



# **Laboratório de Eletricidade**

**Prof. Dr. Carlos Renato Menegatti**

**Sala 16**

Departamento de Ciências Básicas  
e Ambientais - LOB

**EEL-USP**

## Aula -2

- Relatórios;
- Construção de Gráficos;
- Análises de Gráficos;
- Erros – *tipos de erros*;
- Propagação de erros;
- Equipamentos de medida (Multímetro);
- Prática – Análise da Lei de Ohm.

# Relatórios

**1- O relatório deve ser escrito em folha de papel almaço;**

**2- Indique inicialmente** o(s) Nome(s) do(s) aluno(s), que estão elaborando o relatório, a data de sua realização e o título do experimento de acordo com a apostila;

**3- OBJETIVO(S):** Descreva de maneira clara e sucinta (s) objetivo (s) que deverão ser alcançados durante a realização do referido experimento;

**4- EXPERIMENTO (MATERIAIS E MÉTODOS):** Descreva quais os materiais e aparelhos utilizados durante a realização do experimento e como os dados experimentais foram obtidos. Estas informações devem permitir a qualquer outra pessoa repetir sua medida sem que **seja necessária sua participação.**

# Relatórios

5- **RESULTADOS OBTIDOS E DISCUSSÃO:** Apresente seus resultados de forma ordenada através de tabelas, gráficos, etc. Quando necessário, coloque no relatório equações e os dados utilizados nas mesmas. **DISCUTA** seus resultados em função de outros obtidos no mesmo experimento ou de valores disponíveis em tabelas ou de valores esperados para as grandezas físicas que estão sendo avaliadas.

6- **CONCLUSÕES:** Aqui deve ser apresentada uma conclusão geral do relatório, se os resultados obtidos estão de uma maneira geral próximos ao esperado e se não, quais foram às causas deste desacordo. Faça uma análise do conhecimento adquirido pelo grupo durante a realização do experimento.

6- **REFERÊNCIAS:** Livros, apostilas, sites internet, etc...

# Figura, Tabelas, Gráficos e Equações

- Centralizadas;
- Legendas (numeradas);

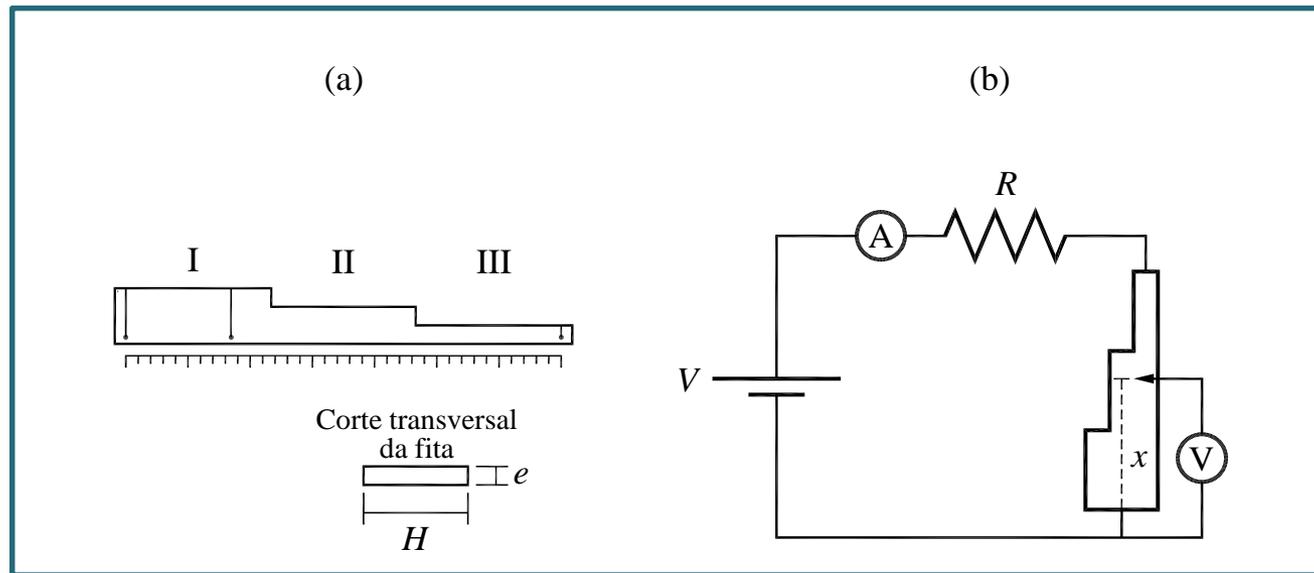


Figura 2– (a) fita condutora de alumínio. (b) Circuito para estudar a tensão sobre a fita condutora.

# Tabelas e Gráficos devem conter: Título e Unidades.

Resultados das medidas de tensão versus posição em uma fita metálica em forma trapezoidal.

Posição (mm)	Tensão (Volts)	Posição (mm)	Tensão (Volts)

## Gráfico de Posição x Tempo

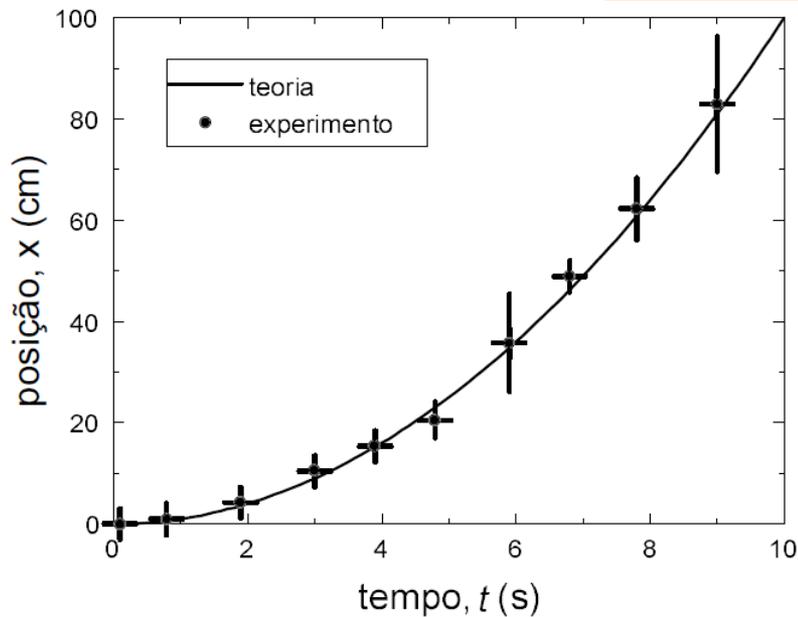


Fig. 2.1. Exemplo de gráfico bem feito.

# Avaliação dos Relatórios (0 – 10 pontos)

**Relatório e Gráficos feitos à MÃO! (Folha de almaço e papel milimetr.)**

- Objetivo
  - Introdução (Conceitos)
  - Materiais utilizados
  - Procedimento experimental e esquema do aparato utilizado
- 3 pontos
- 
- Resultados, Gráficos e análises
- 4 pontos
- 
- Discussão dos resultados e Conclusão
- 2,5 pontos
- 
- Referências
- 0,5 ponto

# Construção de Gráficos - Roteiro

- Escolha a área do papel com o tamanho adequado (mais ou menos meia página do Caderno de Laboratório).
- Em geral a relação de aspecto (altura / largura) deve ser menor do que 1, pois o gráfico será de mais fácil leitura (por esta razão é que a tela de cinema e a da televisão tem relação de aspecto menor do que 1).
- Desenhe os eixos claramente: a variável dependente deve estar sempre no eixo vertical (y) e a variável independente no eixo horizontal (x).
- Marque nos eixos as escalas, escolhendo divisões que resultem em fácil leitura de valores intermediários (por exemplo, divida de 2 em 2, e não de 7,7 em 7,7).
- Se possível cada um dos eixos deve começar em zero.
- Marque abaixo do eixo horizontal e ao lado do eixo vertical o nome da variável ali representada e, entre parênteses, as unidades usadas.
- Escreva, na parte superior da área do gráfico, o Título do gráfico. Todo gráfico deve ter um título.
- Marque cada um dos pontos do gráfico cuidadosamente e claramente, escolhendo para isto um símbolo adequado e de tamanho facilmente visível (por exemplo, um círculo ou um quadradinho) com um pontinho no centro. Nunca marque os pontos apenas com um pontinho do lápis.
- Marque claramente as barras de erro em cada ponto. Se o erro for muito pequeno para aparecer na escala escolhida anote ao lado: "as barras de erro são muito pequenas para aparecer na figura".
- Se desejar, desenhe uma linha suave através dos pontos. Se os erros forem aleatórios, aproximadamente 1/3 das barras de erro poderão ficar fora da linha.
- Não esqueça de numerar e escrever uma legenda breve explicando de que se trata a figura e fornecendo a informação necessária para que o leitor entenda a figura. Todas as figuras são numeradas em sequência. Esquemas, desenhos e gráficos são figuras.

