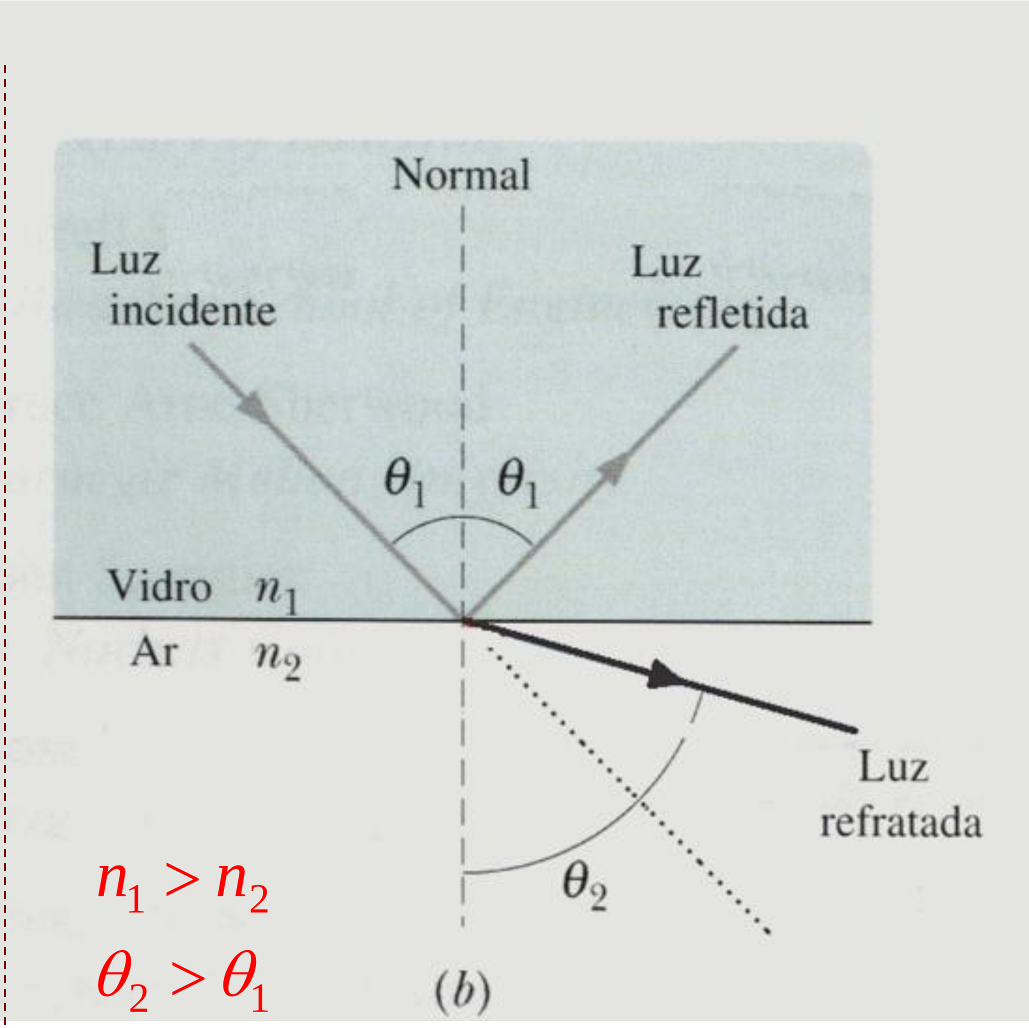
Reflexão especular x Reflexão difusa



Lei de Snell

$$\text{sen}\,\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\,\text{sen}\,\theta_1$$





