

## 5 - ENSAIO DE COMPRESSÃO

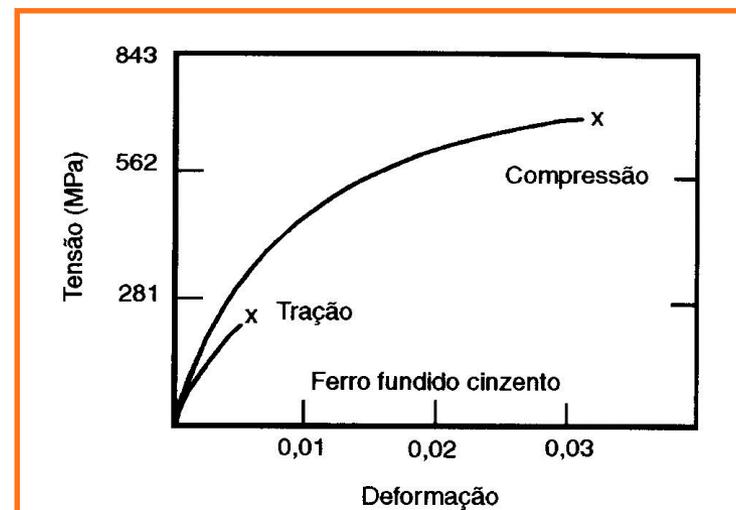


## Informações Iniciais:

- Teste Uniaxial.
- Propriedades obtidas analogamente ao ensaio de tração.
- Exemplos de Normas:
  - ASTM E 9 (metais)
  - NBR 5739 (concreto)

## Razões para o Ensaio:

- Análises Similares às do Ensaio de Tração
- Alguns Materiais têm Comportamento muito Diferente: Resistência à Compressão é Maior
- Materiais Usados para Suportar Esforços Compressivos



*Comparativo das curvas tensão-deformação de ferro fundido em tração e compressão*

## Principais Empregos:

- **Indústria de Construção Civil**  
(exemplo: qualidade do concreto, tijolos, etc);
- **Indústria de Conformação Mecânica**  
(exemplo: metais dúcteis forjados, laminados);
- **Materiais Maleáveis**  
empregados em guarnições, gaxetas e arruelas



*Tijolo preparado, ensaio de compressão axial*



*Ensaio de compressão em corpo-de-prova de concreto*

## Ensaio em Componentes:



*Ensaio de compressão  
em coluna de aço*



*Ensaio de compressão  
em garrafas plásticas*

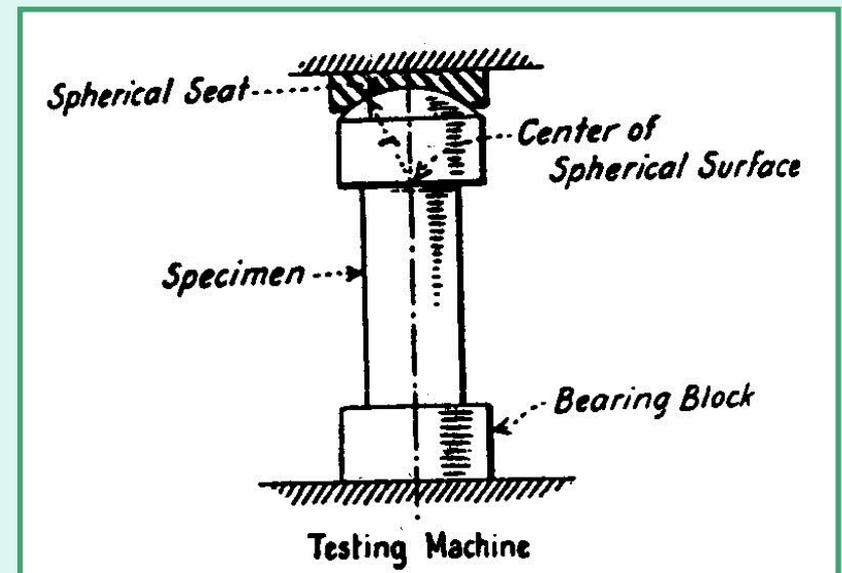


Ensaio axial com corpo-de-prova cilíndrico: *(vídeo)*



## Corpos-de-Prova:

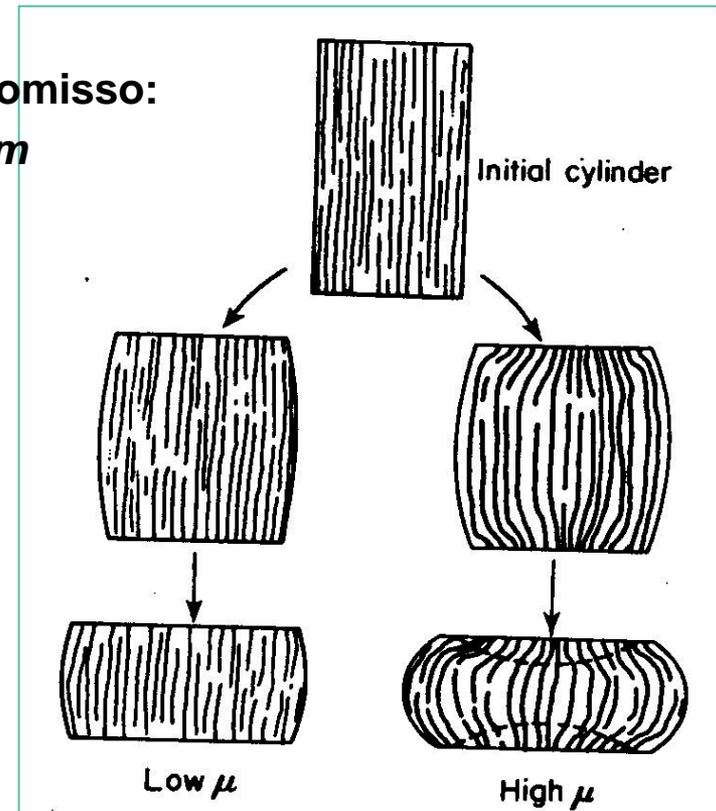
- Normalmente Cilíndricos (seção quadrada ou retangular são usadas eventualmente)
- Relação  $L/d$  entre 1 e 3 (podendo chegar a 10 em testes especiais → Módulo de Young)



