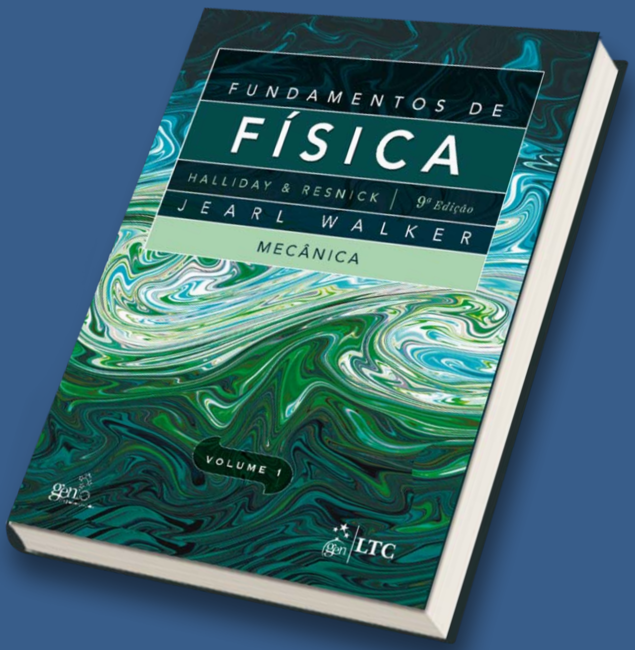
Halliday

Fundamentos de Física

Volume 1



Grupo Editorial Nacional

LTC EDITORA

GEN | Informação Online

www.grupogen.com.br

http://gen-io.grupogen.com.br

O GEN | **Grupo Editorial Nacional** reúne as editoras Guanabara Koogan, Santos, Roca, AC Farmacêutica, LTC, Forense, Método, E.P.U. e Forense Universitária

O GEN-IO | **GEN – Informação Online** é o repositório de material suplementar dos livros dessas editoras

www.**grupogen**.com.br

http://**gen-io.grupogen**.com.br

Capítulo 2

Movimento Retilíneo

2.2 Movimento

O mundo, e tudo que nele existe, está sempre em movimento.

O estudo do movimento é chamado de *cinemática*.

Exemplos:

- A Terra gira em torno do Sol
- Uma estrada acompanha a rotação da Terra

2.2 Movimento

No momento, vamos supor que o movimento se dá ao longo de uma linha reta.

As forças podem modificar o movimento. Por enquanto, vamos discutir apenas o movimento em si e suas mudanças, sem nos preocuparmos com as causas.

O corpo em movimento será considerado uma partícula. No caso de um objeto macroscópico, vamos supor que todas as partículas do objeto se movem da mesma forma e estudar o movimento de uma só partícula, que representará todo o objeto.

2.3 Posição e Deslocamento

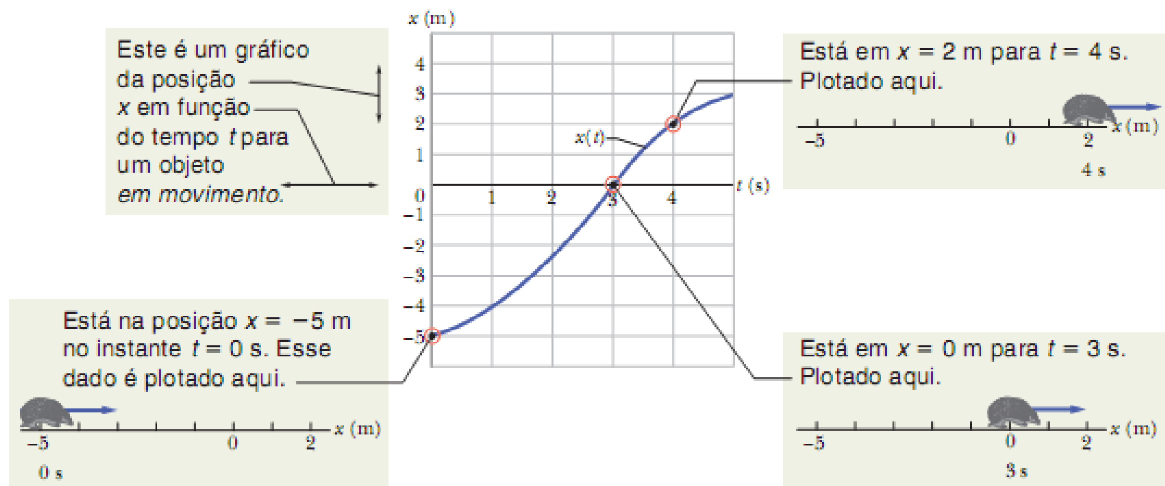
A posição de um objeto é geralmente especificada em relação a um ponto de referência chamado *origem*. O sentido positivo é o sentido em que as coordenadas aumentam de valor; o sentido negativo é o sentido oposto.

Uma mudança das coordenadas que especificam a posição de um objeto indica que houve um *deslocamento* do objeto. Assim, por exemplo, se a coordenada x de um objeto muda de x_1 para x_2, isso indica que o objeto sofreu um deslocamento $\Delta x = (x_2 - x_1)$.

O deslocamento é uma grandeza vetorial, ou seja, que possui um módulo e uma orientação. Se o deslocamento de um objeto é $x = -4$ m, isso significa que o objeto se deslocou 4 m no sentido negativo da coordenada x.