# Construção de Gráficos - Roteiro

## Resumo

- Título
- Eixos;
- Fator de escala do gráfico 1:1
- Escala e unidades dos eixos;
- Barras de erros;
- Legenda

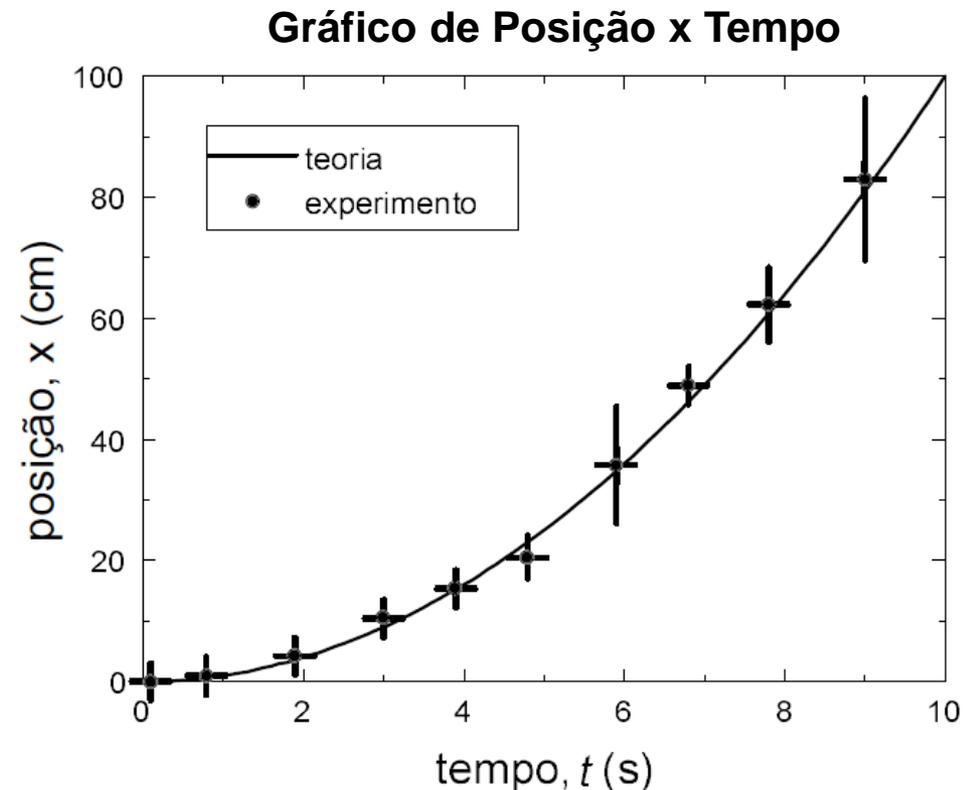
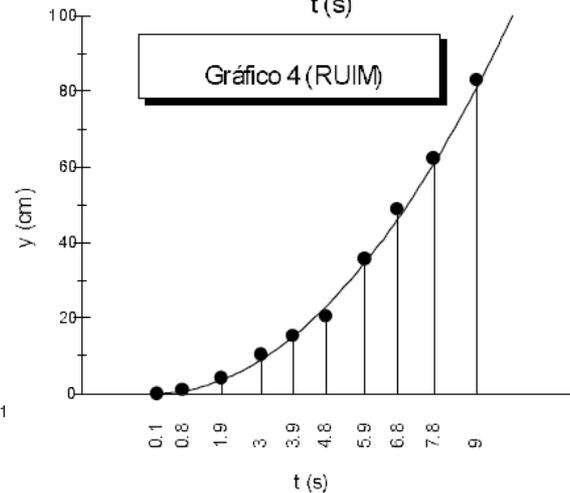
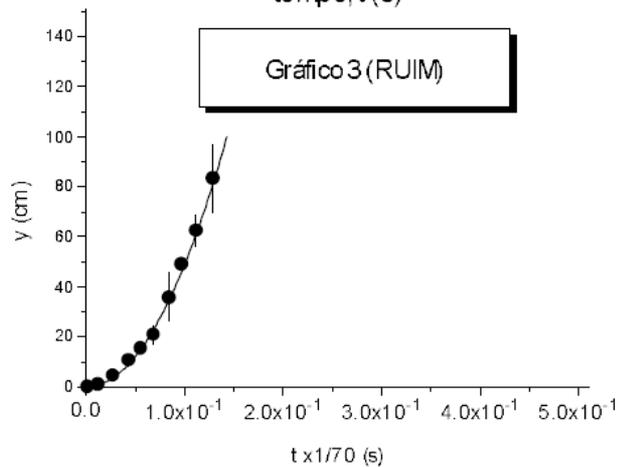
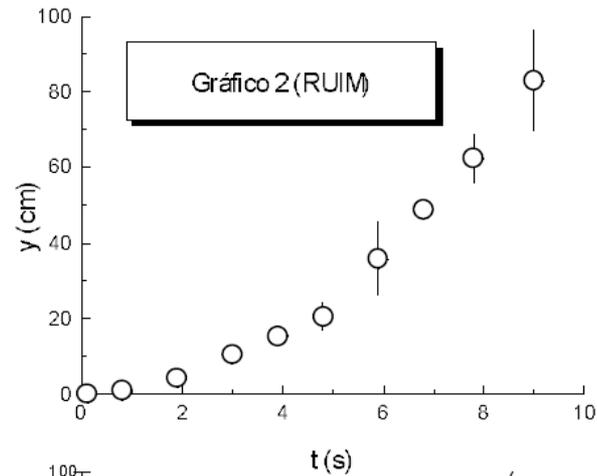
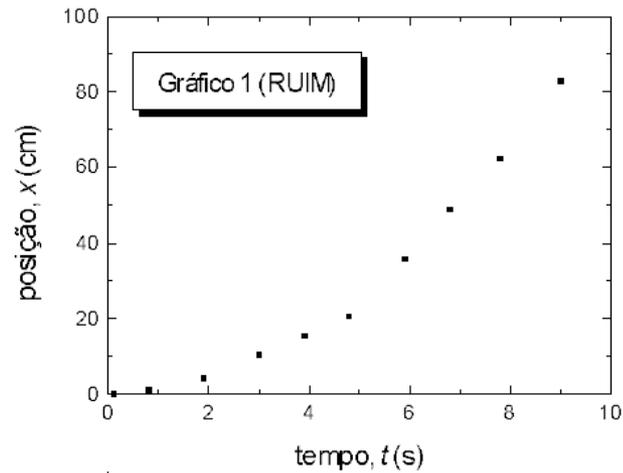


Fig. 2.1. Exemplo de gráfico bem feito.

# Construção de Gráficos - Roteiro

## Contra exemplos de gráficos:



# Análise de Gráficos:

É muito frequente em física experimental o problema de determinar os coeficientes **b** e **a** (linear ou angular) de uma relação linear entre duas variáveis aleatórias:

$$y = ax + b$$

Dois métodos são utilizados:

- Método gráfico - “a olho” - Olhómetro
- Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados, que no caso de retas às vezes é chamado de Regressão Linear.
- Origin.

