

ONDAS II

Princípio da superposição

Duas ondas :

$$y_1(x, t) \quad \text{e} \quad y_2(x, t)$$

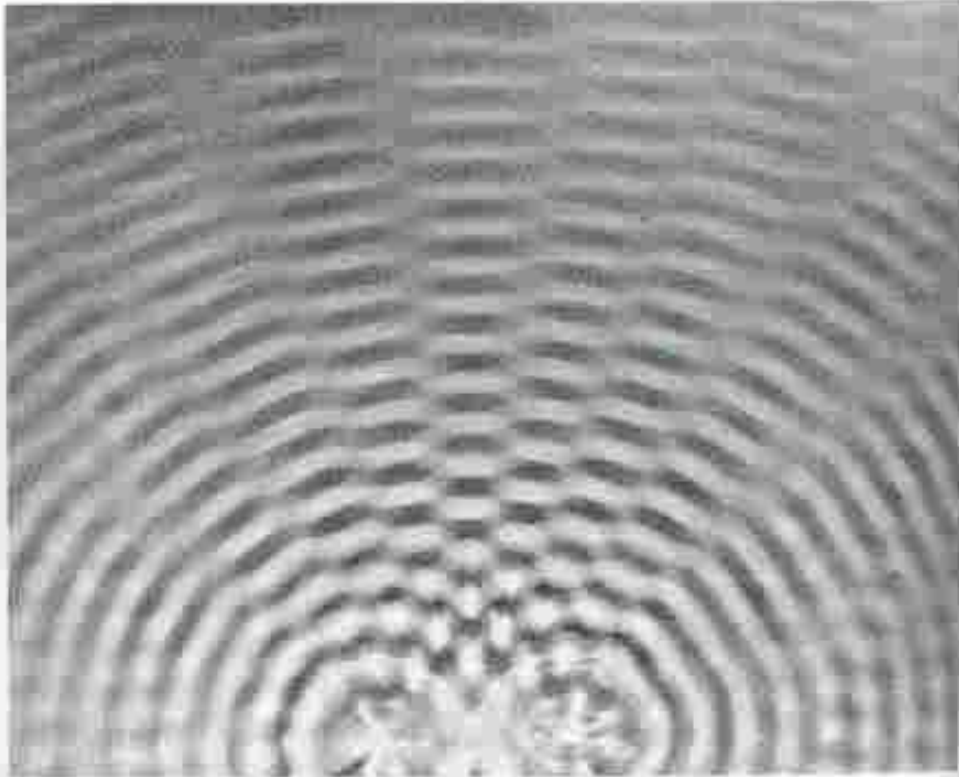
SE as duas ondas existem numa corda simultaneamente,

Onda resultante

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

Consequência direta do fato da Equação da Onda ser uma Equação Diferencial Linear.