*Ensaio de Compressão: o corpo-de-prova é posicionado entre placas.*

## Cuidados a Serem Tomados:

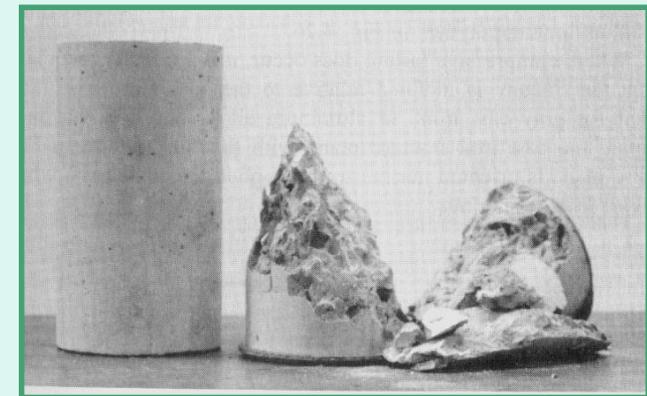
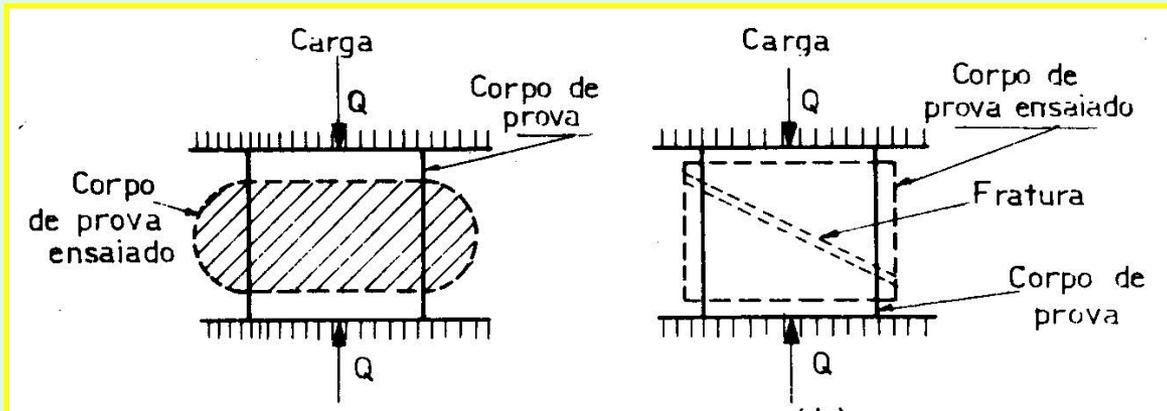
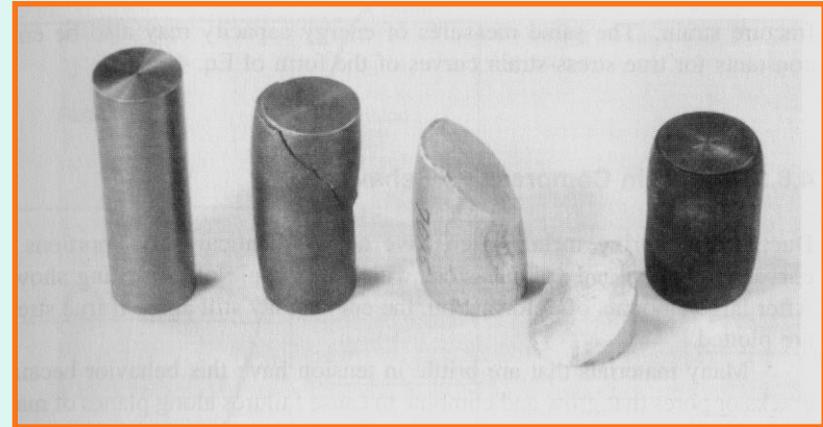
- Escolha do comprimento representa um compromisso:
  - *L/d grande* → *Pode ocorrer a flambagem*
  - *L/d pequeno* → *Efeitos de extremidade*
- Flambagem → tensões de flexão
- Problema agravado por:
  - *Falta de alinhamento da máquina e dispositivo*
  - *Extremidades do c.d.p. nunca são 100% paralelas*
  - *Eixo do c.d.p. nunca é 100% retilíneo*
- Efeitos de Extremidade → estado de tensão complexo: atrito dificulta deformação de Poisson (devem-se lubrificar as extremidades)