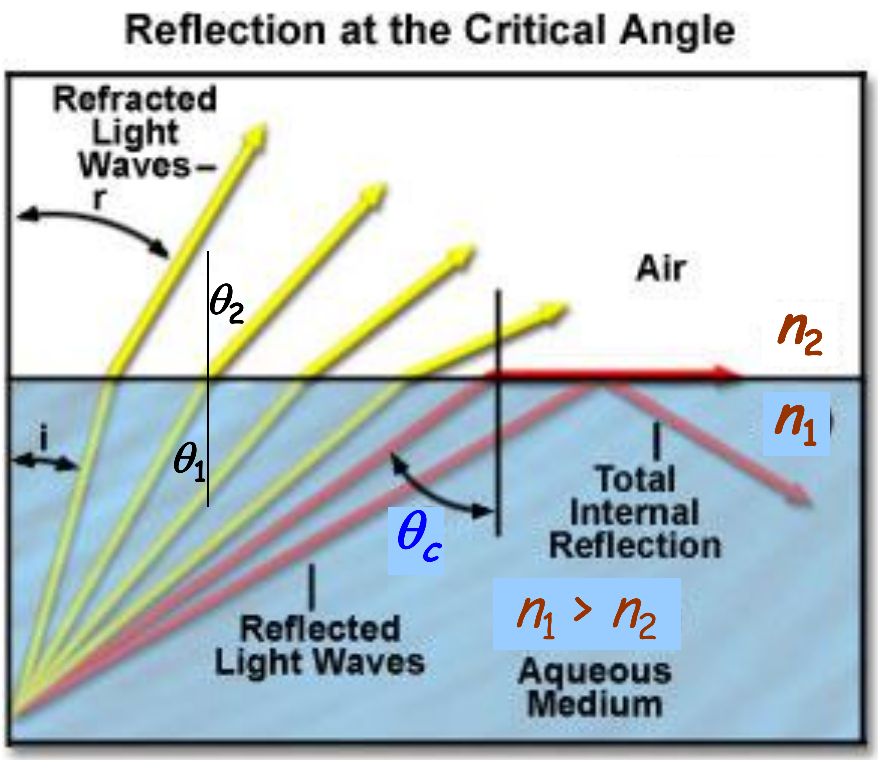
Reflexão interna total

Se a incidência se dá de um meio mais refringente para outro menos refringente, ou seja, $\mathbf{n}_1 > \mathbf{n}_2$, há um ângulo crítico acima do qual só há reflexão.

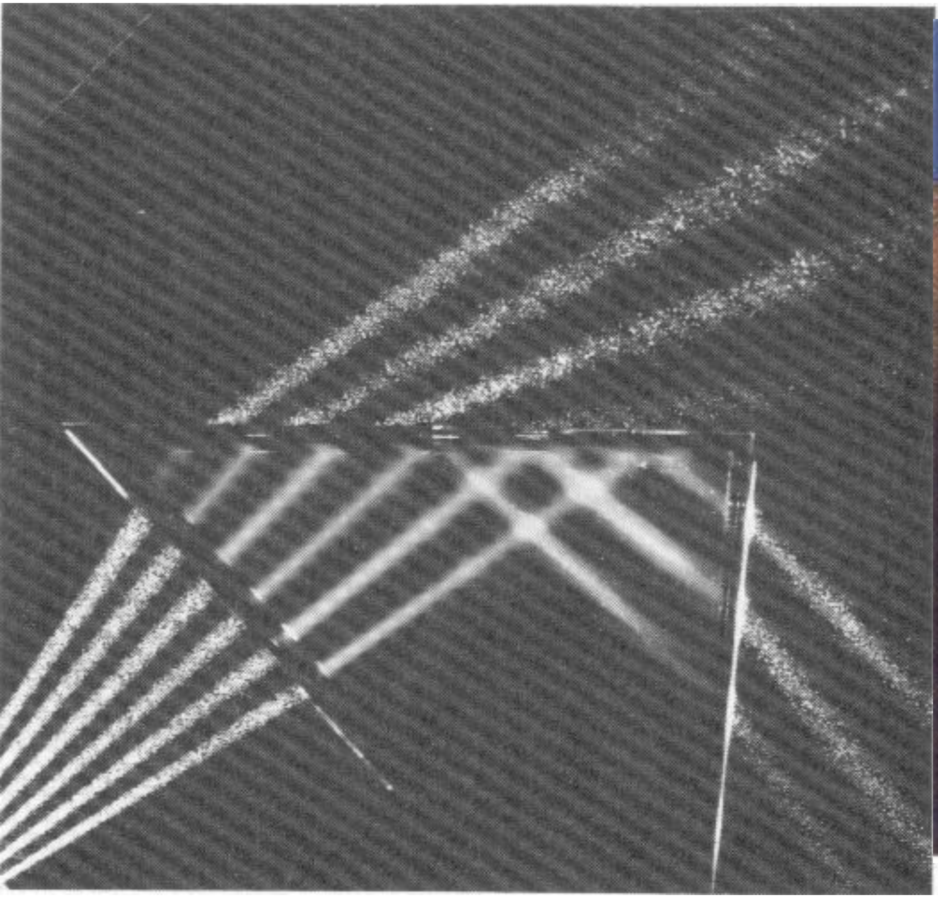
$$\boxed{\mathbf{n}_1 \sin\theta_1 = \mathbf{n}_2 \sin\theta_2}$$