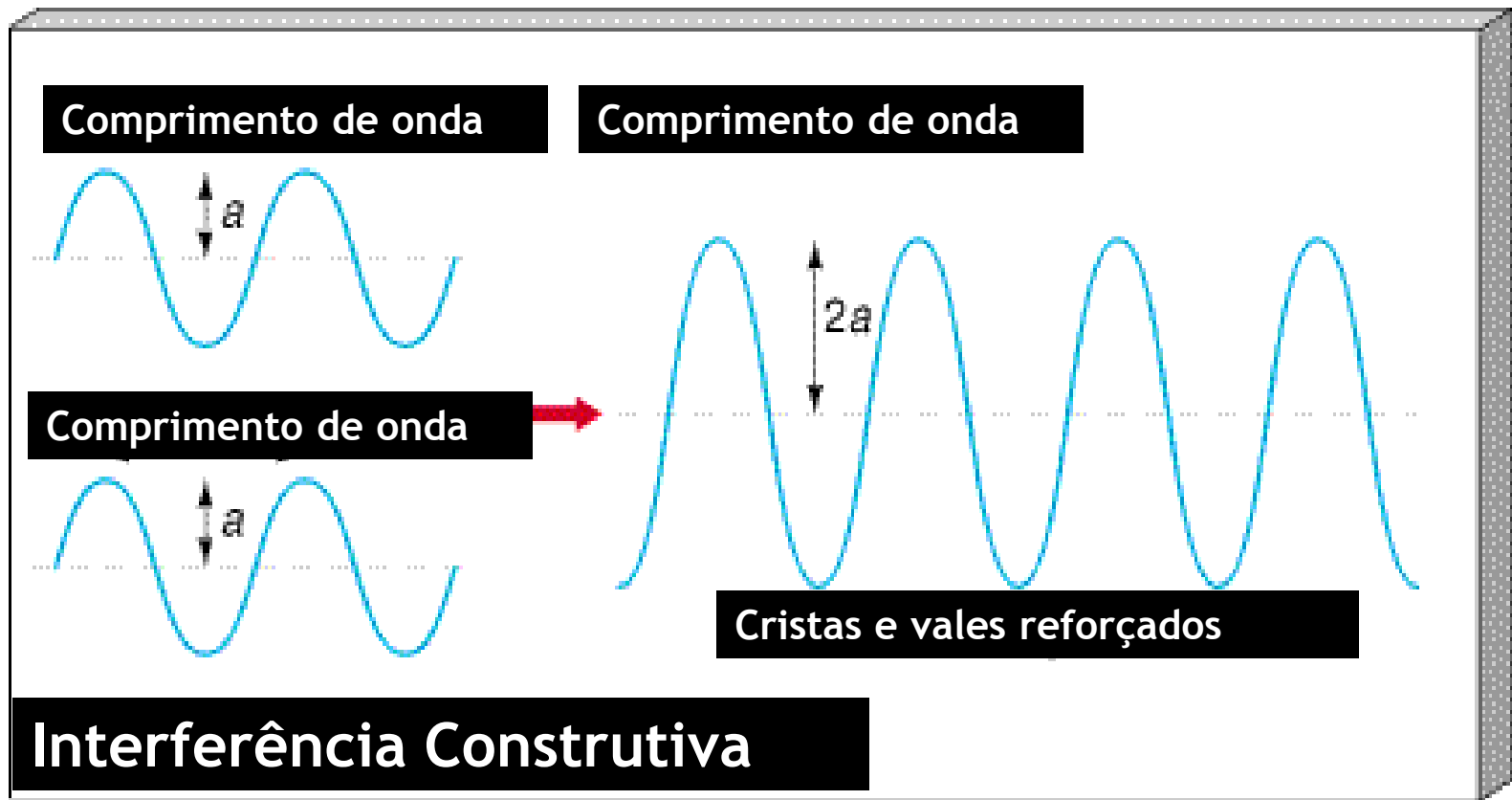
Interferência



**Duas ondas na
superfície da água**

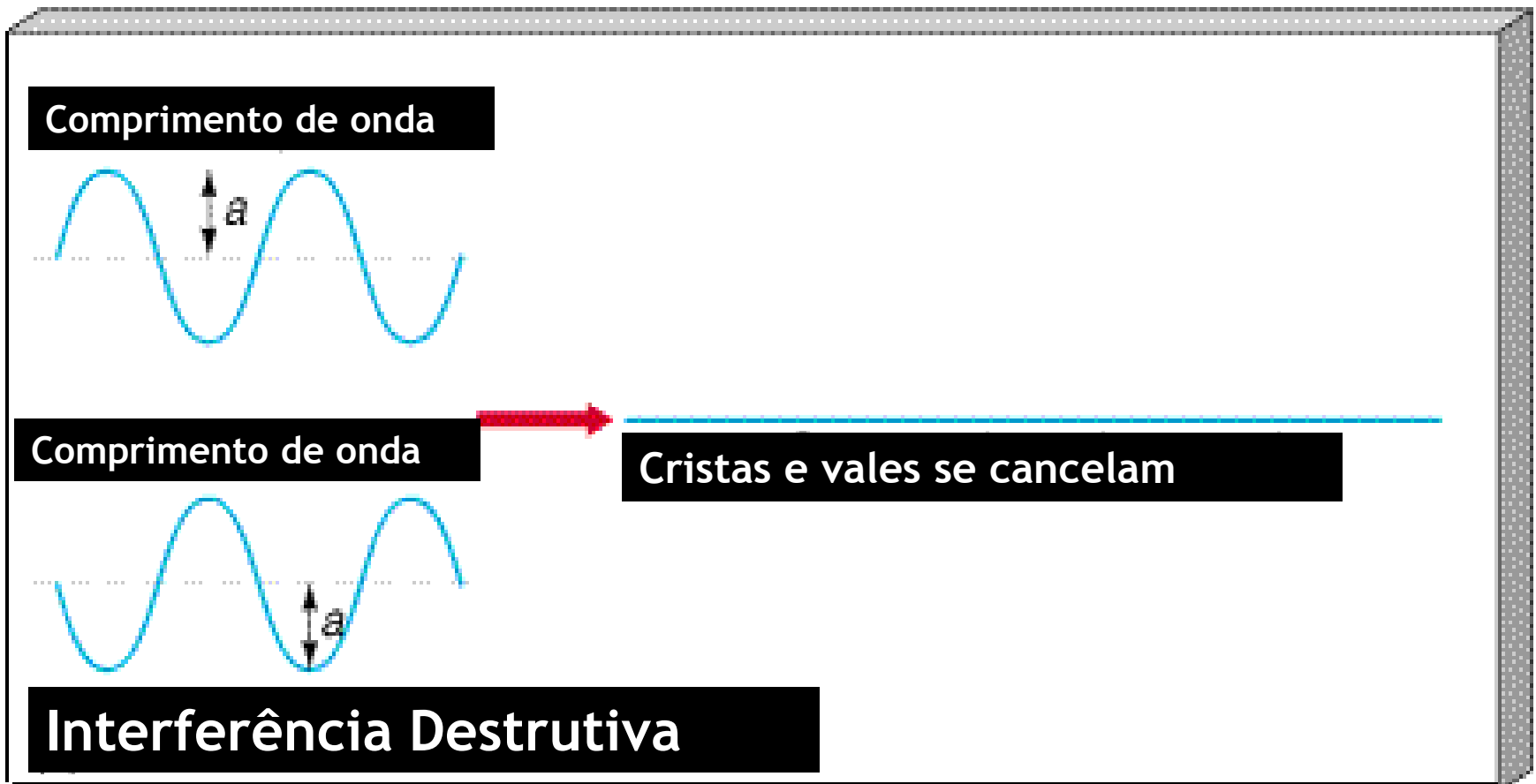
Interferência construtiva

Diferença de fase entre as duas ondas = **ZERO**



INTERFERÊNCIA DESTRUTIVA

Diferença de fase entre as duas ondas = $\frac{1}{2} \lambda$



Interferência

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

ϕ : **Diferença de fase
entre as ondas**

$$\text{sen } a + \text{sen } b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$y(x, t) = 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

Interferência

amplitude

fase

$$y(x, t) = 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

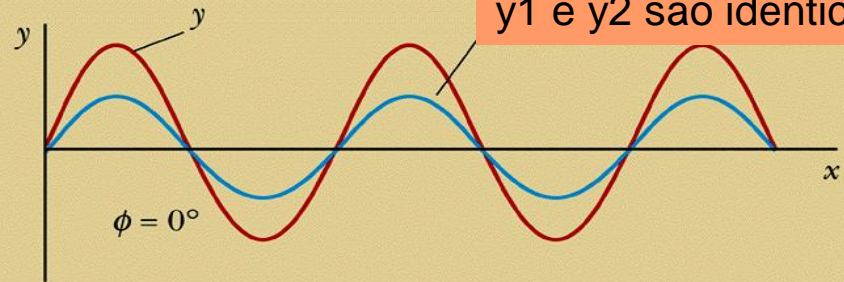
SE $\phi = 0 \rightarrow$ Amplitude = $2A$

Interferência construtiva

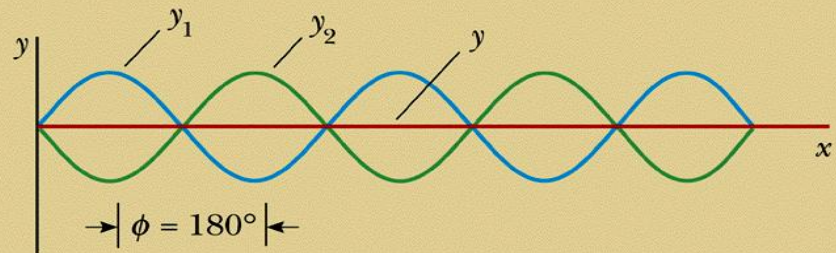
Se $\phi = \pi \rightarrow$ Amplitude = 0

Interferência destrutiva

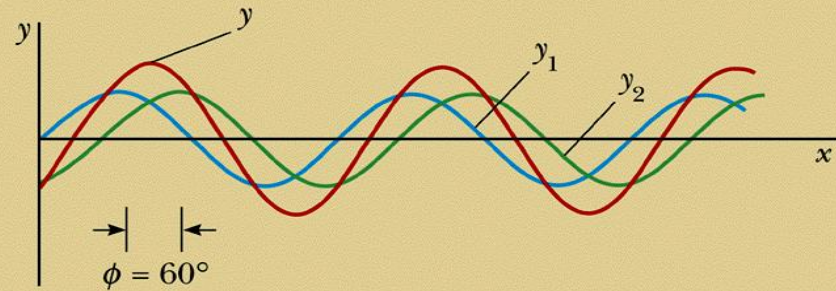
Interferência



(a)



(b)



(c)

Interferência construtiva

Interferência destrutiva

Interferência intermediária

Interferência

ONDAS LUMINOSAS

Construtiva

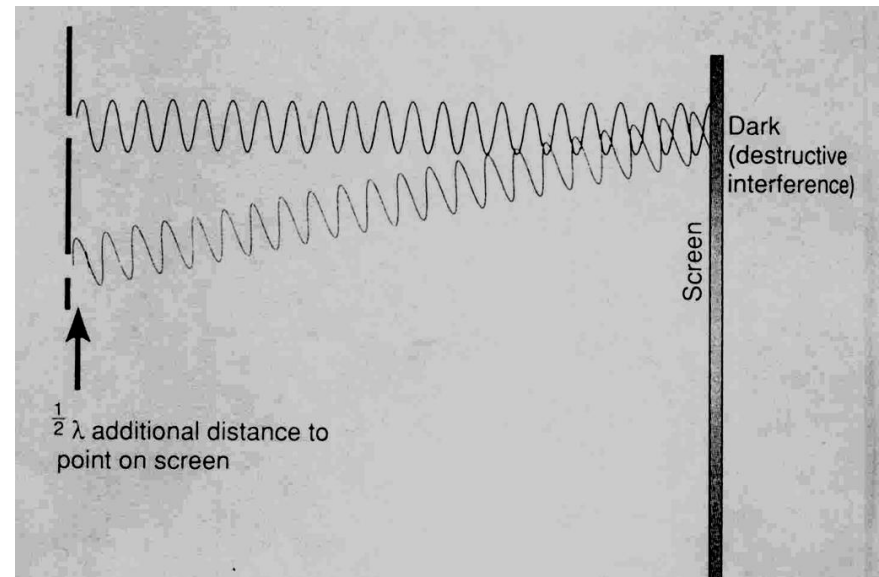
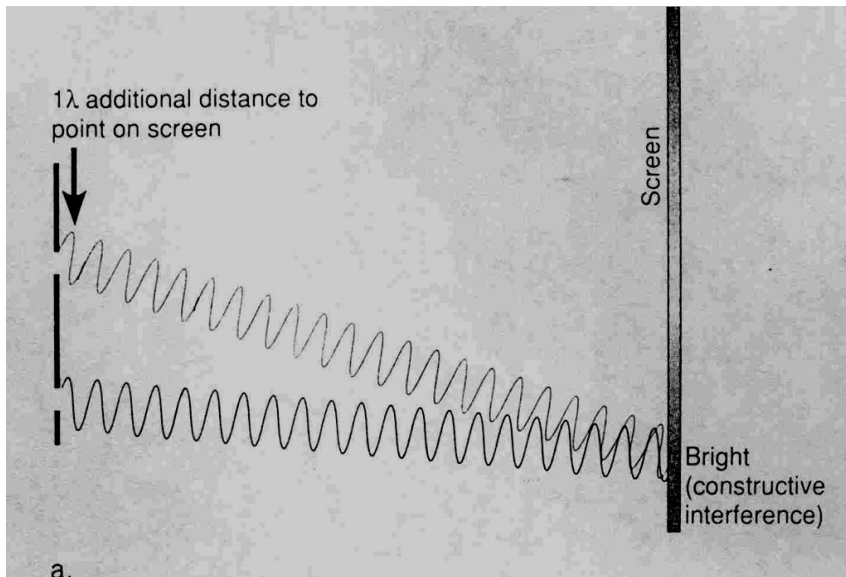
Diferença de caminho