*Seções Longitudinais de cilindros submetidos a compressão axial*

## Materiais Dúcteis e Frágeis:

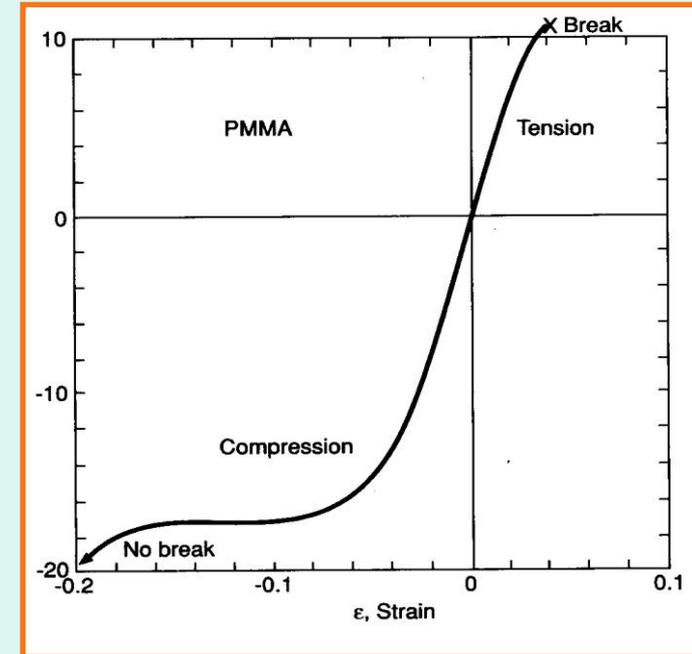
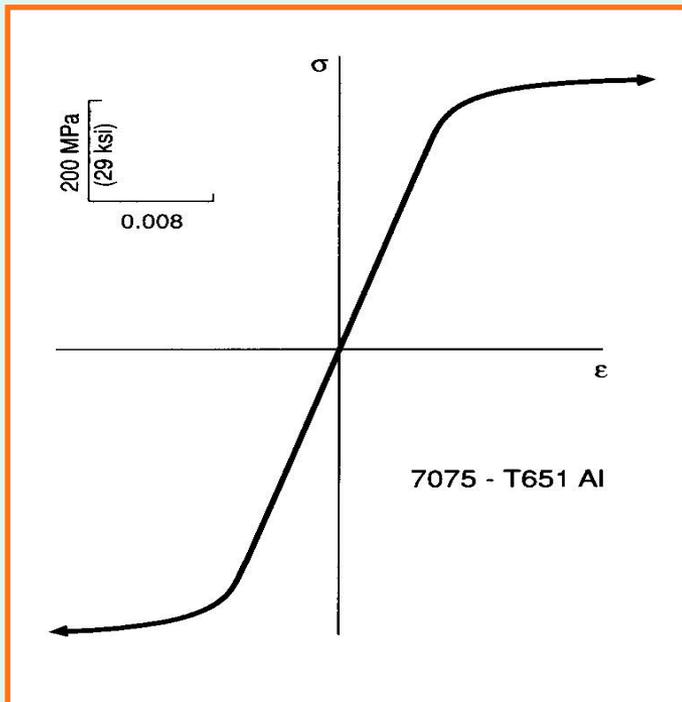
- Frágeis: sofrem ruptura → tensões de cisalhamento e tensões trativas secundárias;
- Dúcteis: muitas vezes não é possível levar o corpo-de-prova à ruptura → análise dos dados somente da região elástica



*C.d.p.s de concreto (d=150mm)*

## Curvas de Compressão Axial:

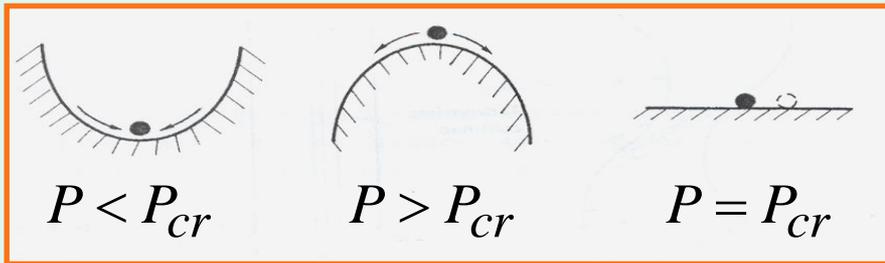
- **Dúcteis:** porções iniciais das curvas em tração e compressão aproximadamente idênticas (após grandes deformações, as curvas podem coincidir se forem considerados os valores verdadeiros)



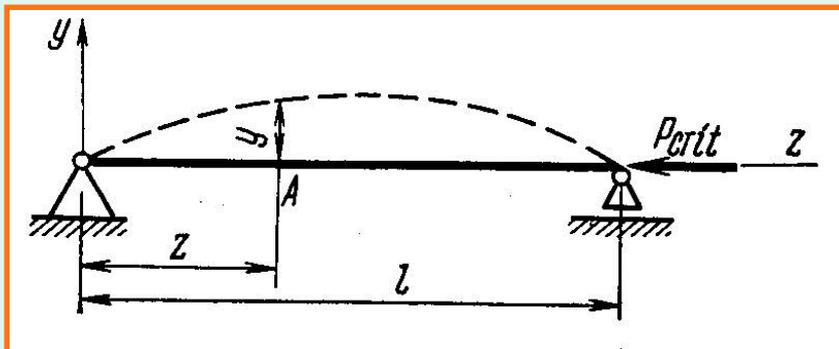
- **Frágeis:** a fragilidade em tração está associada a defeitos do material  $\rightarrow$  fratura no plano da tensão normal máxima;
- **Frágeis:** defeitos influem muito menos no comportamento em compressão  $\rightarrow$  fratura, quando ocorre, se dá em planos inclinados.

## Introdução à Teoria da Flambagem:

- **Formas de equilíbrio**



- **Barra sujeita à compressão**



**Equilíbrio** → Seccionar num ponto arbitrário:

$$M = -Py$$

**Equação da Linha Elástica:**

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

Definimos uma variável  $\alpha$ :

$$\frac{P}{EI} = \alpha^2$$

**Equação da Elástica fica da forma:**

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \alpha^2 y = 0$$

(equação diferencial linear de 2ª ordem coef. constantes)

- **Solução Geral da Equação:**  $y = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x$