## Análise de Gráficos:

Tudo bem! Nem toda relação é linear!

$$y(x) = ax^2 + b$$

$$y(x) = a^{bx}$$

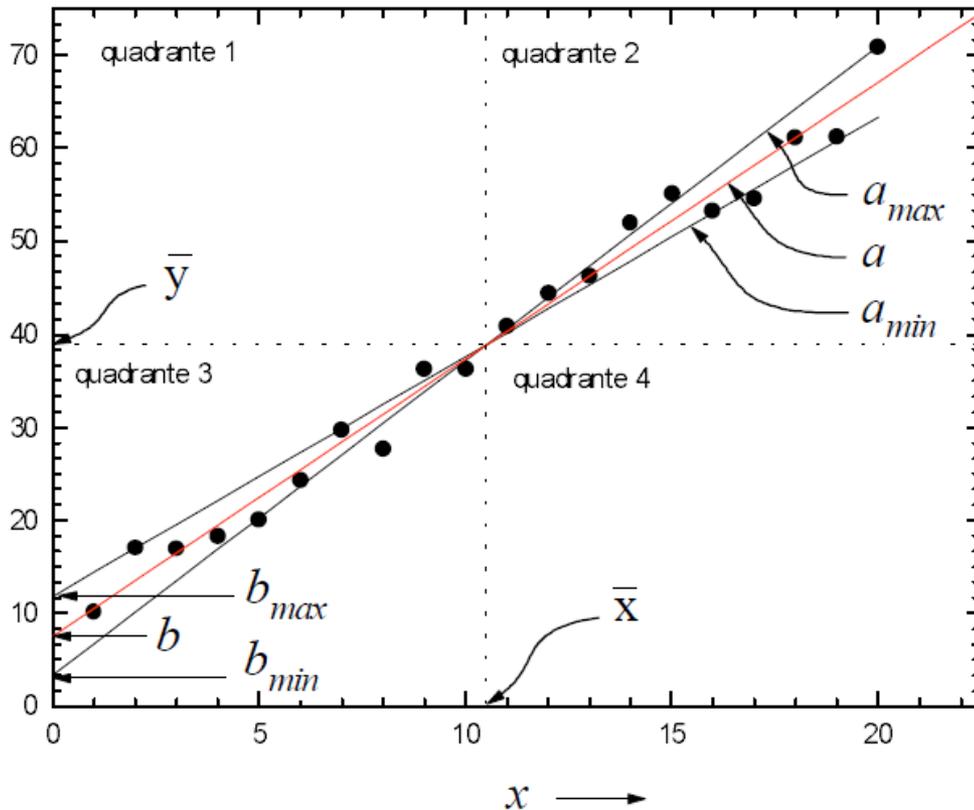
Porém:

$$y(z) = az + b$$

$$\text{Log}(y) = x.b.\text{Log}(a)$$

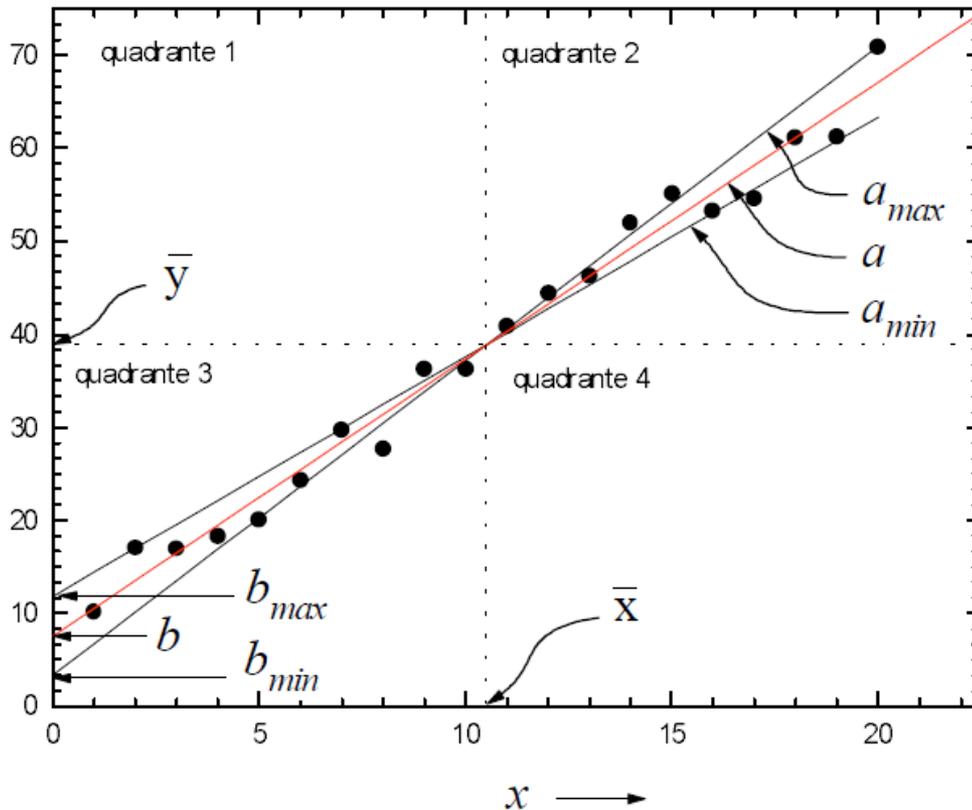
$$z = x^2$$

# Método Gráfico:



- Estime o centro de gravidade dos pontos;
- 1) Girar a régua em torno do centro de gravidade de modo que **16%** dos pontos de cada quadrante fiquem **abaixo** e **84%** de cada quadrante fiquem **acima** da reta.
- 2) Girar a régua em torno do centro de gravidade de modo que **16%** dos pontos de cada quadrante fiquem **acima** e **84%** de cada quadrante fiquem **abaixo** da reta.

# Método Gráfico:



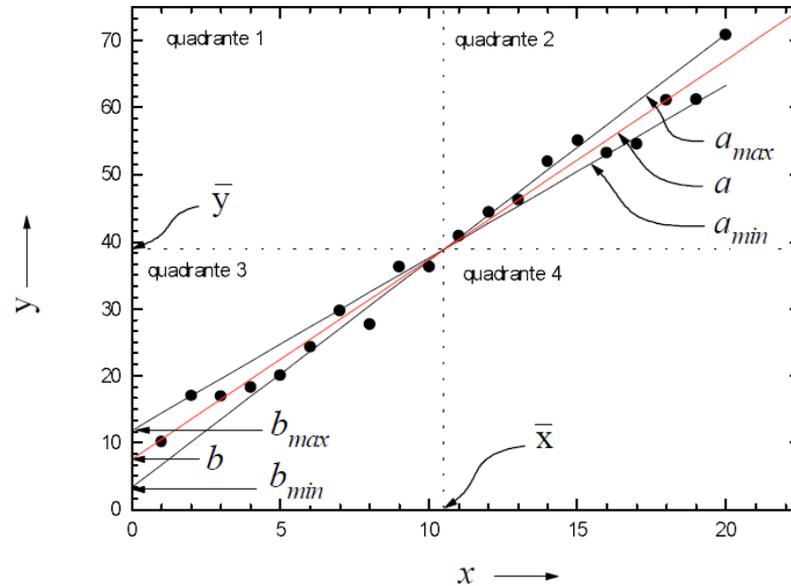
Note que:

- 68% dos pontos experimentais estão na região delimitada pelas retas.

Obter  $a_{max}$ ,  $a_{min}$ ,  $b_{max}$ ,  $b_{min}$

- $b$  – intersecção das retas com eixo  $y$ ;
- $a = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ ;
- Note que  $y_2$ ,  $y_1$ ,  $x_2$ ,  $x_1$  devem ser pontos escolhidos na reta e não os pontos experimentais.