= múltiplos de λ

Destrutiva

Diferença de caminho

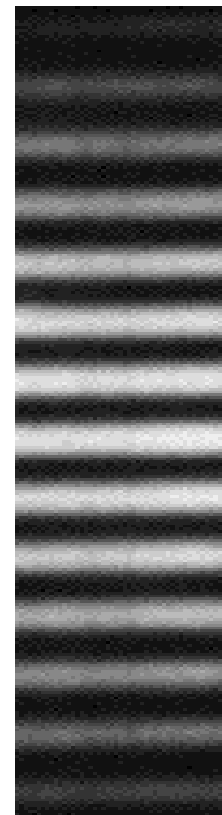
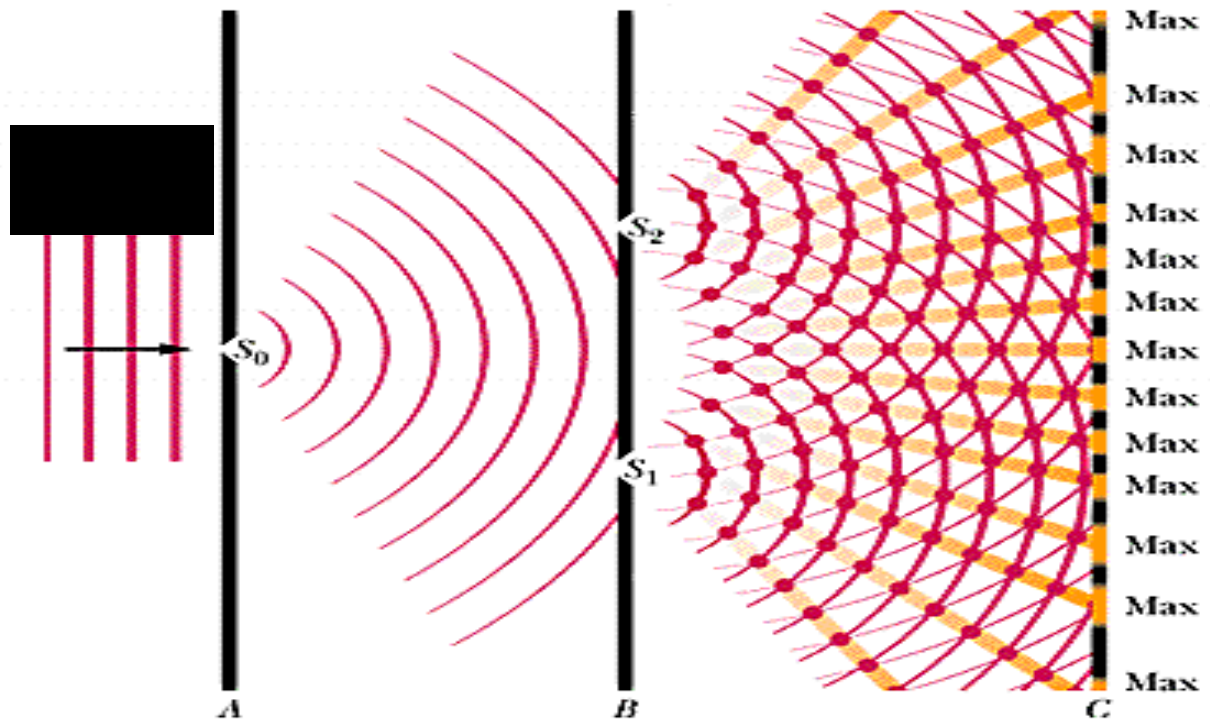
= múltiplos de $\lambda/2$



Interferência

ONDAS LUMINOSAS

Experimento de Young
Fenda dupla



Reflexão de ondas

Diferença da "impedância" característica dos meios

Quanto maiores a diferença de impedância maior a fração de energia refletida e menor a fração de energia transmitida.



Reflexão de ondas

**Corda com uma
extremidade fixa:**

Pulso refletido invertido ao pulso
incidente



**Cordas com uma
extremidade solta**

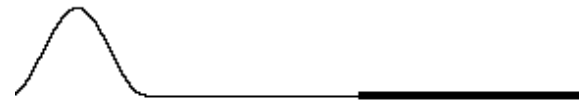
Pulso refletido igual ao pulso incidente.



Reflexão de ondas

Reflexão em uma interface suave-dura

Há mudança de fase



Reflexão em uma interface dura-suave

Não há mudança de fase



Ondas estacionárias

Duas ondas idênticas propagando em sentidos opostos:

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$



$$y_2(x, t) = A \sin(kx + \omega t)$$



$$y(x, t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

A forma de onda não se move para a esquerda nem para a direita; as posições dos máximos e mínimos não variam com o tempo

Ondas estacionárias

Amplitude depende de x

$$y(x, t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

Variação
temporal

NÃO tem termo $(kx - \omega t)$ → NÃO é uma onda progressiva
→ É uma onda estacionária

Pontos de amplitude nula

Pontos de amplitudes máxima

$$kx = 0, \pi, 2\pi, \dots$$

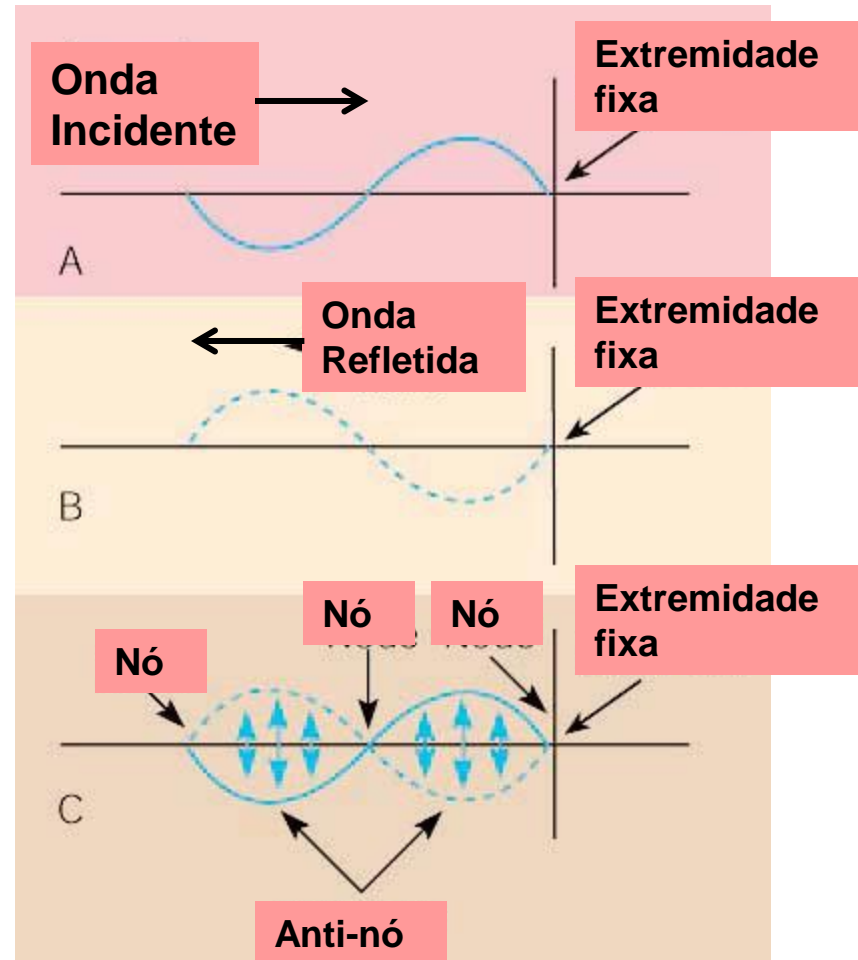
NÓS

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

ANTI-NÓS

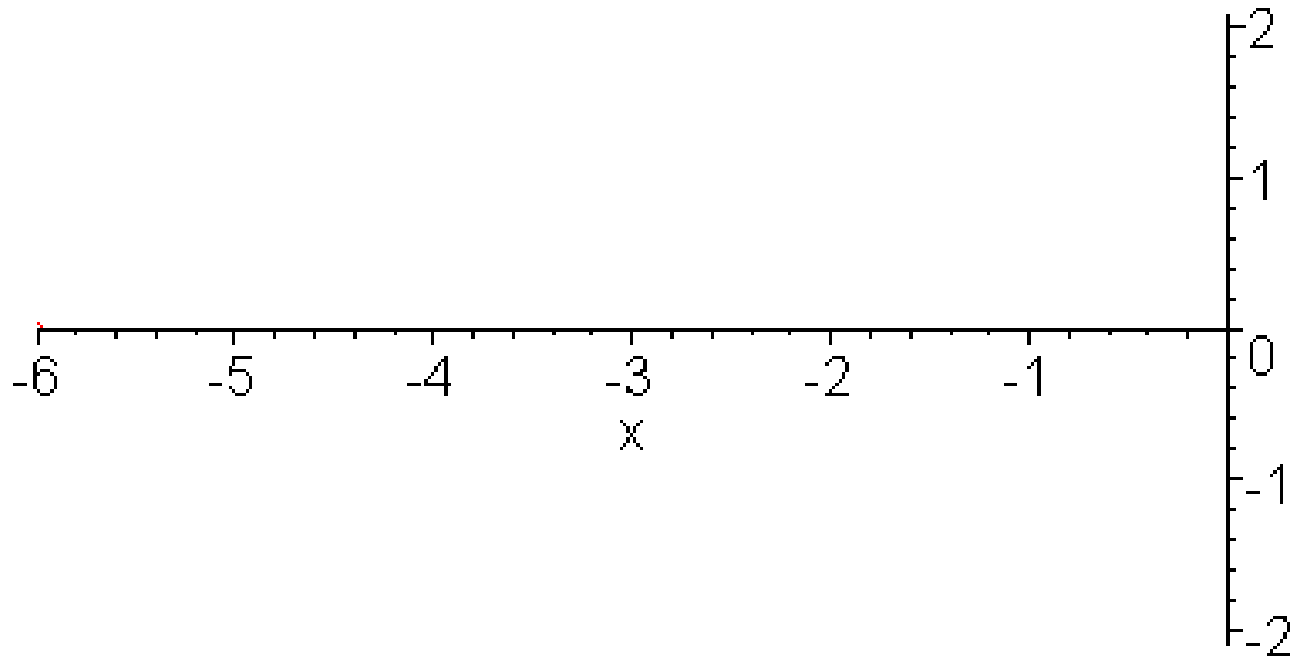
Formação de Ondas Estacionárias

Onda incidente
em extremidade fixa
+
Onda refletida
mesma amplitude e
frequência
= **Onda estacionária**