2.4 Velocidade Média e Velocidade Escalar Média

Uma forma comum de descrever o movimento de um objeto é mostrar um gráfico da posição do objeto em função do tempo.



A velocidade média $v_{méd}$ é definida como a razão entre o deslocamento e o tempo de duração do deslocamento.

$$v_{méd} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

A velocidade média tem o mesmo sinal que o deslocamento.

2.4 Velocidade Escalar Média

Velocidade escalar média é a razão entre a distância total percorrida e o tempo gasto no percurso. É uma grandeza escalar, que não fornece nenhuma informação a respeito da direção do deslocamento.

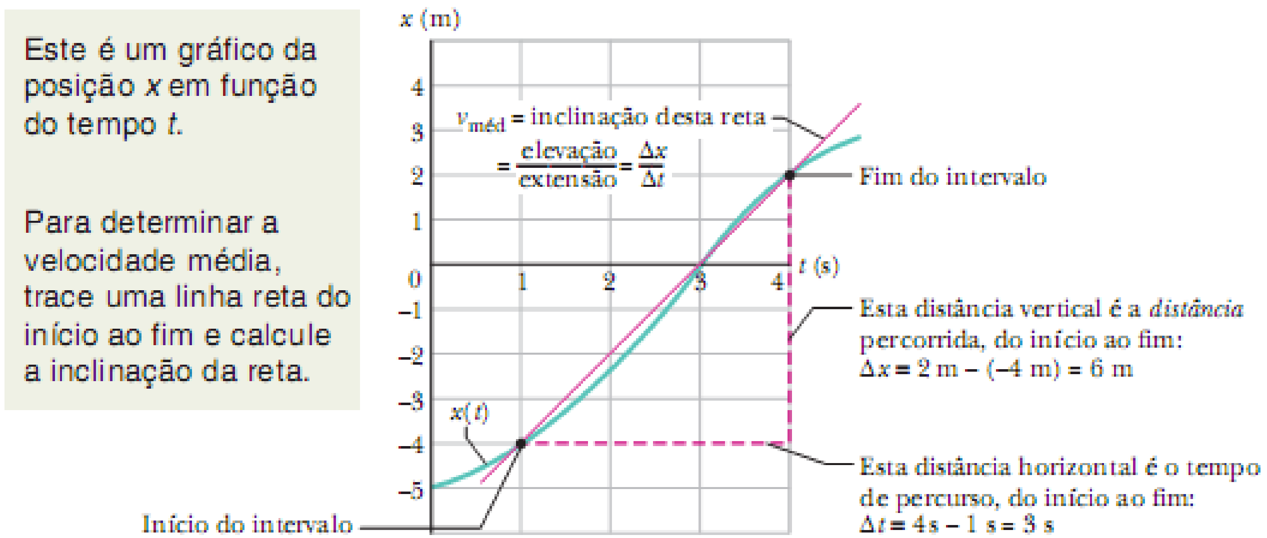
$$s_{\text{méd}} = \frac{\text{distância total}}{\Delta t}.$$

2.4 Velocidade Escalar Média

O valor absoluto da inclinação da reta *x*-*t* é igual à velocidade escalar média

Neste caso, a velocidade escalar média é

$$v_{\text{méd}} = \frac{6\ \text{m}}{3\ \text{s}} = 2\ \text{m/s}$$



Exemplo: Movimento

Depois de dirigir um carro em uma estrada retilínea por 8,4 km a 70 km/h, você para por falta de gasolina. Nos 30 min seguintes, você caminha por mais 2,0 km ao longo da estrada até chegar a um posto de gasolina.

(a) Qual foi o deslocamento total, do início da viagem até chegar ao posto de gasolina?

IDEIA-CHAVE

Suponha, por conveniência, que você se move no sentido positivo do eixo x, da posição inicial $x_1 = 0$ até a posição final x_2, no posto de gasolina. Essa segunda posição deve ser $x_2 = 8{,}4\text{ km} + 2{,}0\text{ km} = 10{,}4\text{ km}$. O deslocamento Δx ao longo do eixo x é a diferença entre a segunda posição e a primeira.

Cálculo De acordo com a Eq. 2-1, temos:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10{,}4\text{ km} - 0 = 10{,}4\text{ km}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Assim, o deslocamento total é 10,4 km no sentido positivo do eixo x.

Exemplo: Movimento

IDEIA-CHAVE

Já sabemos quanto tempo você passou caminhando, Δt_{cam} (0,50 h), mas não sabemos quanto tempo você passou dirigindo, Δt_{dir}. Sabemos, porém, que você viajou 8,4 km de carro a uma velocidade média $v_{méd,dir} = 70$ km/h. Esta velocidade média é igual à razão entre o deslocamento do carro e o intervalo de tempo correspondente a esse deslocamento.

Cálculos Em primeiro lugar, sabemos que

$$v_{méd,dir} = \frac{\Delta x_{dir}}{\Delta t_{dir}}.$$

Explicitando Δt_{dir} e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$\Delta t_{dir} = \frac{\Delta x_{dir}}{v_{méd,dir}} = \frac{8{,}4 \text{ km}}{70 \text{ km/h}} = 0{,}12 \text{ h}.$$

Assim,

$$\begin{aligned} \Delta t &= \Delta t_{dir} + \Delta t_{cam} \\ &= 0{,}12 \text{ h} + 0{,}50 \text{ h} = 0{,}62 \text{ h}. \qquad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

Exemplo: Movimento (cont.)

(b) Qual é o intervalo de tempo Δt entre o início da viagem e o instante em que você chega ao posto?