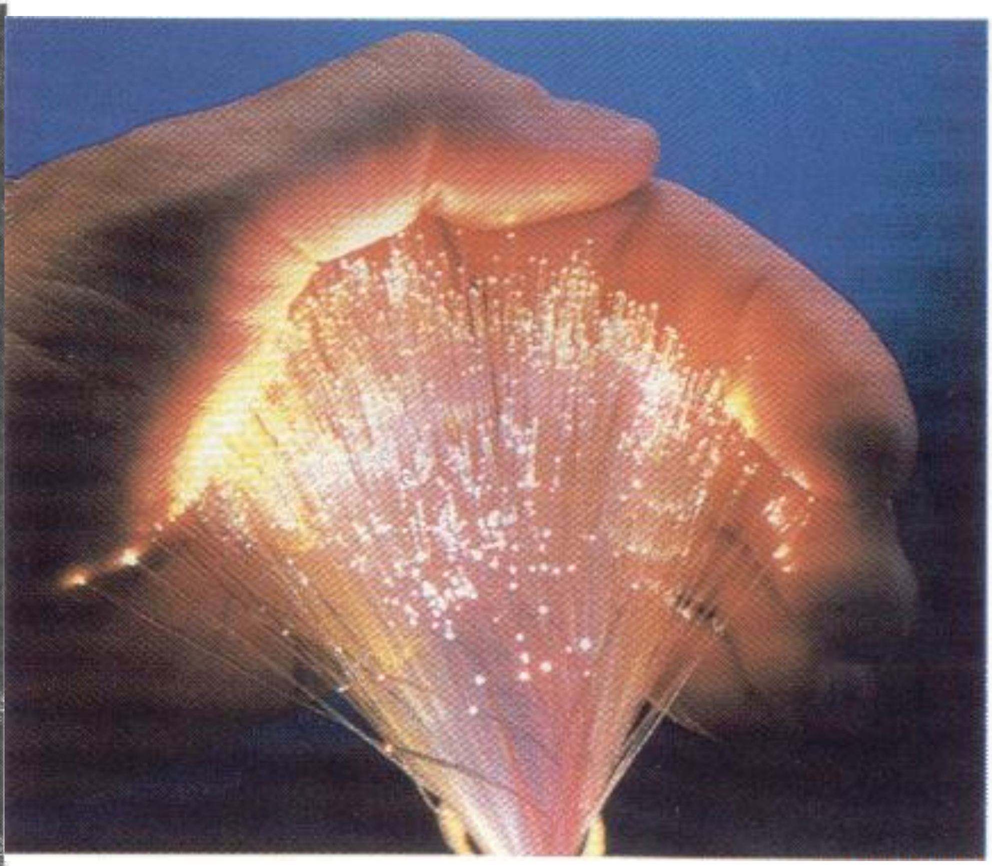
$$\mathbf{n}_1 \sin\theta_c = \mathbf{n}_2 \sin\frac{\pi}{2} = \mathbf{n}_2$$

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{\mathbf{n}_2}{\mathbf{n}_1}\right)$$