Onda estacionária com 1λ de comprimento: 3 nós e 2 anti-nós

Formação de ondas estacionárias



Ondas estacionárias

CORDAS VIBRANTES

Ondas estacionárias : **RESSONÂNCIAS**

CONDIÇÃO: extremidades fixas = NÓS

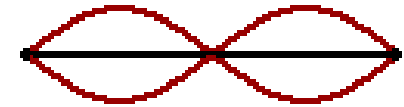
SE não satisfaz **CONDIÇÃO** :

Interferências destrutivas

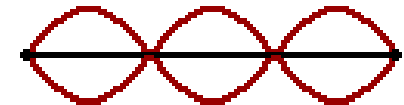
1st Harmonic



2nd Harmonic



3rd Harmonic



Ressonâncias

Comprimentos de onda / Frequências ressonantes:

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L}$$

As 3 menores frequências da corda do violão

1º harmônico

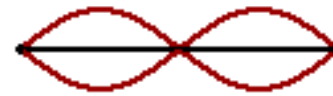


$$L = \frac{1}{2} \lambda$$

algebra

$$\lambda = \frac{2}{1} L$$

2º harmônico



$$L = \frac{2}{2} \lambda$$

algebra

$$\lambda = \frac{2}{2} L$$

3º harmônico



$$L = \frac{3}{2} \lambda$$

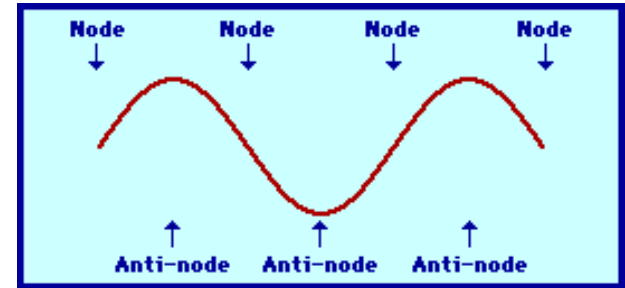
algebra

$$\lambda = \frac{2}{3} L$$

Menor frequência: **FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL**

Demais frequências: **SOBRETONS / HARMÔNICAS**

Ressonâncias



**Para certas frequencias a interferência produz uma onda estacionária (modo de oscilação), com nós e grandes anti-nós.
A CORDA RESSOA PARA ESTAS FREQUENCIAS.**

Se a corda é excitada em uma frequência que não é a frequência de ressonância, NÃO HÁ FORMAÇÃO DE ONDA ESTACIONÁRIA.

Exemplo

A tecla mais aguda de um piano tem uma frequência 150 vezes maior que a corda mais grave. Se o comprimento da corda mais aguda é 5 cm, quanto seria o comprimento da corda mais grave se elas tivessem a mesma densidade linear de massa e a mesma tensão?

Se μ e T iguais \rightarrow velocidade iguais $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

$$f = \frac{v}{2L}$$

$$\frac{L_g}{L_a} = \frac{f_a}{f_g}$$

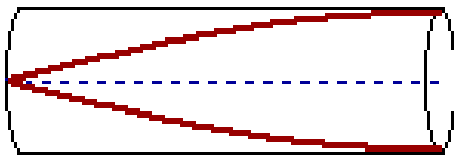
$$L_g = L_a \frac{f_a}{f_g} = 5 \times 150 = 750 \text{ cm} = 7,5 \text{ m}$$

As cordas mais graves são mais pesadas para evitar que sejam muito compridas. ($\downarrow v \rightarrow \uparrow \mu \gg \gg \downarrow v \rightarrow \downarrow f$)

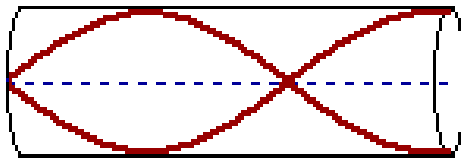
Ondas estacionárias : tubos

TUBO com 1 extremidade aberta e 1 fechada

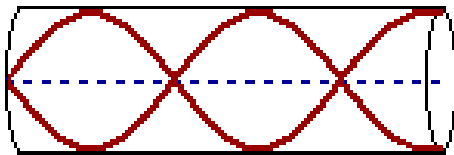
1st Harmonic



3rd Harmonic



5th Harmonic

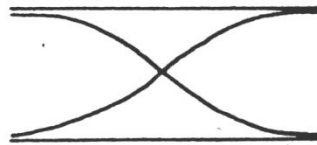


$$L = \frac{n\lambda_n}{4} \quad \lambda_n = \frac{4L}{n} \quad f_n = \frac{nv}{4L} = n f_1$$

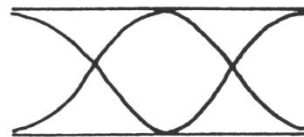
$n = 1, 3, 5, \dots$

Ondas estacionárias : tubos

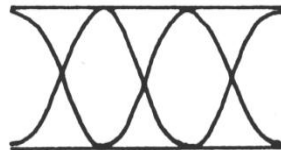
TUBO com 2 extremidade abertas



Fundamental
1º. harmônico



1º. Tom acima
2º. harmônico



2º. Tom acima
3º. harmônico

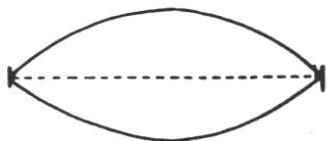
$$L = \frac{n\lambda_n}{2} \quad \lambda_n = \frac{2L}{n} \quad f_n = \frac{nv}{2L} = n f_1 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Ondas estacionárias

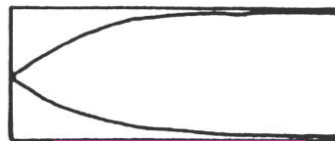
Corda vibrante

Tubo Fechado

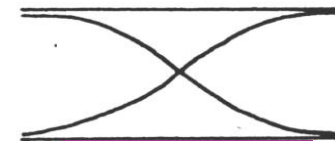
Tubo Aberto



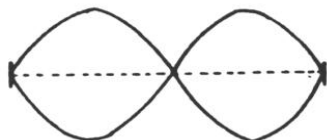
Fundamental
1º. harmônico



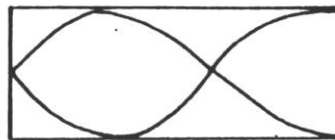
Fundamental
1º. harmônico



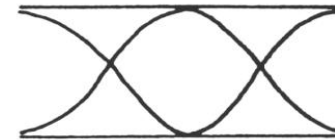
Fundamental
1º. harmônico



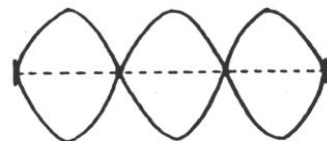
1º. Tom acima
2º. harmônico



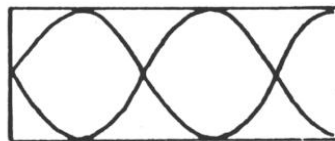
1º. Tom acima
3º. harmônico



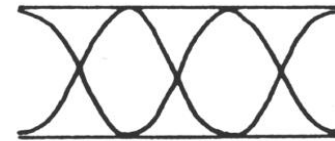
1º. Tom acima
2º. harmônico



2º. Tom acima
3º. harmônico



2º. Tom acima
5º. harmônico



2º. Tom acima
3º. harmônico

Os deslocamentos dos nós
acorrem em cada final da
corda

Os deslocamentos dos nós
acorrem no final fechado
do tubo e dos anti-nós no
final aberto do tubo