- **Condições de Contorno:**

- 1)  $x = 0 \rightarrow y = 0$

- 2)  $x = L \rightarrow y = 0$

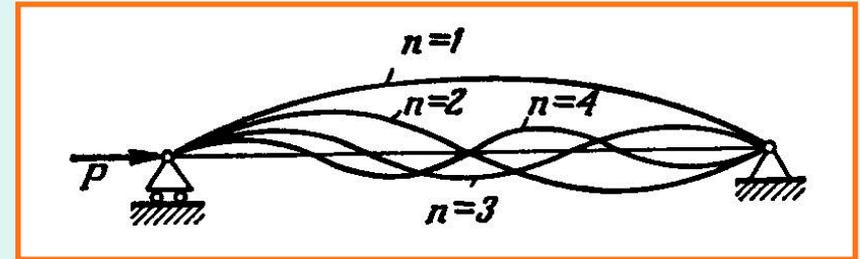
- **Determinação das Constantes:**

- 1)  $A = 0$

- 2)  $B \sin \alpha L = 0 \Rightarrow \sin \alpha L = 0$

- ✓ **Determinamos  $\alpha$ :**

$$\alpha = \frac{n\pi}{L}$$



- ✓ **Voltando à definição de  $\alpha$ :**

$$\sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{n\pi}{L}$$

- ✓ **Infinidade de valores da carga crítica:**

$$P = \frac{\pi^2 IE}{L^2} n^2$$

- ✓ **Somente o menor  $P$  tem significado:**

$$P = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

## Barra com Seção Qualquer:

- ✓ *A flambagem ocorre no eixo de menor momento de inércia*

$$P = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{L^2}$$

## Efeito das Condições de Extremidade:

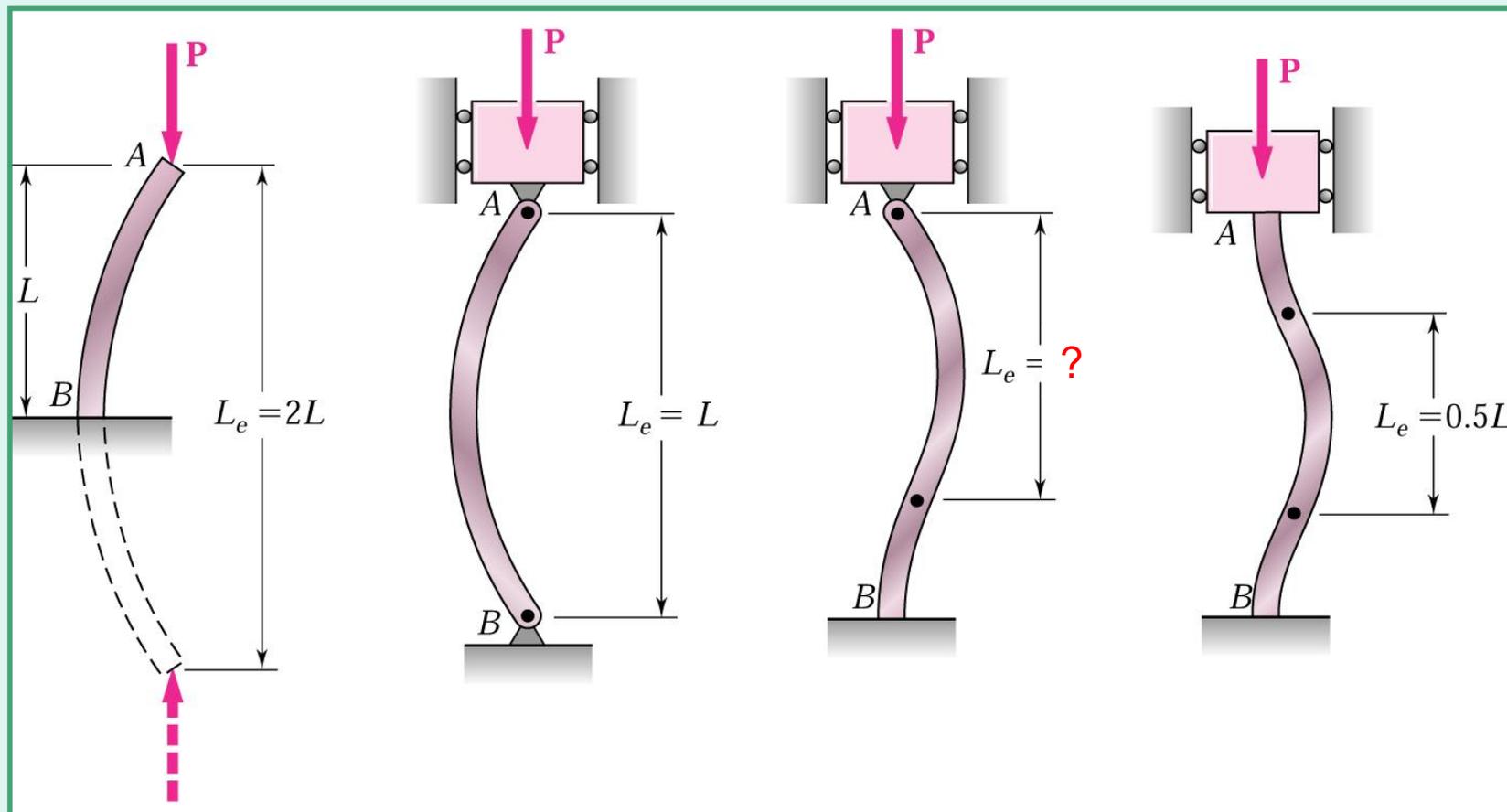
- ✓ *Definimos o Comprimento Efetivo*  $L_e = \mu \cdot L$