IDEIA-CHAVE

Já sabemos quanto tempo você passou caminhando, Δt_{cam} (0,50 h), mas não sabemos quanto tempo você passou dirigindo, Δt_{dir}. Sabemos, porém, que você viajou 8,4 km de carro a uma velocidade média $v_{méd,dir} = 70$ km/h. Esta velocidade média é igual à razão entre o deslocamento do carro e o intervalo de tempo correspondente a esse deslocamento.

Cálculos Em primeiro lugar, sabemos que

$$v_{méd,dir} = \frac{\Delta x_{dir}}{\Delta t_{dir}}.$$

Explicitando Δt_{dir} e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$\Delta t_{dir} = \frac{\Delta x_{dir}}{v_{méd,dir}} = \frac{8{,}4 \text{ km}}{70 \text{ km/h}} = 0{,}12 \text{ h}.$$

Assim,

$$\begin{aligned}\Delta t &= \Delta t_{dir} + \Delta t_{cam} \\ &= 0{,}12 \text{ h} + 0{,}50 \text{ h} = 0{,}62 \text{ h}. \qquad \text{(Resposta)}\end{aligned}$$

Exemplo: Movimento

(c) Qual é a velocidade média $v_{méd}$ do início da viagem até a chegada ao posto de gasolina? Determine a solução numericamente e graficamente.

IDEIA-CHAVE

De acordo com a Eq. 2-2, $v_{méd}$ *para todo o percurso* é a razão entre o deslocamento de 10,4 *para todo o percurso* e o intervalo de tempo de 0,62 h *para todo o percurso*.

Cálculo Nesse caso,

$$v_{méd} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10{,}4\ \text{km}}{0{,}62\ \text{h}}$$

$$= 16{,}8\ \text{km/h} \approx 17\ \text{km/h}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Para determinar $v_{méd}$ graficamente, traçamos o gráfico da função $x(t)$, como mostra a Fig. 2-5, onde os pontos de partida e chegada são a origem e o ponto assinalado como "Posto". A velocidade média é a inclinação da reta que une esses pontos, ou seja, $v_{méd}$ é a razão entre a *elevação* (Δx = 10,4 km) e o *curso* (Δt = 0,62 h), o que nos dá $v_{méd}$ = 16,8 km/h.

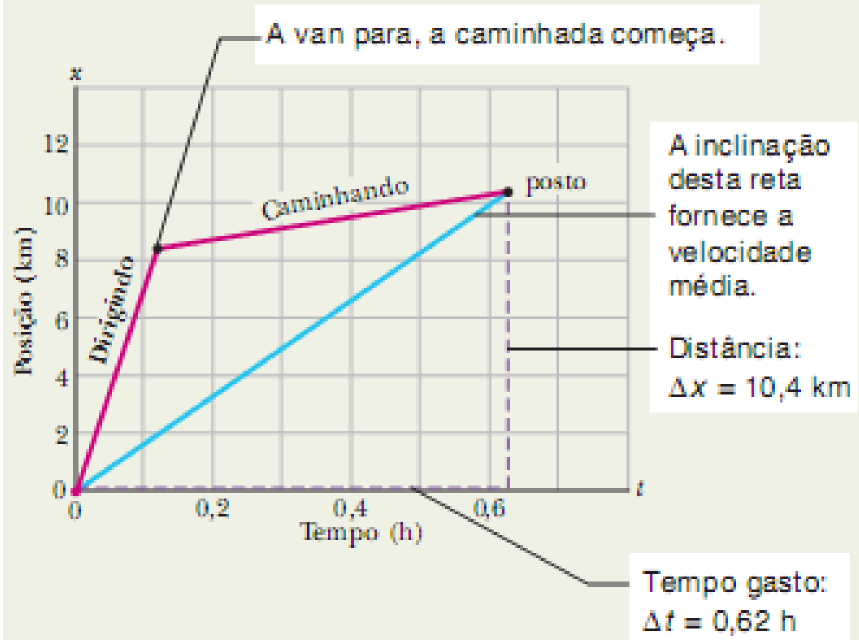
(d) Suponha que para encher um bujão de gasolina, pagar e caminhar de volta para o carro você leva 45 min. Qual é a velocidade escalar média do início da viagem até o momento em que você chega de volta ao lugar onde deixou o carro?

IDEIA-CHAVE

A velocidade escalar média é a razão entre a distância total percorrida e o tempo gasto para percorrer essa distância.

Cálculo A distância total é 8,4 km + 2,0 km + 2,0 km = 12,4 km. O intervalo de tempo total é 0,12 h + 0,50 h + 0,75 h = 1,37 h. Assim, de acordo com a Eq. 2-3,

$$s_{méd} = \frac{12{,}4\ \text{km}}{1{,}37\ \text{h}} = 9{,}1\ \text{km/h}. \qquad \text{(Resposta)}$$



2.5 Velocidade Instantânea e Velocidade Escalar Instantânea

A velocidade instantânea de uma partícula em um dado instante é a velocidade da partícula nesse instante.