Os deslocamentos dos
anti-nós ocorrem em cada
final do tubo aberto

Batimento

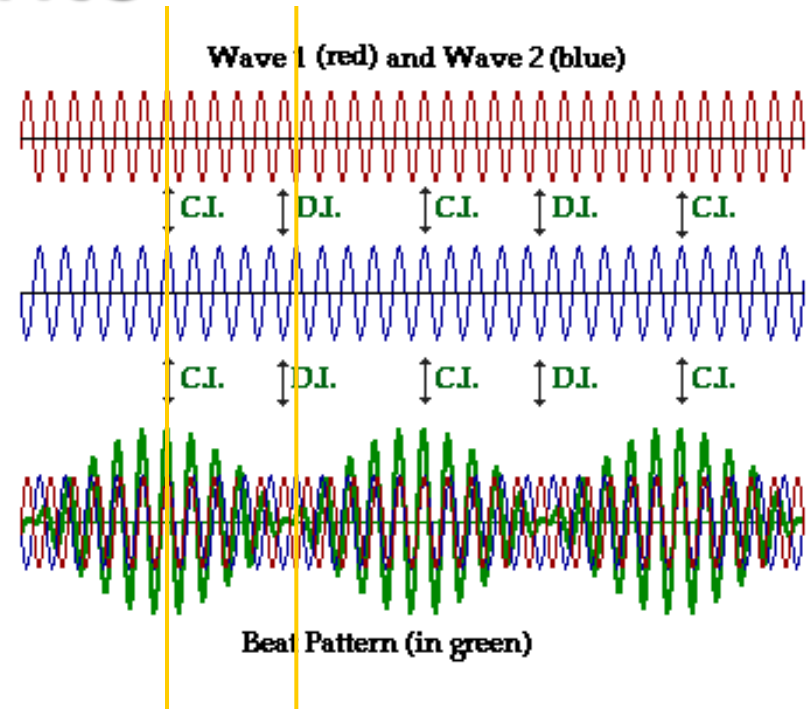
$$f_1 \approx f_2$$

$$y_1 = A \sin(2\pi f_1 t)$$

+

$$y_2 = A \sin(2\pi f_2 t)$$

$$y = \left[2A \cos\left(2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) t\right) \right] \sin\left(2\pi \left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right) t\right)$$



“AMPLITUDE” modulada por função envelope com frequência

$$\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right) \approx f_1 \approx f_2$$

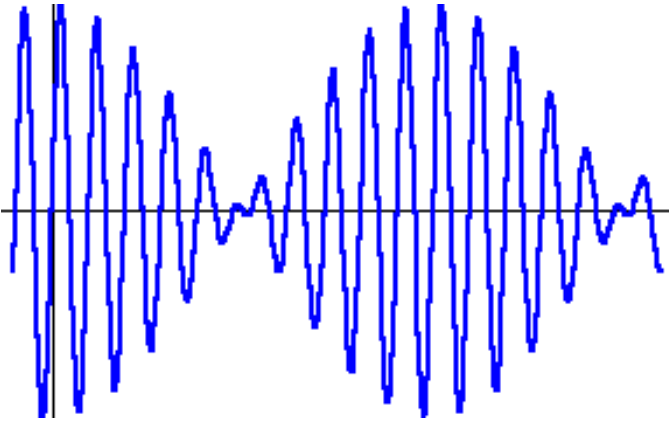
$$2 \times \left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) \approx 0$$

$$f_1 - f_2 = f_{bat}$$

FREQ. DE BATIMENTO

positiva ou negativa

Batimento



$$f_1 - f_2 = f_{bat}$$

**Variação periódica da Intensidade :
Soma de 2 ONDAS com
frequências quase iguais**

Afinação de instrumentos musicais

330 Hz + 331 Hz : frequência de batimento = 1 Hz

330 Hz + 340 Hz : frequência de batimento = 10 Hz

**Quanto maior a frequência de batimento
mais desafinado está o instrumento.**

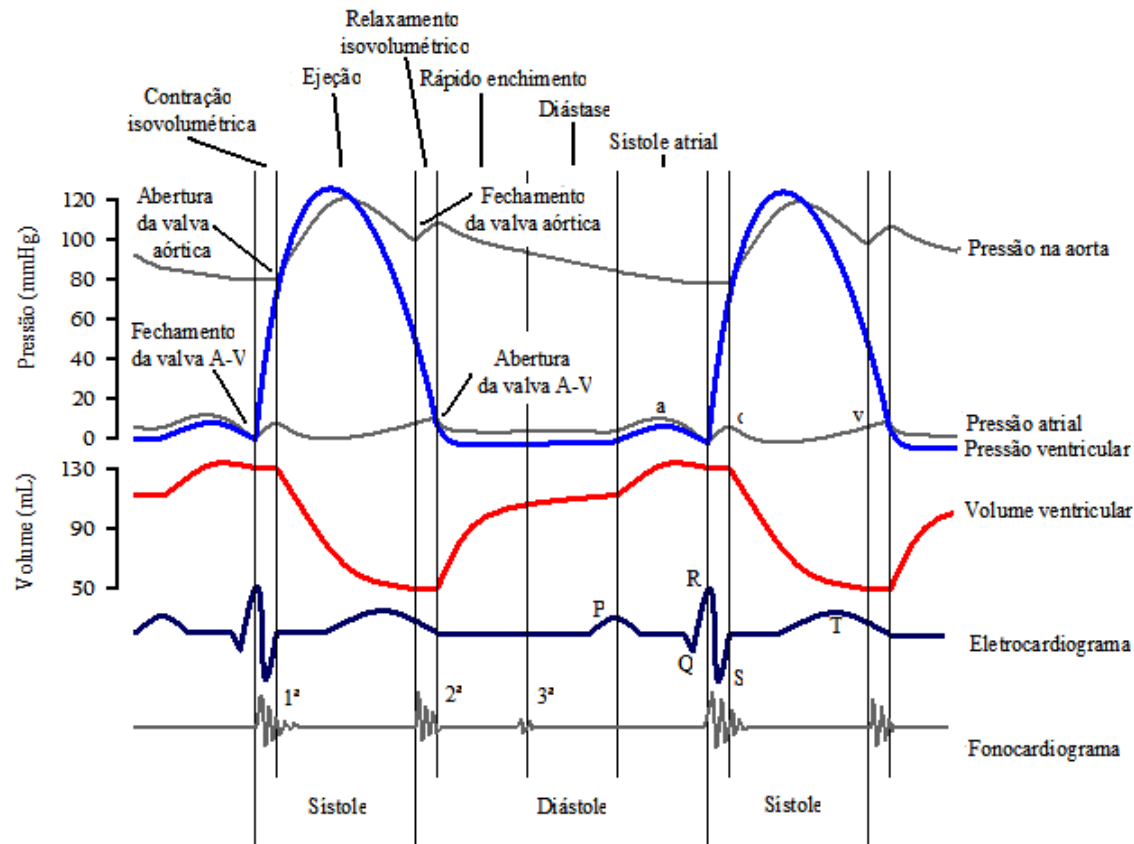
Batimento

Escutamos, com a diferença de alguns minutos, dois sons cujas frequências são muito próximas, ex. 552 e 564 Hz, temos dificuldade de distinguí-los.

Quando os dois sons chegam ao nosso ouvido simultaneamente ouvimos um som cuja frequência é 558 Hz (média), mas percebemos também uma grande variação na intensidade do som, que aumenta e diminui alternadamente.

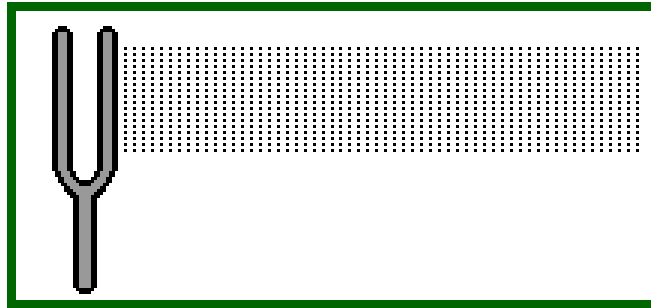
Esta variação na intensidade do som é chamada de **batimento, que se repete a uma frequência de 12 Hz (564-552).**

Batimento Cardíaco



Ciclo cardíaco é o termo referente aos eventos relacionados ao **fluxo e pressão sanguíneos** que ocorrem desde o início de um batimento cardíaco até o próximo batimento.