*onde  $\mu$  é o coeficiente de redução de comprimento*

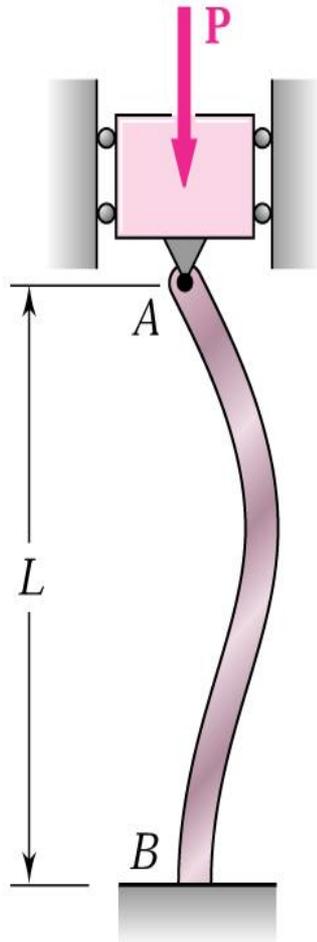
*Ficamos com:*

$$P = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu L)^2}$$

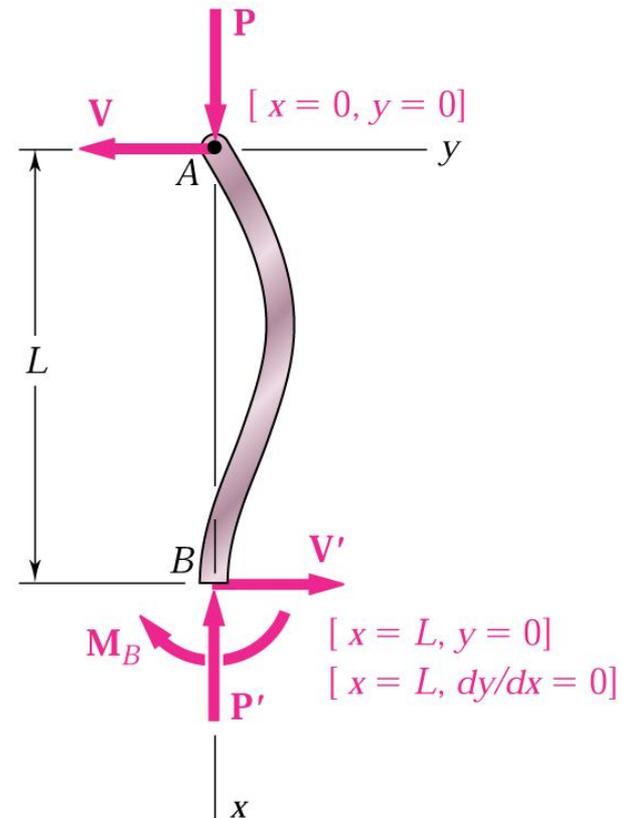
## Efeito das Condições de Extremidade:

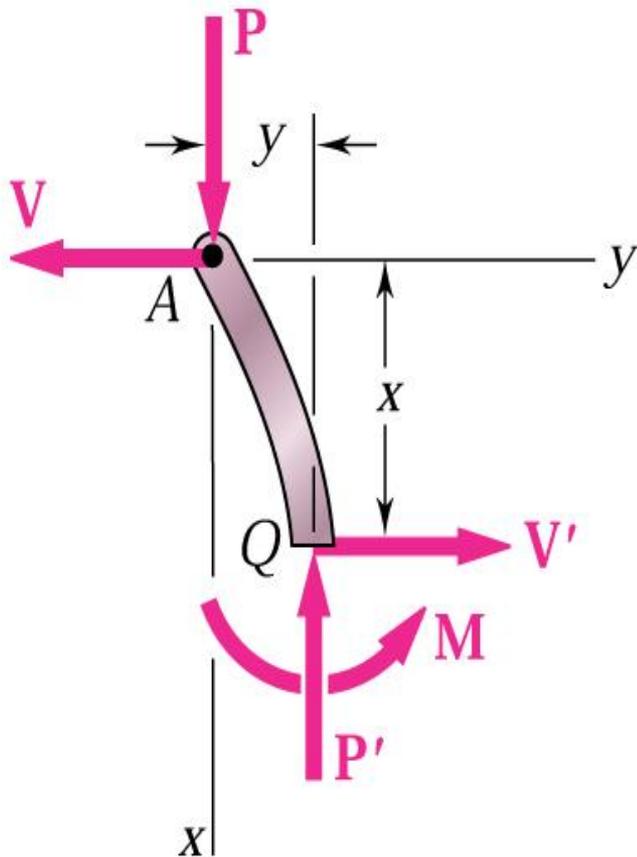


## Extremidades Engastada e Articulada:



Condições de Contorno:





$$M = -Py - Vx$$

Equação Diferencial:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{Py + Vx}{EI} = 0$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{Py}{EI} = \frac{-Vx}{EI}$$

Fazendo:  $\alpha^2 = \frac{P}{EI}$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \alpha^2 y = \frac{-Vx}{EI}$$

Para resolver a equação, combina-se a solução geral com uma solução particular:

$$y_g = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x$$

Fazendo:  $y_p = Cx + D$

Então:  $\frac{d^2 y_p}{dx^2} = 0$        $\alpha^2 (Cx + D) = \frac{-Vx}{EI}$        $\frac{P}{EI} (Cx + D) = \frac{-Vx}{EI}$

De onde se obtém:  $D = 0$        $C = \frac{-V}{P}$        $y_p = \frac{-Vx}{P}$

E ficamos com:  $y = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x - \frac{Vx}{P}$