A velocidade instantânea é dada pela seguinte equação:

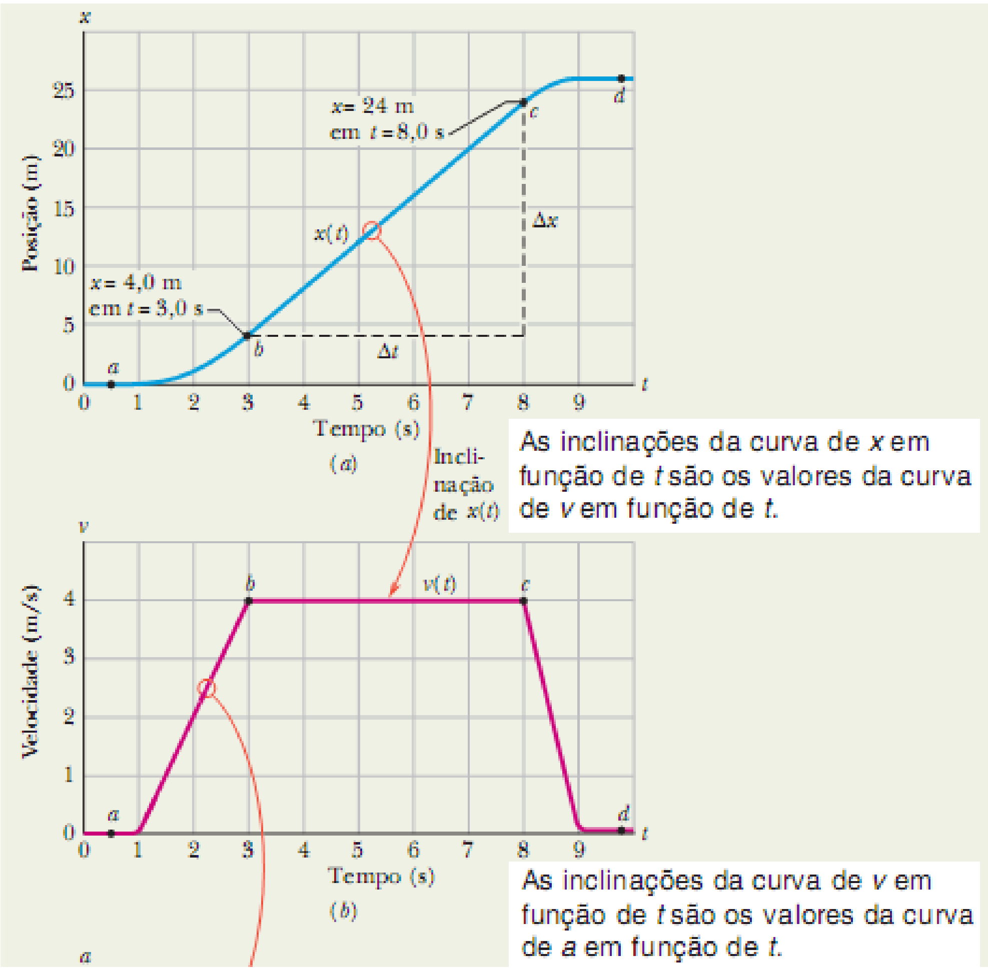
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}.$$

A velocidade instantânea em um dado instante é a inclinação da tangente à curva *x*-*t* nesse instante.

A velocidade instantânea é uma grandeza vetorial.

Exemplo: Velocidade instantânea

A Fig. 2-6a mostra o gráfico $x(t)$ de um elevador que, depois de passar algum tempo parado, começa a se mover para cima (que tomamos como o sentido positivo de x) e depois para novamente. Plote $v(t)$.



IDEIA-CHAVE

Podemos determinar a velocidade em qualquer instante calculando a inclinação da curva de $x(t)$ nesse instante.

Cálculos A inclinação de $x(t)$, e também a velocidade, é zero nos intervalos de 0 a 1 s e de 9 s em diante, já que o elevador está parado nesses intervalos. Durante o intervalo bc, a inclinação é constante e diferente de zero, o que significa que o elevador se move com velocidade constante. A inclinação de $x(t)$ é dada por

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v = \frac{24\text{ m} - 4{,}0\text{ m}}{8{,}0\text{ s} - 3{,}0\text{ s}} = +4{,}0\text{ m/s}. \qquad (2\text{-}5)$$

O sinal positivo indica que o elevador está se movendo no sentido positivo de x. Esses intervalos (nos quais $v = 0$ e $v = 4$ m/s) estão plotados na Fig. 2-6b. Além disso, como o elevador começa a se mover a partir do repouso e depois reduz a velocidade até parar, v varia da forma indicada nos intervalos de 1 s a 3 s e de 8 s a 9 s. Assim, a Fig. 2-6b é o gráfico pedido. (A Fig. 2-6c será discutida na Seção 2-6.)

Dado um gráfico de $v(t)$ como a Fig. 2-6b, poderíamos "retroagir" para determinar a forma do gráfico de $x(t)$ correspondente (Fig. 2-6a). Entretanto, não conheceríamos os verdadeiros valores de x nos vários instantes de tempo, porque o gráfico de $v(t)$ contém informações apenas sobre as *variações* de x. Para determinar a variação de x em um intervalo dado, devemos, na linguagem do cálculo, calcular a área "sob a curva" no gráfico de $v(t)$ para esse intervalo. Assim, por exemplo, durante o intervalo de 3 s a 8 s, no qual o elevador tem uma velocidade de 4,0 m/s, a variação de x é

$$\Delta x = (4{,}0\text{ m/s})(8{,}0\text{ s} - 3{,}0\text{ s}) = +20\text{ m}. \qquad (2\text{-}6)$$

(Essa área é positiva porque a curva $v(t)$ está acima do eixo t.) A Fig. 2-6a mostra que x realmente aumenta de 20 m nesse intervalo. Entretanto, a Fig. 2-6b nada nos diz sobre os valores de x no início e no final do intervalo. Para isso, necessitamos de uma informação adicional, como o valor de x em um dado instante.