Som



INFRASOM: $f < 20 \text{ Hz}$

SOM: audição humana : $20 \text{ Hz} < f < 20.000 \text{ Hz}$

ULTRASOM: $f > 20,000 \text{ Hz}$

ONDAS DE SOM

DESLOCAMENTO

$$u(x, t) = U \cos(kx - \omega t + \phi)$$

PRESSÃO

$$p(x, t) = -\rho_0 v^2 \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$p(x, t) = \wp \sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$\wp = \rho_0 v^2 k U$$

Ondas de Deslocamento e Pressão:
Defasadas de 90°

SOM : INTENSIDADE

Força

$$F = p(x, t)A = \wp A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$\wp = \rho_0 v \omega U$$

Potência

$$P = F \frac{\partial u}{\partial t} = \omega A \wp U \sin^2(kx - \omega t + \phi)$$

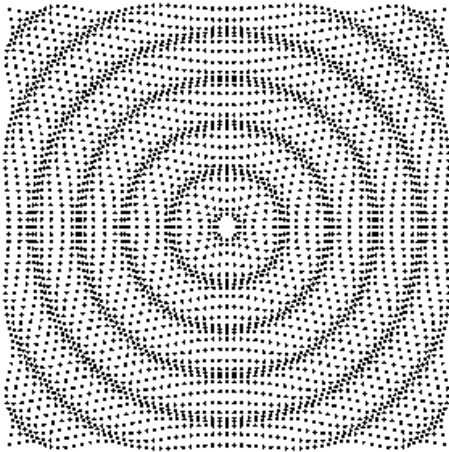
Intensidade

$$I = \frac{\overline{P}}{A} = \frac{1}{2} \omega \wp U$$

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 v \omega^2 U^2$$

SOM : INTENSIDADE

ONDA 3D esférica



$$I = \frac{1}{2} \rho_0 v \omega^2 U^2$$

$$I = \frac{P}{4 \pi r^2}$$

**SE potência constante e
distância da fonte duplicada:**

**intensidade reduz a 1/4
e amplitude reduz a 1/2**

Terremoto

Quando ocorre um terremoto, basicamente dois tipos de onda se formam:

- ondas P, que são ondas longitudinais (compressivas);
- ondas S que são ondas transversais (cisalhantes).

Em um **terremoto natural de origem tectônica**, o foco das ondas se dá ao longo das superfícies que estão se deslizando, havendo produção de uma taxa elevada de **ondas S**.

Em uma **explosão nuclear** a fonte é compacta, localizada e se irradia numa frente de onda esférica, produzindo mais **ondas compressionais P** do que ondas S, transversais.

Isto faz com que a razão P/S de um sismograma produzido por explosão nuclear subterrânea seja mais elevada do que em terremotos naturais.

EXEMPLO

Se a intensidade de um terremoto de ondas tipo P a 100 km da fonte é 1 MW/m^2 , qual será a intensidade a 400 km do epicentro?

A intensidade cai com o quadrado da distância
 $I(400 \text{ km}) = (1/4)^2 \times I(100 \text{ km}) = 6,2 \times 10^4 \text{ W/m}^2$

A situação é diferente para uma onda unidimensional, pois nesse caso a área é constante e portanto I também é constante.

Percepção sonora

Limiar de audibilidade

$$\rightarrow I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Variação ~ 10^{12}

Limiar de dor

$$\rightarrow I_m = 1 \text{ W/m}^2$$

Decibel

Nível de intensidade em deciBels (dB) :

$$\text{dB} = 10 \times \log(I/I_0)$$

$I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$ - Intensidade de Referência

1 deciBel = 0,1 Bel

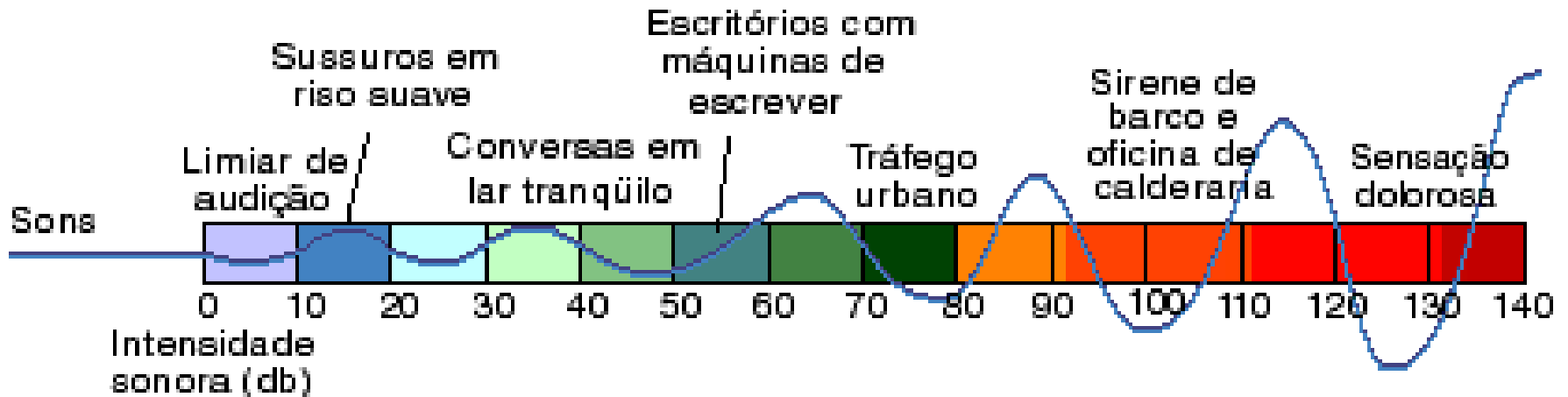
Homenagem a Alexandre Graham Bel, inventor do telefone.

Decibel

$$\text{dB} = 10 \times \log(I/I_0)$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$$

I_0 (Wm^{-2}):	10^{-12}	10^{-11}	10^{-10}	10^{-1}	1
dB :	0	10	20	110	120



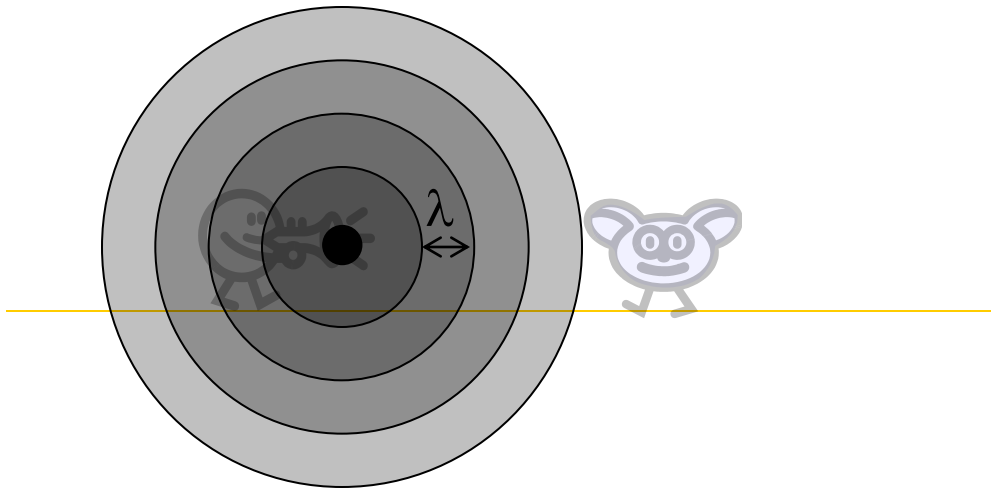
Efeito Doppler

Variação da frequência de uma onda devido ao movimento relativo entre a fonte e observador.



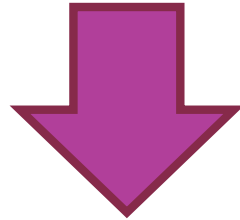
Efeito Doppler

Fonte parada e observador parados

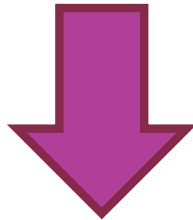


$$f = \frac{v_{som}}{\lambda}$$

Observador em Movimento



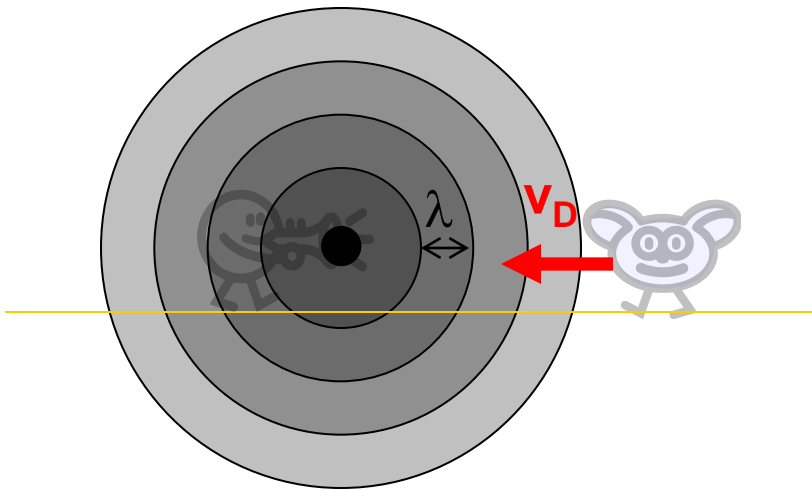
Muda a velocidade de interceptação da onda



A frequência ouvida é a taxa com o qual o observador intercepta as frentes de onda