# Método Gráfico:



Finalmente as grandezas deverão ser calculadas da seguinte forma:

$$a = \frac{1}{2}(a_{max} + a_{min}), \quad b = \frac{1}{2}(b_{max} + b_{min}),$$

$$\Delta \bar{a} = \frac{1}{2\sqrt{N}} |a_{max} - a_{min}| \quad \text{e} \quad \Delta \bar{b} = \frac{1}{2\sqrt{N}} |b_{max} - b_{min}|.$$

# Método dos mínimos quadrados:

Para evitar o critério individual na determinação das retas, torna-se necessário encontrar matematicamente a “melhor reta ajustada”. Isto pode ser feito com o Método dos Mínimos Quadrados:

Encontrar os valores de **a** e **b** que minimizam a função:

$$f(a, b) = \sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b)^2$$

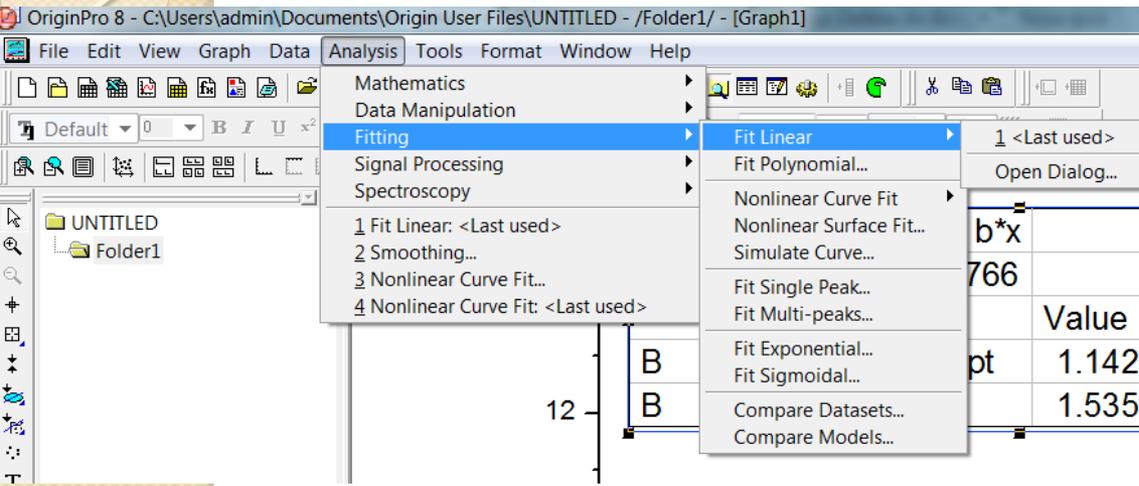
Método às vezes chamado de Regressão Linear.

# Método dos mínimos quadrados:

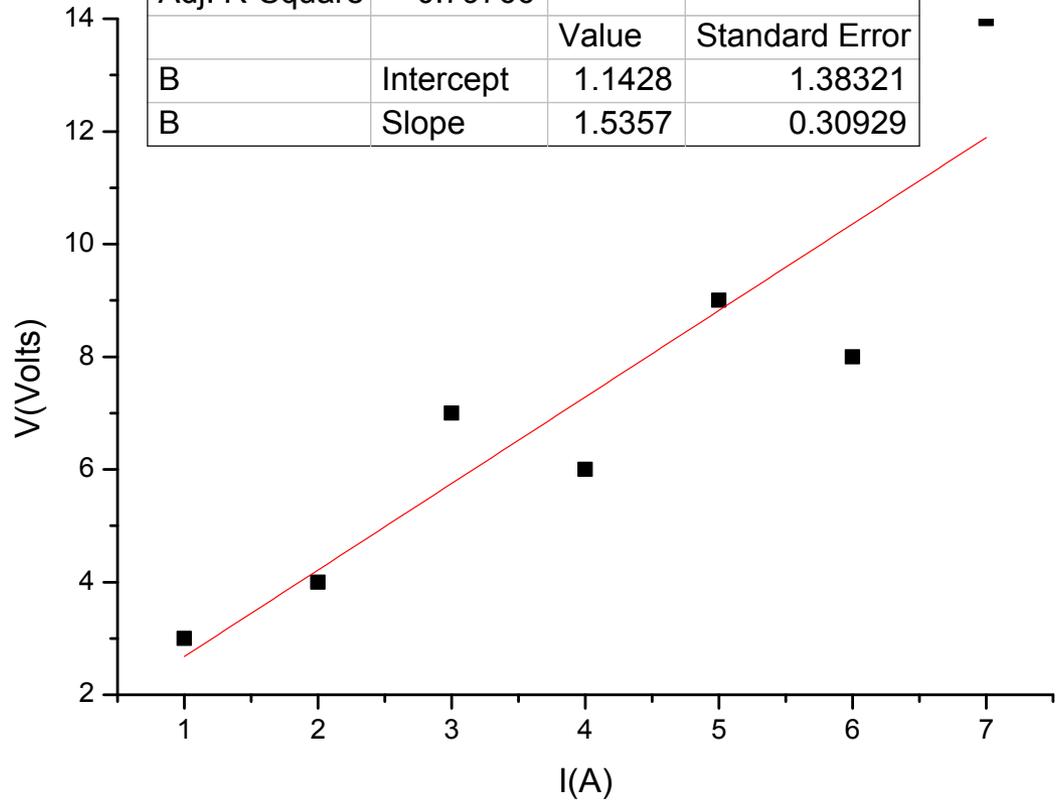
## Fórmulas:

Parâmetro	Estimador quando $\beta = 0$	Estimador quando $\beta \neq 0$
$\alpha$ : coeficiente angular (inclinação)	$a = \Sigma x_i y_i / \Sigma x_i^2$	$a = \Sigma (x_i - \bar{x}) y_i / \Sigma (x_i - \bar{x})^2$
$\beta$ : coeficiente linear	$b = 0$	$b = \bar{y} - a\bar{x}$
$\sigma^2$ : variância dos $y_i$	$S^2 = \Sigma (y_i - ax_i)^2 / (N - 1)$	$S^2 = \Sigma (y_i - ax_i - b)^2 / (N - 2)$
$\Delta a$ : erro padrão do estimador da inclinação	$\Delta a = S / \sqrt{\Sigma x_i^2}$	$\Delta a = S / \sqrt{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}$
$\Delta b$ : erro padrão do estimador do coeficiente linear	$\Delta b = 0$	$\Delta b = S \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{\bar{x}^2}{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}}$
$\Delta y_o$ : erro padrão do estimador de um ponto da reta para $x = x_o$	$\Delta y_o = S x_o / \sqrt{\Sigma x_i^2}$	$\Delta y_o = S \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(x_o - \bar{x})^2}{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}}$

# Método Origin



Equation	$y = a + b \cdot x$		
Adj. R-Square	0.79766		
		Value	Standard Error
B	Intercept	1.1428	1.38321
B	Slope	1.5357	0.30929





## *Erros Aleatórios e Sistemáticos*

# Erros Sistemáticos

Os **erros sistemáticos** são causados por fontes identificáveis, e, em princípio, podem ser eliminados ou compensados. **Erros sistemáticos** fazem com que as medidas feitas estejam consistentemente acima ou abaixo do valor real, prejudicando a **exatidão** da medida.

**Erros sistemáticos** podem ser causados devido:

- Instrumento utilizado – ex. relógio;
- Método utilizado – ex. relâmpago;
- Ambiente – ex. dependência com a temperatura;
- Simplificações de modelos – ex. não incluir resistência do ar;

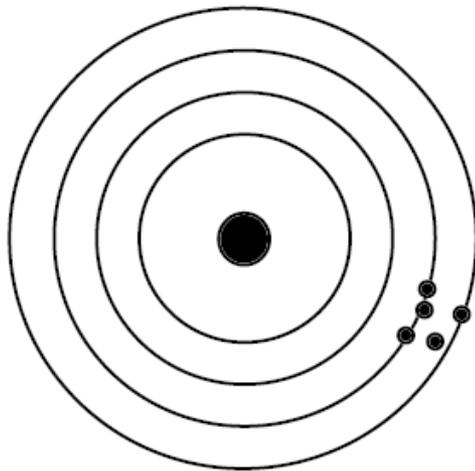
# Erros Aleatórios

Os **erros aleatórios** são flutuações, para cima ou para baixo, que fazem com que aproximadamente a metade das medidas realizadas de uma mesma grandeza numa mesma situação experimental esteja desviada para mais, e a outra metade esteja desviada para menos. Os **erros aleatórios** afetam a **precisão** da medida. Nem sempre se pode identificar as **fontes de erros aleatórios**.