2.6 Aceleração Média e Instantânea

Aceleração média é a razão entre a variação da velocidade e a variação do tempo.
Assim,

$$a_{méd} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

onde a velocidade é v_1 no instante t_1 e v_2 no instante t_2.

A aceleração instantânea é definida como

$$a = \frac{dv}{dt}.$$

Em termos da posição, a aceleração pode ser definida como

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

A unidade de aceleração no SI é o m/s^2.

2.6 Aceleração Média e Instantânea

Se a velocidade e a aceleração de uma partícula têm o mesmo sinal, a velocidade da partícula está aumentando.

Se a velocidade e a aceleração têm sinais opostos, a velocidade da partícula está diminuindo.

Nosso corpo é sensível à aceleração, mas não é sensível à velocidade. Um carro em alta velocidade não incomoda, mas uma freada súbita pode assustar. Este é o princípio usado em brinquedos dos parques de diversões como a montanha-russa.

A aceleração de um corpo em queda livre perto da superfície da Terra é 9,8 m/s^2, um valor frequentemente representado pela letra ***g***.

O coronel J. P. Stapp em um trenó a jato, que sofre variações bruscas de velocidade.

Exemplo: Aceleração

A posição de uma partícula no eixo x da Fig. 2-1 é dada por

$$x = 4 - 27t + t^3,$$

com x em metros e t em segundos.

(a) Como a posição x varia com o tempo t, a partícula está em movimento. Determine a função velocidade $v(t)$ e a função aceleração $a(t)$ da partícula.

IDEIAS-CHAVE

(1) Para obter a função velocidade $v(t)$, derivamos a função posição $x(t)$ em relação ao tempo. (2) Para obter a função aceleração $a(t)$, derivamos a função velocidade $v(t)$ em relação ao tempo.

Cálculos Derivando a função posição, obtemos

$$v = -27 + 3t^2, \qquad \text{(Resposta)}$$

com v em metros por segundo. Derivando a função velocidade, obtemos

$$a = +6t, \qquad \text{(Resposta)}$$

com a em metros por segundo ao quadrado.

(b) Existe algum instante para o qual $v = 0$?

Cálculo Fazendo $v(t) = 0$, obtemos

$$0 = -27 + 3t^2,$$

e, portanto,

$$t = \pm 3 \text{ s}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Assim, a velocidade é nula tanto 3 s antes como 3 s após o instante $t = 0$.

(c) Descreva o movimento da partícula para $t \geq 0$.

Raciocínio Precisamos examinar as expressões de $x(t)$, $v(t)$ e $a(t)$.

Em $t = 0$, a partícula está em $x(0) = +4$ m e está se movendo com velocidade $v(0) = -27$ m/s, ou seja, no sentido negativo do eixo x. A aceleração é $a(0) = 0$ porque, nesse instante, a velocidade da partícula não está variando.

Para $0 < t < 3$ s, a partícula ainda possui velocidade negativa e, portanto, continua a se mover no sentido negativo. Entretanto, a aceleração não mais é igual a zero e sim crescente e positiva. Como os sinais da velocidade e da aceleração são opostos, o módulo da velocidade da partícula deve estar diminuindo.

De fato, já sabemos que a partícula para momentaneamente em $t = 3$ s. Nesse instante, a partícula se encontra na maior distância à esquerda da origem da Fig. 2-1. Fazendo $t = 3$ s na expressão de $x(t)$, descobrimos que a posição da partícula nesse instante é $x = -50$ m. A aceleração é ainda positiva.

Para $t > 3$ s, a partícula se move para a direita sobre o eixo. A aceleração permanece positiva e aumenta progressivamente em módulo. A velocidade é agora positiva e o módulo da velocidade também aumenta progressivamente.

2.7 Aceleração Constante

Quando a aceleração é constante, o valor médio e o valor instantâneo são iguais.

$a = a_{\text{méd}} = \dfrac{v - v_0}{t - 0}$ significa que $\boxed{v = v_0 + at.}$ (1)

onde v_o é a velocidade no instante $t = 0$.

Analogamente, $v_{\text{méd}} = \dfrac{x - x_0}{t - 0}$, o que significa que $v_{\text{méd}} = \dfrac{x - x_0}{t - 0}$

o que leva a $\boxed{x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.}$ (2)