Fonte parada e observador em movimento

APROXIMANDO-SE



$$f' = \frac{v_{som} + v_D}{\lambda}$$

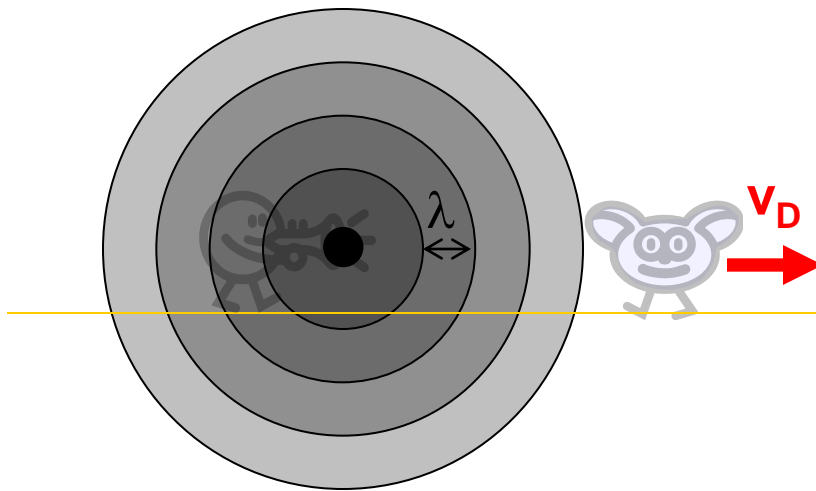
Frequencia percebida maior



$$f' = f \frac{(v_{som} + v_D)}{v_{som}}$$

Fonte parada e observador em movimento

AFASTANDO-SE



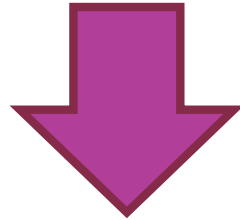
$$f' = \frac{v_{som} - v_D}{\lambda}$$

Frequencia percebida menor

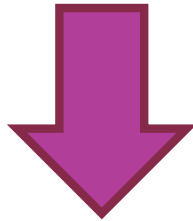


$$f' = f \frac{(v_{som} - v_D)}{v_{som}}$$

Fonte em Movimento



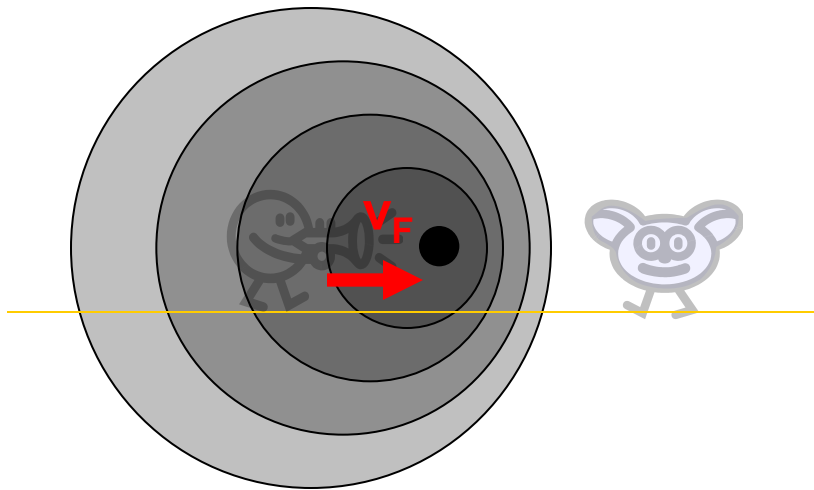
Muda o comprimento de onda



A frequência ouvida é a taxa com o qual o observador intercepta as frentes de onda

Fonte em movimento e observador parado

APROXIMANDO-SE



$$f = \frac{v_{som}}{\lambda}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{v_{som}}$$

$$\lambda = v_{som} T$$

$$f' = \frac{v_{som}}{\lambda'} = \frac{v_{som}}{(v_{som} - v_F) T}$$

Comprimento de onda percebido diminui

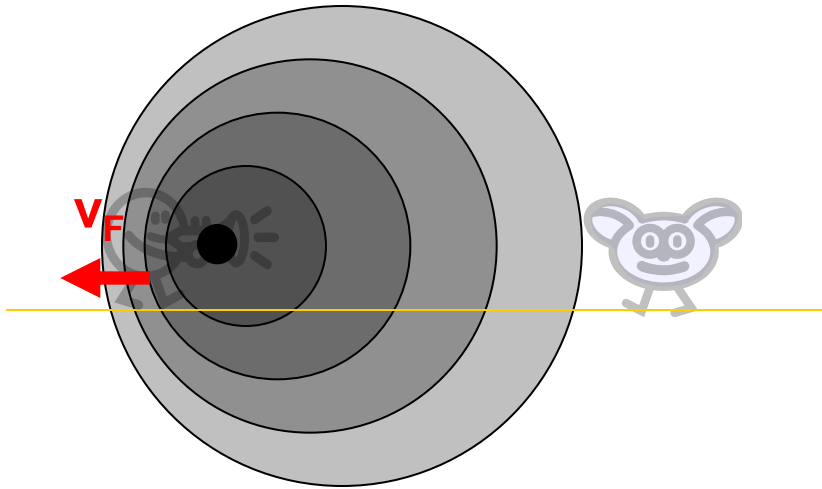
Frequencia percebida aumenta



$$f' = f \frac{v_{som}}{(v_{som} - v_F)}$$

Fonte em movimento e observador parado

AFASTANDO-SE



$$f' = \frac{v_{som}}{\lambda'} = \frac{v_{som}}{(v_{som} + v_F)T}$$

Comprimento de onda percebido aumenta

Frequencia percebida diminui



$$f' = f \frac{v_{som}}{(v_{som} + v_F)}$$

Efeito Doppler

CASO GERAL

$$f' = f \frac{(v_{som} \pm v_D)}{(v_{som} \mp v_F)}$$

Aproximando-se
Afastando-se

Detetor e Fonte se APROXIMAM



Frequência AUMENTA

Questão

Um apito de trem em repouso tem uma frequência de 3000 Hertz. Se você está parado e percebe uma frequência de 3010 Hertz, então você conclui que...

- a) *O trem está se distanciando de você.*
- • b) *O trem está se aproximando de você.*
- c) *O som do apito ecoou.*
- d) *Não é dada informação suficiente.*

Sons musicais



Intensidade: amplitude da onda

Tom: grave baixa f – agudo alta f

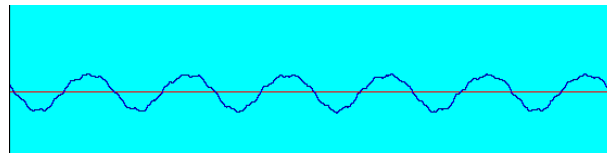
Timbre: mesma notas de diferentes instrumentos :
intensidade relativa dos harmônicos

Timbre

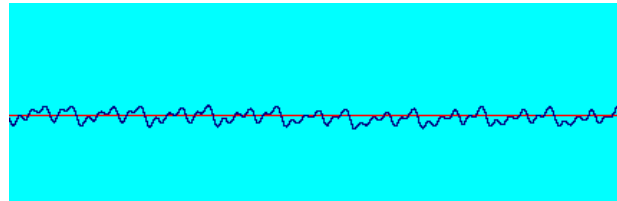
**TIMBRE: Resposta em Freqüência : Espectro
Intensidade relativa dos hârmônicos**