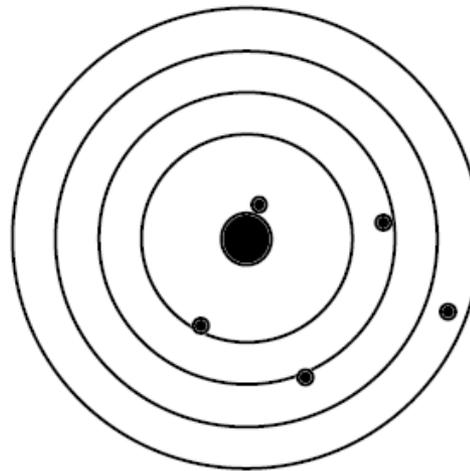
Algumas **fontes típicas de erros aleatórios** são:

- Método de observação: erros devidos ao julgamento feito pelo observador;
- Flutuações ambientais: mudanças na temperatura, voltagem da linha, correntes de ar, vibrações, etc;

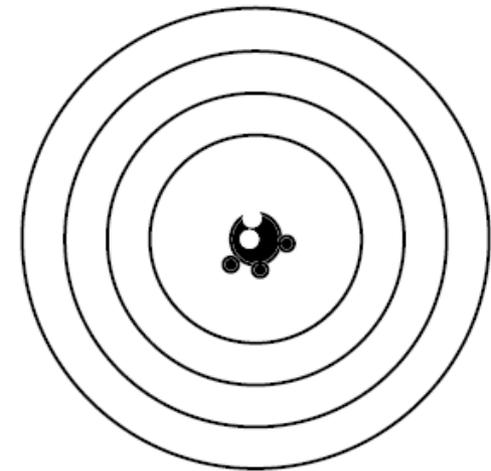
# Erros Aleatórios e Sistemáticos



Alta precisão  
Baixa exatidão



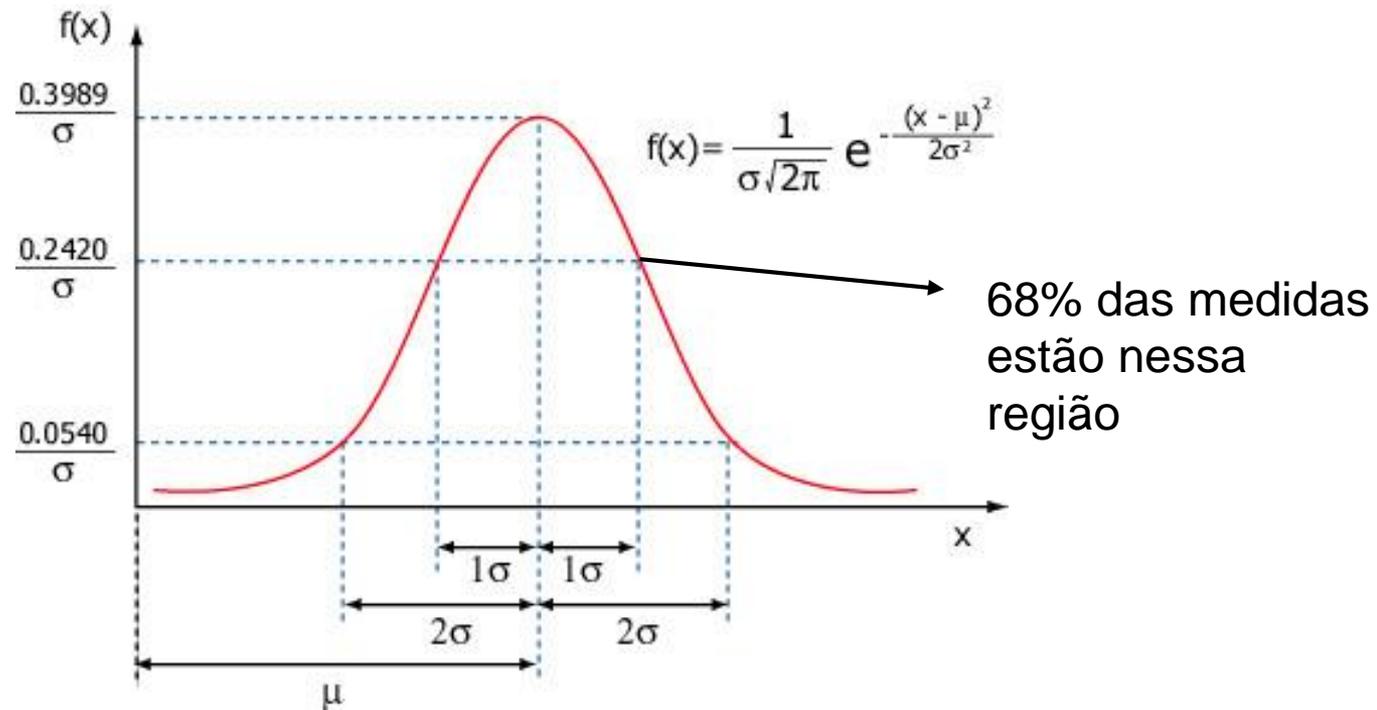
Baixa precisão  
Baixa exatidão



Alta precisão  
Alta exatidão

# Tratamento Estatístico de Erros

## Definições básicas:



# Tratamento Estatístico de Erros

Nome	Símbolo e fórmula	Nome por extenso
média	$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i$	média aritmética
desvio padrão	$\Delta x = S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}$	desvio padrão de cada medida
erro padrão	$\Delta \bar{x} = S_m = \frac{S}{\sqrt{N}}$	desvio padrão da média

No nosso curso iremos considerar:

**Média = (média ± desvio padrão)**

# Propagação de Erros

*Assuma os dois valores experimentais:*

$$(x \pm \Delta x) \quad (y \pm \Delta y)$$

*Queremos realizar uma operação qualquer com esses valores:*

$$F(x, y)$$

*Por exemplo  $x = Resistencia$  e  $y = Corrente$ . Qual seria o*

$$\Delta F(x, y)$$

# Propagação de Erros

*Expandindo em série de Taylor:*

$$F(x, y) = F(x_0, y_0) + \frac{\partial F}{\partial x} (x - x_0) + \frac{\partial F}{\partial y} (y - y_0) + \dots$$

$$F(x, y) - F(x_0, y_0) = \frac{\partial F}{\partial x} (x - x_0) + \frac{\partial F}{\partial y} (y - y_0)$$

$$\Delta F(x, y) = \left| \frac{\partial F}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial F}{\partial y} \right| \Delta y$$

# Propagação de Erros

$$\Delta F(x, y) = \left| \frac{\partial F}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial F}{\partial y} \right| \Delta y$$