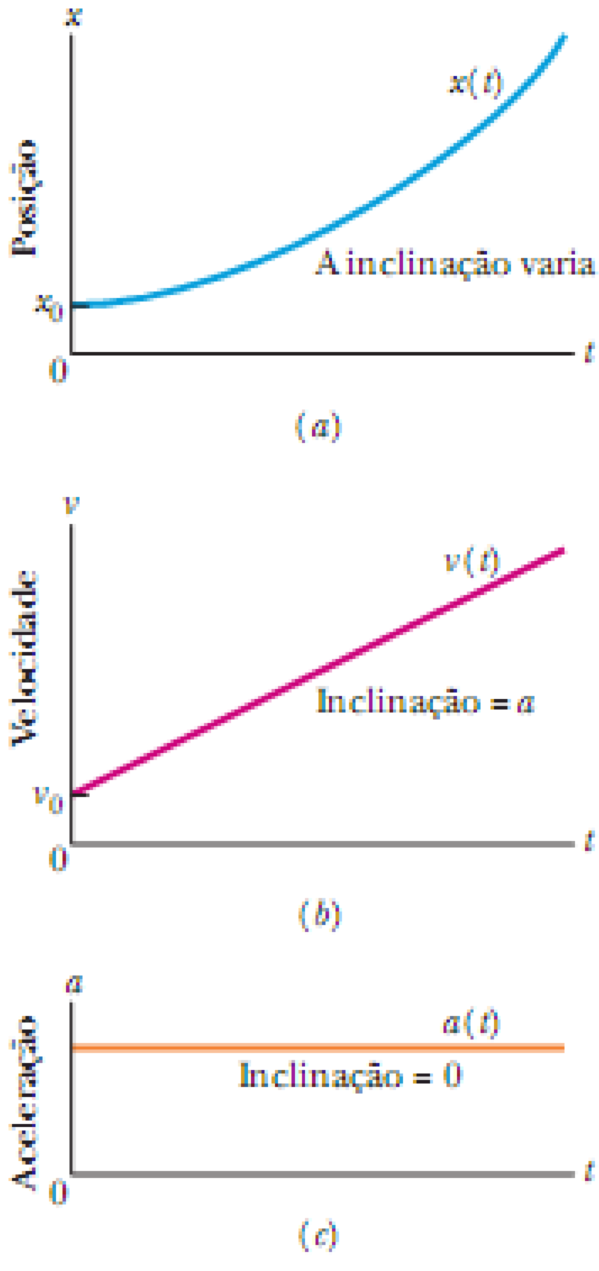
Eliminando t das Equações (1) e (2), obtemos:

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0).} \quad (3)$$

2.7 Aceleração Constante

Integrando o gráfico da aceleração em função do tempo, obtemos o gráfico da velocidade em função do tempo.

Integrando o gráfico da velocidade em função do tempo, obtemos o gráfico da posição em função do tempo.



As inclinações da curva de posição são plotadas na curva de velocidade.

A inclinação do gráfico de velocidade é plotada no gráfico de aceleração.

Exemplo: Aceleração constante

A Fig. 2-9 mostra a velocidade v de uma partícula em função da posição enquanto a partícula se move ao longo do eixo x com aceleração constante. Qual é a velocidade da partícula no ponto $x = 0$?

IDEIA-CHAVE

Podemos usar as equações de aceleração constante; em particular, podemos usar a Eq. 2-16 $[v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)]$ que relaciona a velocidade à posição.

Primeira tentativa Normalmente, estamos interessados em usar uma equação que contenha a variável pedida. Na Eq. 2-16, podemos dizer que $x_0 = 0$ e que v_0 é a variável pedida. Para determinar o valor de v_0, precisamos conhecer os valores de v e x no mesmo ponto. O gráfico permite determinar dois pares de valores para v e x: (1) $v = 8$ m/s e $x = 20$ m; (2) $v = 0$ e $x = 70$ m. Usando o primeiro par, podemos escrever:

$$(8 \text{ m/s})^2 = v_0^2 + 2a(20 \text{ m} - 0). \qquad (2\text{-}19)$$

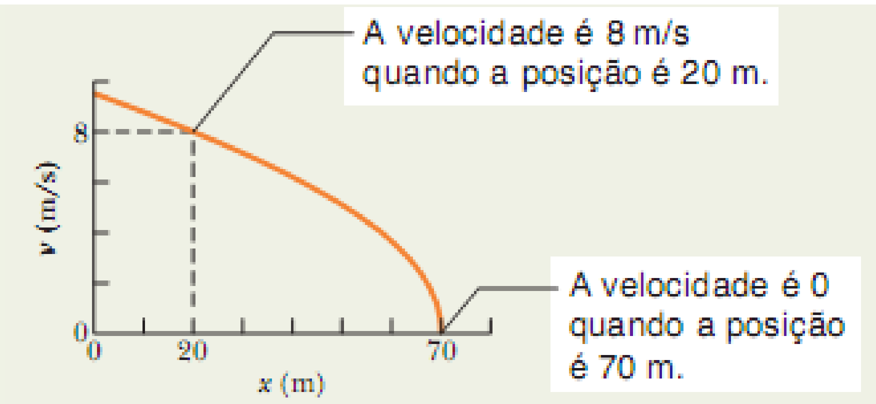
Entretanto, não podemos usar a Eq. 2-19 para calcular o valor de v_0, já que não conhecemos o valor de a.

Segunda tentativa Em vez de tentarmos determinar diretamente a variável pedida, vamos aplicar a Eq. 2-16 aos dois pontos conhecidos, chamando de $v_0 = 8$ m/s e $x_0 =$ 20 m o primeiro par de valores e de $v = 0$ m/s e $x = 70$ m o segundo par. Nesse caso, podemos escrever:

$$(0 \text{ m/s})^2 = (8 \text{ m/s})^2 + 2a(70 \text{ m} - 20 \text{ m}),$$

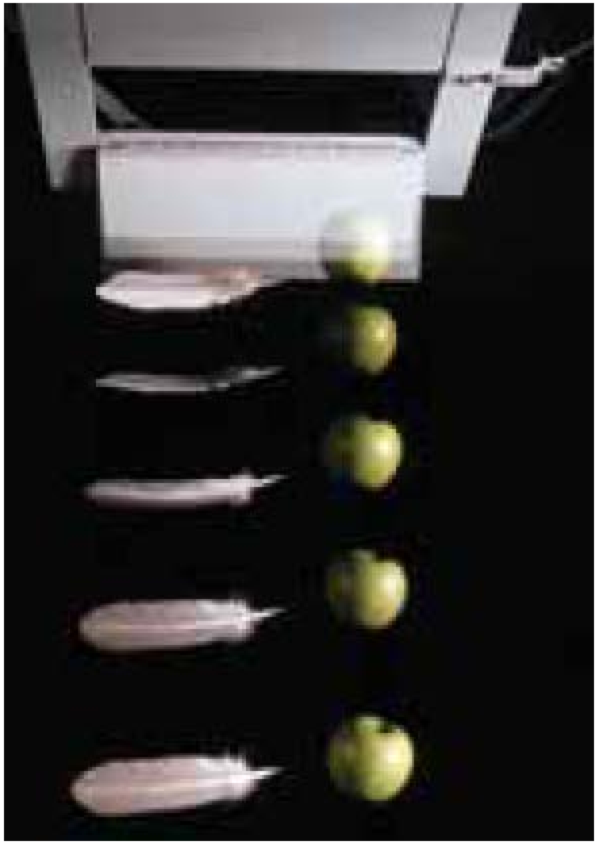
o que nos dá $a = -0{,}64$ m/s². Substituindo este valor na Eq. 2-19 e explicitando v_0 (a velocidade associada à posição $x = 0$), obtemos

$$v_0 = 9{,}5 \text{ m/s}. \qquad \text{(Resposta)}$$



2.9 Aceleração em Queda Livre

Objetos em queda livre são aqueles que caem sem estarem submetidos a nenhuma força, a não ser o próprio peso.



Para esses objetos é usado o modelo de aceleração constante, com "*a*" substituído por "-*g*", onde *g* = 9,8 m/s^2 no caso de objetos próximos da superfície da Terra.

Uma pena e uma maçã em queda livre sofrem a mesma aceleração.

Exemplo

Na Fig. 2-11, um lançador arremessa uma bola de beisebol para cima ao longo do eixo y, com uma velocidade inicial de 12 m/s.

(a) Quanto tempo a bola leva para atingir a altura máxima?

IDEIAS-CHAVE

(1) Entre o instante em que a bola é lançada e o instante em que volta ao ponto de partida, sua aceleração é a aceleração em queda livre, $a = -g$. Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1. (2) A velocidade v no instante em que a bola atinge a altura máxima é 0.

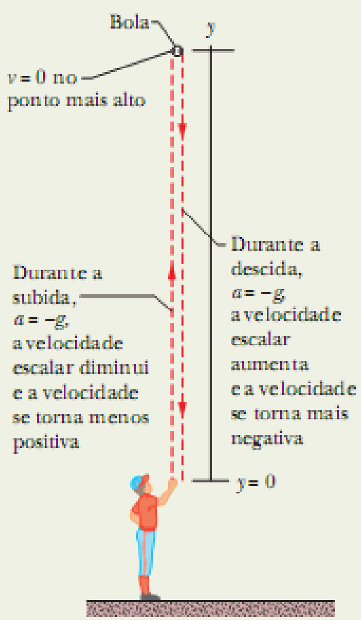


Figura 2-11 Um lançador arremessa uma bola de beisebol para cima. As equações de queda livre se aplicam tanto a objetos que estão subindo como a objetos que estão caindo, desde que a influência do ar possa ser desprezada.

Cálculo Como conhecemos v, a e a velocidade inicial $v_0 = 12$ m/s e estamos interessados em determinar o valor de t, escolhemos a Eq. 2-11, que contém essas quatro variáveis. Explicitando t, obtemos:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 12 \text{ m/s}}{-9{,}8 \text{ m/s}^2} = 1{,}2 \text{ s.} \qquad \text{(Resposta)}$$

(b) Qual é a altura máxima alcançada pela bola em relação ao ponto de lançamento?

Cálculo Podemos tomar o ponto de lançamento da bola como $y_0 = 0$. Nesse caso, podemos escrever a Eq. 2-16 com y no lugar de x, fazer $y - y_0 = y$ e $v = 0$ (na altura máxima) e explicitar y. O resultado é

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (12 \text{ m/s})^2}{2(-9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 7{,}3 \text{ m.} \qquad \text{(Resposta)}$$

(c) Quanto tempo a bola leva para atingir um ponto 5,0 m acima do ponto inicial?

Cálculos Como conhecemos v_0, $a = -g$ e o deslocamento $y - y_0 = 5{,}0$ m e queremos determinar t, escolhemos a Eq. 2-15. Substituindo x por y e fazendo $y_0 = 0$, obtemos

$$y = v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2,$$

ou $$5{,}0 \text{ m} = (12 \text{ m/s})t - (\tfrac{1}{2})(9{,}8 \text{ m/s}^2)t^2.$$

Omitindo temporariamente as unidades (depois de observar que são coerentes), podemos escrever esta equação na forma

$$4{,}9t^2 - 12t + 5{,}0 = 0.$$

Resolvendo esta equação do segundo grau, obtemos

$$t = 0{,}53 \text{ s} \quad \text{e} \quad t = 1{,}9 \text{ s.} \qquad \text{(Resposta)}$$

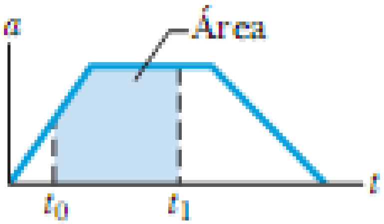
Existem dois tempos possíveis! Isso na verdade não chega a ser uma surpresa, pois a bola passa duas vezes pelo ponto $y = 5{,}0$ m, uma vez na subida e outra na descida.

