## Informações Básicas Sobre Extensômetros Elétricos de Resistência

Em 1856, Sir William Thompson (Lord Kelvin) descobriu que a resistência elétrica de um condutor varia com a solicitação mecânica aplicada ao mesmo. Porém, a utilização prática deste fenômeno só foi possível no século seguinte. Por volta de 1938, experimentos realizados no M.I.T. (Estados Unidos) com um condutor colado em uma estrutura permitiram verificar que a variação da resistência do condutor é proporcional à deformação da estrutura. Assim, se fixarmos firmemente um fio condutor na superfície externa de uma peça ou estrutura, podemos acompanhar as deformações desta estrutura simplesmente medindo a variação da resistência do fio.

Essa variação da resistência é devida à variação dimensional do fio e também à variação da resistividade do material que forma o fio. Sabe-se que a resistência  $R_0$  de um condutor de comprimento  $L_0$  e resistência específica  $\rho$  é dada pela equação (1).

$$R_0 = \rho \frac{L_0}{A} \tag{1}$$

Diferenciando-se a equação (1), e em seguida efetuando-se algumas simplificações e considerando um fio de seção circular, chega-se a uma expressão para a variação da resistência do fio, dada pela equação (2).

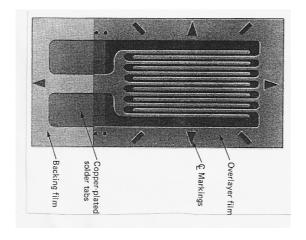
$$\frac{\Delta R}{R_0} = \left(1 + 2\nu + \frac{d\rho}{d\varepsilon} \frac{1}{\rho}\right) \varepsilon, \tag{2}$$

onde:  $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$  é a deformação do fio.

A equação (2) pode ser reescrita simplesmente como:

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k\varepsilon \,, \tag{3}$$

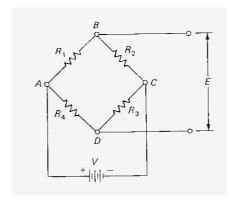
onde: k é o Fator de Sensibilidade e depende das propriedades do material condutor.



Se a resistividade do material não varia (ou tem variação desprezível), teremos que k = (1 + 2v). Considerando por exemplo v = 0,3, teremos que k = 1,6. Na prática, k pode assumir diferentes valores. Por exemplo, para o Constantan (liga formada à base de 57% Cu e 43% Ni, muito usada na confecção de extensômetros), temos k = 2,1.

A construção básica de um extensômetro compreende um fio ou lâmina em zigue-zague (grade metálica) montado sobre uma base de material isolante, como mostra a Figura da página anterior (diâmetro de fio: 0,03 mm; espessura de lâmina: 0,01 mm). Os valores da resistência dos extensômetros mais usados são 120  $\Omega$  e 350  $\Omega$ . A corrente nos extensômetros usuais não deve passar de 20 mA.

Para considerar qual a ordem de grandeza de  $\Delta R$ , considere o exemplo em que a tensão  $\sigma = 70$  MPa, E = 200 GPa,  $R_0 = 120$   $\Omega$  e k = 2,0. Usando-se a lei de Hooke e a equação (3), tem-se que  $\Delta R = 0,084$   $\Omega$ , que é um valor muito pequeno, sendo necessário um instrumento preciso para medi-la. Para melhorar a precisão, emprega-se a Ponte de Wheatstone, um circuito apropriado para medir pequenas variações de resistência. Este circuito foi desenvolvido em 1843 pelo físico inglês Sir Charles Wheatstone e está representado na Figura abaixo.



O princípio de operação da Ponte de Wheatstone consiste do seguinte: Aplica-se a tensão V entre A e C, e determina-se a tensão de saída entre B e D. Sendo as correntes nos braços ABC e ADC dadas por  $i_1$  e  $i_2$ , tem-se:

$$V = (R_1 + R_2)i_1 = (R_3 + R_4)i_2 \tag{4}$$

A queda de tensão  $V_{AB}$  em  $R_I$  é dada pela equação (5) e a queda de tensão  $V_{AD}$  em  $R_4$  é calculada de maneira análoga.

$$V_{AB} = R_I i_I = V \frac{R_I}{R_I + R_2} \tag{5}$$

A tensão de saída E será então dada pela equação (6), que é desenvolvida até chegar-se à equação (7).

$$E = V_{BD} = V_{AB} - V_{AD} \tag{6}$$

$$E = V \left[ \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \right] \tag{7}$$

Dizemos que a ponte está balanceada quando a tensão de saída E é igual a zero, e isto acontece quando:  $R_1R_3 = R_2R_4$ .