Reflexão interna total: fibras ópticas





Dispersão Cromática

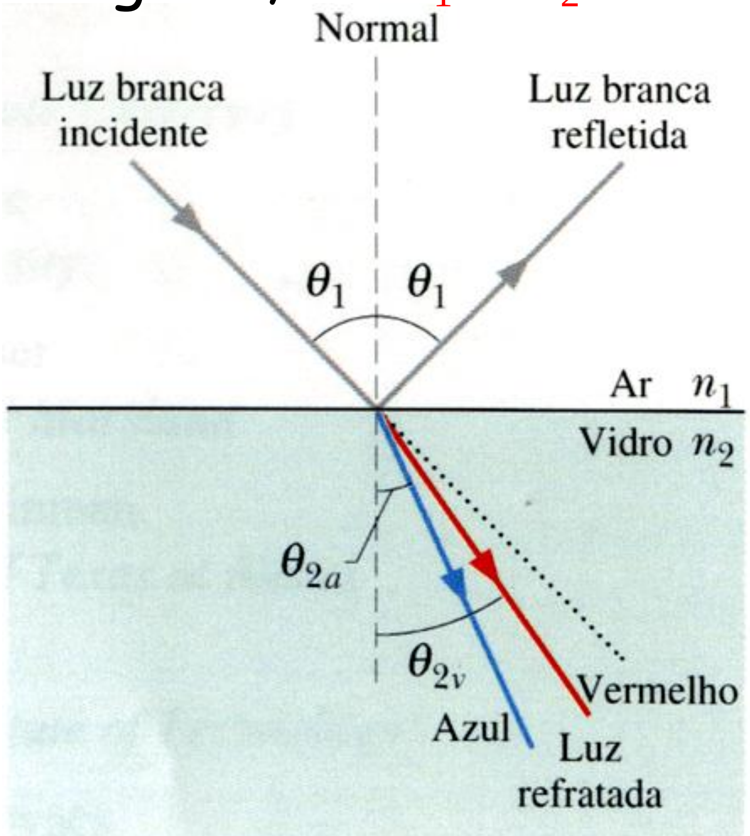
$n = n(\omega)$

$$\boxed{\mathbf{n}_1 \sin\theta_1 = \mathbf{n}_2 \sin\theta_2}$$

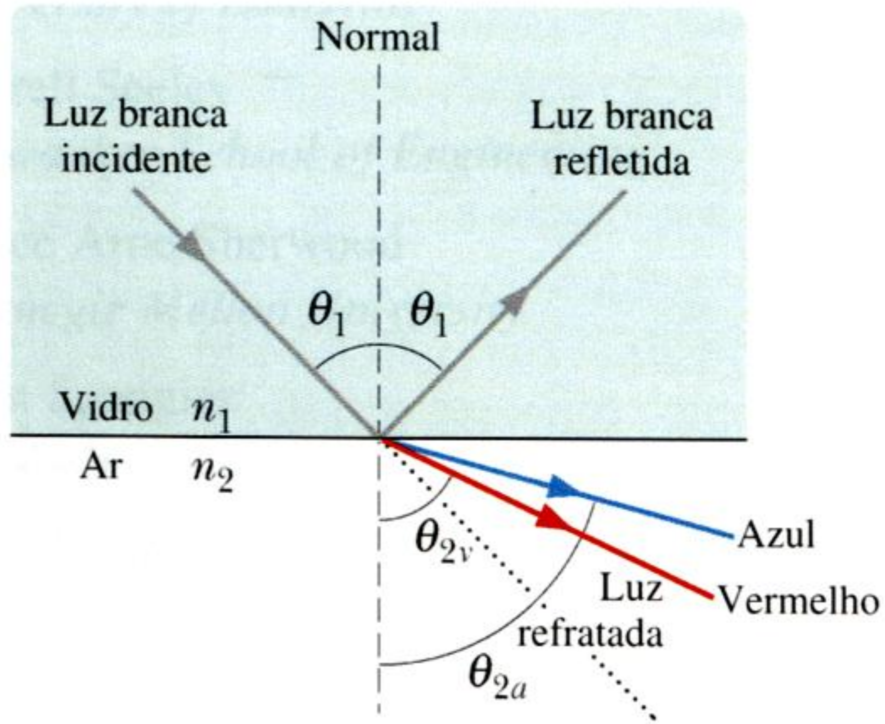
Luz branca

Em geral, se $\omega_1 > \omega_2 \Rightarrow n(\omega_1) > n(\omega_2)$

Para cada cor, θ_1 igual, θ_2 muda.