*Exemplo1:*

$$F(x, y) = x + y$$

$$\Delta F = 1\Delta x + 1 \Delta y$$

*Exemplo2:*

$$F(x, y) = x \cdot y$$

$$\Delta F = y\Delta x + x \Delta y$$

# Propagação de Erros

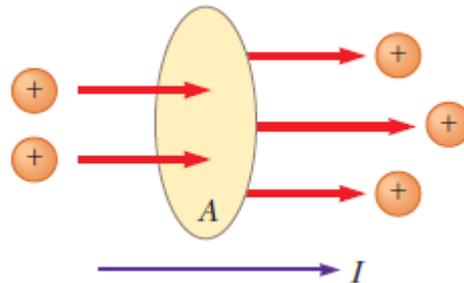
- **Adição:**  $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) + (y \pm \Delta y) = (x + y) \pm (\Delta x + \Delta y)$
- **Subtração:**  $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) - (y \pm \Delta y) = (x - y) \pm (\Delta x + \Delta y)$
- **Multiplicação:**  $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) \cdot (y \pm \Delta y) = (x \cdot y) \pm (x\Delta y + y\Delta x)$
- **Multiplicação por uma constante:**  $z \pm \Delta z = c (x \pm \Delta x) = cx \pm c\Delta x$
- **Potência:**  $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x)^n = x^n \pm n x^{n-1} \cdot \Delta x$
- **Divisão:**  $z \pm \Delta z = \frac{x \pm \Delta x}{y \pm \Delta y} = \frac{x}{y} \pm \frac{1}{y^2} (x\Delta y + y\Delta x)$
- **Cosseno:**  $z \pm \Delta z = \cos (x \pm \Delta x) = \cos x \pm \text{sen } x \cdot (\Delta x)$
- **Senô:**  $z \pm \Delta z = \text{sen } (x \pm \Delta x) = \text{sen } x \pm \cos x \cdot (\Delta x)$
- **Logarítmo:**  $z \pm \Delta z = \log_c (x \pm \Delta x) = \log_c x \pm \frac{\log_c e}{x} \cdot \Delta x$
- **Exponencial:**  $z \pm \Delta z = c^{(x \pm \Delta x)} = c^x \pm c^x \cdot \ln c \cdot (\Delta x)$

# ***Uma introdução à Lei de Ohm***

- Corrente elétrica
- Resistência e Lei de Ohm
- Resistores
- Circuitos
- Medição de corrente e tensão

# Corrente elétrica

Sempre que houver um movimento de cargas de mesmo sinal numa certa direção, diz-se que há uma corrente elétrica.



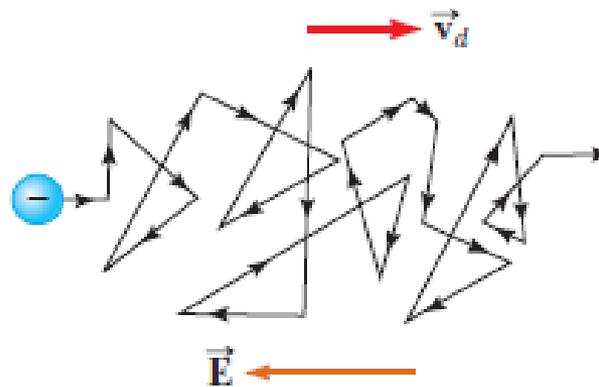
A corrente é igual à taxa de passagem da carga através de uma superfície. Se  $\Delta Q$  for a quantidade de carga que passa através desta área, no intervalo de tempo  $\Delta t$ , a corrente média,  $I_{méd}$ , será igual à razão entre a carga e o intervalo de tempo:

$$I_{méd} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Unidade:  $1A = 1C / s$

A = ampère

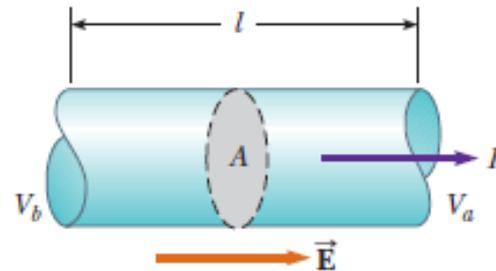
- Quando a corrente passa através de uma superfície, **a carga pode ser positiva, negativa ou ter ambos os sinais.**
- *É convencional escolher a direção da corrente como a direção do movimento das cargas positivas.*
- Num **condutor de cobre**, a corrente é provocada pelo movimento de elétrons (carga negativa). Então, quando falamos de uma corrente num condutor comum, **a direção da corrente é oposta à direção do movimento dos elétrons.**



# Resistência e Lei de Ohm

Consideremos um condutor de área de seção reta  $A$ , com uma corrente  $I$ . A densidade de corrente  $J$  no condutor é, por definição, a corrente por unidade de área.

$$J = \frac{I}{A}$$



Num condutor, há uma densidade de corrente  $J$  e um campo elétrico  $E$ , quando se mantém uma **Diferença de Potencial no condutor**. Se a diferença de potencial for constante, a corrente no condutor também será constante.

**Diferença de Potencial - V (Volt)**

Em 1827, Georg Simon Ohm, físico e matemático alemão, publicou os resultados do que é hoje conhecido como as leis de Ohm.

Ohm descobriu que a corrente que atravessa um fio condutor é proporcional à diferença de potencial aplicada:

$$I \propto V$$

E a razão  $V/I$  é uma medida da dificuldade imposta pelo material à passagem de corrente.

Essa dificuldade imposta pelos materiais, a qual depende do **tipo de material** e da sua **forma**, ganhou o nome de :

Resistência -  $R$  ( $\Omega$  - ohm)

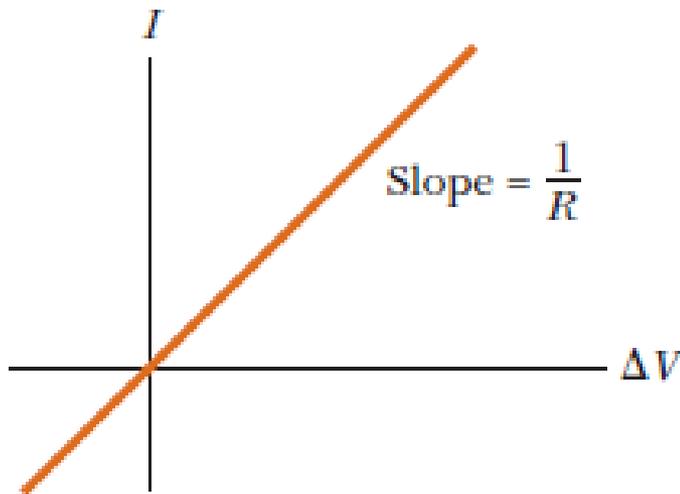
Quanto maior a resistência de um material menor será a Corrente Elétrica ( $I$ ) a uma dada Diferença de Potencial ( $V$ ):

$$I = V/R$$

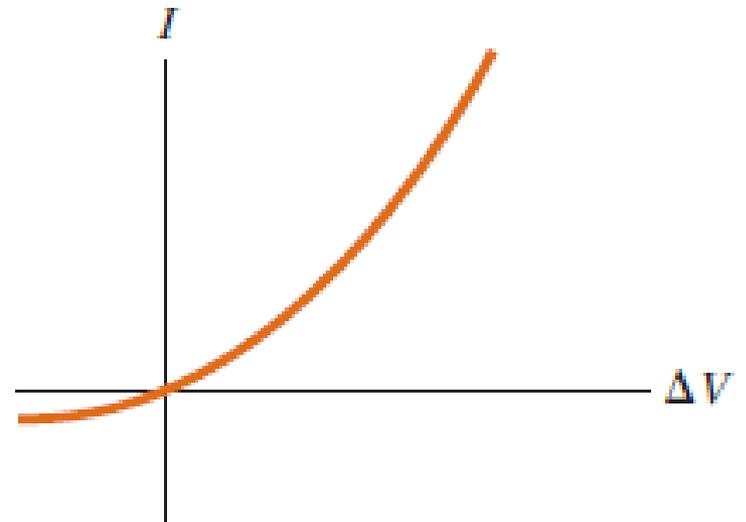
Portanto, a formulação matemática da lei de Ohm é:

$$V = RI$$

Os materiais ôhmicos, como a maioria dos metais, têm uma relação linear entre a corrente e a tensão aplicada. Os materiais que não obedecem esta relação, como os semicondutores, são dito como materiais não-ôhmicos.