$$y = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x - \frac{Vx}{P}$$

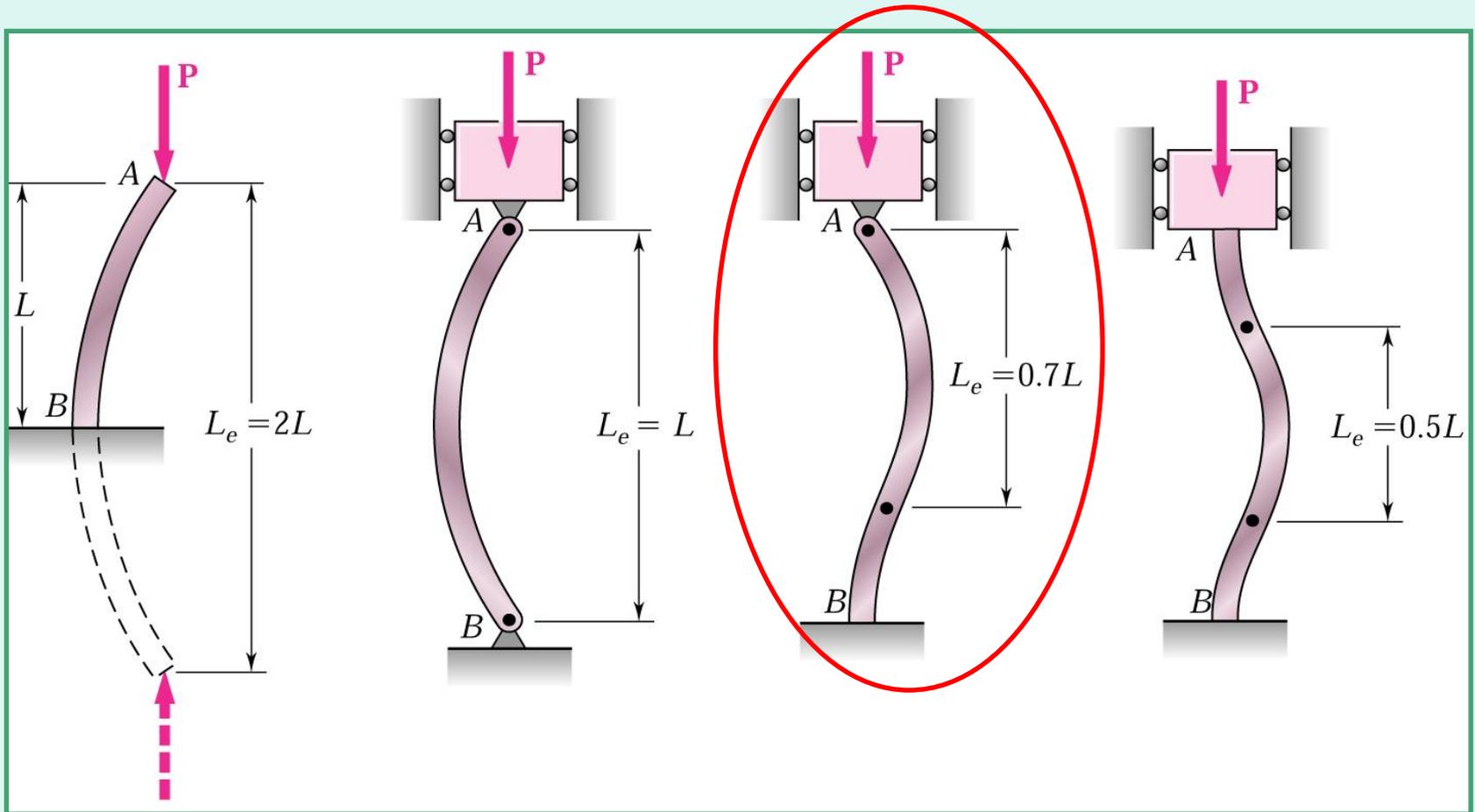
Empregando-se as condições de contorno, chegamos a:  $P_{cr} = \frac{20,19EI}{L^2}$

Lembrando que para a barra biarticulada havíamos obtido:  $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$

Podemos escrever para a barra em questão:  $P_{cr} = \frac{20,19EI}{L^2} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$

De onde finalmente obtemos:  $L_e \cong 0,7L$

## Efeito das Condições de Extremidade:



✓ **Tensão Crítica (fórmula de Euler):**

$$\sigma_{crit} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(\mu L)^2 A}$$

✓ **Definição do Raio de Giração mínimo:**

$$r_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}$$

✓ **Reescrevemos a Tensão Crítica:**

$$\sigma_{crit} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu L}{r_{min}}\right)^2}$$

✓ **A influência dos apoios e dimensões da barra será caracterizada pela esbeltez  $\lambda$ :**

$$\lambda = \frac{\mu L}{r_{min}}$$

✓ **Validade da fórmula de Euler → determinada pela equação da elástica (tensões menores que a tensão de escoamento em compressão):**

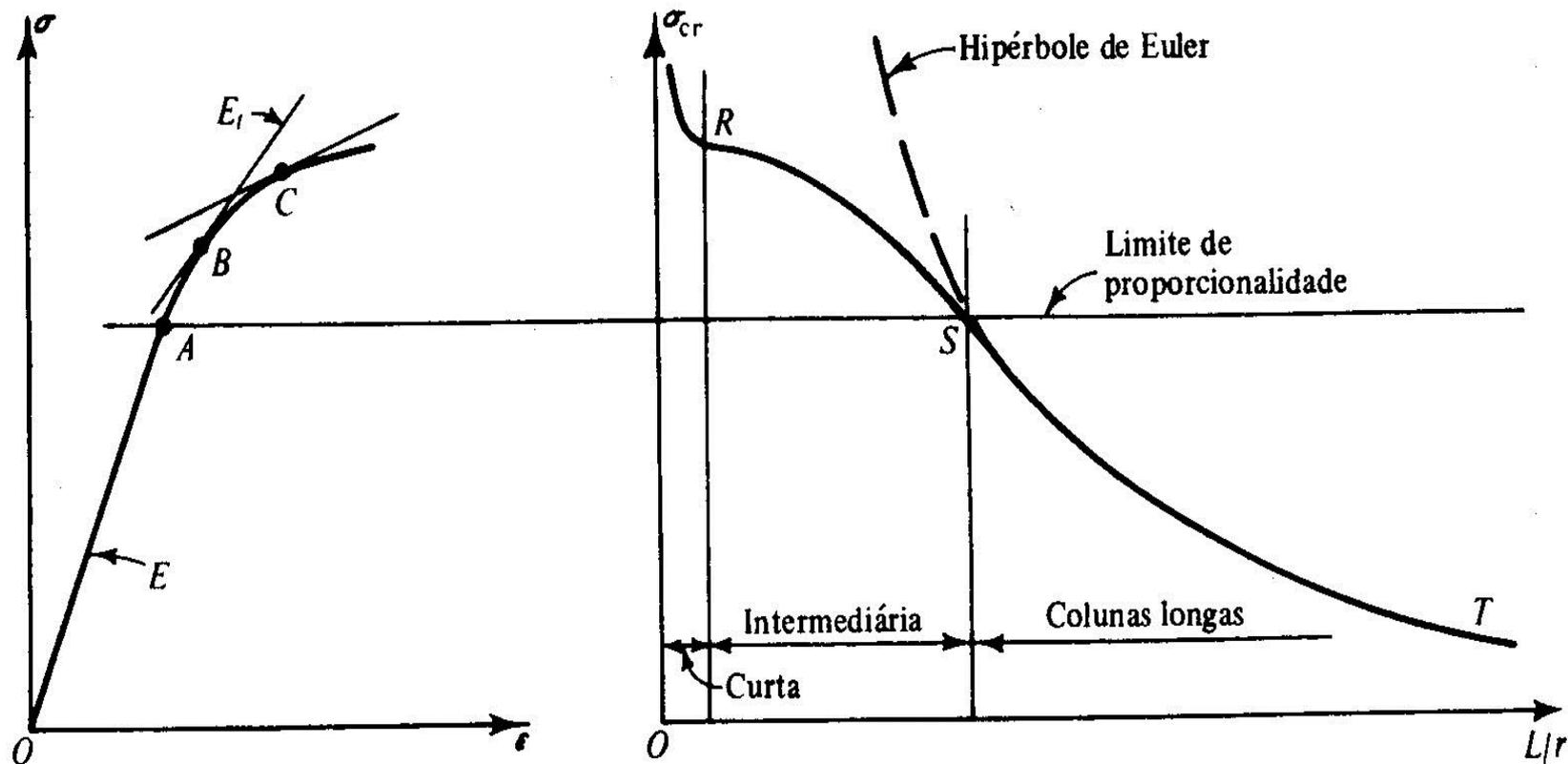
$$\sigma_{crit} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

válido para:

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_e}}$$

(Obs.: Quando  $\lambda$  é pequeno, a barra sofre escoamento antes de flambar)

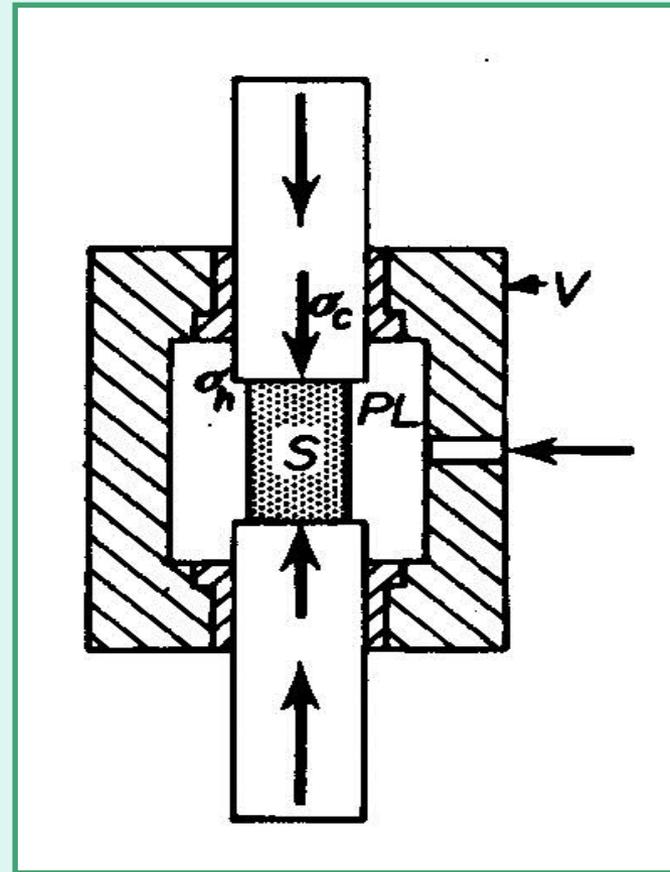
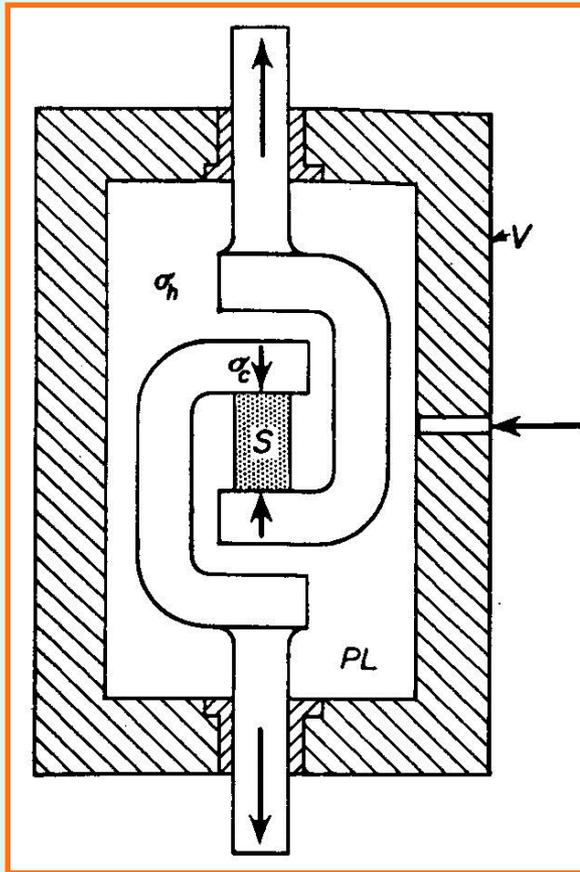
## Flambagem no Regime Plástico:

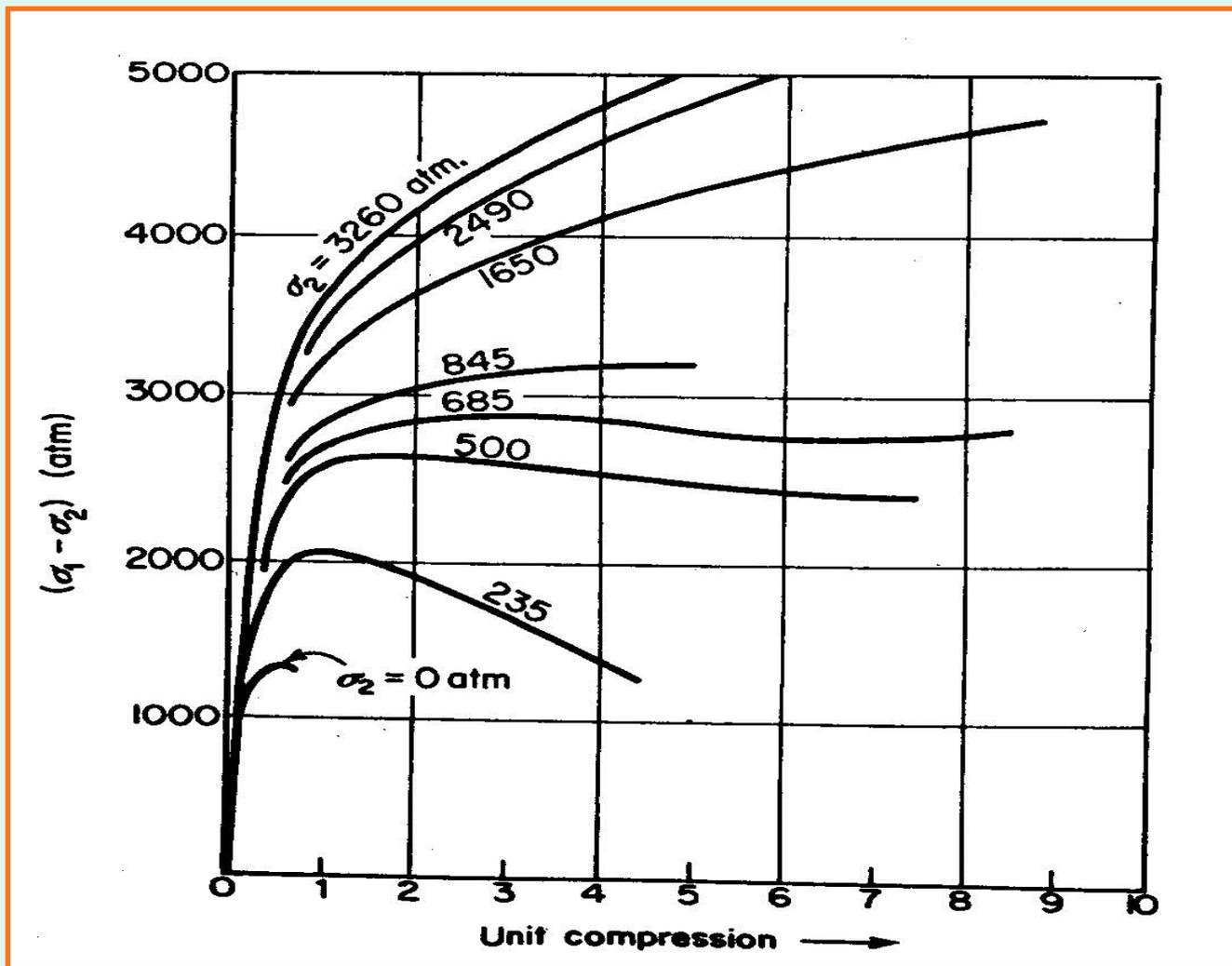


*Teoria do módulo tangente para flambagem inelástica*

## Ensaio de Compressão no Estado Triaxial:

- **Materiais Frágeis sofrem Deformação Plástica**
- **Superposição de uma Tensão Hidrostática**

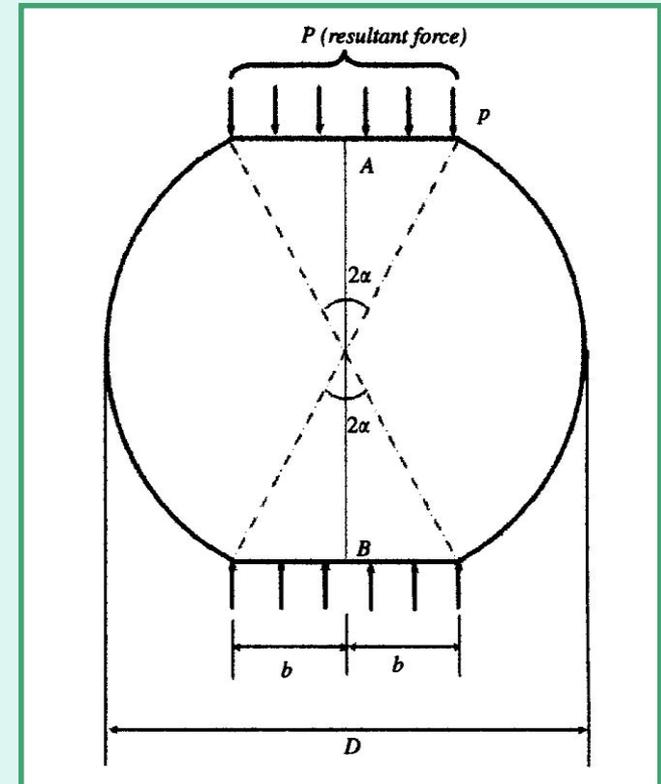
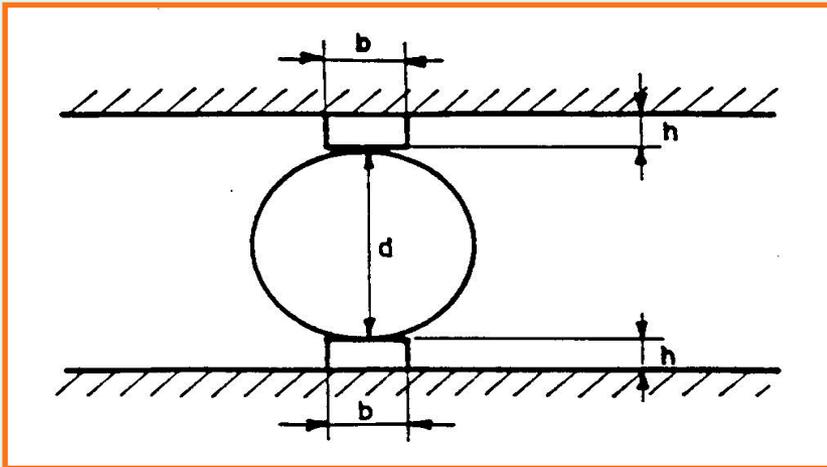




*Resultados obtidos por Kármán com cilindros de mármore*

## Compressão Diametral:

- NBR 7222
- Desenvolvido para Argamassa e Concreto
- Estado de Tensão é Complexo
- Adaptação do “Brazilian Disc Specimen” para determinar a Tenacidade à Fratura de Rochas



➤ *Resistência à tração por compressão diametral:*

$$\sigma_{t,D} = \frac{2P}{\pi dL}$$