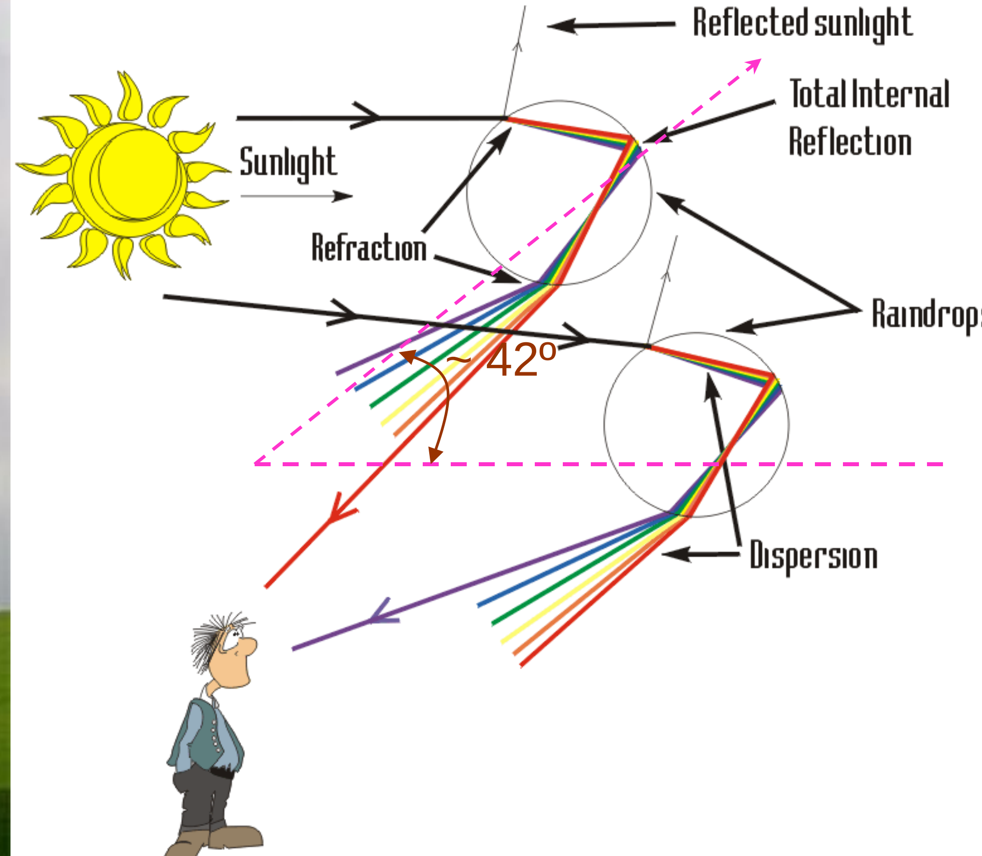


(a)



(b)

Dispersão cromática: Formação do arco-íris



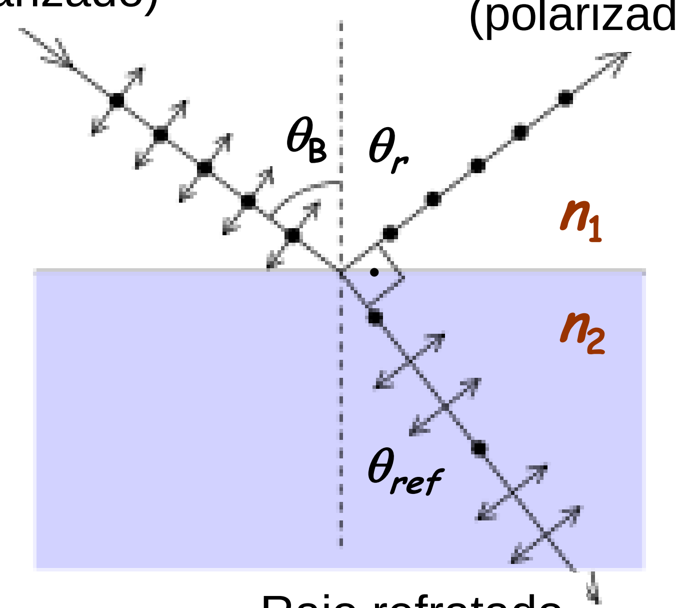
Reflexão de ondas transversais

Corda com uma extremidade fixa:

Pulso refletido invertido ao pulso incidente

Polarização por reflexão

A luz refletida por uma superfície é totalmente polarizada na direção perpendicular ao plano de incidência quando



$$\theta_i + \theta_{refr} = \frac{\pi}{2} \quad \blacktriangleright \quad \left(\theta_r + \theta_{refr} = \frac{\pi}{2}\right)$$

Então

$$\mathbf{n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{\tan \theta_i = \frac{n_2}{n_1}}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \theta_i \equiv \theta_B = \mathbf{\tan^{-1} \frac{n_2}{n_1}} \\ \theta_B : \text{ângulo de Brewster} \end{array} \right.$$