Comportamento ôhmico



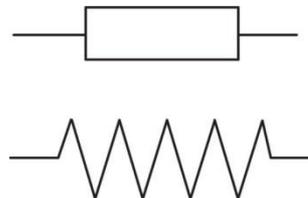
Comportamento não-ôhmico

# O resistor

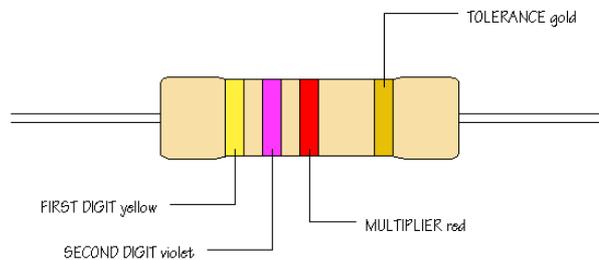
Todos os aparelhos elétricos, semelhante ao ferro de passar, calefatores e lâmpadas de incandescência, têm uma resistência fixa.

A maioria dos circuitos elétricos usa dispositivos, **os resistores**, para controlar a corrente em diversas partes do circuito.

**Symbolismo:**



# Código de cores para os resistores



Exemplo: 4,7 k $\Omega$   $\pm$  5%

The standard resistor color code table:

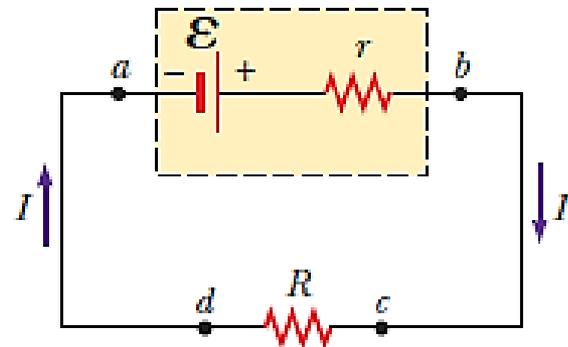
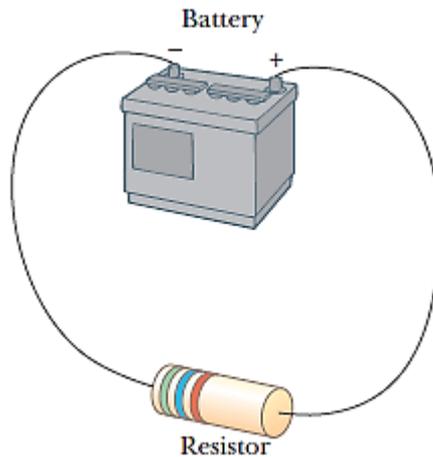
Color	Digit 1	Digit 2	Digit 3*	Multiplier	Tolerance
Black	0	0	0	$\times 10^0$	
Brown	1	1	1	$\times 10^1$	$\pm 1\%$ (F)
Red	2	2	2	$\times 10^2$	$\pm 2\%$ (G)
Orange	3	3	3	$\times 10^3$	
Yellow	4	4	4	$\times 10^4$	
Green	5	5	5	$\times 10^5$	$\pm 0.5\%$ (D)
Blue	6	6	6	$\times 10^6$	$\pm 0.25\%$ (C)
Violet	7	7	7	$\times 10^7$	$\pm 0.1\%$ (B)
Gray	8	8	8	$\times 10^8$	$\pm 0.05\%$ (A)
White	9	9	9	$\times 10^9$	
Gold				$\times 0.1$	$\pm 5\%$ (J)
Silver				$\times 0.01$	$\pm 10\%$ (K)
None					$\pm 20\%$ (M)

\* 3rd digit - only for 5-band resistors

# Circuitos

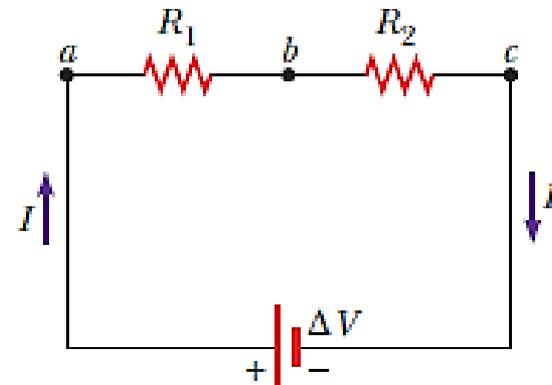
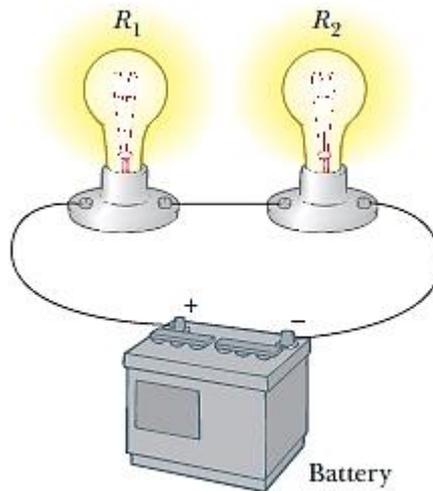
Pode-se manter, num circuito fechado, uma corrente constante mediante o uso de uma fonte de energia, uma fonte de **foça eletromotriz** (*fem*). Uma *fem* é um dispositivo qualquer (uma bateria ou um gerador) que aumenta a energia potencial das cargas que circulam num circuito.

A *fem* de uma fonte é medida pelo trabalho feito sobre uma carga unitária. Sua unidade de medida é o volt (V).



# Ligação em série

Quando dois ou mais resistores estiverem ligados, de modo que só tenham em comum um único ponto por par, a ligação entre os resistores é em série.



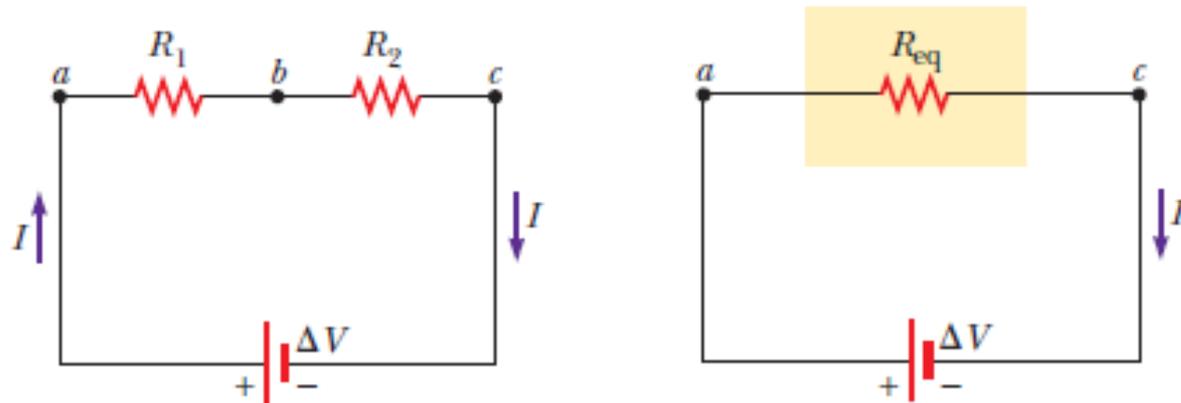
- **A corrente é a mesma através de cada resistor**, pois qualquer carga que passa por  $R_1$  deve ser igual à carga que passa por  $R_2$ .