Considere agora que os quatro braços da ponte sejam formados por extensômetros elétricos. Diferentes tipos de ligação são possíveis, dependendo de quantos braços ativos serão montados. Um braço ativo significa que o *strain gage* (ou extensômetro) está montado na estrutura que se deforma e portanto sua resistência está variando. Tem-se portanto os seguintes tipos de ligação: quarto de ponte (um braço ativo), meia ponte (dois braços ativos), ponte completa (quatro braços ativos).

Observação: para os braços não-ativos, deve-se usar os próprios extensômetros, porque são necessários resistores com valor ôhmico muito preciso, o que não se encontra facilmente no mercado.

Seja por exemplo uma montagem em ponte completa. Se o elemento estrutural onde os extensômetros estão colados não estiver submetido a uma solicitação mecânica, a ponte estará balanceada (ou seja, E=0). Havendo uma solicitação mecânica, cada resistência apresentará uma variação, provocando uma tensão de saída  $\Delta E$  no circuito. Da equação (7), vem que:

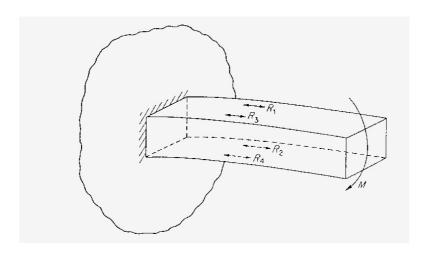
$$E + \Delta E = V \frac{(R_1 + \Delta R_1)(R_3 + \Delta R_3) - (R_2 + \Delta R_2)(R_4 + \Delta R_4)}{(R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4)}$$
(8)

Desenvolvendo a equação (8) e desprezando os termos de segunda ordem (ou seja, considerando  $\Delta R \ll R$ ), chegamos à equação (9).

$$\Delta E = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} V \left[ \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right]$$
(9)

Se os quatro extensômetros são iguais (mesmo R e mesmo k), então:

$$\Delta E = \frac{V}{4} k \left( \varepsilon_I - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 \right) \tag{10}$$



Observe que  $\Delta E$  resulta da soma algébrica das indicações fornecidas pelos quatro braços da ponte. Indicações de braços adjacentes tendem a se anular e de braços opostos tendem a se reforçar. Veja por exemplo a viga engastada submetida ao momento M, na montagem com ponte completa (os quatro extensômetros colados como mostra a Figura da página anterior). Nesta montagem teremos  $\Delta R_1 = \Delta R_3 = -\Delta R_2 = -\Delta R_4$  (pois as deformações são compressivas em  $R_2$  e  $R_4$ ).

Assim:

$$\Delta E = \frac{V}{4} \left( 4 \frac{\Delta R_I}{R_I} \right) \tag{11}$$

De onde, usando a equação (3), obtemos:

$$\Delta E = V \frac{\Delta R_I}{R_I} = V k \varepsilon \tag{12}$$

Da equação (12) obtém-se facilmente o valor da deformação  $\varepsilon$  em função de  $\Delta E$ , V e k. Note que se os extensômetros  $R_2$  e  $R_3$  forem trocados no circuito, a ponte não acusaria nenhuma tensão de saída e não conseguiríamos determinar a deformação.

Nesta mesma viga, se fizéssemos uma ligação em quarto de ponte (ou seja, usando  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  fora da viga), teríamos obviamente  $\Delta R_2 = \Delta R_3 = \Delta R_4 = 0$ . Neste caso, teríamos:

$$\Delta E = \frac{V}{4} \frac{\Delta R_I}{R_I} = \frac{V}{4} k \varepsilon \tag{13}$$

Comparando-se as equações (12) e (13), conclui-se que a montagem com ponte completa é mais sensível que a montagem com quarto de ponte.

Diversos cuidados devem ser tomados para que as medições com extensômetros elétricos sejam precisas. As fases de preparação da superfície, colagem e solda dos contatos elétricos são muito importantes. Considerações sobre o efeito da temperatura e como compensa-lo também são fundamentais em extensometria.

<u>Transdutores:</u> Podemos usar montagens feitas com extensômetros para medir outras grandezas, além das deformações. O transdutor permite converter uma grandeza em outra por meio de uma curva de calibração. A célula de carga, por exemplo, é um transdutor de força. Neste dispositivo, usa-se normalmente extensômetros de 350  $\Omega$  e voltagem de excitação de 10 V. Um tipo comum de célula de carga, que tem o formato de um corpo-de-prova, é a chamada célula de carga de coluna. Usa-se a ponte completa e converte-se a variação  $\Delta E$  (medida em milivolts) em força.