2-10 Integração de Gráficos em Análise de Movimento

Partindo de $a = dv/dt$

obtemos $$v_1 - v_0 = \int_{t_0}^{t_1} a\,dt.$$

(v_o = velocidade no instante t = 0, e
v_1 = velocidade no instante $t = t_1$).

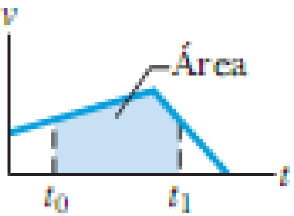


(a)

Esta área é igual à variação de velocidade.

Note que

$$\int_{t_0}^{t_1} a\,dt = \left(\begin{array}{c}\text{área entre a curva de aceleração} \\ \text{e o eixo dos tempos, de } t_0 \text{ a } t_1\end{array}\right).$$



(b)

Esta área é igual à variação de posição.

Analogamente, temos $$x_1 - x_0 = \int_{t_0}^{t_1} v\,dt,$$

(x_o = posição no instante t = 0 e
x_1 = posição no instante $t = t_1$)

e $$\int_{t_0}^{t_1} v\,dt = \left(\begin{array}{c}\text{área entre a curva de velocidade} \\ \text{e o eixo dos tempos, de } t_0 \text{ a } t_1\end{array}\right).$$

Exemplo: Solução gráfica

Lesões no pescoço causadas pelo "efeito chicote" são frequentes em colisões traseiras, em que um automóvel é atingido por trás por outro automóvel. Na década de 1970, os pesquisadores concluíram que a lesão ocorria porque a cabeça do ocupante era jogada para trás por cima do banco quando o carro era empurrado para frente. A partir dessa observação, foram instalados encostos de cabeça nos carros, mas as lesões de pescoço nas colisões traseiras continuaram a acontecer.

Em um teste recente para estudar as lesões do pescoço em colisões traseiras, um voluntário foi preso por cintos a um assento, que foi movimentado bruscamente para simular uma colisão na qual o carro de trás estava se movendo a 10,5 km/h. A Fig. 2-13*a* mostra a aceleração do tronco e da cabeça do voluntário durante a colisão, que começa no instante $t = 0$. O início da aceleração do tronco sofreu um retardo de 40 ms, tempo que o encosto do assento levou para ser comprimido contra o voluntário. A aceleração da cabeça sofreu um retardo de mais 70 ms. Qual era a velocidade do tronco quando a cabeça começou a acelerar?

IDEIA-CHAVE

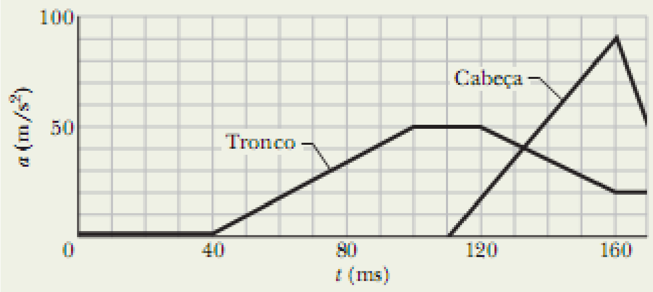
Podemos determinar a velocidade escalar do tronco em qualquer instante calculando a área sob a curva da aceleração do tronco, $a(t)$.

Cálculos Sabemos que a velocidade inicial do tronco é $v_0 = 0$ no instante $t_0 = 0$, ou seja, no início da "colisão". Queremos obter a velocidade do tronco v_1 no instante $t_1 = 110$ ms, ou seja, quando a cabeça começa a acelerar.

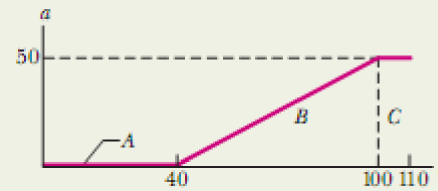
Combinando as Eqs. 2-22 e 2-23, podemos escrever:

$$v_1 - v_0 = \left(\begin{array}{c}\text{área entre a curva de aceleração}\\ \text{e o eixo dos tempos, de } t_0 \text{ a } t_1\end{array}\right). \qquad (2\text{-}26)$$

Por conveniência, vamos separar a área em três regiões



(*a*)



(*b*)

A área é igual à variação de velocidade.

(Fig. 2-13*b*). De 0 a 40 ms, a região *A* tem área nula:

$$\text{área}_A = 0.$$

De 40 ms a 100 ms, a região *B* tem a forma de um triângulo cuja área é

$$\text{área}_B = \tfrac{1}{2}(0{,}060\ \text{s})(50\ \text{m/s}^2) = 1{,}5\ \text{m/s}.$$

De 100 ms a 110 ms, a região *C* tem a forma de um retângulo cuja área é

$$\text{área}_C = (0{,}010\ \text{s})(50\ \text{m/s}^2) = 0{,}50\ \text{m/s}.$$

Substituindo esses valores e fazendo $v_0 = 0$ na Eq. 2-26, obtemos:

$$v_1 - 0 = 0 + 1{,}5\ \text{m/s} + 0{,}50\ \text{m/s},$$

ou

$$v_1 = 2{,}0\ \text{m/s} = 7{,}2\ \text{km/h}. \qquad \text{(Resposta)}$$