Nota La: 440 Hz

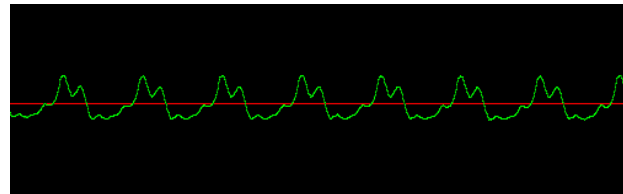
Diapasão



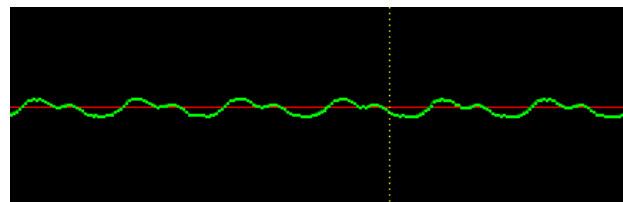
Teclado



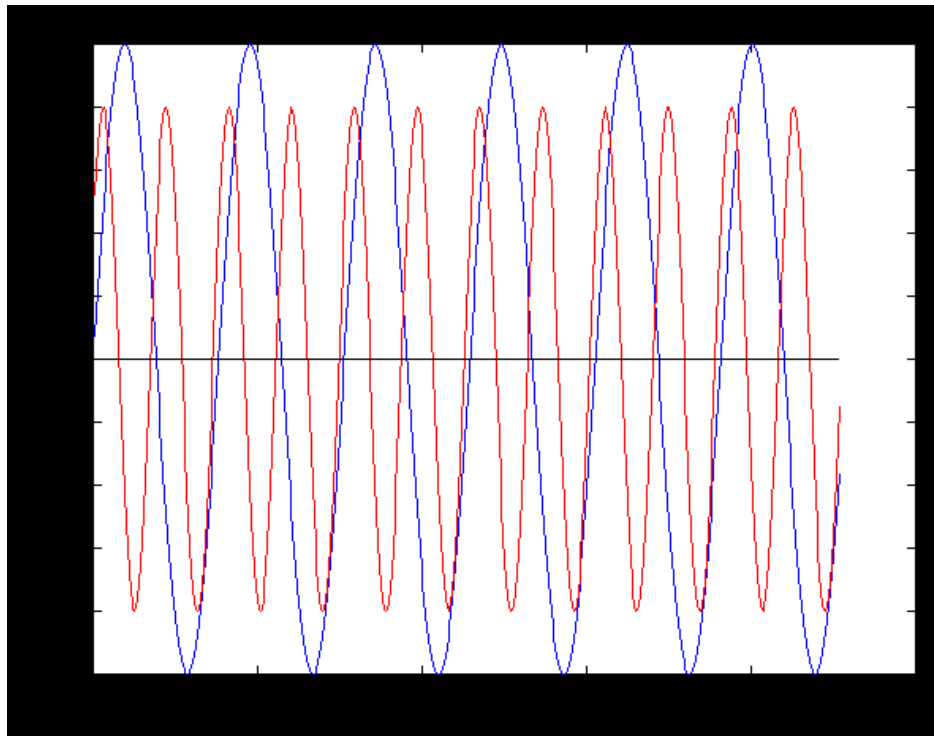
Sax tenor



Flauta
transversal



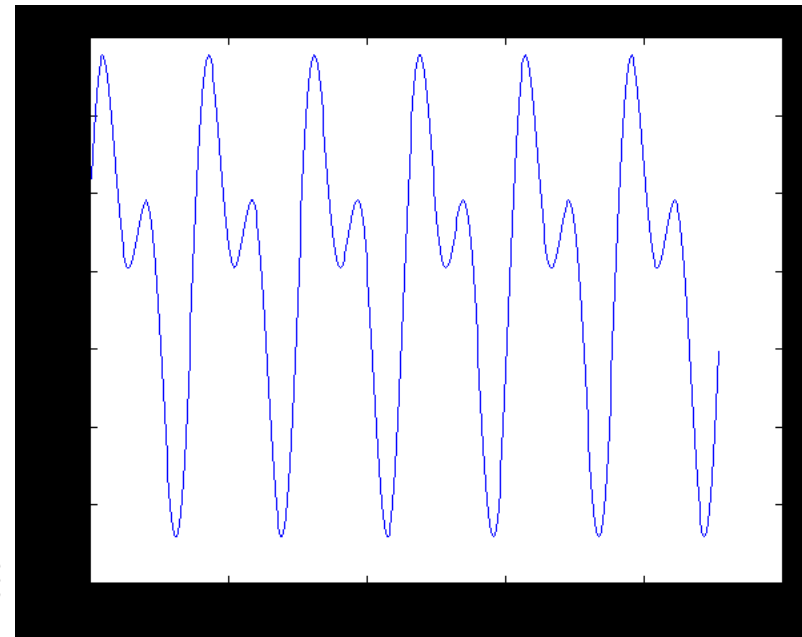
TIMBRE



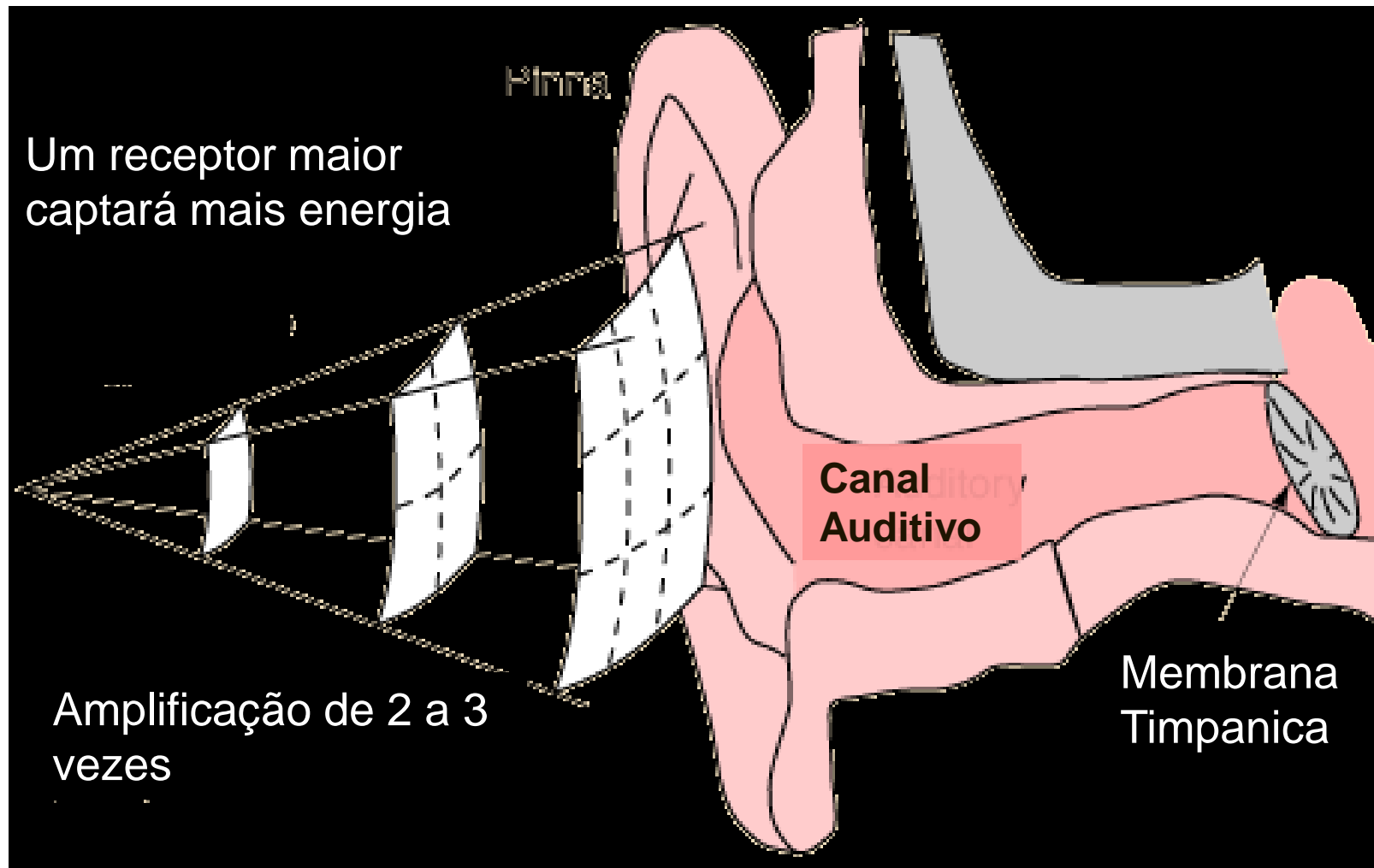
Azul 262 Hz 

Vermelho 524 Hz 

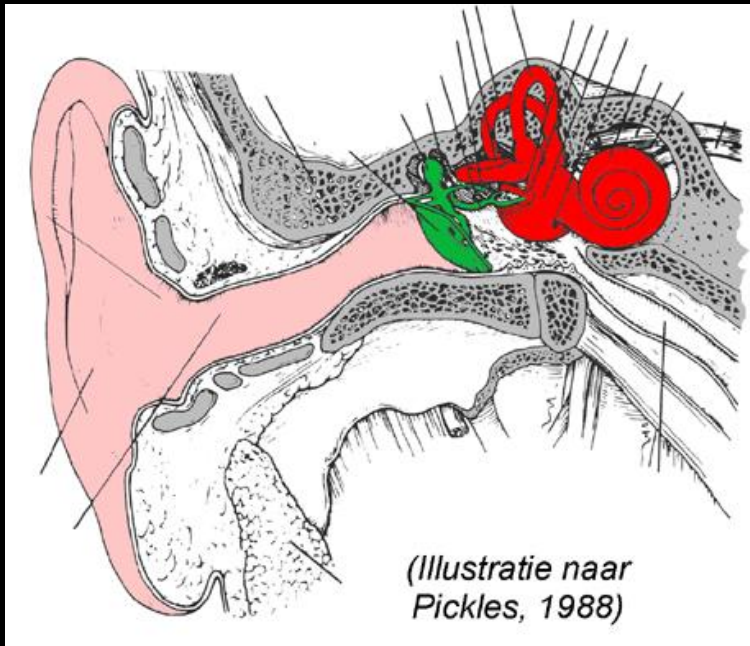
Som complexo 



FUNÇÃO DA ORELHA



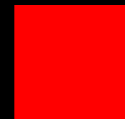
Ouvido



Ouvido externo
Ondas estacionárias e ressonância



“atuador”



Análise de Fourier

Cóclea

A cóclea funciona como um analisador de frequências