- **A diferença de potencial no circuito é:**

$$V = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$

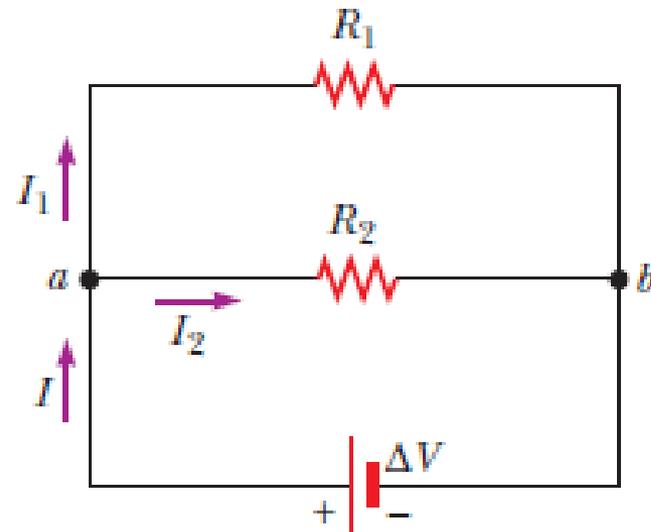
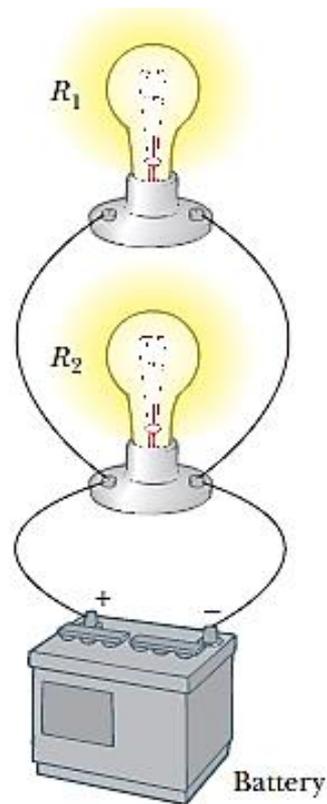
- **A resistência equivalente no circuito é:**

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$



# Ligação em paralelo

Dois ou mais resistores podem ser ligados em paralelo, para o caso de um dos componentes se queimar o outro continuar a atuar no sistema.



- **A diferença de potencial é a mesma através de cada resistor**, pois os terminais de entrada e saída de cada resistor estão conectados num mesmo ponto (nó).

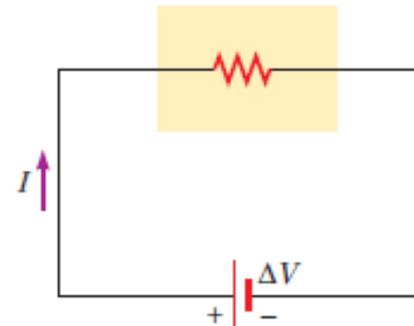
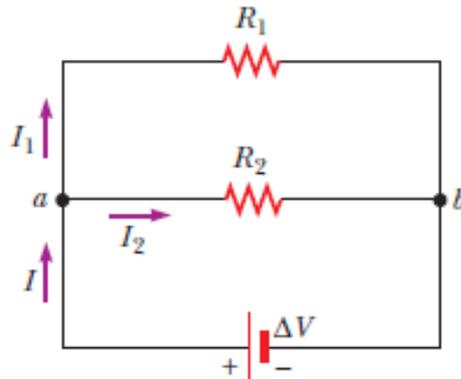
- **A corrente não é a mesma nos resistores individuais:**

$$I = I_1 + I_2$$

- **A resistência equivalente no circuito é:**

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ou}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

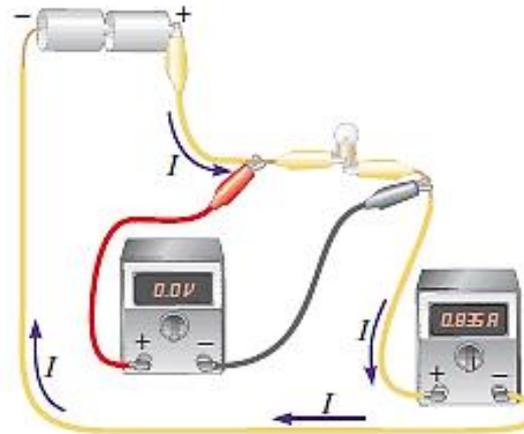
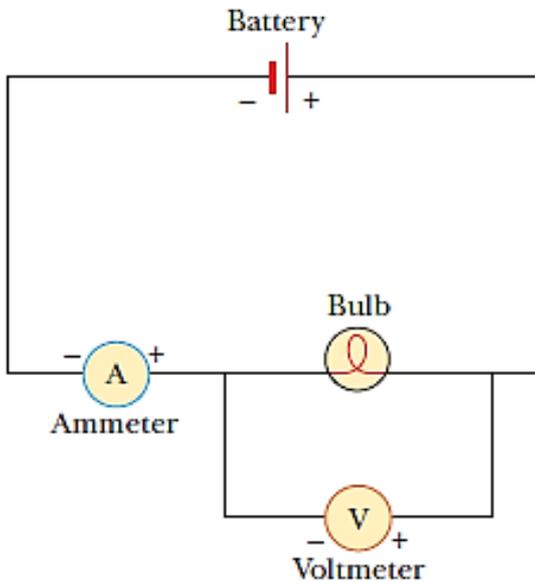


# Utilizando o multímetro

**Modo voltímetro:** —————> ligação em paralelo

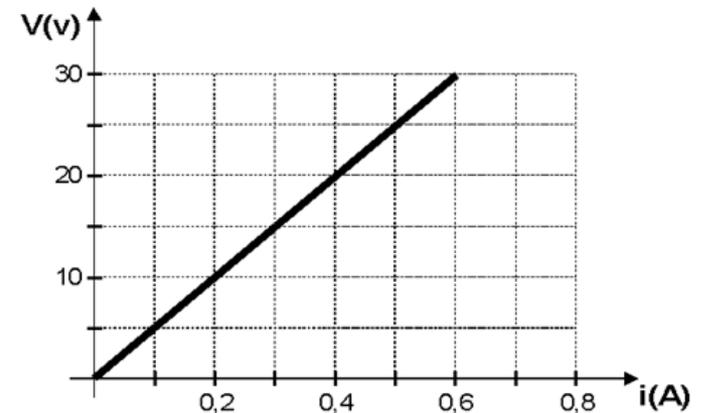
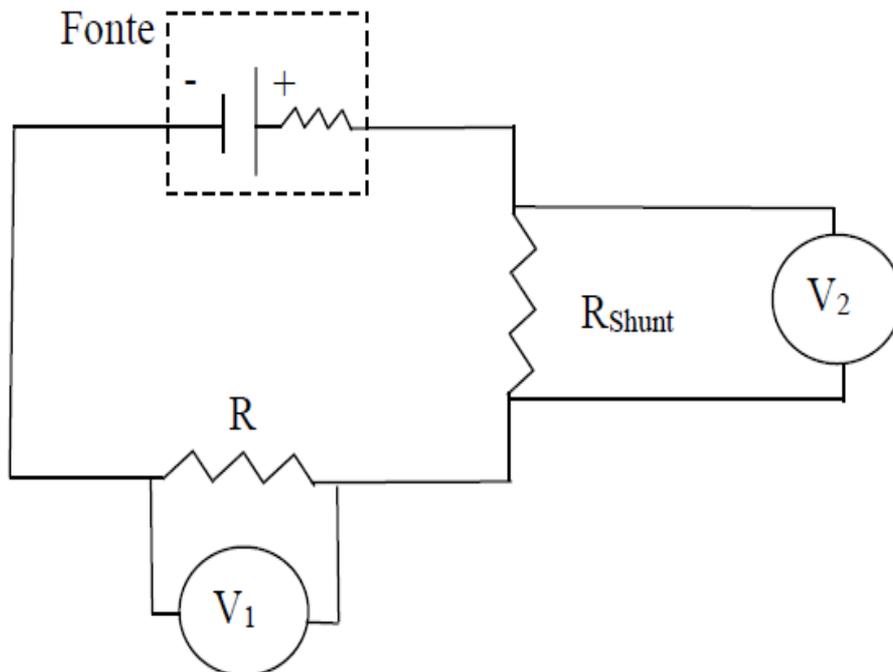
**Modo amperímetro:** —————> ligação em série

**Modo ohmímetro:** —————> ligação em paralelo



# Experimento

- Utilizar a Lei de Ohm para determinar a resistência de resistores.
- Construir Gráfico  $V \times I$
- Comparar os valores de resistência obtidos pela análise do gráfico, método dos mínimos quadrados e pela medida direta com o multímetro.





**Bom Feriado!**